

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА**

А.І. Колосов, А.В. Якунін, Ю.В. Ситникова

**ЗБІРНИК
ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ
З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ.
ЧАСТИНА ЧЕТВЕРТА:
КРАТНІ ТА КРИВОЛІНІЙНІ
ІНТЕГРАЛИ**

Харків – ХНАМГ – 2008

УДК 516+517

Колосов А.І., Якунін А.В., Ситникова Ю.В.

Збірник тестових завдань з вищої математики. Частина четверта: Кратні та криволінійні інтеграли. – Харків: ХНАМГ, 2008. – 152 с.

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. М.Й. Кадець

Рекомендовано Вченою радою Харківської національної академії міського господарства.

Протокол № 12 від 30.08.2008 р.

Передмова

У цьому навчальному посібнику подано тестові завдання з основних тем розділів “Кратні інтеграли” і “Криволінійні інтеграли”, вивчення яких передбачено діючими програмами з вищої математики для економічних і технічних спеціальностей. Тести призначені для оперативної перевірки поточної успішності, а також можуть використовуватися для організації модульного контролю.

Тестові завдання мають закриту форму з вибором однієї правильної відповіді з декількох запропонованих. Кожне завдання позначено символом Q. з порядковим номером, а далі наведено варіанти відповідей, позначені символом V з порядковим номером.

1. Подвійний інтеграл

Q1.1. У чому полягає фізичний і геометричний зміст подвійного інтеграла $\iint_D f(x, y) dx dy$?

V1. $M_D = \iint_D f(x, y) dx dy$ – маса неоднорідної плоскої фігури D і площа фігури D .

V2. $M_D = \iint_D dx dy$ – маса однорідної плоскої фігури D і площа фігури D .

V3. $M_D = \iint_D f(x, y) dx dy$ – маса неоднорідної плоскої фігури D , якщо підінтегральна функція $\rho = f(x, y)$ – густина.

$S_D = \iint_D 1 dx dy$ – площа фігури D .

V4. Якщо $\rho = f(x, y)$ – густина неоднорідної фігури D , тоді $S_D = \iint_D f(x, y) dx dy$ – площа фігури D , $M_D = \iint_D dx dy$ – Неод-

норідна фігура D .

Q1.2. Як виглядає формула переходу від прямокутних до полярних координат у подвійному інтервалі?

$$V1. \iint_{D_{xy}} f(x, y) dx dy = \iint_{D_{\varphi r}} f(r \cos \varphi, r) r dr d\varphi$$

$$V2. \iint_{D_{xy}} f(x, y) dx dy = \iint_{D_{\varphi r}} f(r \sin \varphi, r) r dr d\varphi$$

$$V3. \iint_{D_{xy}} f(x, y) dx dy = \iint_{D_{\varphi r}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr d\varphi$$

$$V4. \iint_{D_{xy}} f(x, y) dx dy = \iint_{D_{\varphi r}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr d\varphi$$

Q1.3. Як записується формула обчислення площі поверхні, яка задана рівнянням $z = f(x, y)$ і проектується на область D площини Oxy , за допомогою подвійного інтеграла?

$$V1. S = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} dx dy$$

$$V2. S = \iint_D \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} dx dy$$

$$V3. S = \iint_D \sqrt{1 + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}} dx dy$$

$$V4. S = \iint_D \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x \partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} dx dy$$

Q1.4. Як записується формула обчислення статичного моменту M_x неоднорідної плоскої області D на площині Oxy відносно осі Ox за допомогою подвійного інтеграла?

$$V1. M_x = \iint_D \rho(x, y) dx dy . \quad V2. M_x = \iint_D y \cdot \rho(x, y) dx dy .$$

$$V3. M_x = \iint_D x \cdot \rho(x, y) dx dy . \quad V4. M_x = \iint_D y dx dy .$$

Q1.5. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_0^{x^2} dy$ і чому вона дорівнює?

V1. Фігура D , яка обмежена лініями $x = 0, x = 1, y = 0, y = x^2$; $S = 1/3$ кв.од.

V2. Фігура D , яка обмежена лініями $x = 1, x = 2, y = 0, y = x^2$; $S = 3$ кв.од.

V3. Фігура D , яка обмежена лініями $x = 0, x = 1, y = 1, y = x^2$; $S = 1$ кв.од.

V4. Фігура D , яка обмежена лініями $x = 1, x = 3, y = 1, y = x^2$; $S = 3$ кв.од.

Q1.6. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^2}^x dy$ і чому дорівнює S ?

V1. Фігура D , яка обмежена лініями $x = 1, x = 2, y = x^2, y = x$; $S = 1/6$ кв.од.

V2. Фігура D , яка обмежена лініями $x = 0, x = 1, y = x^2, y = x$; $S = 1/6$ кв.од.

V3. Фігура D , яка обмежена лініями $x = 0, x = 2, y = x, y = x^2$; $S = 1/3$ кв.од.

V4. Фігура D , яка обмежена лініями $x = 0, x = 1, y = x, y = x^2$; $S = 6$ кв.од.

Q1.7. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{1-x}^{x^2+1} dy$ і чому дорівнює S ?

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, y = x^2 + 1, S = 5/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 1 + x, y = x^2 + 1, S = 6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 1 - x, y = x^2 + 1, S = 5/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y = 1 - x, y = x^2, S = 5 \text{ кв.од.}$$

Q1.8. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y = x^2, y = \sqrt{x}, S = 3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = \sqrt{x}, S = 2 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, y = x^2, S = 2/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x^2, y = \sqrt{x}, S = 1/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.9. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{2x} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = 2x, S = 1/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = 2x, S = 2/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x-1}, y = 2x, S = 4/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = 2x, S = 2/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.10. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^2 dx \int_x^{2x} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x, y + 2x = 0, S = 2 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = 2x, S = 4 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = 2x, S = 2 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = 2x, S = 3 \text{ кв.од.}$$

Q1.11. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^3}^1 dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x^3, y = 1, S = 3/4 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x^3, y = 1, S = 4/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x^3, y = 1, S = 3/2 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x^3, y = 1, S = 2/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.12. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_{-1}^2 dx \int_{-x}^{\sqrt{x+2}} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = -1, y = \sqrt{x+2}, y - x = 0, S = 37/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = -1, y = \sqrt{x+2}, y = -x, S = 7/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = -1, y = \sqrt{x+2}, y = -x, S = 1/2 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = -1, y = \sqrt{x+2}, y = -x, S = 37/6 \text{ кв.од.}$$

Q1.13. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^2 dx \int_{x^2}^{2x+1} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2, y = 2x + 1, S = 5/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2, y = 2x + 1, S = 10/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2, y = 2x + 1, S = 1/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2, y = 2x + 1, S = 7/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.14. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_x^{4-x^2} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 4 - x^2, y = x, S = 9/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 4 - x^2, y + x = 0, S = 19/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 4 - x^2, y = x, S = 19/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 4 - x^2, y + x = 0, S = 9/6 \text{ кв.од.}$$

Q1.15. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{2-x^2}} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y^2 = 2 - x, y = x^2, S = \pi/4 - 1/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y^2 = 2 - x^2, y = x^2, S = \pi/4 + 1/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, x^2 = y - 2, y = x^2, S = \pi/4 - 1/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y^2 + x^2 = 2, y = x^2, S = 1/6 \text{ кв.од.}$$

Q1.16. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{3-3x/2}^{4-x^2} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 4 - x^2, y = 3 - 3x/2, S = 2/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 4 - x^2, 2y + 3x - 6 = 0, S = 17/12 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, x^2 = y - 4, y = 3 - 3x/2, S = 5/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 4 - x^2, 2y + 3x - 6 = 0, S = 37/12 \text{ кв.од.}$$

Q1.17. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_{-1}^0 dx \int_{-\sqrt{x+2}}^{-x} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y^2 = x - 2, y = -x, S = 1/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y^2 = x + 2, y = -x, S = 4\sqrt{2}/3 - 1/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y^2 = x + 2, y = -x, S = 1/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y^2 = x + 2, y = -x, S = 4\sqrt{2}/3 - 1/6 \text{ кв.од.}$$

Q1.18. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_1^4 dx \int_0^{\sqrt{x}} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 4, x = 1, y = \sqrt{x}, S = 14/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 4, x = 1, y = \sqrt{x}, S = 1/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 4, x = 1, y = \sqrt{x}, S = 4/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 4, x = 1, y = \sqrt{x}, S = 41/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.19. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{6x+1} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 6x - 1, y = x^2, S = 11/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y - 6x - 1 = 0, y = x^2, S = 1/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y - 6x - 1 = 0, y = x^2, S = 11/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y + 6x + 1 = 0, y = x^2, S = 11/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.20. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^2-4x+3}^{2x-x^2+3} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 3 - 2x - x^2, y = x^2 - 4x + 3, S = 5/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 4 - (x - 1)^2, y = x^2 - 4x + 3, S = 4/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 3 + 2x - x^2, y = x^2 - 4x + 3, S = 4/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 4 - (x - 1)^2, y = x^2 - 4x + 3, S = 7/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.21. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{x}} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = x^2 - 1, S = 1/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = x^2 - 1, S = 5/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = x^2 - 1, S = 4/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = x^2 - 1, S = 2/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.22. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^2+2x-1}^{4-x} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, x/4 + y/4 = 1, y = (x + 1)^2 - 2, S = 19/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, x + y = 4, y = (x - 1)^2 - 2, S = 11/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, x/4 + y/4 = 1, y = (x + 1)^2 + 2, S = 13/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, x/2 + y/2 = 1, y = (x + 1)^2 - 2, S = 29/6 \text{ кв.од.}$$

Q1.23. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_1^2 dx \int_{x+1}^{2x-x^2+3} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y + x = 1, y = -x^2 + 2x + 3, S = 7/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y - x = 1, y = -x^2 + 2x + 3, S = 6/7 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y - x = 1, y = -x^2 + 2x + 3, S = 7/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y - x = 1, y = -x^2 - 2x + 3, S = 6/7 \text{ кв.од.}$$

Q1.24. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^4}^4 dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y = 4, y = x^4, S = 17/5 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y = 4, y = x^4, S = 19/5 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y = 4, y = x^4, S = 9/5 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y = 4, y = x^4, S = 16/5 \text{ кв.од.}$$

Q1.25. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_{-1}^0 dx \int_{-x}^{3-(x+1)^2} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = -1, x = 0, y - x = 0, y = 2 - 2x - x^2, S = 13/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями
 $x = -1, x = 0, y + x = 0, y = 2 - 2x - x^2, S = 11/6$ кв.од.

V3. Фігура D , яка обмежена лініями
 $x = -1, x = 0, y = -x, y = 2 + 2x - x^2, S = 11/6$ кв.од.

V4. Фігура D , яка обмежена лініями
 $x = -1, x = 0, y = -x, y = 2 - 2x - x^2, S = 13/6$ кв.од.

Q1.26. Площа якої фігури D обчислюється за формулою
 $S = \iint_D dx dy = \int_1^4 dx \int_{-x}^x dy$ і чому дорівнює S ?

V1. Фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 1, x = 4, y - x = 0, y + x = 0, S = 12$ кв.од.

V2. Фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 1, x = 4, y - x = 0, y + x = 0, S = 15$ кв.од.

V3. Фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 1, x = 4, y - x = 0, y + x = 0, S = 5$ кв.од.

V4. Фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 1, x = 4, y - x = 0, y + x = 0, S = 9$ кв.од.

Q1.27. Площа якої фігури D обчислюється за формулою
 $S = \iint_D dx dy = \int_0^3 dx \int_{2-2x/3}^{4-4x/3} dy$ і чому дорівнює S ?

V1. Фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 0, x = 3, 3y + 2x = 6, 3y - 4x - 12 = 0, S = 3$ кв.од.

V2. Фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 0, x = 3, 3y + 2x = 6, 3y + 4x - 12 = 0, S = 5$ кв.од.

V3. Фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 0, x = 3, 3y + 2x = 6, 3y + 4x - 12 = 0, S = 3$ кв.од.

V4. Фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 0, x = 3, 3y - 2x = 6, 3y + 4x - 12 = 0, S = 6$ кв.од.

Q1.28. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^2 dx \int_0^{x^2-4x+4} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = (x - 2)^2, y = 0, S = 3/8 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = (x + 2)^2, y = 0, S = 3/8 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2 - 2x + 4, S = 8/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = (x - 2)^2, y = 0, S = 8/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.29. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^4 dx \int_{x^2-4x+4}^4 dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 4, y = (x - 2)^2, y = 4, S = 32/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 4, y = x^2 - 4x + 4, y = 4, S = 74/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 4, y = (x - 2)^2, y = 4, S = 40/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 4, y = (x + 2)^2, y = 4, S = 76/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.30. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{2-x^2} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = -1, y = 2 - x^2, y = x^2, S = 3/8 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = -1, y = 2 - x^2, y = x^2, S = 4/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = -1, y = 2 - x^2, y = x^2, S = 8/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = -1, y = 2 - x^2, y = x^2, S = 3/4 \text{ кв.од.}$$

Q1.31. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^2 dx \int_{-1}^{x^2} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y = -1, y = x^2, S = 13/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y = -1, y = x^2, S = 10/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y = -1, y = x^2, S = 16/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y = -1, y = x^2, S = 14/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.32. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^2-2x}^{4-x^2} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x, S = 13/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x, S = 13/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x, S = 14/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x, S = 10/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.33. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_1^4 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 4, y^2 = x, S = 19/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 4, y^2 = x, S = 28/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 4, y^2 = x, S = 23/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 4, y^2 = x, S = 20/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.34. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^1 dx \int_0^{7-7x/2} dy \text{ і чому дорівнює } S ?$$

V1. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, 2y + 7x - 14 = 0, S = 11/4 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, 2y - 7x - 14 = 0, S = 21/4 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, 2y + 7x - 14 = 0, S = 21/4 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, 2y + 7x + 14 = 0, S = 23/4 \text{ кв.од.}$$

Q1.35. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^3}^x xy dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і маса } M_D ?$$

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x^3, y = x; \rho = xy; M_D = 1/16 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y = x, y = x^3; \rho = xy; M_D = 1/16 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, y = x^2; \rho = x^2; M_D = 5/16 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^3, y = x; \rho = xy; M_D = 5/16 \text{ од}^3.$$

Q1.36. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} x^2 \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і маса } M_D?$$

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x^3, y = x^2; \rho = x^2; M_D = 1/30 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y = x^3, y = x^2; \rho = x^2; M_D = 3 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, y = x^3; \rho = x^2; M_D = 6 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x^2, y = x; \rho = x^2; M_D = 1/30 \text{ од}^3.$$

Q1.37. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^1 dx \int_0^{1-x^2} 3y \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і маса } M_D?$$

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1 + x^2; \rho = 3y; M_D = 4/5 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y = 0, y = 1 - x^2; \rho = y; M_D = 5/4 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1 - x^2; \rho = 3y; M_D = 4/5 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = 1 - x^2; \rho = 3y; M_D = 5/4 \text{ од}^3.$$

Q1.38. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^2 dx \int_0^{4-x^2} 3x \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і}$$

маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 4 - x^2; \rho = 3x; M_D = 18 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, y = 0, x = 2, y = 4 - x^2; \rho = 3; M_D = 14 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, y = 0, x = 2, y = 4 - x^2; \rho = x; M_D = 16 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = 4 - x^2; \rho = 3x; M_D = 12 \text{ од}^3.$$

Q1.39. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^2 dx \int_0^{3-3x/4} y \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho$$

і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, 4y + 3x = 12; \rho = y; M_D = 3/4 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, 4y - 3x = 12; \rho = y; M_D = 4/33 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, 4y - 3x = 12; \rho = y; M_D = 31/4 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, 4y + 3x = 12; \rho = y; M_D = 21/4 \text{ од}^3.$$

Q1.40. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^{0,5} dx \int_x^{1-x} 2x \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і}$$

маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1/2, y = 0, y + x = 1; \rho = 2x; M_D = 12 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 0.5, y = 0, y - x = 1; \rho = x; M_D = 1/12 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1/2, y = 0, y + x = 1; \rho = 2x; M_D = 1/12 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1/2, y = 0, y + x = 1; \rho = x^2; M_D = 1/2 \text{ од}^3.$$

Q1.41. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^2 dx \int_0^{2x-x^2} x \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і маса } M_D?$$

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = 2x - x^2; \rho = x; M_D = 8/3 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = 2x + x^2; \rho = x; M_D = 5/3 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = -2x + x^2; \rho = 2x; M_D = 4 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = 2x - x^2; \rho = x; M_D = 4/3 \text{ од}^3.$$

Q1.42. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^2 dx \int_0^{x^2-4x+4} x y \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і маса } M_D?$$

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = (x - 2)^2; \rho = xy; M_D = 16/15 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = (x + 2)^2; \rho = x; M_D = 22/15 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = (x - 2)^2; \rho = ux; M_D = 12/5 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = (x - 2)^2; \rho = y; M_D = 2/15 \text{ од}^3.$$

Q1.43. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_{-2}^0 dx \int_{-x}^4 x^2 \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і}$$

маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -2, y + x = 0, y = 4; \rho = x; M_D = 4/3 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -2, y + x = 0, y = 4; \rho = x^2; M_D = 20/3 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -2, y - x = 0, y = 4; \rho = x^2; M_D = 4/3 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -2, y + x = 0, y = 4; \rho = y^2; M_D = 25/3 \text{ од}^3.$$

Q1.44. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^2 dx \int_0^{x^2} x^3 \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і}$$

маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2, y = 0; \rho = x^3; M_D = 2/3 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2, y = 0; \rho = x^2; M_D = 32/3 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2, y = 0; \rho = x^3; M_D = 32/3 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2, y = 0; \rho = y^3; M_D = 2/3 \text{ од}^3.$$

Q1.45. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^3 dx \int_x^{3x} x \, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 3, y = x, y - 3x = 0; \rho = x; M_D = 18 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 3, y = x, y = 3x; \rho = x; M_D = 8 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 3, y = x, y - 3x = 0; \rho = ux; M_D = 15 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 3, y + x = 0, y = 3x; \rho = x; M_D = 18 \text{ од}^3.$$

