

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

Методичні вказівки

до самостійної роботи та виконання розрахунково-графічних і практичних
завдань з курсу будівельної механіки

«Розрахунок тришарнірних арок і рам»

(для студентів 2 і 3 курсу денної і заочної форм навчання та слухачів другої
вищої освіти за напрямом підготовки 0921 (6.060101) «Будівництво»)

Методичні вказівки до самостійної роботи та виконання розрахунково-графічних і практичних завдань з курсу будівельної механіки «Розрахунок тришарнірної арки і рами» (для студентів 2 і 3 курсу денної і заочної форм навчання та слухачів другої вищої освіти за напрямом підготовки 0921 (6.060101) «Будівництво») / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: Л. І. Колодій, О. О. Чупринін. – Х.: ХНАМГ, 2008. – 18 с.

Укладачі: Л. І. Колодій,
О. О. Чупринін

Рецензент: завідувач кафедри теплохолодопостачання
проф. М. О. Шульга

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,
протокол № 1 від 30.08.2008 р.

1. ВСТУП

Ці методичні вказівки призначені для самостійної роботи студентів при підготовці до практичних занять і виконанні розрахунково-графічного завдання. Вони містять теоретичні положення, вихідні дані для завдання і приклади його виконання. Призначені для студентів денної і заочної форм навчання.

У методичних вказівках розглядаються тришарнірки і рами, які є розпірними системами. Розпірною називають систему, в якій при вертикальному навантаженні, крім вертикальних, з'являються горизонтальні реакції – розпір. Аркою називають брус малої кривизни, кінці якого закріплені від взаємних лінійних зсувів. Рама являє собою систему стержнів, з'єднаних між собою переважно жорстко. Розрахункову схему у вигляді плоскої рами звичайно обирають при розрахунку поперечника промислової або цивільної споруди.

Результатом розрахунку арки чи рами є епюри внутрішніх зусиль: згинаючих моментів – M , поперечних сил – Q і поздовжніх сил – N .

Перш ніж приступити до виконання завдання, слід ознайомитися з теоретичним матеріалом, викладеним у главах 9 [1], главі 4 [2], і в п. 2 цих вказівок. Крім того, слід розібрати приклади розрахунку, наведені в [1] і [3].

2. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Брус з криволінійною віссю малої кривизни, наведений на рис. 1-3, є балочною системою, яку називають аркою. На відміну від простої двохопорної балки в такому брусі від вертикального навантаження з'являються значні горизонтальні опорні реакції. Ці реакції називають розпором, а системи, в яких вони з'являються, *розпiрними*. Рами теж відносяться до розпiрних систем.