Q1.46. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_1^3 dx \int_0^{6/x} x^2 y \, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 3, ux = 6, y = 0; \rho = xy^2; M_D = 36 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 3, ux = 6, y = 0; \rho = ux^2; M_D = 24 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 3, ux = 6, y = 0; \rho = ux^2; M_D = 36 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 3, x = 6/y, y = 0; \rho = ux; M_D = 6 \text{ од}^3.$$

Q1.47. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^4 dx \int_0^{x^2} \frac{9y^2}{8x} \, dy$; чому дорівнює густина ρ і

маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 4, y = x^2, y = 0; \rho = y^2/x; M_D = 21 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 4, y = x^2, y = 0; \rho = (9y)/(8x); M_D = 26 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 4, y = x^2, y = 0; \rho = y^2/(8x); M_D = 16 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 4, y = x^2, y = 0; \rho = (9y^2)/(8x); M_D = 216 \text{ од}^3.$$

Q1.48. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_2^4 dx \int_0^{x^3} \frac{dy}{x^2}; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і маса}$$

M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 4, y = x^3, y = 0; \rho = x^{-2}; M_D = 6 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 4, y = x^3, y = 0; \rho = x^2; M_D = 6 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 4, y = x^3, y = 0; \rho = 1/x; M_D = 5 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 4, y = x^3, y = 0; \rho = 1/x^2; M_D = 16 \text{ од}^3.$$

Q1.49. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^1 dx \int_x^{2-x^2} 3 \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і}$$

маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y + x = 0, y = 2 - x^2; \rho = 3; M_D = 2/7 \text{ од}^3.$$

- V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 1, x = 0, y - x = 0, y = 2 - x^2$; $\rho = 3; M_D = 7/2$ од³.
- V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 1, x = 0, y - x = 0, y = 2 - x^2$; $\rho = x; M_D = 7/3$ од³.
- V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 1, x = 0, y - x = 0, y = 2 - x^2$; $\rho = 3x; M_D = 2/5$ од³.
- Q1.50. Маса якої фігури D обчислюється за формулою
 $M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^2 dx \int_0^{2x-x^2} y \, dy$; чому дорівнює густина ρ і
 маса M_D ?
- V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 2, x = 0, y = 0, y = x^2 + 2x$; $\rho = y; M_D = 2/15$ од³.
- V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 2, x = 0, y = 0, y = -x^2 + 2x$; $\rho = y; M_D = 22/15$ од³.
- V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 2, x = 0, y = 0, y = x^2 - 2x$; $\rho = 4; M_D = 4/15$ од³.
- V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 2, x = 0, y = 0, y = -x^2 + 2x$; $\rho = y; M_D = 8/15$ од³.
- Q1.51. Маса якої фігури D обчислюється за формулою
 $M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^2 dx \int_{2-x}^{4-x} (x+1) \, dy$; чому дорівнює густина
 ρ і маса M_D ?
- V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 2, x = 0, y + x = 2, y + x = 4$; $\rho = 1 + x; M_D = 8$ од³.
- V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями
 $x = 2, x = 0, y + x = 2, y + x = 4$; $\rho = x; M_D = 6$ од³.
- V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y + x = 2, y - x = 4 ; \rho = 1; M_D = 4 \text{ од}^3 .$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y + x = 0, y + x = 4 ; \rho = 1 + x; M_D = 12 \text{ од}^3 .$$

Q1.52. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^1 dx \int_{2-2x-x^2}^{3+x} x \, dy ; \text{чому дорівнює густина } \rho$$

і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y - x = 3, y = 2 - 2x - x^2 ; \rho = x; M_D = 4/7 \text{ од}^3 .$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y + x = 3, y = 2 - 2x - x^2 ; \rho = x; M_D = 7/3 \text{ од}^3 .$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y - x = 3, y = 3 - (x + 1)^2 ; \rho = 1; M_D = 7/4 \text{ од}^3 .$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y - x = 3, y = 3 - (x + 1)^2 ; \rho = x; M_D = 7/4 \text{ од}^3 .$$

Q1.53. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_{-1}^1 dx \int_0^{3+3x/2} xy \, dy ; \text{чому дорівнює густина}$$

ρ і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = -1, x = 1, y = 0, 2y + 3x - 6 = 0 ; \rho = xy; M_D = 6 \text{ од}^3 .$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = -1, x = 1, y = 0, 2y - 3x - 6 = 0 ; \rho = y; M_D = 4 \text{ од}^3 .$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = -1, x = 1, y = 0, 2y - 3x - 6 = 0 ; \rho = xy; M_D = 3 \text{ од}^3 .$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = -1, x = 1, y = 0, 2y - 3x + 6 = 0 ; \rho = x; M_D = 7 \text{ од}^3 .$$

Q1.54. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_{-3}^0 dx \int_{-2x/3-2}^{4+4x/3} 2x^2 \, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями $x = -3, x = 0, 3y + 2x + 6 = 0, 3y - 4x - 12 = 0$; $\rho = 2x; M_D = 27 \text{ од}^3$.

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями $x = -3, x = 0, 3y + 2x + 6 = 0, 3y - 4x - 12 = 0$; $\rho = x^2; M_D = 24 \text{ од}^3$.

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями $x = -3, x = 0, 3y + 2x + 6 = 0, 3y - 4x + 12 = 0$; $\rho = 2x^2; M_D = 25 \text{ од}^3$.

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями $x = -3, x = 0, 3y + 2x + 6 = 0, 3y - 4x - 12 = 0$; $\rho = 2x^2; M_D = 27 \text{ од}^3$.

Q1.55. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^1 dx \int_{\sqrt[3]{x^2}}^{2-x} 3x \, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями $x = 0, x = 1, y^3 = x, y + x = 2$; $\rho = 3x; M_D = 3/7 \text{ од}^3$.

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями $x = 0, x = 1, y^3 = x^2, y + x = 2$; $\rho = 3x; M_D = 7/8 \text{ од}^3$.

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями $x = 0, x = 1, y = x^2, y + x = 2$; $\rho = 3x; M_D = 5/8 \text{ од}^3$.

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями $x = 0, x = 1, y = \sqrt[3]{x^2}, y + x = 2$; $\rho = 3x; M_D = 3/4 \text{ од}^3$.

Q1.56. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^1 dx \int_{2x-2}^{\sqrt[3]{x^2}} \sqrt{x} \, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt[3]{x^2}, y + x = 2; \rho = x; M_D = 164/7 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y^3 = x^2, y - 2x + 2 = 0; \rho = \sqrt{x}; M_D = 14/15 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y^3 = x^2, y - 2x - 2 = 0; \rho = \sqrt{x}; M_D = 19/154 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y^3 = x^2, y - 2x + 2 = 0; \rho = \sqrt{x}; M_D = 194/195 \text{ од}^3.$$

Q1.57. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^2 dx \int_0^{2x^2} y \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і маса } M_D?$$

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 2x^2, y = 0; \rho = 2y; M_D = 2/5 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 2x^2, y = 0; \rho = y/2; M_D = 64/5 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 2x^2, y = 0; \rho = 2; M_D = 22/5 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 2x^2, y = 0; \rho = y/2; M_D = 33/5 \text{ од}^3.$$

Q1.58. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^1 dx \int_0^{1-\sqrt{x}} x \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і маса } M_D?$$

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, x = (y-1)^2, y = 0; \rho = x; M_D = 7/10 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, x = (1 - y)^2, y = 0; \rho = x; M_D = 1/10 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, x = (1 - y)^2, y = 0; \rho = yx; M_D = 9/10 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, x = (y + 1)^2, y = 0; \rho = x^2; M_D = 11/10 \text{ од}^3.$$

Q1.59. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^2 dx \int_{-x}^0 xy^2 \, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y - x = 0, y = 0; \rho = xy^2; M_D = 32/15 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y - x = 0, y = 0; \rho = xy; M_D = 31/15 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y - x = 0, y = 0; \rho = y^2; M_D = 22/15 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y - x = 0, y = 0; \rho = x^2; M_D = 34/15 \text{ од}^3.$$

Q1.60. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_1^2 dx \int_x^{x^3} y \, dy$, чому дорівнює густина ρ і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 1, y = x^3, y - x = 0; \rho = y; M_D = 166/21 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 1, y = x^3, y - x = 0; \rho = 1; M_D = 146/21 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 1, y = x^3, y + x = 0; \rho = x; M_D = 66/23 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 1, y = x^3, y + x = 0; \rho = y^2; M_D = 56/21 \text{ од}^3.$$

Q1.61. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_{-1}^0 dx \int_{-x}^{\sqrt[3]{x^2}} 4y^2 dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і маса } M_D?$$

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y^3 = x^2, y - x = 0; \rho = 4y; M_D = 5/18 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y^3 = x^2, y + x = 0; \rho = 4y^2; M_D = 1/9 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y = \sqrt[3]{x^2}, y + x = 0; \rho = 4y^2; M_D = 5/18 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y = \sqrt[3]{x^2}, y + x = 0; \rho = y^2; M_D = 5/9 \text{ од}^3.$$

Q1.62. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^1 dx \int_x^{x+1} 2xy \, dy; \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і маса } M_D?$$

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, x + y + 1 = 0; \rho = xy; M_D = 6/7 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y + x = 0, x - y + 1 = 0; \rho = 2x; M_D = 7/9 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, x - y + 1 = 0; \rho = 2xy; M_D = 7/6 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, x - y + 1 = 0; \rho = 2y; M_D = 5/6 \text{ од}^3.$$

Q1.63. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^2 dx \int_{x^2-4x+4}^{4-x^2} x \, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = (x - 2)^2, y = 4 - x^2; \rho = x; M_D = 8/3 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = (x - 2)^2, y = 4 - x^2; \rho = ux; M_D = 3/8 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2 - 4x + 4, y = 4 - x^2; \rho = x; M_D = 5/3 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2 - 4x + 4, y = x^2 - 4; \rho = x; M_D = 7/3 \text{ од}^3.$$

Q1.64. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$M_D = \iint_D \rho \, dx dy = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} 2x \, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D ?

V1. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y^2 + x^2 = 4; \rho = x; M_D = 1/3 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y^2 + x^2 = 4; \rho = 2x; M_D = 16/3 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = \sqrt{4 - x^2}; \rho = 2x; M_D = 5/16 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D , яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = \sqrt{4 - x^2}; \rho = x^2; M_D = 7/16 \text{ од}^3.$$

2. Потрійний інтеграл

Q2.1. У чому полягає фізичний і геометричний зміст потрійного інтеграла $\iiint_D f(x, y, z) dx dy dz$?

V1. $M_D = \iiint_D f(x, y, z) dx dy dz$ – маса плоскої фігури D , якщо

$\rho = f(x, y, z)$ – її густина. $V_D = \iiint_D dx dy dz$ – площа фігури D .

V2. $M_D = \iiint_D f(x, y, z) dx dy dz$ – маса неоднорідної просторової

області D , якщо $\rho = f(x, y, z)$ – її густина. $V_D = \iiint_D dx dy dz$ –

об'єм області D .

V3. $V_D = \iiint_D f(x, y, z) dx dy dz$ – об'єм неоднорідного тіла D ,

якщо $\rho = f(x, y, z)$ – густина області D . $M_D = \iiint_D dx dy dz$ –

маса тіла D .

V4. Потрійний інтеграл не має геометричного і фізичного змісту.

Q2.2. Як записується за допомогою потрійного інтеграла момент інерції неоднорідного просторового тіла D відносно осі Ox , якщо $\rho = f(x, y, z)$ – його густина?

V1. $J_{Ox} = \iiint_D (x^2 + y^2) f(x, y, z) d\vartheta$

V2. $J_{Ox} = \iiint_D (x^2 + z^2) f(x, y, z) d\vartheta$

V3. $J_{Ox} = \iiint_D (y^2 + z^2) f(x, y, z) d\vartheta$

V4. $J_{Ox} = \iiint_D (x^2 + y^2) dx dy dz$

Q2.3. Як записується формула обчислення статичного моменту M_x неоднорідної просторової області V відносно площини Oyz за допомогою потрійного інтеграла, якщо $\rho(x, y, z)$ – густина?

$$V1. M_x = \iiint_V x \rho(x, y, z) dx dy dz \quad V2. M_x = \iiint_V x dx dy dz$$

$$V3. M_x = \iiint_V xy \cdot \rho(x, y, z) dx dy dz \quad V4. M_x = \iiint_V xy dx dy dz$$

Q2.4. За якою формулою обчислюється маса просторового тіла, яке займає область V і має густину $\rho = f(x, y, z)$?

$$V1. m = \iiint_V f(x, y, z) dx dy dz \quad V2. m = \iiint_V y \cdot f(x, y, z) dx dy dz$$

$$V3. m = \iiint_V x \cdot f(x, y, z) dx dy dz \quad V4. m = \iiint_V dx dy dz$$

Q2.5. Як записується за допомогою потрійного інтеграла момент інерції неоднорідного просторового тіла V відносно початку координат, якщо $\rho = f(x, y, z)$ – його густина?

$$V1. J_O = \iiint_V (x^2 + z^2) f(x, y, z) d\vartheta$$

$$V2. J_O = \iiint_V (y^2 + z^2) f(x, y, z) d\vartheta$$

$$V3. J_O = \iiint_V (x^2 + y^2) f(x, y, z) d\vartheta$$

$$V4. J_O = \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) f(x, y, z) d\vartheta$$

Q2.6. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^3 dy \int_0^3 dz$ і чому дорівнює V_D ?

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, y = 0, z = 0; x = 2, y = 3, z = 3; V_D = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 1, x = 2, y = 1, y = 3, z = 0, z = 3; V_D = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 1, x = 3, y = 0, y = 3, z = 1, z = 3; V_D = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = 2, z = 1, z = 3; V_D = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18 \text{ од.}^3$$

Q2.7. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^2 dy \int_0^{2-y} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = 2, z = 0, z = 2 + y; V_D = 2 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = 2, z = 0, z = 2 - y; V_D = 4 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 2, z = 1, z = 2 - y; V_D = 1 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 1, x = 2, y = 1, y = 2, z = 0, z = 2 - y; V_D = 4 \text{ од.}^3$$

Q2.8. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^3 dx \int_0^3 dy \int_0^{3-x} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 3, y = 1, y = 3, z = 0, z = x - 3; V_D = 27 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 1, x = 3, y = 0, y = 3, z = 0, z = x - 3; V_D = 27 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 3, y = 0, y = 3, z = 0, z = 3 - x; V_D = 27/2 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 1, x = 2, y = 0, y = 3, z = 1, z = 3 - x; V_D = 27/2 \text{ од.}^3$$

Q2.9. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^1 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1 + x, z = 0, z = 1; V_D = 1 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, y = 0, y = 1 + x, z = 0, z = 2; V_D = 2 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 1 - x, y = 1, z = 0, z = 1; V_D = 1/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, y = 0, y = 1 - x, z = 0, z = 1; V_D = 1/2 \text{ од.}^3$$

Q2.10. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_1^{1+x} dy \int_0^2 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 1 + x, y = 1, z = 0, z = 2; V_D = 1 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 1 + x, y = 1, z = 0, z = 2; V_D = 1/4 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 1 - x, y = 1, z = 0, z = 2; V_D = 4 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 1 + x, y = 1, z = 0, z = 2; V_D = 3/2 \text{ од.}^3$$

Q2.11. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} dy \int_0^2 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 1 - x, y = x^2, z = 0, z = 2; V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 2 - x, y = x^2, z = 0, z = 2; V_D = 7/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 2 - x, y = x^2, z = 0, z = 2; V_D = 5/6 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 2 - x, y = x^2, z = 0, z = 1; V_D = 3/4 \text{ од.}^3$$

Q2.12. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x-1}^{1-x} dy \int_0^2 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y + x = 1, x - y = 1, z = 1, z = 2; V_D = 2 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y + x = 1, x - y = 1, z = 0, z = 2; V_D = 1/2 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y + x = 1, x - y = 1, z = 0, z = 2; V_D = 2/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y + x = 1, x - y = 1, z = 0, z = 2; V_D = 2 \text{ од.}^3$$

Q2.13. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_1^3 dx \int_0^{x^2} dy \int_0^1 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 3, x = 1, y = x^2, y = 0, z = 0, z = 1; V_D = 2/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 3, x = 1, y = x^2, y = 0, z = 0, z = 1; V_D = 26/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 3, x = 1, y = x^2, y = 0, z = 0, z = 1; V_D = 32/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 3, x = 1, y = x^2, y = 0, z = 0, z = 1; V_D = 3/26 \text{ од.}^3$$

Q2.14. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_{-1}^1 dx \int_0^{1-x^2} dy \int_0^{y^2+2x^2} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = -1, x = 1, y = 1 - x^2, y = 0, z = 0, z = y^2 + 2x^2; V_D = \frac{3}{10} \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = -1, x = 1, y = 1 - x^2, y = 0, z = 0, z = y^2 + 2x^2; V_D = \frac{9}{10} \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = -1, x = 1, y = 1 - x^2, y = 0, z = 0, z = y^2 + 2x^2; V_D = \frac{88}{105} \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = -1, x = 1, y = 1 - x^2, y = 0, z = 0, z = y^2 + 2x^2; V_D = \frac{38}{105} \text{ од.}^3$$

Q2.15. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{x^2+1} dy \int_{-1}^1 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x^2 + 1, y^2 = x, z = -1, z = 1; V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x^2 + 1, y^2 = x, z = -1, z = 1; V_D = 3/4 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x^2 + 1, y^2 = x, z = 1, z = 1; V_D = 2/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x^2 + 1, y^2 = x, z = -1, z = 1; V_D = 1/3 \text{ од.}^3$$

Q2.16. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^4 dx \int_{\sqrt{x}}^2 dy \int_0^2 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 4, y = \sqrt{x}, y = 2, z = 0, z = 2; V_D = 1/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 4, y = \sqrt{x}, y = 2, z = 0, z = 2; V_D = 8/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 4, y = \sqrt{x}, y = 2, z = 0, z = 2; V_D = 10/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 4, y = \sqrt{x}, y = 2, z = 0, z = 2; V_D = 16/3 \text{ од.}^3$$