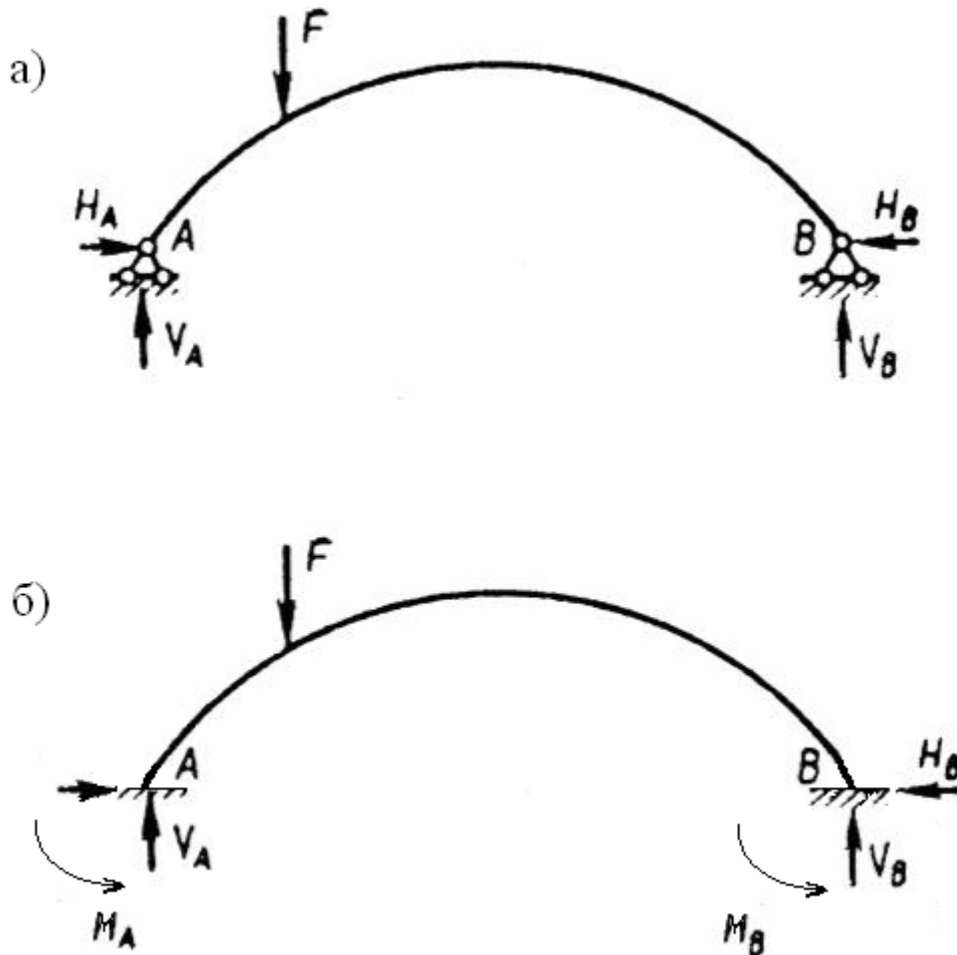


Рис. 1

Розпiр створює в перерізі арки чи рами момент, протилежний за знаком моменту вертикальних сил. За рахунок цього згинаючі моменти в розпiрних

системах зменшуються порівняно з балками, тому що деформація згину поєднується з деформацією стиску, що робить ці системи більш економічними.

Арку, показану на рис. 1,а, називають двошарнірною. Така арка один раз статично невизначна. Якщо опори арки защемлені (рис. 1,б), арка називається *безшарнірною*, вона тричі статично невизначна.

Арка, наведена на рис. 2, називається *тришарнірною*. Вона статично визначна. Розглянемо такі арки і рами. Точки обпирання арки називають п'ятами, точку, найбільш віддалену від опор (С) - *замком*. Найкоротшу відстань від лінії, що з'єднує опори, до замка називають стрілою підйому арки і позначають f . Вісь арки найчастіше приймають окресленою за параболою або дугою кола. Арки в цьому випадку називають відповідно *параболічними* й *циркульними*.

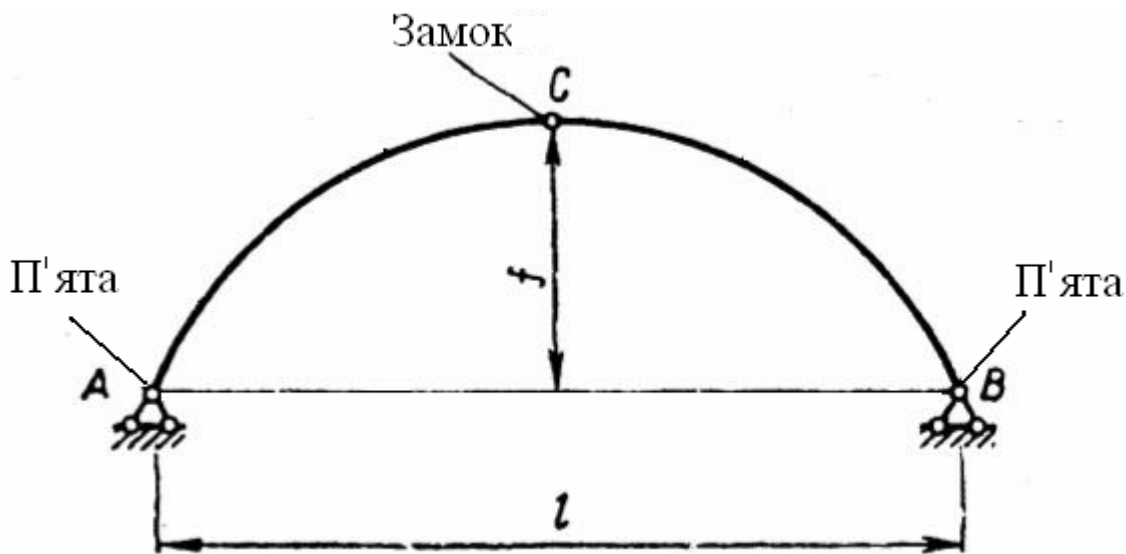


Рис. 2

Визначення опорних реакцій. Ці реакції мають вертикальні й горизонтальні складові (рис. 3,а). З умови $\sum x = H_A - H_B = 0$ виходить, що горизонтальні складові опорних реакцій (розпір) арки при вертикальному навантаженні дорівнюють одна одній:

$$H_A = H_B = H. \quad (1)$$

Для визначення вертикальних складових реакцій використовують ті ж рівняння, що і в балці на двох опорах:

$$\sum M_A = 0,$$

звідки

$$V_B = \sum F_i \cdot a_i / \ell; \quad (2)$$

і

$$\sum M_B = 0,$$

тоді

$$V_B = \sum F_i \cdot (\ell - a_i) / \ell; \quad (3)$$

де F_i і a_i - сили та координати їх місця дії відповідно (рис. 3,а).