Q2.17. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^x dy \int_0^y dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y - x = 0, y = 0, z - y = 0, z = 0; V_D = 3/4 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y - x = 0, y = 0, z - y = 0, z = 0; V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y + x = 0, y = 0, z + y = 0, z = 0; V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y - x = 0, y = 0, z + y = 0, z = 0; V_D = 2/3 \text{ од.}^3$$

Q2.18. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^2 dx \int_x^4 dy \int_0^3 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y - x = 0, y = 4, z = 0, z = 3; V_D = 18 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y + x = 0, y = 4, z = 0, z = 3; V_D = 8 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y + x = 0, y = 4, z = 0, z = 3; V_D = 18 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y - x = 0, y = 4, z = 0, z = 3; V_D = 81 \text{ од.}^3$$

Q2.19. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^x dy \int_0^{4-y^2} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = 0, z = 0, z = 4 - y^2; V_D = 20/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = 0, z = 0, z = 4 - y^2; V_D = 2/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = 0, z = 0, z = 4 - y^2; V_D = 3/20 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = 0, z = 0, z = 4 - y^2; V_D = 10/3 \text{ од.}^3$$

Q2.20. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^x dy \int_0^{y^2} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 2, y + x = 0, y = 0, z = 0, z = y^2; V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = 0, z = 0, z = y^2; V_D = 3/4 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = 0, z = 0, z = y^2; V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = 0, z = 0, z = y^2; V_D = 7/3 \text{ од.}^3$$

Q2.21. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_x^{2-x} dy \int_0^2 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 2 - x, y - x = 0, z = 0, z = 2; V_D = 4 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 2 - x, y + x = 0, z = 0, z = 2; V_D = 2 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 2 - x, y - x = 0, z = 0, z = 2; V_D = 2 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 2 + x, y - x = 0, z = 0, z = 2; V_D = 3/4 \text{ од.}^3$$

Q2.22. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} dy \int_0^{2-y^2} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = x^2, z = 0, z = 2 - y^2; V_D = 61/105 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = x^2, z = 0, z = 2 - y^2; V_D = 4/15 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = x^2, z = 0, z = 2 - y^2; V_D = 6/5 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = x^2, z = 0, z = 2 - y^2; V_D = 3/10 \text{ од.}^3$$

Q2.23. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{2-x-y} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 1 - x, y = 0, z = 0, z + x + y = 2; V_D = 5/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 1 - x, y = 0, z = 0, z - x - y = 2; V_D = 7/9 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 1 + x, y = 0, z = 0, z + x + y = 2; V_D = 7/6 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 1, y = 1 - x, y = 0, z = 0, z + x + y = 2; V_D = 2/3 \text{ од.}^3$$

Q2.24. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x^3}^x dy \int_0^{x^2+y^2} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y + x = 0, y = x^3, z = 0, z = x^2 + y^2; V_D = 2/15 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y - x = 0, y = x^3, z = 0, z = x^2 + y^2; V_D = 2/15 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x, y = x^3, z = 0, z = x^2 + y^2; V_D = 2/5 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x, y = x^3, z = 0, z = x^2 + y^2; V_D = 15/2 \text{ од.}^3$$

Q2.25. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^2 dx \int_x^{2x} dy \int_1^{3-x-y} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 2, x = 0, y = x, y = 2x, z = 1, z - x - y - 3 = 0; V_D = 2/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 2, x = 0, y = x, y = 2x, z = 1, z + x + y - 3 = 0; V_D = 2/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 2, x = 0, y = x, y = 2x, z = 1, z = -x - y + 3; V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 2, x = 0, y = x, y = 2x, z = 1, z = 3 - x - y; V_D = 3/2 \text{ од.}^3$$

Q2.26. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_1^3 dx \int_0^{x/2} dy \int_0^5 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 3, x = 1, y = x/2, y = 0, z = 0, z = 5; V_D = 10 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 3, x = 1, y = x/2, y = 0, z = 0, z = 5; V_D = 5 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 3, x = 1, y = x/2, y = 0, z = 0, z = 5; V_D = 8 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 3, x = 1, y = x/2, y = 0, z = 0, z = 5; V_D = 12 \text{ од.}^3$$

Q2.27. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{x}} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = 0, z = 0, z = \sqrt{x}; V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = 0, z = 0, z = \sqrt{x}; V_D = 3/2 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = 0, z = 0, z = \sqrt{x}; V_D = 2/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = 0, z = 0, z = \sqrt{x}; V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

Q2.28. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_1^2 dy \int_{\sqrt{x}/2}^x dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = 2, z = x, z = \sqrt{x}/2; V_D = 6 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = 2, z = x, z = \sqrt{x}/2; V_D = 1/6 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = 2, z = x, z = \sqrt{x}/2; V_D = 1/4 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = 2, z = x, z = \sqrt{x}/2; V_D = 4 \text{ од.}^3$$

Q2.29. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^4 dx \int_0^{\sqrt{x}} dy \int_{-x}^0 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 4, x = 0, y = \sqrt{x}, y = 0, z = x, z = 0; V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 4, x = 0, y = \sqrt{x}, y = 0, z = -x, z = 0; V_D = 14/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 0, y = \sqrt{x}, y = 0, z = -x, z = 0; V_D = 42/5 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 4, x = 0, y = \sqrt{x}, y = 0, z = -x, z = 0; V_D = 64/5 \text{ од.}^3$$

Q2.30. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^x dy \int_{-x}^{2y^2} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 0, y = x, y = 0, z = 2y^2, z + x = 0; V_D = 1/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 0, y = x, y = 0, z = y^2, z - x = 0; V_D = 16/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 0, y = x, y = 0, z = 2y^2, z + x = 0; V_D = 16/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 0, y = x, y = 0, z = 2y^2, z = -x; V_D = 64/3 \text{ од.}^3$$

Q2.31. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_1^2 dx \int_{x/2}^{2x} dy \int_0^{8-x^2} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 1, y - 2x = 0, 2y = x, z = 0, z = 8 - x^2; V_D = 8/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 1, y = 2x, y = x/2, z = 0, z = 8 - x^2; V_D = 35/8 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 1, y - 2x = 0, 2y = x, z = 0, z = 8 - x^2; V_D = 5/9 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 1, y = 2x, y = x/2, z = 0, z = 8 - x^2; V_D = 99/8 \text{ од.}^3$$

Q2.32. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^2 dx \int_{-x}^{1-x} dy \int_0^{2-x^2} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 0, y = -x, y = 1 - x, z = 0, z = 2 - x^2; V_D = 3/4 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 0, y = -x, y + x = 1, z = 0, z = 2 - x^2; V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 0, y = -x, y = 1 - x, z = 0, z = 2 - x^2; V_D = 5/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 0, y = -x, y = 1 - x, z = 0, z = 2 - x^2; V_D = 7/3 \text{ од.}^3$$

Q2.33. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_1^3 dx \int_x^{3x} dy \int_{-2}^1 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 3, x = 1, y = x, y = 3x, z + 2 = 0, z = 1; V_D = 14 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 3, x = 1, y = x, y = 3x, z + 2 = 0, z = 1; V_D = 42 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 3, x = 1, y = x, y = 3x, z = 2, z = 1; V_D = 32 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 3, x = 1, y = x, y - 3x = 0, z + 2 = 0, z = 1; V_D = 24 \text{ од.}^3$$

Q2.34. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x^2} dy \int_0^{x+y} dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 2 - x^2, y = x^2, z - x = y, z = 0; V_D = 13/6 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 2 - x^2, y = x^2, z = x + y, z = 0; V_D = 11/6 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 2 - x^2, y = x^2, z = x + y, z = 0; V_D = 5/12 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 2 - x^2, y = x^2, z - x - y = 0, z = 0; V_D = 2/3 \text{ од.}^3$$

Q2.35. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_2^5 dx \int_x^{1+x} dy \int_0^3 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 2, x = 5, y = x, y - x - 1 = 0, z = 0, z = 3; V_D = 9 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 2, x = 5, y = x, y = x + 1 = 0, z = 0, z = 3; V_D = 13 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 2, x = 4, y = x, y = x + 1, z = 0, z = 3; V_D = 15 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 1, x = 5, y = x, y = x + 1, z = 0, z = 3; V_D = 8 \text{ од.}^3$$

Q2.36. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$$V_D = \iiint_D dx dy dz = \int_0^2 dx \int_{-x}^{3+x} dy \int_{-2}^1 dz \text{ і чому дорівнює } V_D?$$

V1. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y + x = 0, y = x + 3, z = 2, z = 1; V_D = 8 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y + x = 0, y = x + 3, z = -2, z = 1; V_D = 20 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y + x = 0, y - x - 3 = 0, z + 2 = 0, z = 1; V_D = 30 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D , обмежене площинами

$$x = 0, x = 2, y - x = 0, y - x - 3 = 0, z = -2, z = 1; V_D = 6 \text{ од.}^3$$

Q2.37. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^1 dy \int_0^3 x y dz, \text{ чому дорівнює густи-}$$

на ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 1, z = 0, z = 3; \rho = xy, M_D = 1/2 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, y = x^2, y = 1, z = 1, z = 3; \rho = xy^2, M_D = 2 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, y = x, y = 1, z = 0, z = 3; \rho = x^2y, M_D = 1 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x, y = 2, z = 0, z = 2; \rho = xy, M_D = 3/2 \text{ од.}$$

Q2.38. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} dy \int_0^2 z \, dz, \text{ чому дорівнює густи-$$

на ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = \sqrt{x}, z = 0, z = 2; \rho = z, M_D = 8/3 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = \sqrt{x}, z = 0, z = 2; \rho = z, M_D = 4/3 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = \sqrt{x} + 1, z = 0, z = 3; \rho = z, M_D = 2/3 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = \sqrt{x}, z = 1, z = 3; \rho = z, M_D = 5/3 \text{ од.}$$

Q2.39. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^{x^2} x \, dz, \text{ чому дорівнює густи-$$

на ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 1, z = x^2; \rho = x, M_D = 4 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 2, y = 1, y = 2, z = 0, z = x^2; \rho = x^2, M_D = 2 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = x^2; \rho = x, M_D = 1/4 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 3, x = 4, y = 0, y = 1, z = 0, z = x^2; \rho = x, M_D = 3/4 \text{ од.}$$

Q2.40. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{x}} x \, dz, \text{ чому дорівнює густи-}$$

на ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 2, z = 0, z = \sqrt{x}; \rho = x, M_D = 5 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 4, y = 0, y = 4, z = 0, z = \sqrt{x}; \rho = x, M_D = 2 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 3, y = 4, z = 0, z = x^2; \rho = x, M_D = 5/2 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = \sqrt{x}; \rho = x, M_D = 2/5 \text{ од.}$$

Q2.41. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{-x}^1 dy \int_0^3 xy \, dz, \text{ чому дорівнює густи-}$$

на ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = -x, y = 1, z = 0, z = 3; \rho = y, M_D = 5/8 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y + x = 0, y = 1, z = 0, z = 3; \rho = yx, M_D = 3/8 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = -x, y = 1, z = 0, z = 3; \rho = x, M_D = 3/4 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y + x = 0, y = 1, z = 0, z = 3; \rho = yx^2, M_D = 8/5 \text{ од.}$$

Q2.42. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2x} dy \int_{-1}^3 x \, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 2x, z - 3 = 0, z + 1 = 0; \rho = x, M_D = 5/3 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 2x, z = 3, z = -1; \rho = x, M_D = 5/8 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 2x, z = 3, z = -1; \rho = zx, M_D = 5/8 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 2x, z = 3, z = -1; \rho = x, M_D = 5/12 \text{ од.}$$

Q2.43. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^{2-x^2} dy \int_0^{x+y} y \, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 2 - x^2, z = 0, z = x + y; \rho = y, M_D = 547/420 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 2 - x^2, z = 0, z - x - y = 0; \rho = yz, M_D = 47/70 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 2 - x^2, z = 0, z - x = y; \rho = y, M_D = 953/420 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 2 - x^2, z = 0, z = x + y; \rho = x, M_D = 751/420 \text{ од.}$$

Q2.44. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} dy \int_1^2 x^2 y \, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x^2, y = \sqrt{x}, z = 2, z = 1; \rho = x^2, M_D = 3/5 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x = 0, x = 1, y = x^2, y = \sqrt{x}, z = 2, z = 1; \rho = x^2 y, M_D = 5/6$ од.

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x = 0, x = 1, y = x^2, y = \sqrt{x}, z = 2, z = 1; \rho = xy, M_D = 5/42$ од.

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x = 0, x = 1, y = x^2, y = \sqrt{x}, z = 2, z = 1; \rho = x^2 y, M_D = 3/56$ од.

Q2.45. Маса якого тіла D обчислюється за формулою
 $M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_1^3 dx \int_1^x dy \int_0^{2x^2} (y/x) dz$, чому дорівнює
густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x = 3, x = 1, y = x, y = 1, z = 0, z = 2x^2; \rho = y, M_D = 6$ од.

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x = 3, x = 1, y = x, y = 1, z = 0, z = 2x^2; \rho = y/x, M_D = 16$ од.

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x = 3, x = 1, y = x, y = 1, z = 0, z = 2x^2; \rho = y/x, M_D = 12$ од.

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x = 3, x = 1, y = x, y = 1, z = 0, z = 2x^2; \rho = 1/x, M_D = 15$ од.

Q2.46. Маса якого тіла D обчислюється за формулою
 $M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_1^2 dx \int_1^2 dy \int_0^{x^2} y^2 dz$, чому дорівнює гус-
тина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x = 2, x = 1, y = 2, y = 1, z = 0, z = x^2; \rho = y, M_D = 44/9$ од.

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x = 2, x = 1, y = 2, y = 1, z = 0, z = x; \rho = yx, M_D = 43/9$ од.

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x = 2, x = 1, y = 2, y = 1, z = 0, z = x^2; \rho = y^2, M_D = 5/9$ од.

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 2, x = 1, y = 2, y = 1, z = 0, z = x^2; \rho = y^2, M_D = 49/9 \text{ од.}$$

Q2.47. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} dy \int_0^{2-x-y} 8xy \, dz, \text{ чому дорівнює}$$

густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = 0, z = 0, z = 2 - x - y; \rho = xy, M_D = 23/12 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = 0, z = 0, z = 2 - x - y; \rho = 8xy, M_D = 15/7 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = 0, z = 0, z = 2 - x - y; \rho = 8xy, M_D = 19/21 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = \sqrt{x}, y = 0, z = 0, z = 2 - x - y; \rho = 8xy, M_D = 20/21 \text{ од.}$$

Q2.48. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_1^4 dx \int_{\sqrt{x}}^2 dy \int_2^4 y \, dz, \text{ чому дорівнює}$$

густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 4, x = 1, y = 2, y = \sqrt{x}, z = 2, z = 4; \rho = y, M_D = 9/2 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 4, x = 1, y = 2, y = \sqrt{x}, z = 2, z = 4; \rho = zy, M_D = 7/2 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 4, x = 1, y = 2, y = \sqrt{x}, z = 2, z = 4; \rho = y, M_D = 4/9 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 4, x = 1, y = 2, y = \sqrt{x}, z = 2, z = 4; \rho = yx, M_D = 11/2 \text{ од.}$$

Q2.49. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x^3}^2 dy \int_0^{\sqrt{y}} (1/\sqrt{y}) \, dz, \text{ чому дорівнює}$$

густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 2, y = x^3, z = 0, z = y; \rho = z/\sqrt{y}, M_D = 3/4 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = x^3, z = 0, z = \sqrt{y}; \rho = 1/\sqrt{y}, M_D = 11/4 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 2, y = x^3, z = 0, z = \sqrt{y}; \rho = 1/\sqrt{y}, M_D = 7/4 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = 2, y = x^3, z = 0, z = \sqrt{y}; \rho = \sqrt{y}, M_D = 4/3 \text{ од.}$$

Q2.50. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{1-x^2} dy \int_2^4 yz \, dz, \text{ чому дорівнює гус-}$$

тина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = -1, x = 1, y = x^2, y = 1 - x^2, z = 4, z = 2; \rho = yz, M_D = 4 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = -1, x = 1, y = x^2, y = 1 - x^2, z = 4, z = 2; \rho = y, M_D = 3 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = -1, x = 1, y = x^2, y = 1 - x^2, z = 4, z = 2; \rho = z, M_D = 5 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = -1, x = 1, y = x^2, y = 1 - x^2, z = 4, z = 2; \rho = yz, M_D = 2 \text{ од.}$$

Q2.51. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^1 dy \int_1^2 xz^2 \, dz, \text{ чому дорівнює гус-}$$

тина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 1, z = 1, z = 2; \rho = xz^2, M_D = 7/12 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 1, z = 1, z = 2; \rho = z^2, M_D = 11/12$ од.

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 1, z = 1, z = 2; \rho = xz, M_D = 5/3$ од.

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 1, z = 1, z = 2; \rho = x^2, M_D = 8/15$ од.

Q2.52. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$M_D = \iiint_D \rho \, dx \, dy \, dz = \int_0^1 dx \int_{-x}^x dy \int_0^{2-x^2} x \, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = x, y = -x, z = 0, z = 2 - x^2; \rho = xy, M_D = 4/5$ од.

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = x, y + x = 0, z = 0, z = 2 - x^2; \rho = x, M_D = 17/3$ од.

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = x, y = -x, z = 0, z = 2 - x^2; \rho = zx, M_D = 12/5$ од.

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = x, y = -x, z = 0, z = 2 - x^2; \rho = x, M_D = 14/15$ од.

Q2.53. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$M_D = \iiint_D \rho \, dx \, dy \, dz = \int_0^2 dx \int_{x^2-2}^{x^2} dy \int_0^3 (x + y) \, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = x^2 - 2, y = 0, z = 0, z = 3; \rho = x + y, M_D = 6$ од.

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$x = 0, x = 2, y = x^2 - 2, y = 0, z = 0, z = 3; \rho = x, M_D = 9$ од.

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$x = 0, x = 2, y = x^2 - 2, y = 0, z = 0, z = 3; \rho = x + y, M_D = 16$ од.

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y=x^2-2, y=0, z=0, z=3; \rho=y, M_D=12 \text{ од.}$$

Q2.54. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{-x^2}^1 dy \int_{-y}^y x \, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=-x^2, y=1, z=-y, z=y; \rho=x, M_D=1/2 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=-x^2, y=1, z+y=0, z-y=0; \rho=x, M_D=1/3 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=-x^2, y=1, z=-y, z=y; \rho=y, M_D=3/4 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=-x^2, y=1, z+y=0, z-y=0; \rho=z, M_D=2/3 \text{ од.}$$

Q2.55. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_x^{3x} dy \int_0^{x^2+y^2} xy \, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=3x, y=x, z=0, z=x^2+y^2; \rho=xy, M_D=6 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=3x, y-x=0, z=0, z=x^2+y^2; \rho=zxy, M_D=5 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=3x, y-x=0, z=0, z=x^2+y^2; \rho=xy, M_D=4 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=3x, y=x, z=0, z=x^2+y^2; \rho=y, M_D=7 \text{ од.}$$

Q2.56. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} dy \int_0^{3-x^2-y^2} y \, dz$, чому дорів-

ною густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y^2+x^2=2, y=0, z=0, z+x^2+y^2=3; \rho=y, M_D=8/5 \text{ од}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y^2+x^2=2, y=0, z=0, z=3-x^2-y^2; \rho=y, M_D=12/5 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y^2+x^2=2, y=0, z=0, z=3-x^2-y^2; \rho=y^2, M_D=3/8 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y^2+x^2=2, y=0, z=0, z+x^2+y^2=3; \rho=z, M_D=3/5 \text{ од.}$$

Q2.57. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{-x}^x dy \int_0^{\sqrt{x^2+y^2}} 2z \, dz, \text{ чому дорівнює}$$

густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y+x=0, y=x, z=0, z^2+x^2+y^2=0; \rho=z^2, M_D=7/3 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=-x, y-x=0, z=0, z^2+x^2+y^2=0; \rho=z, M_D=4/3 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y+x=0, y-x=0, z=0, z^2+x^2+y^2=0; \rho=2z, M_D=1/3 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=-x, y=x, z=0, z^2+x^2+y^2=0; \rho=2z, M_D=2/3 \text{ од.}$$

Q2.58. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{2-x^2}} dy \int_0^y 2x^2 \, dz, \text{ чому дорівнює}$$

густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=\sqrt{2-x^2}, y=0, z=0, z-y=0; \rho=2x^2, M_D=4/15 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x=0, x=1, y^2+x^2=2, y=0, z=0, z=y; \rho=2x^2, M_D=34/105$ од.

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x=0, x=1, y=\sqrt{2-x^2}, y=0, z=0, z=y; \rho=2x^2, M_D=41/105$ од.

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x=0, x=1, y=\sqrt{2-x^2}, y=0, z=0, z-y=0; \rho=x, M_D=17/15$ од.

Q2.59. Маса якого тіла D обчислюється за формулою
 $M_D = \iiint_D \rho \, dx \, dy \, dz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^2 dy \int_3^5 xy \, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x=0, x=1, y=x^2, y=2, z=5, z=3; \rho=xy, M_D=13/6$ од.

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x=0, x=1, y=x^2, y-2=0, z=5, z-3=0; \rho=xyz, M_D=5/6$ од.

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x=0, x=1, y=x^2, y=2, z=5, z=3; \rho=xy, M_D=11/6$ од.

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x=0, x=1, y=x^2, y=2, z=5, z=3; \rho=y, M_D=7/6$ од.

Q2.60. Маса якого тіла D обчислюється за формулою
 $M_D = \iiint_D \rho \, dx \, dy \, dz = \int_0^1 dx \int_x^2 dy \int_1^{1+x+3y} 4y \, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x=0, x=1, y=x, y=2, z=0, z=x+3y+1; \rho=y, M_D=9/2$ од.

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x=0, x=1, y-x=0, y=2, z=1, z-x-3y=1; \rho=4y, M_D=69/2$ од.

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями
 $x=0, x=1, y-x=0, y=2, z=0, z-x-3y=1; \rho=z, M_D=7/4$ од.

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=x, y=2, z=1, z=1-x-3y; \rho=4, M_D=17/6 \text{ од.}$$

Q2.61. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^2 dx \int_{2-x}^{2+x} dy \int_2^4 xz \, dz, \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і } M_D?$$

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y-x=2, y-x-2=0, z=2, z=4; \rho = xz, M_D=24 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y-x=2, y=2-x, z=2, z-4=0; \rho = x, M_D=23 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y=2+x, y=2-x, z-2=0, z-4=0; \rho = xz, M_D=48 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y-x=2, y+x-2=0, z-2=0, z-4=0; \rho = xz, M_D=32 \text{ од.}$$

Q2.62. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_{-1}^1 dx \int_{\sqrt{x+1}}^{3+x} dy \int_2^3 x^2 y \, dz, \text{ чому дорівнює густина } \rho \text{ і } M_D?$$

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=-1, x=1, y^2-x=1, y-x-3=0, z=3, z=2; \rho = x^2, M_D = 32/15 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=-1, x=1, y^2-x=1, y-x=3, z-3=0, z=2; \rho = x^2 y, M_D = 43/15 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=-1, x=1, y^2=x+1, y=x+3, z=3, z=2; \rho = xy, M_D = 4/5 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=-1, x=1, y^2-x=1, y=x+3, z=3, z=2; \rho = y, M_D = 24/25 \text{ од.}$$

Q2.63. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_2^3 dy \int_0^{2x^2+y^2} (xy/5) \, dz, \text{ чому дорів-}$$

нює густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y-2=0, y-3=0, z=0, z=2x^2+y^2; \rho=xy, M_D=5/4 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=2, y=3, z=0, z=2x^2+y^2; \rho=xy/5, M_D=13/8 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y-2=0, y-3=0, z=0, z=2x^2+y^2; \rho=x/5, M_D=10/3 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y-2=0, y=3, z=0, z-2x^2-y^2=0; \rho=xy/5, M_D=15/8 \text{ од.}$$

Q2.64. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_{-2}^0 dx \int_{1+x/2}^{1-x} dy \int_1^3 2y \, dz, \text{ чому дорівнює}$$

густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=-2, 2y-x=2, y+x-1=0, z=1, z=3; \rho=2y, M_D=16 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=-2, 2y=x, y=1-x, z=1, z=3; \rho=2zy, M_D=11 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=-2, 2y=x, y=1-x, z=1, z=3; \rho=y^2, M_D=6 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=-2, 2y=2+x, y+x-1=0, z=1, z=3; \rho=2y, M_D=9 \text{ од.}$$

Q2.65. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx dy dz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{4-x^2} dy \int_0^{\sqrt{y}} x\sqrt{y} \, dz, \text{ чому дорівнює}$$

густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, y=x^2, z=0, z=\sqrt{y}; \rho=x\sqrt{y}, M_D=5/3 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, y=x^2, z=0, z^2=y; \rho=\sqrt{y}, M_D=6/5 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, y=x^2, z=0, z^2-y=0; \rho=x\sqrt{y}, M_D=3 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, y=x^2, z=0, z=\sqrt{y}; \rho=x\sqrt{y}, M_D=8/3 \text{ од.}$$

Q2.66. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$$M_D = \iiint_D \rho \, dx \, dy \, dz = \int_0^1 dx \int_{x^2+1}^2 dy \int_0^{3-x-y} x \, dz, \text{ чому дорівнює}$$

густина ρ і M_D ?

V1. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=2, y=1+x^2, z=0, z=3-y-x; \rho=x, M_D=7/30 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=2, y-1=x^2, z=0, z+y+x=3; \rho=x, M_D=13/40 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=2, y=x^2+1, z=0, z=3-y-x; \rho=z, M_D=7/3 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D , обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=2, y=x^2+1, z=0, z=3-y-x; \rho=x, M_D=9/20 \text{ од.}$$

Q2.67. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx \, dy \, dz = \int_0^3 dx \int_0^{4(1-x/3)} dy \int_0^{5(1-x/3-y/4)} dz, \text{ чому дорівнює } V?$$

$$V1. x=0, y=0, z=0, \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 1, V = 10 \text{ од.}^3$$

$$V2. x=0, y=0, z=0, \frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, V = 5 \text{ од.}^3$$

$$V3. x=0, y=0, z=0, \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1, V = 4 \text{ од.}^3$$

$$V4. x=0, y=0, z=0, \frac{x}{5} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1, V = 20 \text{ од.}^3$$

Q2.68. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^3 dx \int_0^{2(1-x/3)} dy \int_0^{1-x/3-y/2} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1, V = \frac{1}{2} \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1, V = 2 \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1, V = 1 \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1, V = 6 \text{ од.}^3$

Q2.69. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^5 dx \int_0^{2(1-x/5)} dy \int_0^{3(1-x/5-y/2)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{3} = 1, V = 10 \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1, V = 4 \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1, V = 5 \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1, V = 3 \text{ од.}^3$

Q2.70. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{4(1-x/2)} dy \int_0^{6(1-x/2-y/4)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1, V = 8 \text{ од.}^3$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{6} + \frac{z}{4} = 1, V = 4 \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{z}{2} = 1, V = 6 \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1, V = 5 \text{ од.}^3$$

Q2.71. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{3-3x/2} dy \int_0^{4-4y/3-2x} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

$$V1. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1, V = 3 \text{ од.}^3$$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1, V = 5 \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1, V = 4 \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1, V = 8 \text{ од.}^3$$

Q2.72. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{5-5x/2} dy \int_0^{1-x/2-y/5} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

$$V1. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{1} = 1, V = \frac{3}{8} \text{ од.}^3$$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1, V = \frac{17}{8} \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{1} = 1, V = \frac{5}{3} \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1, V = \frac{8}{3} \text{ од.}^3$$

Q2.73 Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^3 dx \int_0^{5-5x/3} dy \int_0^{2-2x/3-2y/5} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1, V = 5 \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1, V = 5 \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{3} = 1, V = 15 \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1, V = \frac{5}{2} \text{ од.}^3$

Q2.74. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^5 dx \int_0^{4-4x/5} dy \int_0^{2-2x/5-y/2} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1, V = \frac{124}{75} \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1, V = \frac{20}{3} \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{4} = 1, V = \frac{14}{25} \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 1, V = \frac{10}{3} \text{ од.}^3$

Q2.75. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^6 dx \int_0^{4-2x/3} dy \int_0^{2-x/3-y/2} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1, V = 6 \text{ од.}^3$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1, V = 9 \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1, V = 4 \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1, V = 8 \text{ од.}^3$$

Q2.76. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^5 dx \int_0^{1-x/5} dy \int_0^{3-3x/5-3y} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

$$V1. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1, V = \frac{21}{50} \text{ од.}^3$$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1, V = \frac{9}{2} \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1, V = \frac{5}{2} \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{5} = 1, V = \frac{105}{17} \text{ од.}^3$$

Q2.77. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^3 dx \int_0^{2-2x/3} dy \int_0^{6-2x-3y} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

$$V1. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{6} = 1, V = 9 \text{ од.}^3$$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{6} = 1, V = 7 \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{6} = 1, V = 12 \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{6} = 1, V = 6 \text{ од.}^3$$

Q2.78. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^{7-7x} dy \int_0^{2-2x-2y/7} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{2} = 1, V = 42 \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{7} + \frac{z}{2} = 1, V = 7/3 \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{7} + \frac{z}{2} = 1, V = 10/3 \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} - \frac{y}{7} + \frac{z}{2} = 1, V = 5/6 \text{ од.}^3$

Q2.79. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^3 dx \int_0^{2-2x/3} dy \int_0^{4-4x/3-2y} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1, V = 12 \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1, V = 6 \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1, V = 8 \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1, V = 4 \text{ од.}^3$

Q2.80. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^4 dx \int_0^{5(1-x/4)} dy \int_0^{3(1-x/4-y/5)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{3} = 1, V = 20 \text{ од.}^3$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{3} = 1, V = 18 \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{3} = 1, V = \frac{22}{3} \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{3} = 1, V = \frac{351}{32} \text{ од.}^3$$

Q2.81. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^3 dx \int_0^{2(1-x/3)} dy \int_0^{7(1-x/3-y/2)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

$$V1. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{7} = 1, V = 9 \text{ од.}^3$$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1, V = 5 \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{7} = 1, V = 14 \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{7} = 1, V = 7 \text{ од.}^3$$

Q2.82. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{1-x/2} dy \int_0^{4(1-x/2-y)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

$$V1. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{4} = 1, V = \frac{5}{2} \text{ од.}^3$$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{4} = 1, V = \frac{2}{3} \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{4} = 1, V = \frac{4}{3} \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{4} = 1, V = \frac{7}{3} \text{ од.}^3$$

Q2.83. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^4 dx \int_0^{3(1-x/4)} dy \int_0^{2(1-x/4-y/3)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1, V = 11 \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1, V = \frac{39}{4} \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1, V = \frac{15}{2} \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1, V = 4 \text{ од.}^3$

Q2.84. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^3 dx \int_0^{2(1-x/3)} dy \int_0^{5(1-x/3-y/2)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1, V = 5 \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1, V = 6 \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1, V = 9 \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1, V = 10 \text{ од.}^3$

Q2.85. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^3 dx \int_0^{4(1-x/5)} dy \int_0^{3(1-x/5-y/4)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1, V = \frac{342}{25} \text{ од.}^3$

$$V2. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1, \ V = \frac{234}{25} \text{ од.}^3$$

$$V3. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1, \ V = \frac{23}{5} \text{ од.}^3$$

$$V4. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1, \ V = \frac{34}{5} \text{ од.}^3$$

Q2.86. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^3 dx \int_0^{1-x/2} dy \int_0^{3(1-x/2-y)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

$$V1. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1, \ V = \frac{45}{4} \text{ од.}^3$$

$$V2. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1, \ V = \frac{5}{4} \text{ од.}^3$$

$$V3. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1, \ V = \frac{9}{2} \text{ од.}^3$$

$$V4. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1, \ V = \frac{5}{2} \text{ од.}^3$$

Q2.87. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{2(1-x/5)} dy \int_0^{3(1-x/5-y/2)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

$$V1. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1, \ V = \frac{46}{5} \text{ од.}^3$$

$$V2. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1, \ V = \frac{117}{25} \text{ од.}^3$$

$$V3. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1, \ V = \frac{71}{5} \text{ од.}^3$$

$$V4. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1, \ V = \frac{171}{25} \text{ од.}^3$$

Q2.88. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^{3(1-x)} dy \int_0^{5(1-x-y/3)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, V = \frac{5}{2} \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, V = \frac{33}{2} \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, V = \frac{19}{6} \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, V = \frac{5}{24} \text{ од.}^3$

Q2.89. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{3(1-x/2)} dy \int_0^{1-x/2-y/3} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1, V = \frac{63}{8} \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1, V = 3 \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1, V = \frac{3}{8} \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1, V = 1 \text{ од.}^3$

Q2.90. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^3 dx \int_0^{5-5x/3} dy \int_0^{1-x/3-y/5} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + z = 1, V = \frac{5}{2} \text{ од.}^3$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + z = 1, V = \frac{35}{4} \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + z = 1, V = \frac{5}{4} \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + z = 1, V = \frac{3}{2} \text{ од.}^3$$

Q2.91. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^4 dx \int_0^{2-x/2} dy \int_0^{3(1-x/4-y/2)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

$$V1. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1, V = \frac{45}{8} \text{ од.}^3$$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1, V = 4 \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1, V = \frac{49}{8} \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1, V = 6 \text{ од.}^3$$

Q2.92. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^{4-4x} dy \int_0^{3(1-x-y/4)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

$$V1. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1, V = 2 \text{ од.}^3$$

$$V2. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1, V = 3 \text{ од.}^3$$

$$V3. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1, V = 12 \text{ од.}^3$$

$$V4. x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1, V = 13/6 \text{ од.}^3$$

Q2.93. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^{5-5x} dy \int_0^{2(1-x-y/5)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1, V = 5 \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1, V = 8/3 \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1, V = 5/3 \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{1} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1, V = 23/12 \text{ од.}^3$

Q2.94. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{3(1-x/2)} dy \int_0^{5(1-x/2-y/3)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, V = 3 \text{ од.}^3$

V2. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, V = 5 \text{ од.}^3$

V3. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, V = \frac{7}{2} \text{ од.}^3$

V4. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, V = \frac{5}{4} \text{ од.}^3$

Q2.95. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^4 dx \int_0^{2-x/2} dy \int_0^{5(1-x/4-y/2)} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

V1. $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{5} = 1, V = \frac{15}{16} \text{ од.}^3$

$$V2. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1, \ V = \frac{14}{3} \text{ од.}^3$$

$$V3. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1, \ V = \frac{31}{6} \text{ од.}^3$$

$$V4. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1, \ V = \frac{20}{3} \text{ од.}^3$$

Q2.96. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V = \iiint_{OABC} dx dy dz = \int_0^5 dx \int_0^{4(1-x/5)} dy \int_0^{1-x/5-y/4} dz, \text{ чому дорівнює } V ?$$

$$V1. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{1} = 1, \ V = \frac{10}{3} \text{ од.}^3$$

$$V2. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{1} = 1, \ V = \frac{22}{75} \text{ од.}^3$$

$$V3. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{1} = 1, \ V = \frac{8}{25} \text{ од.}^3$$

$$V4. \ x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{1} = 1, \ V = \frac{7}{3} \text{ од.}^3$$

3. Криволінійний інтеграл за довжиною (першого роду)

Q3.1. Як обчислюється за допомогою криволінійного інтеграла першого роду маса m матеріальної лінії L , якщо лінійна густина $\rho = \rho(x, y)$, а диференціал довжини дуги ds ?

$$V1. \ m = \int_L ds .$$

$$V2. \ m = \int_L x \cdot \rho(x, y) ds .$$

$$V3. \ m = \int_L \rho(x, y) ds .$$

$$V4. \ m = \int_L y \cdot \rho(x, y) ds .$$

Q3.2. За якими формулами можна обчислити координати центра мас $C(x_c; y_c)$ матеріальної кривої L з лінійною густиною