Реакції V_A й V_B цілком відповідають опорним реакціям простої балки того ж прогону при тому самому навантаженні (рис. 3,б). Тому ці реакції називають балочними.

Для визначення розпору використовують умову рівності нулю згинаючого моменту в проміжному шарнірі С (замку). Цей момент можна записувати для лівих або правих сил:

$$\sum M_C^л = 0 \quad \text{або} \quad \sum M_C^п = 0. \quad (4)$$

Наприклад, для правих сил знаходимо

$$\sum M_C^п = V_B \cdot \frac{\ell}{2} - F_2 \left(a_2 - \frac{\ell}{2} \right) - H_B \cdot f = 0. \quad (5)$$

З одержаного рівняння легко визначити розпір. Звернемо увагу на те, що усі члени лівої частини рівняння (5), крім складової від розпору, являють собою балочний згинаючий момент M_C^o у перерізі С (рис. 3,б). Таким чином, одержуємо залежність

$$H = M_C^o / f. \quad (6)$$

У цьому виразі і надалі індекс o означає, що відповідна величина визначена для балки. Звідси виходить, що розпір зменшується при збільшенні стріли підйому.

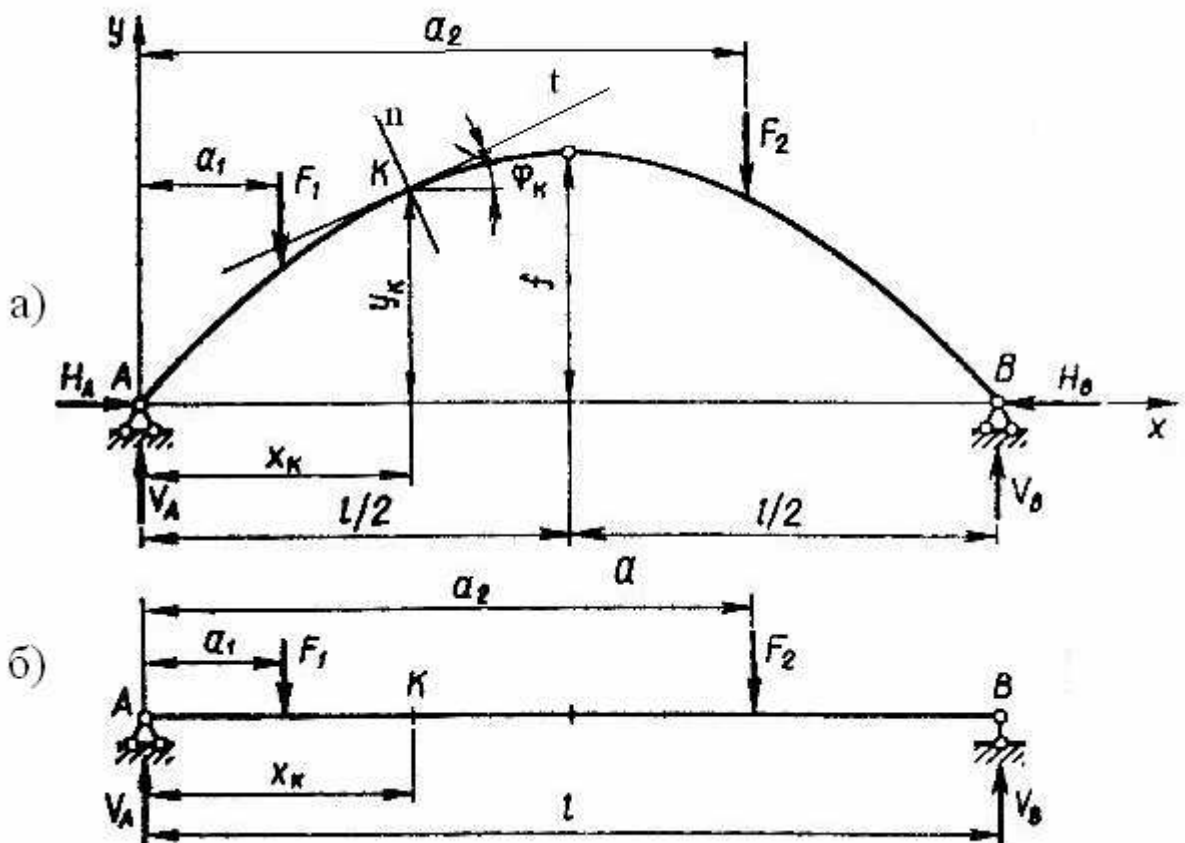


Рис. 3

Розглянемо обчислення внутрішніх зусиль у довільному перерізі К з координатами x_K і y_K (рис. 3,а).