$\rho = \rho(x, y)$ і масою m ?

$$V1. \quad x_c = \frac{\int y\rho(x, y) ds}{m}, \quad y_c = \frac{\int x\rho(x, y) ds}{m}.$$

$$V2. \quad x_c = \frac{\int x\rho(x, y) ds}{m}, \quad y_c = \frac{\int y\rho(x, y) ds}{m}.$$

$$V3. \quad x_c = \frac{\int x^2\rho(x, y) ds}{m}, \quad y_c = \frac{\int y^2\rho(x, y) ds}{m}.$$

$$V4. \quad x_c = \frac{\int xy\rho(x, y) ds}{m}, \quad y_c = \frac{\int \rho(x, y) ds}{m}.$$

Q3.3. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = 2 \cos t, y = 2 \sin t, z = 2t$ від точки $A(2, 0, 0)$ до точки $B(2, 0, 4\pi)$, якщо густина $\rho = z$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. \quad M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t\sqrt{8} dt = 4\sqrt{2} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = 2\sqrt{2}(2\pi)^2$$

$$V2. \quad M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t\sqrt{12} dt = 4\sqrt{3} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = 2\sqrt{3}(2\pi)^2$$

$$V3. \quad M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t\sqrt{32} dt = 8\sqrt{2} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = 4\sqrt{2}(2\pi)^2$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t\sqrt{2} dt = 2\sqrt{2} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = \sqrt{2}(2\pi)^2$$

Q3.4. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = 3 \cos t, y = 3 \sin t, z = 3t$ від точки $A(3, 0, 0)$ до точки $B(3, 0, 6\pi)$, якщо густина $\rho = \sqrt{z}$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{2t} \sqrt{18} dt = 6 \frac{t^{3/2}}{3/2} \Big|_0^{2\pi} = 4\sqrt{(2\pi)^3}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{2t} \sqrt{9} dt = 3\sqrt{2} \frac{t^{2/3}}{2/3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{9\sqrt{2}}{2} \sqrt[3]{(2\pi)^2}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{3t} \sqrt{18} dt = 6 \frac{t^{2/3}}{2/3} \Big|_0^{2\pi} = 9\sqrt[3]{(2\pi)^2}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{3t} \sqrt{18} dt = 3\sqrt{2} \sqrt{3} \frac{t^{3/2}}{3/2} \Big|_0^{2\pi} = 2\sqrt{6} \sqrt{(2\pi)^3}$$

Q3.5. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = \cos t, y = \sin t, z = t$ від точки $A(1, 0, 0)$ до точки $B(1, 0, 2\pi)$, якщо густина $\rho = z^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} t^2 \sqrt{4} dt = 2 \frac{t^3}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{2}{3} (2\pi)^3$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} t \sqrt{4} dt = 2 \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = (2\pi)^2$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} t^2 \sqrt{2} dt = \sqrt{2} \frac{t^3}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{3} (2\pi)^3$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{t} \sqrt{2} dt = \sqrt{2} \frac{t^{3/2}}{3/2} \Big|_0^{2\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{(2\pi)^3}$$

Q3.6. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = 5 \cos t, y = 5 \sin t, z = 5t$ від точки $A(5, 0, 0)$ до точки $B(5, 0, 10\pi)$, якщо $\rho = \sqrt[3]{z}$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt[3]{5t} \sqrt{25} dt = 5 \sqrt[3]{5} \frac{t^{4/3}}{4/3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{15 \sqrt[3]{5}}{4} \sqrt[3]{(2\pi)^4}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt[3]{5t} \sqrt{75} dt = 5 \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{3} \frac{t^{5/3}}{5/3} \Big|_0^{2\pi} = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{5} \sqrt[3]{(2\pi)^5}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt[3]{5t} \cdot \sqrt{50} dt = 5 \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{2} \frac{t^{5/3}}{5/3} \Big|_0^{2\pi} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5} \sqrt[3]{(2\pi)^5}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt[3]{5t} \sqrt{50} dt = 5 \sqrt[3]{5} \sqrt{2} \frac{t^{4/3}}{4/3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{15 \sqrt[3]{5} \sqrt{2}}{4} \sqrt[3]{(2\pi)^4}$$

Q3.7. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інте-

гравом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L : x = 4 \cos t, y = 4 \sin t, z = 4t$ від точки $A(4, 0, 0)$ до точки $B(0, 0, 8\pi)$, якщо густина $\rho = z$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 4t\sqrt{2} dt = 4\sqrt{2} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = 2\sqrt{2}(2\pi)^2$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 16\sqrt{2}t dt = 16\sqrt{2} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = 8\sqrt{2}(2\pi)^2$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 8t\sqrt{2} dt = 8\sqrt{2} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = 4\sqrt{2}(2\pi)^2$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 32t\sqrt{2} dt = 32\sqrt{2} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = 32\sqrt{2}(2\pi)^2$$

Q3.8. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L : x = \sqrt{2} \cos t, y = \sqrt{2} \sin t, z = \sqrt{2}t$ від точки $A(\sqrt{2}, 0, 0)$ до точки $B(\sqrt{2}, 0, 2\sqrt{2}\pi)$, якщо густина $\rho = z^4$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 4t^4 dt = 4 \frac{t^5}{5} \Big|_0^{2\pi} = \frac{4}{5}(2\pi)^5$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t^4 dt = 2 \frac{t^5}{5} \Big|_0^{2\pi} = \frac{2}{5} (2\pi)^5$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 8t^4 dt = 8 \frac{t^5}{5} \Big|_0^{2\pi} = \frac{8}{5} (2\pi)^5$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^4 dt = \sqrt{2} \frac{t^5}{5} \Big|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{5} (2\pi)^5$$

Q3.9. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = \cos 2t, y = \sin 2t, z = 2t$ від точки $A(2, 0, 0)$ до точки $B(0, 1, \pi/2)$, якщо густина $\rho = x$, а $t \in [0, \pi/4]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{\pi/4} 2\sqrt{2} \cos 2t dt = \sqrt{2} \sin 2t \Big|_0^{\pi/4} = \sqrt{2}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{\pi/4} 2\sqrt{2} \cos 2t dt = 2\sqrt{2} \sin 2t \Big|_0^{\pi/4} = 2\sqrt{2}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{\pi/4} \sqrt{2} \cos 2t dt = \frac{1}{2} \sqrt{2} \sin 2t \Big|_0^{\pi/4} = \frac{1}{2} \sqrt{2}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{\pi/4} 4 \cos 2t dt = 2 \sin 2t \Big|_0^{\pi/4} = 2$$

Q3.10. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = 2 \cos(t/2), y = 2 \sin(t/2), z = t$ від точки $A(2, 0, 0)$ до точки $B(2, 0, 2\pi)$, якщо густина $\rho = 2z^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t^2 dt = \frac{2t^3}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{2(2\pi)^3}{3}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 4t^2 dt = \frac{4t^3}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{4(2\pi)^3}{3}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{(2\pi)^3}{3}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2\sqrt{2}t^2 dt = 2\sqrt{2} \frac{t^3}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{3} (2\pi)^3$$

Q3.11. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = \sqrt{2} \cos t, y = \sqrt{2} \sin t, z = \sqrt{2}t$ від точки $A(2, 0, 0)$ до точки $B(\sqrt{2}, 0, 2\pi\sqrt{2})$, якщо густина $\rho = z^3$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2\sqrt{2}t^3 dt = 2\sqrt{2} \frac{t^4}{4} \Big|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} (2\pi)^4$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{2}t^3 dt = \sqrt{2} \frac{t^4}{4} \Big|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{4} (2\pi)^4$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{32} t^3 dt = \sqrt{32} \frac{t^4}{4} \Big|_0^{2\pi} = \sqrt{2} (2\pi)^4$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2\sqrt{2} t^3 dt = 2\sqrt{2} \frac{t^4}{4} \Big|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} (2\pi)^4$$

Q3.12. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \sqrt{2}t, y = \sin t + \cos t, z = \cos t - \sin t$ від точки $A(0, 1, 1)$ до точки $B(\pi\sqrt{2}/2, 1, -1)$, якщо густина $\rho = y$, а $t \in [0, \pi/2]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{\pi/2} 2(\sin t + \cos t) dt = 2(\sin t - \cos t) \Big|_0^{\pi/2} = 4$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{\pi/2} 2(\sin t + \cos t) dt = 2(-\sin t + \cos t) \Big|_0^{\pi/2} = 2$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{\pi/2} (\sin t + \cos t) dt = (\sin t - \cos t) \Big|_0^{\pi/2} = 2$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{\pi/2} 4(\sin t + \cos t) dt = 4(\sin t + \cos t) \Big|_0^{\pi/2} = 8$$

Q3.13. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної гвинтової лінії

$L: x = \frac{1}{3} \cos 3t, y = \frac{1}{3} \sin 3t, z = t\sqrt{3}$ від точки $A(2, 0, 0)$ до точки $B(2, 0, 2\sqrt{3}\pi)$, якщо густина $\rho = z\sqrt{3}$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{3}t dt = \sqrt{3} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{3}}{2} (2\pi)^2$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 3t dt = 3 \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = \frac{3(2\pi)^2}{2}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2\sqrt{3}t dt = 2\sqrt{3} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = \sqrt{3} (2\pi)^2$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 6t dt = 6 \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = 3(2\pi)^2$$

Q3.14. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = 4 \cos(t/2), y = 4 \sin(t/2), z = 4t$ від точки $A(4, 0, 0)$ до точки $B(0, 4, 4\pi)$, якщо густина $\rho = y$, а $t \in [0, \pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{\pi} \sqrt{5} \sin \frac{t}{2} dt = -2\sqrt{5} \cos \frac{t}{2} \Big|_0^{\pi} = 2\sqrt{5}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{\pi} 3\sqrt{5} \sin \frac{t}{2} dt = 3\sqrt{5} \cos \frac{t}{2} \Big|_0^{\pi} = 3\sqrt{5}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{\pi} 8\sqrt{5} \sin \frac{t}{2} dt = 16\sqrt{5} \cos \frac{t}{2} \Big|_{\pi}^0 = 16\sqrt{5}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{\pi} 6\sqrt{5} \sin \frac{t}{2} dt = 6\sqrt{5} \cos \frac{t}{2} \Big|_0^{\pi} = 6\sqrt{5}$$

Q3.15. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = \cos t, y = \sin t, z = t\sqrt{3}$ від точки $A(1,0,0)$ до точки $B(1,0,2\pi\sqrt{3})$, якщо густина $\rho = z^2 + x^2 + y^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t^2 dt = \frac{2t^3}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{2}{3}(2\pi)^3$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2(3t^2 + 1) dt = \left(2t + \frac{6t^3}{3}\right) \Big|_0^{2\pi} = 4\pi + 2(2\pi)^3$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2(t^2 + 1) dt = \left(2t + \frac{2t^3}{3}\right) \Big|_0^{2\pi} = 2\pi + \frac{2}{3}(2\pi)^3$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2(3t + 1) dt = \left(2t + \frac{6t^2}{2}\right) \Big|_0^{2\pi} = 2\pi + 3(2\pi)^3$$

Q3.16. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \cos^2 t, y = \sin^2 t, z = (1/2)\cos 2t$ від точки $A(1,0,1/2)$ до точки $B(1/2, 1/2, 0)$, якщо густина $\rho = z$, а $t \in [0, \pi/4]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{\pi/4} \frac{1}{2} \cos 2t dt = \frac{1}{4} \sin 2t \Big|_0^{\pi/4} = \frac{1}{8}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{\pi/4} \frac{1}{4} \sin 4t dt = \frac{1}{16} \cos 4t \Big|_0^{\pi/4} = \frac{1}{16}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{\pi/4} \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2t dt = -\frac{\sqrt{2}}{4} \cos 2t \Big|_0^{\pi/4} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{\pi/4} \frac{\sqrt{3}}{4} \sin 4t dt = -\frac{\sqrt{3}}{16} \cos 4t \Big|_0^{\pi/4} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

Q3.17. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \cos 3t, y = \sin 3t, z = 3t$ від точки $A(1,0,0)$ до точки $B(1,0,6\pi)$, якщо густина $\rho = \sqrt{z}$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 4\sqrt{t} dt = \frac{8}{3} t^{3/2} \Big|_0^{2\pi} = \frac{16}{3} \pi \sqrt{2\pi}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 9\sqrt{t} dt = 9t^{3/2} \Big|_0^{2\pi} = 9(2\pi)^{3/2}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 3\sqrt{6t} dt = 2\sqrt{6} t^{3/2} \Big|_0^{2\pi} = 4\pi \sqrt{12\pi}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{t} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} \Big|_0^{2\pi} = \frac{4}{3} \pi \sqrt{2\pi}$$

Q3.18. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним

інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = \cos t, y = \sin t, z = 3t$ від точки $A(1,0,0)$ до точки $B(1,0,6\pi)$, якщо густина $\rho = x^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \sqrt{5} \int_0^{2\pi} \cos^2 t dt = \left(\frac{\sqrt{5}}{4} \sin 2t + \frac{\sqrt{5}t}{2} \right) \Big|_0^{2\pi} = 2\pi\sqrt{5}$$

$$V2. M_{AB} = \sqrt{10} \int_0^{2\pi} \cos^2 t dt = \left(\frac{\sqrt{10}}{4} \sin 2t + \frac{\sqrt{10}t}{2} \right) \Big|_0^{2\pi} = \pi\sqrt{10}$$

$$V3. M_{AB} = \sqrt{8} \int_0^{2\pi} \cos^2 t dt = \left(\frac{\sqrt{8}}{4} \cos 2t + \frac{\sqrt{8}t}{4} \right) \Big|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi\sqrt{8}$$

$$V4. M_{AB} = \sqrt{3} \int_0^{2\pi} \cos^2 t dt = (\sqrt{3} \sin^2 t) \Big|_0^{2\pi} = \pi\sqrt{3}$$

Q3.19. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \cos t, y = \sin t, z = t^2$ від точки $A(1,0,0)$ до точки $B(1,0,4\pi^2)$, якщо густина $\rho = 2\sqrt{z}$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} t \sqrt{1+t^2} dt = \frac{2(t^2+1)^{3/2}}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{2(1+4\pi^2)^{3/2}}{3}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t\sqrt{1+4t^2} dt = \frac{(4t^2+1)^{3/4}}{6} \Big|_0^{2\pi} = \frac{(1+16\pi^2)^{3/4} - 1}{6}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t\sqrt{1+4t^2} dt = \frac{(4t^2+1)^{3/2}}{6} \Big|_0^{2\pi} = \frac{(1+16\pi^2)^{3/2} - 1}{6}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t\sqrt{1+4t^2} dt = \frac{(4t^2+1)^{1/2}}{2} \Big|_0^{2\pi} = \frac{(1+16\pi^2)^{1/2}}{2}$$

Q3.20. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \cos(t/4), y = \sin(t/4), z = t/4$ від точки $A(4,0,0)$ до точки $B(0,0,\pi/2)$, якщо густина $\rho = y^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{t}{4} dt = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \cos \frac{t}{2} + \frac{t}{4\sqrt{2}} \right) \Big|_0^{2\pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

$$V2. M_{AB} = \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{t}{4} dt = \frac{1}{4} \cos^2 \frac{t}{4} \Big|_0^{2\pi} = \frac{1}{4}$$

$$V3. M_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{t}{4} dt = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{t}{2} + \frac{t}{2} \right) \Big|_0^{2\pi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \pi$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{t}{4} dt = 2 \sin \frac{t}{4} \Big|_0^{2\pi} = 2$$

Q3.21. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \cos^2 2t, y = \sin^2 2t, z = \cos 4t$ від точки $A(1,0,1)$ до точки $B(0,1,-1)$, якщо густина $\rho = x + y$, а $t \in [0, \pi/4]$.

$$V1. M_{AB} = \sqrt{6} \int_0^{\pi/4} (\sin^2 2t - \cos^2 2t) dt = \sqrt{6} \cos 4t \Big|_0^{\pi/4} = 2\sqrt{6}$$

$$V2. M_{AB} = \sqrt{24} \int_0^{\pi/4} \sin 4t dt = -\frac{1}{2} \sqrt{6} \cos 4t \Big|_0^{\pi/4} = \sqrt{6}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{\pi/4} (\sin^2 2t + \cos^2 2t) \sin 2t dt = -\sqrt{2} \cos 2t \Big|_0^{\pi/4} = 2\sqrt{2}$$

$$V4. M_{AB} = 8 \int_0^{\pi/4} \sin 4t dt = -2 \cos 4t \Big|_0^{\pi/4} = 2$$

Q3.22. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = (1/2) \cos t^2, y = (1/2) \sin t^2, z = t^2$ від точки $A(4,0,0)$ до точки $B((1/2) \cos 4\pi^2, (1/2) \sin 4\pi^2, 4\pi^2)$, якщо густина $\rho = 2z^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 3\sqrt{5} t^2 dt = \frac{3\sqrt{5} t^3}{3} \Big|_0^{2\pi} = \sqrt{5} (2\pi)^3$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 12t^3 dt = \frac{12t^4}{4} \Big|_0^{2\pi} = 12(\pi)^4$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 15t^2 dt = \frac{15t^3}{3} \Big|_0^{2\pi} = 40(\pi)^4$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2\sqrt{5}t^5 dt = \frac{2\sqrt{5}t^6}{6} \Big|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{5}}{3} (2\pi)^6$$

Q3.23. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = 2 \sin 3t, y = 2 \cos 3t, z = 8t$ від точки $A(0, 2, 0)$ до точки $B(0, 2, 16\pi)$, якщо густина $\rho = x^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 40 \sin^2 3t dt = \left(20t + \frac{10}{3} \sin 6t \right) \Big|_0^{2\pi} = 40\pi$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 10(1 - \cos 6t) dt = \frac{5}{3} (\sin 6t + t) \Big|_0^{2\pi} = \frac{10}{3} \pi$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 10 \sin^2 3t dt = \left(10t + \frac{10}{3} \sin 6t \right) \Big|_0^{2\pi} = 20\pi$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 40(1 + \sin 6t) dt = \left(10t + \frac{20}{3} \cos 6t \right) \Big|_0^{2\pi} = 20\pi$$

Q3.24. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \cos 2t, y = \sin 2t, z = 5t$ від точки $A(1, 0, 0)$ до точки $B(1, 0, 10\pi)$, якщо густина $\rho = x^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 3 \cos^2 2t dt = \frac{3}{2} \sin^2 2t \Big|_0^{2\pi} = 0$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{29} \cos^2 2t dt = \left(\frac{\sqrt{29}}{2} t + \frac{\sqrt{29}}{8} \sin 4t \right) \Big|_0^{2\pi} = \pi \sqrt{29}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 4 \cos^2 2t dt = \left(\frac{1}{2} t + \frac{1}{4} \sin 2t \right) \Big|_0^{2\pi} = \pi$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{29} \cos^2 2t dt = \left(\frac{\sqrt{29}}{2} t - \frac{\sqrt{29}}{8} \sin 4t \right) \Big|_0^{2\pi} = \pi \sqrt{29}$$

Q3.25. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \cos 4t, y = \cos^2 2t, z = \sin^2 2t$ від точки $A(1, 1, 0)$ до точки $B(0, 1/2, 1/2)$, якщо густина $\rho = y - z$, а $t \in [0, \pi/8]$.

$$V1. M_{AB} = 2\sqrt{6} \int_0^{\pi/8} \sin 4t (\cos^2 2t - \sin^2 2t) dt = \frac{\sqrt{6}}{2} \cos 2t \Big|_0^{\pi/8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V2. M_{AB} = 3\sqrt{3} \int_0^{\pi/8} (\cos^2 2t - \sin^2 2t) dt = \frac{3\sqrt{3}}{4} \cos 4t \Big|_0^{\pi/8} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$V3. M_{AB} = 2\sqrt{6} \int_0^{\pi/8} \sin 4t (\cos^2 2t - \sin^2 2t) dt = -\frac{\sqrt{6}}{8} \cos 8t \Big|_0^{\pi/8} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$V4. M_{AB} = 2\sqrt{3} \int_0^{\pi/8} (\cos^2 2t - \sin^2 2t) dt = \frac{2\sqrt{3}}{2} \cos 2t \Big|_0^{\pi/8} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Q3.26. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = t^2, y = t, z = t + 4$ від точки $A(0, 0, 4)$ до точки $B(1, 1, 5)$, якщо густина $\rho = y\sqrt{2}$, а $t \in [0, 1]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^1 2t\sqrt{1+2t^2} dt = \frac{\sqrt{(2t^2+1)^3}}{3} \Big|_0^1 = \frac{3\sqrt{3}-1}{3}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^1 2t\sqrt{2+4t^2} dt = \frac{\sqrt{(4t^2+2)^3}}{3} \Big|_0^1 = \frac{6\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{3}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^1 \sqrt{2}t\sqrt{2+4t^2} dt = \frac{\sqrt{2}\sqrt{(4t^2+2)^3}}{16} \Big|_0^1 = \frac{3\sqrt{3}-1}{4}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^1 \sqrt{2}t\sqrt{1+2t^2} dt = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{(2t^2+1)^3}}{12} \Big|_0^1 = \frac{3\sqrt{6}-\sqrt{2}}{6}$$

Q3.27. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії

$L: x = e^{2t} + 1, y = e^{2t}/2, z = e^{2t} - 3$ від точки $A(2, 1/2, -2)$ до точки $B(e+1, e/2, e-3)$, якщо густина $\rho = y$, а $t \in [0, 1]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^1 \frac{3}{2} e^{3t} dt = \frac{e^{3t}}{2} \Big|_0^1 = \frac{e^3 - 1}{2}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^1 \frac{3}{2} e^{2t} dt = \frac{3e^{2t}}{4} \Big|_0^1 = \frac{3e^2 - 3}{4}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^1 \frac{1}{2} e^t dt = \frac{e^t}{2} \Big|_0^1 = \frac{e - 1}{2}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^1 \frac{3}{2} e^{4t} dt = \frac{3e^{4t}}{8} \Big|_0^1 = \frac{3e^4 - 3}{8}$$

Q3.28. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = 2t + 1, y = 3t - 2, z = t\sqrt{3}$ від точки $A(1, -2, 0)$ до точки $B(3, 1, \sqrt{3})$, якщо густина $\rho = x^2$, а $t \in [0, 1]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^1 4(2t+1)^2 dt = \frac{4}{3} (2t+1)^3 \Big|_0^1 = \frac{104}{3}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^1 2(2t+1)^2 dt = 2\left(\frac{4t^3}{3} + t^2 + t\right) \Big|_0^1 = \frac{11}{3}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^1 4(2t+1)^2 dt = \frac{2}{3} (2t+1)^3 \Big|_0^1 = \frac{52}{3}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^1 4(2t+1)^2 dt = 4 \frac{2t^3+1}{3} \Big|_0^1 = \frac{16}{3}$$

Q3.29. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \sin 2t, y = \cos 2t, z = 3$ від точки $A(0,1,3)$ до точки $B(1,0,3)$, якщо густина $\rho = z + x^2 + y^2$, а $t \in [0, \pi/2]$.

$$V1. M_{AB} = 2 \int_0^{\pi/2} (\cos^2 2t + \sin^2 2t + 3) dt = 8t \Big|_0^{\pi/2} = 4\pi$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{\pi/2} (\cos^2 2t + \sin^2 2t + 3) dt = 4t \Big|_0^{\pi/2} = 2\pi$$

$$V3. M_{AB} = 2 \int_0^{\pi/2} (\cos^2 2t + \sin^2 2t + 3) dt = 6t \Big|_0^{\pi/2} = 3\pi$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{\pi/2} (\cos^2 2t + \sin^2 2t + 3) dt = 3t \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3}{2}\pi$$

Q3.30. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = t+3, y = 2t^2, z = 2t$ від точки $A(3,0,0)$ до точки $B(4,2,2)$, якщо густина $\rho = z$, а $t \in [0,1]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^1 2t\sqrt{5+16t^2} dt = \frac{\sqrt{(4t^2+2)^3}}{16} \Big|_0^1 = \frac{6\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{16}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^1 2t\sqrt{5+16t^2} dt = \frac{\sqrt{(16t^2+5)^3}}{24} \Big|_0^1 = \frac{21\sqrt{21}-5\sqrt{5}}{24}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^1 t\sqrt{5+16t^2} dt = \frac{\sqrt{(16t^2+5)^3}}{8} \Big|_0^1 = \frac{3\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^1 2t\sqrt{6+16t^2} dt = \frac{\sqrt{(16t^2+6)^3}}{32} \Big|_0^1 = \frac{10\sqrt{10}-6\sqrt{6}}{32}$$

Q3.31. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \sin 2t, y = \cos 2t, z = 2\sqrt{t}$ від точки $A(0,1,0)$ до точки $B(0,1,2\sqrt{2\pi})$, якщо густина $\rho = z$, а $t \in [0, 2\pi]$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 4t\sqrt{1+4t^2} dt = \frac{2\sqrt{(4t^2+1)^3}}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{2\sqrt{(8\pi^2+1)^3}-2}{3}$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2\sqrt{1+4t} dt = \frac{\sqrt{(4t+1)^3}}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{(8\pi+1)^3}-1}{3}$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2\sqrt{1+t} dt = \frac{4\sqrt{(t+1)^3}}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{4\sqrt{(2\pi+1)^3}-4}{3}$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2\sqrt{1+2t} dt = \frac{2\sqrt{(2t+1)^3}}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{2\sqrt{(4\pi+1)^3}-2}{3}$$

Q3.32. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)] \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = \ln x$ від точки $A(1, 0)$ до точки $B(e, 1)$, якщо густина $\rho = 1/\sqrt{y(1+x^2)}$.

$$V1. M_{AB} = \int_1^e \frac{1}{\sqrt{\ln x \cdot (1+x^2)}} \cdot \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx = 2\sqrt{\ln x} \Big|_1^e = 2$$

$$V2. M_{AB} = \int_1^e \frac{1}{\sqrt{\ln x \cdot (1+x^2)}} \cdot \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx = (2\sqrt{\ln x} + x) \Big|_1^e = e + 1$$

$$V3. M_{AB} = \int_1^e \frac{1}{\sqrt{\ln x \cdot (1+x^2)}} \cdot \frac{1+x^2}{x} dx = (2x + \ln x) \Big|_1^e = 2e - 1$$

$$V4. M_{AB} = \int_1^e \frac{1}{\sqrt{\ln x \cdot (1+x^2)}} dx = (x - \sqrt{\ln x}) \Big|_1^e = e - 2$$

Q3.33. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)] \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = \ln \operatorname{tg} x$ від точки $A(\pi/4, 0)$ до точки $B(\pi/3, (1/2)\ln 3)$, якщо густина $\rho = \cos 2x/\sqrt{\sin^2 2x + 4}$.

$$V1. M_{AB} = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 2x + 4}}{\sin^2 2x} dx =$$

$$= -\left(\frac{1}{2\sin 2x}\right)\Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = 1/2 - 1/\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } M_{AB} &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \frac{\sin^2 2x + 4}{\sin 2x} dx = \\ &= 2\sqrt{\sin^2 2x + 4}\Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = \sqrt{19} - 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } M_{AB} &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \sqrt{\sin^2 2x + 4} dx = \\ &= (1/2)\sin 2x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = (1/4)\sqrt{3} - 1/2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } M_{AB} &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 2x + 4}}{\sin 2x} dx = \\ &= (1/2)\ln \sin 2x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = (1/4)\ln 3 - (1/2)\ln 2 \end{aligned}$$

Q3.34. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)] \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = \ln(e^x + e^{-x})$ від точки $A(0, \ln 2)$ до точки $B(1, e + e^{-1})$, якщо густина $\rho = 1/\sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } M_{AB} &= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}} \cdot \frac{\sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}}{e^x - e^{-x}} dx = \\ &= \operatorname{arctg} e^{-x}\Big|_0^1 = \operatorname{arctg} e^{-1} - \pi/4 \end{aligned}$$

$$\text{V2. } M_{AB} = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}} \cdot \frac{\sqrt{2(e^{2x} + e^{-2x})}}{e^x + e^{-x}} dx =$$

$$= \sqrt{2} \operatorname{arctg} e^x \Big|_0^1 = \sqrt{2} (\operatorname{arctg} e - \pi/4)$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } M_{AB} &= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}} \cdot \frac{\sqrt{2(e^{2x} + e^{-2x})}}{(e^x + e^{-x})^2} dx = \\ &= -\sqrt{2} (e^x + e^{-x}) \Big|_0^1 = -\sqrt{2} (e + e^{-1} - 2) \end{aligned}$$

$$\text{V4. } M_{AB} = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}} \cdot \sqrt{2(e^{2x} + e^{-2x})} dx = \sqrt{2} x \Big|_0^1 = \sqrt{2}$$

Q3.35. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)] \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = -\ln \operatorname{ctg} x$ від точки $A(\pi/4, 0)$ до точки $B(\pi/3, (1/2) \ln 3)$, якщо густина $\rho = \operatorname{ctg} 2x / \sqrt{\sin^2 2x + 4}$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } M_{AB} &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \sqrt{\sin^2 2x + 4} dx = \\ &= -(1/2) \ln \sin 2x \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = -(1/2) \ln(\sqrt{3}/2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } M_{AB} &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \frac{\sin^2 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} dx = \\ &= (1/4) \ln(\sin^2 2x + 4) \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = (1/4) \ln(19/20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } M_{AB} &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 2x + 4}}{\cos 2x} dx = \\ &= (1/2) \ln \operatorname{tg} x \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = (1/4) \ln 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{V4. } M_{AB} &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 2x + 4}}{\sin 2x} dx = \\
 &= -\left(\frac{1}{2 \sin 2x}\right) \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = 1/2 - 1/\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Q3.36. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)] \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = x^3/3$ від точки $A(1, 1/3)$ до точки $B(3, 9)$, якщо густина $\rho = y\sqrt{1+x^4}/x^5$.

$$\text{V1. } M_{AB} = \int_1^3 \frac{x^3 \sqrt{1+x^4}}{3x^5} \cdot \sqrt{1+x^4} dx = \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{x} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^3 = \frac{10}{3}$$

$$\text{V2. } M_{AB} = \int_1^3 \frac{x^3 \sqrt{1+x^4}}{3x^5} \cdot \sqrt{1+x^4} dx = \frac{1}{3} \left(-x + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^3 = \frac{20}{9}$$

$$\text{V3. } M_{AB} = \int_1^3 \frac{x^3 \sqrt{1+x^4}}{3x^5} \cdot \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}} = \frac{x^3}{9} \Big|_1^3 = \frac{26}{9}$$

$$\text{V4. } M_{AB} = \int_1^3 \frac{x^3 \sqrt{1+x^4}}{3x^5} dx = \frac{2}{3} \sqrt{1+x^4} \Big|_1^3 = \frac{2}{3} (\sqrt{82} - \sqrt{2})$$

Q3.37. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)] \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії

$L: y = \sin^2 x$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(\pi/2,1)$, якщо густина $\rho = y/\sqrt{\sin^2 2x+1}$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } M_{AB} &= \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\sin^2 2x+1}} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 2x+1}}{\sin 2x} dx = \\ &= -(1/2) \ln \cos 2x \Big|_0^{\pi/2} = -(1/2) \ln(\sqrt{2}/2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } M_{AB} &= \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\sin^2 2x+1}} \cdot \sin 2x \sqrt{\sin^2 2x+1} dx = \\ &= (2/3) \sin^3 x \Big|_0^{\pi/2} = 2/3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } M_{AB} &= \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\sin^2 2x+1}} \cdot \sqrt{\sin^2 2x+1} dx = \\ &= (1/2) (x - (1/2) \sin 2x) \Big|_0^{\pi/2} = \pi/4 \end{aligned}$$

$$\text{V4. } M_{AB} = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\sin^2 2x+1}} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 2x+1}}{\cos x} dx = -\cos x \Big|_0^{\pi/2} = 1$$

Q3.38. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)] \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = \cos^2 x$ від точки $A(0,1)$ до точки $B(\pi/2,0)$, якщо густина $\rho = \sqrt{y} \sin^3 x / \sqrt{\sin^2 2x+1}$.

$$\text{V1. } M_{AB} = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \sin^3 x}{\sqrt{\sin^2 2x+1}} \cdot \sin 2x \sqrt{\sin^2 2x+1} dx =$$

$$= -(1/4)\cos^4 x \Big|_0^{\pi/2} = 1/4$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \sin^3 x}{\sqrt{\sin^2 2x+1}} \cdot \sqrt{\sin^2 2x+1} dx =$$

$$= (1/4)\sin^4 x \Big|_0^{\pi/2} = 1/4$$

$$V3. M_{AB} = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \sin^3 x}{\sqrt{\sin^2 2x+1}} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 2x+1}}{\sin 2x} dx =$$

$$= \left((1/2)x - (1/4)\sin 2x \right) \Big|_0^{\pi/2} = \pi/4$$

$$V4. M_{AB} = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \sin^3 x}{\sqrt{\sin^2 2x+1}} dx =$$

$$= \left((1/4)\sqrt{\sin^2 2x+1} - (1/8)\cos 2x \right) \Big|_0^{\pi/2} = 1/4$$

Q3.39. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)] \sqrt{1+[y'(x)]^2} dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = \ln(1 + \cos x)$ від точки $A(0, \ln 2)$ до точки $B(\pi/2, 0)$, якщо густина $\rho = \sin(x/2)$.

$$V1. M_{AB} = \int_0^{\pi/2} \sin(x/2) \cdot \frac{2 \sin(x/2)}{1 + \cos x} dx =$$

$$= (tg(x/2) - x) \Big|_0^{\pi/2} = 29/3$$

$$V2. M_{AB} = \int_0^{\pi/2} \sin(x/2) \cdot \frac{\cos(x/2)}{1 + \cos x} dx =$$

$$= -(1/2) \ln(1 + \cos x) \Big|_0^{\pi/2} = (1/2) \ln 2$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } M_{AB} &= \int_0^{\pi/2} \sin(x/2) \cdot \frac{2 \sin(x/2)}{1 - \cos x} dx = \\ &= (x - \sin x) \Big|_0^{\pi/2} = \pi/2 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } M_{AB} &= \int_0^{\pi/2} \sin(x/2) \cdot \frac{2 \cos(x/2)}{1 + \cos x} dx = \\ &= -\ln(1 + \cos x) \Big|_0^{\pi/2} = \ln 2 \end{aligned}$$

Q3.40. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)] \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = \ln(1 - \cos x)$ від точки $A(\pi/3, -\ln 2)$ до точки $B(\pi/2, 0)$, якщо густина $\rho = y \cos(x/2)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } M_{AB} &= \int_{\pi/3}^{\pi/2} \ln(1 - \cos x) \cdot \cos(x/2) \cdot \frac{2 \sin(x/2)}{1 - \cos x} dx = \\ &= (1/2) \ln^2(1 - \cos x) \Big|_{\pi/3}^{\pi/2} = -(1/2) \ln^2 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } M_{AB} &= \int_{\pi/3}^{\pi/2} \ln(1 - \cos x) \cdot \cos(x/2) dx = -(\ln(1 - \cos x) \times \\ &\times \sin x) \Big|_{\pi/3}^{\pi/2} + (1/4) \cos(x/2) \Big|_{\pi/3}^{\pi/2} = (\sqrt{3}/2) \ln 2 + \sqrt{2}/8 - \sqrt{3}/8 \end{aligned}$$

$$\text{V3. } M_{AB} = \int_{\pi/3}^{\pi/2} \ln(1 - \cos x) \cdot \cos(x/2) \cdot \frac{2 \sin(x/2)}{1 - \cos x} dx =$$

$$= (\ln(1 - \cos x) - \cos x) \Big|_{\pi/3}^{\pi/2} = -\ln 2 + 1/2$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } M_{AB} &= \int_{\pi/3}^{\pi/2} \ln(1 - \cos x) \cdot \cos(x/2) \cdot \frac{2 \cos(x/2)}{1 - \cos x} dx = \\ &= ((1/2) \ln(1 - \cos x) - \sin x) \Big|_{\pi/3}^{\pi/2} = (1/2) \ln 2 - 1 + \sqrt{3}/2 \end{aligned}$$

4. Криволінійний інтеграл за координатами (другого роду)

Q4.1. Який вигляд має формула зв'язку між криволінійним інтегралом другого роду $\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$ і визначеним інтегралом?