Визначаємо згинаючий момент у перерізі К по лівим від перерізу силам:

$$M_K = V_A \cdot x_K - F_1(x_K - a_1) - H \cdot y_K.$$

Одержуємо

$$M_K = M_K^o - H \cdot y_K, \quad (7)$$

де $M_K^o = V_A \cdot x_K - F_1(x_K - a_1)$.

Рівняння (7) підтверджує, що згинаючі моменти в арці менші, ніж у балці. Різниця в згинаючих моментах визначається наявністю моменту, створеного розпором.

Можна вирішити питання про окреслення осі арки за законом, при якому згинаючі моменти в усіх її перетинах дорівнюють нулю. Знаходимо з (7), що цей закон відповідає рівнянню

$$y = M^o / H = k \cdot M^o,$$

яке пропорційне балочному згинаючому моменту. Така арка називається раціональною. Наприклад, при дії рівномірно розподіленого вздовж прольоту навантаження q отримуємо рівняння осі арки за параболічним законом:

$$y = (4f/\ell^2) \cdot (\ell - x).$$

Для визначення поперечної і поздовжньої сил у перерізі К запишемо суму проекцій (наприклад, лівих) сил відповідно на нормаль n і на дотичну до

осі арки t . Кут нахилу між дотичною до осі арки і горизонталлю в точці K позначимо φ_K (рис. 3,а).

$$Q_K = (V_A - F_1) \cos \varphi_K - H \cdot \sin \varphi_K;$$

$$N_K = -(V_A - F_1) \sin \varphi_K - H \cdot \cos \varphi_K.$$

У наведених рівняннях складові, взяті в дужки, дорівнюють поперечній силі в перерізі балки K (рис. 3,б). Тому рівняння для поперечної і поздовжньої сил записують так:

$$Q_K = Q_K^0 \cdot \cos \varphi_K - H \cdot \sin \varphi_K; \quad (8)$$

$$N_K = -Q_K^0 \cdot \sin \varphi_K - H \cdot \cos \varphi_K. \quad (9)$$

З рівняння (9) видно, що поздовжні сили в арці при дії вертикального навантаження завжди стискаючі.

Епюри внутрішніх зусиль в арці M , Q і N змінюються за нелінійними законами (7 - 9). Для побудови епюр арку розбивають уздовж осі x на рівні відрізки довжиною Δx . Обчисливши в одержаних таким чином перерізах внутрішні зусилля M , Q , N , за ними будують епюри M , Q , N . Більш раціонально при побудові епюр обчислювати значення M , Q , N в перерізах на межі ділянок (точки прикладання зосереджених сил і моментів, точки на межі розподілених навантажень і в одному чи декількох проміжних перерізах (залежно від характеру епюри і довжини ділянки). Обчислення ординат епюр M , Q та N зручно виконувати в табличній формі.

Для параболічної арки з віссю, окресленою за рівнянням $y = \frac{4f}{\ell^2} x(\ell - x)$, початок координат розташований на лівій опорі, визначають

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{4f}{\ell^2}(\ell - 2x), \quad (10)$$

а потім $\sin \varphi$ і $\cos \varphi$.

Для циркульної арки, вісь якої окреслена по дузі кола

$$y = \sqrt{R^2 - \left(\frac{\ell}{2} - x\right)^2} - R + f, \quad (11)$$

початок координат на лівій опорі, де

$$R = \frac{f}{2} + \frac{\ell^2}{8f}; \quad \sin \varphi = \frac{\ell - 2x}{2R}; \quad \cos \varphi = \frac{y + R - f}{R}. \quad (12)$$

Розрахунок тришарнірної рами відрізняється від розрахунку інших рам лише визначенням опорних реакцій. Їх знаходять з рівнянь рівноваги, аналогічних рівнянням рівноваги тришарнірної арки. Епюри внутрішніх зусиль будують на осях рами. Для розрахунку тришарнірної рами на вертикальне навантаження внутрішні зусилля можуть бути визначені за формулами (7 - 9).