V1. Якщо крива L має параметричні рівняння $L: x = x(t), y = y(t), z = z(t)$, причому при переміщенні від точки A до точки B вздовж кривої L параметр t змінюється на сегменті $t \in [t_1, t_2]$, тоді

$$\begin{aligned} \int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz &= \int_{t_1}^{t_2} [P(x(t), y(t), z(t))x'(t) + \\ &+ Q(x(t), y(t), z(t))y'(t) + R(x(t), y(t), z(t))z'(t)] dt \end{aligned}$$

V2. Якщо крива L має параметричні рівняння $L: x = x(t), y = y(t), z = z(t)$, причому точці A відповідає t_1 , а точці B відповідає t_2 , тоді

$$\begin{aligned} \int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz &= \int_{t_1}^{t_2} [P(x(t), y(t), z(t)) + \\ &+ Q(x(t), y(t), z(t)) + R(x(t), y(t), z(t))] dt \end{aligned}$$

V3. Якщо крива L має параметричні рівняння $L: x = x(t), y = y(t), z = z(t)$, причому точці A відповідає t_1 , а точці B відповідає t_2 , тоді

$$\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz = \int_{t_1}^{t_2} [P(x(t), y(t), z(t))x'(t) + Q(x(t), y(t), z(t))y'(t)]dt$$

V4. Якщо крива L має параметричні рівняння $L: x = x(t), y = y(t), z = z(t)$, причому точці A відповідає t_1 , а точці B відповідає t_2 , тоді

$$\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz = \int_{t_1}^{t_2} [P(x(t), y(t), z(t))x'(t) + R(x(t), y(t), z(t))z'(t)]dt$$

Q4.2. У чому полягає зв'язок між подвійним інтегралом по од-нозв'язній плоскій області D і криволінійним інтегралом по контуру Γ , який обмежує цю область D ?

V1. Справедлива формула Гріна

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x} \right) dx dy = \oint_{\Gamma} Pdx + Qdy.$$

V2. Справедлива формула Гріна

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_{\Gamma} Qdx + Pdy.$$

V3. Справедлива формула Гріна

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial x} \right) dx dy = \oint_{\Gamma} Qdx + Pdy.$$

V4. Справедлива формула Гріна

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_{\Gamma} Pdx + Qdy.$$

Q4.3. У чому полягає механічний зміст криволінійного інтегра-ла другого роду $\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$?

V1. Інтеграл $\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$ є робота A_r , яку виконує змін-

на сила $\vec{F}(P, Q, R)$ при переміщенні від точки B до точки A вздовж кривої L .

V2. Інтеграл $\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$ є робота A_r , яку виконує змін-

на сила $\vec{F}(R, Q, P)$ при переміщенні від точки A до точки B вздовж кривої L .

V3. Інтеграл $\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$ є робота A_r , яку виконує змін-

на сила $\vec{F}(P, Q, R)$ при переміщенні від точки A до точки B вздовж кривої L .

V4. Інтеграл $\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$ є робота A_r , яку виконує змін-

на сила $\vec{F}(R, Q, P)$ при переміщенні від точки B до точки A вздовж кривої L .

Q4.4. За якою формулою можна обчислити площу області D , яка обмежена замкненим контуром L , за допомогою криволінійного інтеграла за координатами?

$$V1. S = \oint_L xydy - yxdx. \quad V2. S = \frac{1}{3} \oint_L ydy - xdx.$$

$$V3. S = \frac{1}{2} \oint_L xdy - ydx. \quad V4. S = 2 \oint_L xdy - ydx.$$

Q4.5. Чи можна криволінійний інтеграл другого роду подати у вигляді інтеграла першого роду? Як це записується?

V1. Неможливо.

V2. Так, можливо. Для цього треба використати формули $dx = dl \cdot \cos \alpha$, $dy = dl \cdot \cos \beta$, $dz = dl \cdot \cos \gamma$, де dl – диференціал довжини дуги, α, β, γ – напрямні кути вектора диферен-

ціала дуги \vec{dl} . Тоді

$$\int_L Pdx + Qdy + Rdz = \int_L (P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma) dl$$

V3. Так, можливо. Для цього треба dx, dy, dz замінити на диференціал довжини дуги dl . Тоді

$$\int_L Pdx + Qdy + Rdz = \int_L (P + Q + R) dl$$

V4. Так, можливо. Для цього треба використати формулу $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, де \vec{a} – радіус-вектор змінної точки лінії L , і dx, dy, dz замінити на диференціал довжини дуги dl . Тоді

$$\int_L Pdx + Qdy + Rdz = \int_L \frac{1}{|\vec{a}|} (P + Q + R) dl$$

Q4.6. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} (x^2 + 2xy)dx - (y^2 + 2xy)dy$, якщо $L: x = t, y = t^2$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(2,4)$.

$$V1. \Delta = \int_0^2 [(t^2 + 2t^3) - (t^4 + 2t^3)] dt = \left(\frac{t^3}{3} + t^2 - \frac{t^5}{5} - \frac{2t^4}{4} \right) \Big|_0^2 = -\frac{116}{15}$$

$$V2. \Delta = \int_0^2 [(t^2 + 2t^3) - (t^4 + 2t^3)2t] dt = \left(\frac{t^3}{3} + \frac{2t^4}{4} - \frac{2t^6}{6} - \frac{4t^5}{5} \right) \Big|_0^2 = -\frac{544}{15}$$

$$V3. \Delta = \int_0^2 [(t^2 + t^3) - (t^4 + 2t^3)] dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^4}{4} - \frac{t^5}{5} \right) \Big|_0^2 = -\frac{116}{15}$$

$$V4. \Delta = \int_0^2 [(t^2 + 2t^3) - (t^4 + 2t^3)] dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^5}{5} \right) \Big|_0^2 = -\frac{56}{15}$$

Q4.7. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} (xy - x^2)dx + xdy$, якщо $L: x = t, y = 2t^2$ від точки

$A(0,0)$ до точки $B(1,2)$.

$$V1. \Delta = \int_0^1 [(t^3 - t^2) + t] dt = \left. \frac{t^4}{4} - \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} \right|_0^1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$$

$$V2. \Delta = \int_0^1 [(2t^3 - t^2 + 2t^2)] dt = \left. \left(\frac{2t^4}{4} - \frac{t^3}{3} + \frac{2t^3}{3} \right) \right|_0^1 = \frac{5}{6}$$

$$V3. \Delta = \int_0^1 [(2t^3 - t^2 + 4t^2)] dt = \left. \left(\frac{2t^4}{4} + \frac{3t^3}{3} \right) \right|_0^1 = \frac{3}{2}$$

$$V4. \Delta = \int_0^1 [(t^3 - t^2) + 3t^2] dt = \left. \frac{t^4}{4} - \frac{2t^3}{3} \right|_0^1 = \frac{11}{12}$$

Q4.8. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$, якщо $L: x = 4\cos t, y = 4\sin t$ від точки

$A(4,0)$ до точки $B(0,4)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/2} \frac{4\sin t \cdot 4\sin t - 4\cos t \cdot 4\cos t}{16} dt =$$

$$= - \int_0^{\pi/2} (\cos^2 t - \sin^2 t) dt = - \int_0^{\pi/2} \cos 2t dt = - \left. \frac{\sin 2t}{2} \right|_0^{\pi/2} = 0$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi/2} \frac{4\sin t \cdot (-4\sin t) - 4\cos t \cdot 4\cos t}{16} dt =$$

$$= - \int_0^{\pi/2} (\sin^2 t + \cos^2 t) dt = -t \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{\pi}{2}$$

$$V3. \Delta = \int_0^{\pi} \frac{4\sin t \cdot (-4\sin t) - 4\cos t \cdot 4\cos t}{16} dt = - \int_0^{\pi} dt = -t \Big|_0^{\pi} = -\pi$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi/3} \frac{4 \sin t \cdot 4 \sin t - 4 \cos t \cdot (-4 \cos t)}{16} dt = \int_0^{\pi/3} dt = t \Big|_0^{\pi/3} = \frac{\pi}{3}$$

Q4.9. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} y dx - x dy$, якщо $L: x = 3 \cos t, y = 2 \sin t$ від точки $A(3, 0)$ до точки $B(0, 2)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi} (2 \sin t \cdot 3 \sin t - 3 \cos t \cdot 2 \cos t) dt =$$

$$= -6 \int_0^{\pi} (\cos^2 t - \sin^2 t) dt = -6 \int_0^{\pi} \cos 2t dt = -6 \frac{\sin 2t}{2} \Big|_0^{\pi} = 0$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi} (2 \sin t(-3 \sin t) - 3 \cos t \cdot 2 \cos t) dt =$$

$$= -6 \int_0^{\pi} (\sin^2 t + \cos^2 t) dt = -6t \Big|_0^{\pi} = -6\pi$$

$$V3. \Delta = \int_0^{\pi/2} (2 \sin t \cdot 3 \cos t + 3 \cos t \cdot 2 \sin t) dt =$$

$$12 \int_0^{\pi/2} \sin t \cos t dt = 12 \frac{\sin^2 t}{2} \Big|_0^{\pi/2} = 6$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi/2} (2 \sin t(-3 \sin t) - 3 \cos t \cdot 2 \cos t) dt =$$

$$= -6 \int_0^{\pi/2} (\sin^2 t + \cos^2 t) dt = -6t \Big|_0^{\pi/2} = -3\pi$$

Q4.10. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} x dy - y dx$, якщо $L: x = 2 \cos^3 t, y = 2 \sin^3 t$ від точки

$A(2,0)$ до точки $B(0,2)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} (2\cos^4 t \cdot 6\sin^2 t + 2\cos^2 t \cdot 6\sin^4 t) dt = \\ &= \frac{3}{2} \int_0^{\pi/2} (1 - \cos 4t) dt = \left(\frac{3}{2}t - \frac{3}{8}\sin 4t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3}{4}\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} (2\cos^4 t \cdot 6\sin^2 t - 2\cos^2 t \cdot 6\sin^4 t) dt = \\ &= \int_0^{\pi/2} 3\sin^2 2t \cos 2t dt = \sin^3 2t \Big|_0^{\pi/2} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} (2\cos^4 t \cdot 6\sin^2 t + 2\cos^2 t \cdot 6\sin^4 t) dt = \\ &= \int_0^{\pi/2} 12\cos^2 t \sin^2 t dt = \frac{12}{3} (\cos^3 t) \Big|_0^{\pi/2} = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} (2\cos^4 t \cdot 6\sin^2 t - 2\cos^2 t \cdot 6\sin^4 t) dt = \\ &= 3 \int_0^{\pi/2} \sin 2t dt = -\frac{3}{2} \cos 2t \Big|_0^{\pi/2} = 3 \end{aligned}$$

Q4.11. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$$\Delta = \int_{L_{AB}} \frac{x^2 dy - y^2 dx}{\sqrt[3]{x^5} + \sqrt[3]{y^5}}, \text{ якщо } L : x = 2\cos^3 t, y = 2\sin^3 t \text{ від точки}$$

$A(2,0)$ до точки $B(0,2)$.

$$\text{V1. } \Delta = \int_0^{\pi/2} \frac{24\cos^7 t \sin^2 t + 24\sin^7 t \cos^2 t}{2(\cos^5 t + \sin^5 t)} dt =$$

$$= 6 \int_0^{\pi/2} (1 - \cos 2t) dt = (6t - 3 \sin 2t) \Big|_0^{\pi/2} = 3\pi$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi/2} \frac{24 \cos^5 t \sin^2 t + 24 \sin^5 t \cos^2 t}{2\sqrt[3]{4}(\cos^5 t + \sin^5 t)} dt =$$

$$= 6 \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt[3]{4}} dt = \frac{6t}{\sqrt[3]{4}} \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3\pi}{\sqrt[3]{4}}$$

$$V3. \Delta = \int_0^{\pi/2} \frac{16 \cos^8 t \sin^3 t + 16 \sin^8 t \cos^3 t}{2\sqrt[3]{4}(\cos^5 t + \sin^5 t)} dt = \frac{8}{\sqrt[3]{4}} \int_0^{\pi/2} \sin^3 t \times$$

$$\times \cos^3 t dt = \left(-\frac{2}{\sqrt[3]{4}} \cos^4 t + \frac{4}{3\sqrt[3]{4}} \cos^6 t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{2}{\sqrt[3]{4}} - \frac{4}{3\sqrt[3]{4}}$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi/2} \frac{24 \cos^7 t \sin^2 t + 24 \sin^7 t \cos^2 t}{2\sqrt[3]{4}(\cos^5 t + \sin^5 t)} dt =$$

$$= \frac{3}{2\sqrt[3]{4}} \int_0^{\pi/2} (1 - \cos 4t) dt = \left(\frac{3}{2\sqrt[3]{4}} t - \frac{3}{8\sqrt[3]{4}} \sin 4t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3}{4\sqrt[3]{4}} \pi$$

Q4.12. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$$\Delta = \int_{AB} (x - y) dy + (x + 2y) dx, \text{ якщо } L: x = 2 \cos t, y = 2 \sin t$$

від точки $A(2, 0)$ до точки $B(0, 2)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/2} (4 \cos^2 t - 8 \sin^2 t - 4 \sin t \cdot 2 \cos t) dt =$$

$$= \int_0^{\pi/2} (-4 \sin t \cdot \cos t) dt = 2 \int_0^{\pi/2} (-\sin 2t) dt = \cos 2t \Big|_0^{\pi/2} = -2$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi/2} (4 \cos^2 t - 8 \sin^2 t - 4 \sin t \cdot 2 \cos t) dt =$$

$$= \int_0^{\pi/2} (4 \cos 2t - 4 \sin 2t) dt = (2 \sin 2t + 2 \cos 2t) \Big|_0^{\pi/2} = -4$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} (4 \cos^2 t - 8 \sin^2 t - 4 \sin t \cdot 2 \cos t) dt = \int_0^{\pi/2} (2 - 2 \cos 2t + \\ &+ 4 \sin 2t) dt = (2t - \sin 2t - 2 \cos 2t) \Big|_0^{\pi/2} = \pi + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} (4 \cos^2 t - 8 \sin^2 t - 4 \sin t \cdot 2 \cos t) dt = \int_0^{\pi/2} (6 \cos 2t - \\ &- 2 - 4 \sin 2t) dt = (3 \sin 2t - 2t + 2 \cos 2t) \Big|_0^{\pi/2} = -\pi - 4 \end{aligned}$$

Q4.13. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} (xy - 1) dx + yx^2 dy$, якщо $L : x = \cos t, y = 2 \sin t$ від точки $A(1, 0)$ до точки $B(0, 2)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} (-2 \sin^2 t \cdot \cos t + \sin t + 2 \sin t \cdot 2 \cos^3 t) dt = \\ &= \left(-2 \frac{\sin^3 t}{3} - \cos t - 4 \frac{\cos^4 t}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} (-2 \sin^2 t \cdot \cos t + \sin t + 2 \sin t \cdot 2 \cos^3 t) dt = \\ &= \left(2 \frac{\cos^3 t}{3} \sin t - \cos t - 4 \cos t \frac{\sin^4 t}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2} = 1 \end{aligned}$$

$$\text{V3. } \Delta = \int_0^{\pi/2} (2 \sin^2 t \cdot \cos t + \sin t + 2 \sin t \cdot 2 \cos^3 t) dt =$$

$$= \left(2 \frac{\cos^3 t}{3} - \cos t + 4 \frac{\sin^4 t}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} (2 \sin^2 t \cdot \cos t + \sin t + 2 \sin t \cdot 2 \cos^3 t) dt = \\ &= \left(2 \frac{\cos^3 t}{3} + \cos t - 4 \frac{\sin^4 t}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

Q4.14. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} 2xy dx - x^2 dy$, якщо $L: x = t + 1, y = -t + 1$ від точки $A(1,1)$ до точки $B(2,0)$.

$$\text{V1. } \Delta = \int_0^1 (3t^2 + 2t - 1) dt = \left(t^3 + t^2 - t \right) \Big|_0^1 = 1$$

$$\text{V2. } \Delta = \int_0^1 (3 - 2t + t^2) dt = \left(3t - t^2 + \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{3}$$

$$\text{V3. } \Delta = \int_0^1 (1 - 3t^2 - 2t) dt = \left(t - t^3 - t^2 \right) \Big|_0^1 = -1$$

$$\text{V4. } \Delta = \int_0^1 (t^2 - 2t + 2) dt = \left(\frac{t^3}{3} - t^2 + 2t \right) \Big|_0^1 = \frac{4}{3}$$

Q4.15. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} (x^2 y - x) dx + (y^2 x - 2y) dy$, якщо

$L: x = 3 \cos t, y = 2 \sin t$ від точки $A(3,0)$ до точки $B(0,2)$.

$$\text{V1. } \Delta = \int_0^{\pi/2} (-15 \cos^2 t \cdot 2 \sin^2 t + \sin^2 t \cdot \cos t) dt =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} \sin 2t - \cos t \cdot \sin^2 t \right) dt = \left(\frac{1}{4} \cos^2 2t - \frac{1}{3} \sin^3 t \right) \Big|_0^{\pi/2} = -1$$

$$\text{V2. } \Delta = \int_0^{\pi/2} (-15 \cos^2 t \cdot 2 \sin^2 t + \sin t \cdot \cos t) dt = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} \sin 2t - \frac{15}{2} \sin^2 2t \right) dt = \left(-\frac{1}{4} \cos 2t - \frac{15}{4} t + \frac{15}{8} \sin 4t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{2} - \frac{15}{8} \pi$$

$$\text{V3. } \Delta = \int_0^{\pi/2} (-15 \cos t \cdot 2 \sin^2 t + \sin t \cdot \cos t) dt = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} \sin 2t - 30 \sin^2 t \cos t \right) dt = \left(-\frac{1}{4} \cos 2t + 10 \sin^3 t \right) \Big|_0^{\pi/2} = 10$$

$$\text{V4. } \Delta = \int_0^{\pi/2} (-15 \cos t \cdot 2 \sin^2 t + \sin t \cdot \cos t) dt = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} \sin 2t - \frac{15}{2} \sin^2 2t \right) dt = \left(\frac{1}{4} \sin 2t - \frac{15}{4} t \right) \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{15}{8} \pi$$