Для тришарнірної рами ординати й необхідні для розрахунків кути нахилу стержнів рами, які співпадають з нахилом дотичної до них, визначають безпосередньо із схеми рами.

3. ВИХІДНІ ДАНІ Й ЗАВДАННЯ ДО РОБОТИ

Вихідні дані й схему арки чи рами обирають за табл. 1 і рис. 5 відповідно до завдання. Навантаження, наведені на рис. 4, розміщують від лівої опори.

Для заданої тришарнірної арки або рами необхідно:

Побудувати епюри згинаючих моментів M , поперечних Q і поздовжніх N сил від заданого навантаження.

Намічають розрахункові перетини для побудови епюр. Обов'язково обчислюють M , Q , N в перетинах на межі розподіленого навантаження, під зосередженою силою, на опорах і шарнірі C . Додаткові перерізи призначають залежно від характеру епюри внутрішніх зусиль (в арці всі епюри криволінійні незалежно від виду навантаження на ділянці) і довжини ділянки. Тому на кожній ділянці між обов'язковими перетинами необхідно призначити хоча б один (при великій довжині ділянки два і більше) проміжний перетин.

Геометричні й тригонометричні величини обчислюють залежно від рівняння, за яким окреслена вісь арки за формулами (10 - 12).

Для обчислення внутрішніх зусиль потрібно використовувати комп'ютер. За результатами обчислення, які внесені в таблицю, будують епюри M , Q , N .

Завдання оформляють на аркуші формату А2. Рисунки й таблиця повинні бути виконані в масштабі, записи – чітко і акуратно наведені олівцем.

Таблиця 1.

Перша цифра шифру	$l, \text{м}$	α	Друга цифра шифру	q_1 кН/м	q_2 кН/м	Третя цифра шифру	f/l	Окреслення осі	$F, \text{кН}$
1	26	0.2	1	10	0	1	0.31	Парабола (а)	40
2	34	0.25	2	0	15	2	0.32	Рама (б)	50
3	18	0.3	3	20	0	3	0.33	Коло (а)	30
4	28	0.35	4	0	25	4	0.34	Рама (в)	80
5	20	0.4	5	30	0	5	0.35	Рама (г)	25
6	32	0.45	6	0	35	6	0.36	Парабола (а)	45
7	22	0.5	7	40	0	7	0.37	Рама (б)	15
8	16	0.55	8	0	45	8	0.38	Коло (а)	60
9	14	0.6	9	50	0	9	0.39	Рама (в)	70
0	24	0.65	0	0	55	0	0.4	Рама (г)	65

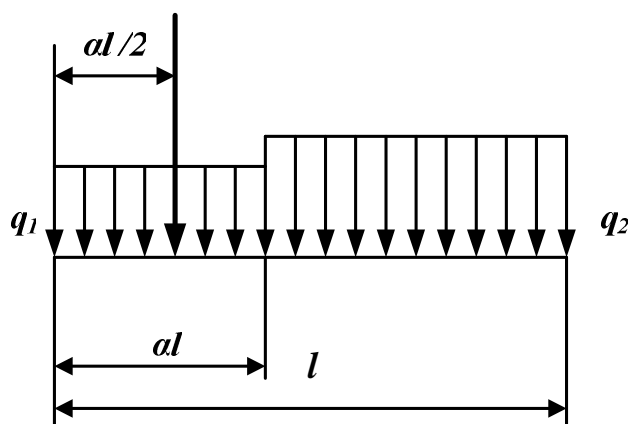


Рис. 4

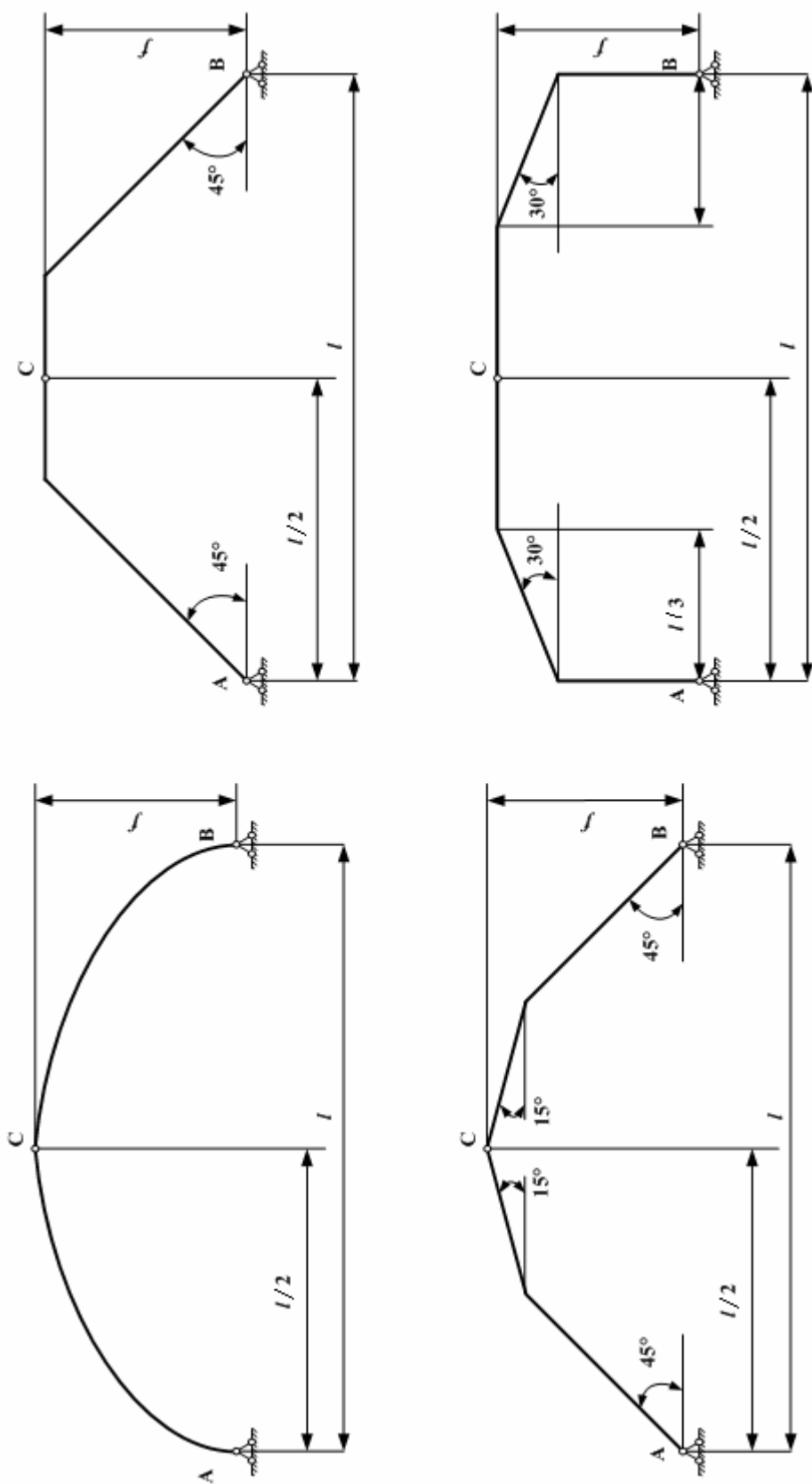


Рис. 5

4. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РГЗ

За розрахунково-графічне завдання (РГЗ) студент отримує максимальну оцінку, якщо воно виконане у відведений строк (3 тижні з моменту видачі завдання), з використанням комп'ютерної техніки, акуратно оформлене, містить аналіз отриманих результатів.

У разі затримки виконання на 2 тижні студент отримує 90% від максимальної оцінки. При виконанні РГЗ із затримкою більш ніж на 2 тижні студент отримує 80% від максимальної оцінки, із затримкою більше місяця - 60% від максимальної оцінки.

5. ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ

циркульної арки, наведеної на рис. 6,а.

Знайдемо *опорні реакції* за формулами (4 - 5).

$$\sum M_A = -q \cdot 14 \cdot 7 - F \cdot 20 + V_B \cdot 28 = 0;$$

$$V_B = \frac{12 \cdot 14 \cdot 7 + 18 \cdot 20}{28} = 54,86 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = q \cdot 14 \cdot 21 + F \cdot 8 - V_A \cdot 28 = 0;$$

$$V_A = \frac{12 \cdot 14 \cdot 21 + 18 \cdot 8}{28} = 131,14 \text{ кН}.$$

Перевірка

$$\sum y = V_A + V_B - q \cdot 14 - F = 131,14 + 54,86 - 12 \cdot 14 - 18 = 0.$$

Знайдемо *розпір* за формулою (3):

$$\sum_{\text{лев}} M_C = q \cdot 14 \cdot 7 - V_A \cdot 14 + H \cdot 8 = 0;$$

$$H = \frac{131,14 \cdot 14 - 12 \cdot 14 \cdot 7}{8} = 82,50 \text{ кН}.$$

Перевірка:

$$\sum_{\text{пр}} M_C = V_B \cdot 14 - F \cdot 6 - H \cdot 8 = 54,86 \cdot 14 - 18 \cdot 6 - 82,50 \cdot 8 \approx 0 .$$

Знайдемо радіус дуги кола (10):

$$R = \frac{f}{2} + \frac{\ell^2}{8f} = \frac{8}{2} + \frac{28^2}{8 \cdot 8} = 16,25 \text{ м}.$$

Призначимо перерізи для обчислення зусиль. Обов'язкові перерізи - А, С, 5, В. У правій половині призначаємо додаткові перерізи посеред ділянок С...5(переріз 4) і 5...В (переріз 6).

Для спрощення розрахунку в лівій напіварці візьмемо перерізи 1, 2, 3, розташовані симетрично відносно шарніра С перерізам 4, 5, 6.

Далі виконуємо розрахунок, заповнюючи таблицю, наведену на рис. 7.

Зусилля M° (стовпчик F) і Q° (стовпчик G) визначаємо в балці, наведеній на рис. 6,б. Оскільки в перерізі 5 поперечна сила Q° має стрибок, то у відповідний рядок записуємо два значення (ліворуч і праворуч від сили). Обчислюємо зусилля за формулами (7 - 9). Рационально виконувати розрахунки в послідовності, наведеній на рис. 7, бажано з використанням комп'ютера (пакети MS Office або OpenOfficeCalc).

За значеннями стовпчиків 10, 13, 16 на рис. 6, в побудовані епюри M, Q і N.

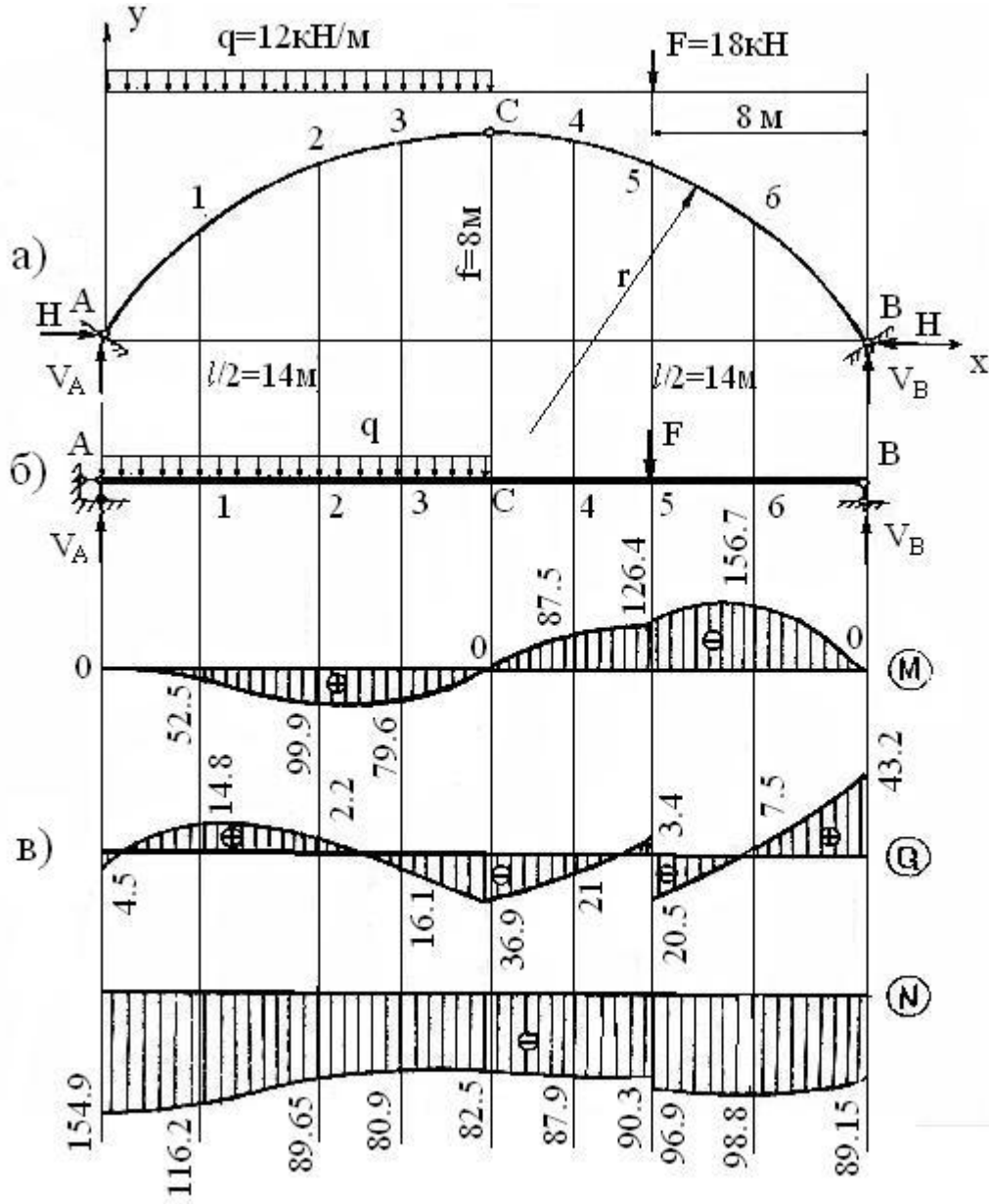


Рис. 6

Microsoft Excel - рис7

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Введите вопрос

Arial Cyr 12 Ж К У

A1 Сечение

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Сече	x, м	y, м	sin φ	cos φ	M°, кНм	Q°, кН	H-y, кНм	M, кНм	Q°·cosφ,	H·sinφ,	Q, кН	Q°·sinφ,	H·cosφ,	N, кН
2	A	0	0	0.8615	0.508	0	131.14	0	0	66.579	71.08	-4.4982	112.98	41.885	-154.87
3	1	4	4.56	0.6154	0.788	428.56	83.14	376.09	52.468	65.533	50.77	14.764	51.163	65.029	-116.19
4	2	8	6.85	0.3692	0.929	665.12	35.14	565.27	99.852	32.657	30.46	2.1954	12.975	76.67	-89.645
5	3	11	7.72	0.1846	0.983	716.54	-0.86	636.96	79.584	-0.8452	15.23	-16.076	-0.1588	81.082	-80.923
6	C	14	8	0	1	659.96	-36.86	660	-0.04	-36.86	0	-36.86	0	82.5	-82.5
7	4	17	7.72	-0.185	0.983	549.46	-36.86	636.96	-87.496	-36.226	-15.23	-20.996	6.8049	81.082	-87.887
8	5 (л)	20	6.85	-0.369	0.929	438.88	-36.86	565.27	-126.39	-34.255	-30.46	-3.7939	13.61	76.67	-90.28
9	5 (пр)	20	6.85	-0.369	0.929	438.88	-54.86	565.27	-126.39	-50.983	-30.46	-20.522	20.256	76.67	-96.926
10	6	24	4.56	-0.615	0.788	219.44	-54.86	376.09	-156.65	-43.242	-50.77	7.5271	33.76	65.029	-98.789
11	B	28	0	-0.862	0.508	0	-54.86	0	0	-27.852	-71.08	43.225	47.264	41.885	-89.149
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															

Лист1 / Лист2 / Лист3 /

Готово

Рис. 7

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Строительная механика. Краткий курс /Раздел 1. Статически определимые стержневые системы. Шутенко Л.Н., Пустовойтов В.П., Засядько Н.А. – Харьков: ХГАГХ, 2003. – 90 с.
2. Механіка споруд. Шутенко Л.М., Пустовойтов В.П., Засядько М.А., Харків, ХДАМГ, 2001. – 239 с.
3. Строительная механика: Учебник для вузов / Ю.И.Бутенко, Н.А.Засядько, С.Н.Кан и др.; под ред. Ю.И.Бутенко. – К.: Вища школа, 1989. – 479 с.
4. Строительная механика: Руководство к практическим занятиям / Ю.И.Бутенко, Н.А.Засядько, С.Н.Кан и др.; под ред. Ю.И.Бутенко – К.: Вища школа, 1989. – 376 с.
5. Ржаницын А.Р. Строительная механика. – М: Высшая школа, 1991.

Навчальне видання

Методичні вказівки до самостійної роботи та виконання розрахунково-графічних і практичних завдань з курсу будівельної механіки «**Розрахунок тришарнірної арки і рами**» (для студентів 2 і 3 курсу денної і заочної форм навчання та слухачів другої вищої освіти за напрямом підготовки 0921 (6.060101) «Будівництво»).

Укладачі: Колодій Людмила Іванівна,
Чупринін Олександр Олексійович

Відповідальний за випуск Л. С. Андрієвська

Редактор М. З. Аляб'єв

План 2008, поз. 170 М

Підп. до друку 02.10.2008
Друк на ризографі.
Тираж 150 пр.

Формат 60*84 1/16
Ум. друк. арк. 0,8
Зам. №

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 731 від 19.12.2001