Q4.16. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} (yx - x) dx + \frac{1}{2} x^2 dy$, якщо $L: x = t, y = 2\sqrt{t}$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(1,2)$.

$$\text{V1. } \Delta = \int_0^1 \left(2t\sqrt{t} - t + \frac{t^2}{2\sqrt{t}} \right) dt = \left(\frac{2t^{5/2}}{5} - \frac{1}{2} t^2 + \frac{2t^{5/2}}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{10}$$

$$\text{V2. } \Delta = \int_0^1 \left(2t\sqrt{t} - t + \frac{t^2}{\sqrt{t}} \right) dt = \left(\frac{4t^{5/2}}{5} - \frac{1}{2} t^2 + \frac{2t^{5/2}}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{11}{10}$$

$$V3. \Delta = \int_0^1 \left(2t\sqrt{t} - t + \frac{t^2}{2\sqrt{t}} \right) dt = \left(\frac{4t^{5/2}}{5} - \frac{1}{2}t^2 + \frac{t^{5/2}}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$V4. \Delta = \int_0^1 \left(2t^2 - t + \frac{t^2}{2\sqrt{t}} \right) dt = \left(\frac{2t^3}{3} - \frac{1}{2}t^2 + \frac{t^{5/2}}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{30}$$

Q4.17. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$$\Delta = \int_{AB} (x^2 + y^2) dx + (x + y^2) dy, \text{ якщо } L: x = t + 1, y = 2 \text{ від}$$

точки $A(1, 2)$ до точки $B(3, 2)$.

$$V1. \Delta = \int_0^2 (t^2 + 2t + 5 + t + 1 + 4) dt = \left(\frac{t^3}{3} + \frac{3}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = \frac{84}{3}$$

$$V2. \Delta = \int_0^2 (t^2 + 2t + 5) dt = \left(\frac{t^3}{3} + t^2 + 5t \right) \Big|_0^2 = \frac{50}{3}$$

$$V3. \Delta = \int_0^2 (2t^2 + 4t + 7) dt = \left(\frac{2t^3}{3} + 2t^2 + 7t \right) \Big|_0^2 = \frac{82}{3}$$

$$V4. \Delta = \int_0^2 (t^2 + t + 3t - 2 + 4) dt = \left(\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 2t \right) \Big|_0^2 = \frac{44}{3}$$

Q4.18. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$$\Delta = \int_{AB} x dy, \text{ якщо } L: x = t, y = \sin t \text{ від точки } A(\pi, 0) \text{ до точки}$$

$B(0, 0)$.

$$V1. \Delta = \int_{\pi}^0 t \cdot \cos t dt = -t \cdot \cos t \Big|_{\pi}^0 + \int_0^{\pi} \cos t dt = -\pi$$

$$V2. \Delta = \int_{\pi}^0 t \cdot \cos t dt = \frac{1}{2} t^2 \cdot \sin t \Big|_{\pi}^0 = 0$$

$$V3. \Delta = \int_{\pi}^0 t \cdot \cos t dt = -t \cdot \sin t \Big|_{\pi}^0 + \int_0^{\pi} \sin t dt = 2$$

$$V4. \Delta = \int_{\pi}^0 t \cdot \cos t dt = -t \cdot \sin t \Big|_{\pi}^0 + \int_0^{\pi} \sin t dt = 2$$

Q4.19. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$$\Delta = \int_{AB} (x^2 + y^2) dx + (-x + y^2) dy, \text{ якщо}$$

$L: x = 2t + 1, y = 2 + 3t$ від точки $A(1, 2)$ до точки $B(3, 5)$.

$$V1. \Delta = \int_0^1 (2(2t+1)^2 + 5(3t+2)^2 - 6t - 3) dt = \frac{203}{3}$$

$$V2. \Delta = \int_0^1 ((2t+1)^2 + (3t+2)^2 + (-6t-3 + (3t+2)^2)) dt = 22$$

$$V3. \Delta = \int_0^1 (2(2t+1)^2 + (3t+2)^2 + 3(-2t-1 + (3t+2)^2)) dt = \frac{164}{3}$$

$$V4. \Delta = \int_0^1 ((2t+1)^2 + 3(3t+2)^2 + (-6t-3)) dt = \frac{112}{3}$$

Q4.20. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$$\Delta = \int_{AB} y dx - x dy, \text{ якщо } L: x = 6 \cos t, y = 4 \sin t \text{ від точки}$$

$A(6, 0)$ до точки $B(0, 4)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/2} (-4 \sin t \cdot 6 \sin t - 6 \cos t \cdot 4 \cos t) dt = -24\pi$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi/2} (4 \sin t \cdot 6 \sin t - 6 \cos t \cdot 4 \cos t) dt = 0$$

$$V3. \Delta = \int_0^{\pi/2} (-4 \sin t \cdot 6 \sin t + 6 \cos t \cdot 4 \cos t) dt = 24\pi$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi/2} (-4 \sin t \cdot 6 \sin t - 6 \cos t \cdot 4 \cos t) dt = -12\pi$$

Q4.21. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} x^2 dy + y^2 dx$, якщо $L: x = 5 \cos t, y = 2 \sin t$ від точки

$A(5, 0)$ до точки $B(-5, 0)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi} (25 \cos^2 t \cdot 2 \cos t - 5 \sin t \cdot 4 \sin^2 t) dt =$$

$$= \left(50 \frac{\sin^3 t}{3} - 20 \frac{\cos^3 t}{3} \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{40}{3}$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi} (25 \cos^2 t \cdot 2 \cos t - 5 \sin t \cdot 4 \sin^2 t) dt =$$

$$= \left(50 \sin t - 50 \frac{\sin^3 t}{3} + 20 \cos t - 20 \frac{\cos^3 t}{3} \right) \Big|_0^{\pi} = -\frac{80}{3}$$

$$V3. \Delta = \int_0^{\pi} (25 \cos^2 t \cdot 2 \cos t - 5 \sin t \cdot 4 \sin^2 t) dt =$$

$$= \left(25 \sin t - 25 \frac{\sin^3 t}{3} + 10 \cos t - 10 \frac{\cos^3 t}{3} \right) \Big|_0^{\pi} = -\frac{40}{3}$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi} (25 \cos^2 t \cdot 2 \cos t - 5 \sin t \cdot 4 \sin^2 t) dt =$$

$$= \left(25 \sin t - 25 \frac{\sin^3 t}{6} + 10 \cos t - 10 \frac{\cos^3 t}{6} \right) \Big|_0^{\pi} = -\frac{50}{3}$$

Q4.22. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} x^2 dy + 2xy dx$, якщо $L : x = 2t^2, y = t$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(2,1)$.

$$V1. \Delta = \int_0^1 (4t^2 \cdot 4t^2 + 4t^4) dt = 20 \frac{t^5}{5} \Big|_0^1 = 4$$

$$V2. \Delta = \int_0^1 (4t^2 + 4t^4) dt = \left(\frac{4t^3}{3} + \frac{4t^5}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{32}{15}$$

$$V3. \Delta = \int_0^1 (4t^3 + 4t^4) dt = \left(t^4 + \frac{4t^5}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{9}{5}$$

$$V4. \Delta = \int_0^1 (4t^3 + 4t^3) dt = 2t^4 \Big|_0^1 = 2$$

Q4.23. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} \frac{x^2}{y} dy + (xy - x) dx$, якщо $L : x = t, y = 2t^2$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(1,2)$.

$$V1. \Delta = \int_0^1 (2t + 2t^2) dt = \left(2 \frac{t^3}{3} + \frac{2t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 2$$

$$V2. \Delta = \int_0^1 (2t^2 - 2t) dt = \left(2 \frac{t^3}{3} - \frac{2t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = -\frac{1}{3}$$

$$V3. \Delta = \int_0^1 (t + 2t^3 - t) dt = 2 \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$V4. \Delta = \int_0^1 (2t + 2t^3 - t) dt = \left(2 \frac{t^4}{4} + \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 1$$

Q4.24. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} (x + y^2)dy + (y + x^2)dx$, якщо $L : x = 2t + 2, y = 3t$ від точки $A(2, 0)$ до точки $B(4, 3)$.

$$V1. \Delta = \int_0^1 (3(2t + 2 + 6t^2) + (2t + 2)^2 + 6t)dt = \frac{82}{3}$$

$$V2. \Delta = \int_0^1 (3(2t + 2 + 9t^2) + 2(2t + 2)^2 + 6t)dt = \frac{119}{3}$$

$$V3. \Delta = \int_0^1 (6t + 6 + 9t^2) + 2(2t + 2)^2 + 6t)dt = \frac{163}{3}$$

$$V4. \Delta = \int_0^1 (3(2t + 2 + 9t^2) + (2t + 2)^2 + 3t)dt = \frac{173}{6}$$

Q4.25. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} xdy + \frac{y}{x}dx$, якщо $L : x = t, y = \ln t$ від точки $A(1, 0)$ до точки $B(e, 1)$.

$$V1. \Delta = \int_1^e (t + \ln t)dt = \left(\frac{t^2}{2} + t \ln t + t \right) \Big|_1^e = 2e - \frac{3}{2} + \frac{e^2}{2}$$

$$V2. \Delta = \int_1^e \left(t \frac{1}{t} + \frac{\ln t}{t} \right) dt = (t + \ln t) \Big|_1^e = e$$

$$V3. \Delta = \int_1^e \left(t \frac{1}{t} + \frac{\ln t}{t} \right) dt = \left(t + \frac{\ln^2 t}{2} \right) \Big|_1^e = e - \frac{1}{2}$$

$$V4. \Delta = \int_1^e \left(t \frac{1}{t} + \frac{\ln t}{t} \right) dt = \left(\frac{t^2}{2} + \frac{\ln^2 t}{2} \right) \Big|_1^e = \frac{e^2}{2}$$

Q4.26. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} \sin^3 x dx + \frac{dy}{y^2}$, якщо $L: x = t, y = ctg t$ від точки $A(\pi/6, \sqrt{3})$ до точки $B(\pi/3, \sqrt{3}/3)$.

$$V1. \Delta = \int_{\pi/6}^{\pi/3} (\sin^3 t - \frac{1}{\sin^2 t} \cdot \frac{1}{ctg^2 t}) dt = \frac{5 - 6\sqrt{3}}{4}$$

$$V2. \Delta = \int_{\pi/6}^{\pi/3} (\sin^3 t - \frac{1}{\sin^2 t} \cdot \frac{1}{ctg^2 t}) dt = -\frac{7\sqrt{3} + 11}{24}$$

$$V3. \Delta = \int_{\pi/6}^{\pi/3} (\sin^3 t - \frac{1}{\sin^2 t} \cdot \frac{1}{ctg^2 t}) dt = \frac{5\sqrt{3} - 4}{24}$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi} (\sin^3 t - \frac{1}{\sin^2 t} \cdot \frac{1}{ctg^2 t}) dt = \frac{12\sqrt{3} - 3}{8}$$

Q4.27. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} y dx + \sqrt{x^2 + y^2} dy$, якщо $L: x = 3 \cos t, y = 3 \sin t$ від

точки $A(3, 0)$ до точки $B(0, 3)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/2} (3 \cos t \cdot \sqrt{9 \sin^2 t + 9 \cos^2 t} - 3 \sin t \cdot 3 \sin t) dt = \frac{36 - 9\pi}{4}$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi/2} (3 \cos t \cdot \sqrt{9 \sin^2 t + 9 \cos^2 t} - 3 \sin t \cdot 3 \sin t) dt = \frac{2\sqrt{3} + \pi}{4}$$

$$V3. \Delta = \int_0^{\pi} (3 \cos t \cdot \sqrt{9 \sin^2 t + \cos^2 t} - 3 \sin t \cdot 3 \sin t) dt = \frac{2\sqrt{2} + 5\pi}{2}$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi} (3 \cos t \cdot \sqrt{9(\sin^2 t + \cos^2 t)} - 3 \sin t \cdot 3 \sin t) dt = \frac{\sqrt{3} - 2\pi}{2}$$

Q4.28. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} (x^2 + y^2)dx + xydy$, якщо $L : x = t, y = e^t$ від точки $A(0,1)$ до точки $B(1,e)$.

$$V1. \Delta = \int_0^1 (t^2 + e^{2t} + t \cdot e^{2t})dt = \left(\frac{t^3}{3} + \frac{1}{2}e^{2t} + \frac{1}{2}te^{2t} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} + e^2$$

$$V2. \Delta = \int_0^1 (t^2 + e^{2t} + t \cdot e^{2t})dt = \left(\frac{t^3}{3} + \frac{1}{2}e^{2t} + \frac{1}{4}t^2e^{2t} \right) \Big|_0^1 = \frac{4+9e^2}{12}$$

$$V3. \Delta = \int_0^1 (t^2 + e^{2t} + t \cdot e^{2t})dt = \left(\frac{t^3}{3} + \frac{1}{2}e^{2t} + \frac{1}{2}te^{2t} - \frac{1}{4}e^{2t} \right) \Big|_0^1 = \frac{1+9e^2}{12}$$

$$V4. \Delta = \int_0^1 (t^2 + e^{2t} + t \cdot e^{2t})dt = \left(\frac{t^3}{3} + \frac{1}{2}te^{2t} + \frac{1}{4}e^{2t} \right) \Big|_0^1 = \frac{1+3e^2}{4}$$

Q4.29. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} xdy - ydx$, якщо $L : x = 2 \cos 3t, y = 2 \sin 3t$ від точки $A(2,0)$ до точки $B(0,2)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/6} (2 \cos 3t \cdot 6 \cos 3t + 2 \sin 3t \cdot 6 \sin 3t)dt = 12t \Big|_0^{\pi/6} = 2\pi$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi/6} (2 \cos 3t \cdot 6 \sin 3t + 6 \sin 3t \cdot 2 \cos 3t)dt = -6t \Big|_0^{\pi/6} = -\pi$$

$$V3. \Delta = \int_0^{\pi/6} (2 \cos 3t \cdot 6 \sin 3t + 6 \sin 3t \cdot 2 \cos 3t)dt = -\cos 3t \Big|_0^{\pi/6} = 1$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi/6} (2 \cos 3t \cdot 6 \cos 3t - 6 \sin 3t \cdot 2 \sin 3t)dt = \sin 6t \Big|_0^{\pi/6} = 0$$

Q4.30. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} x^2 dy - y dx$, якщо $L : x = \cos^2 t, y = 2 \sin^2 t$ від точки $A(1,0)$ до точки $B(0,2)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/2} (4 \sin^3 t \cdot \cos t + 4 \cos^4 t \cdot \sin t) dt = \left(4 \frac{\sin^4 t}{4} + 4 \frac{\cos^6 t}{6} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{3}$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi/2} (4 \sin^3 t \cdot \cos t + 4 \cos^5 t \cdot \sin t) dt = \left(4 \frac{\sin^3 t}{3} + 4 \frac{\cos^5 t}{5} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{7}{15}$$

$$V3. \Delta = \int_0^{\pi/2} (4 \sin^2 t \cos t + 4 \cos^4 t \sin t) dt = \left(4 \frac{\sin^3 t}{3} - 4 \frac{\cos^5 t}{5} \right) \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{8}{15}$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi/2} (4 \sin^3 t \cdot \cos t + 4 \cos^5 t \cdot \sin t) dt = \left(4 \frac{\sin^4 t}{4} - 4 \frac{\cos^6 t}{6} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{5}{3}$$

Q4.31. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} x dy + y dx$, якщо $L : x = t - \sin t, y = 1 - \cos t$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(\pi/2,1)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/2} (t \sin t - \sin^2 t + 1 - 2 \cos t + \cos^2 t) dt =$$

$$= -\frac{t^2}{2} \cos t - \frac{\sin^3 t}{3} + t - 2 \sin t + \frac{\sin^2 t}{2} \Big|_0^{\pi/2} = \frac{-11}{6}$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi/2} (t \sin t - \sin^2 t + 1 - 2 \cos t + \cos^2 t) dt =$$

$$= -\frac{t^2}{2} \sin t - \cos^2 t + t - 2 \sin t + \sin^2 t \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi^2}{8}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} (t \sin t - \sin^2 t + 1 - 2 \cos t + \cos^2 t) dt = \\ &= t \sin t + t + 2 \cos t + \sin^2 t \Big|_0^{\pi/2} = \pi - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} (t \sin t - \sin^2 t + 1 - 2 \cos t + \cos^2 t) dt = \\ &= (-t \cos t - \sin t + t + \frac{1}{2} \sin 2t) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} - 1 \end{aligned}$$

Q4.32. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} xy dx + y^2 dy$, якщо $L : x = 2t^2 - t, y = 2 + t$ від точки $A(0, 2)$ до точки $B(1, 3)$.

$$\text{V1. } \Delta = \int_0^1 (4t^2(2t-1)(t+2) + (t+2)^2) dt = \frac{14}{5}$$

$$\text{V2. } \Delta = \int_0^1 (4t^2(2t-1)(t+2) + (t+2)^2) dt = \frac{24}{5}$$

$$\text{V3. } \Delta = \int_0^1 (4t^2(2t-1)(t+2) + (t+2)^2) dt = \frac{124}{15}$$

$$\text{V4. } \Delta = \int_0^1 (4t^2(2t-1)(t+2) + (t+2)^2) dt = \frac{34}{15}$$

Q4.33. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} x^2 dy - y dx$, якщо $L : x = 2\sqrt{t}, y = 2t - t^2$ від точки $A(0, 0)$ до точки $B(2, 1)$.

$$\text{V1. } \Delta = \int_0^1 (4t(2-2t) - (2t-t^2) \frac{1}{\sqrt{t}}) dt = \frac{6}{5}$$

$$V2. \Delta = \int_0^1 (4t(2-2t) - (2t-t^2) \frac{1}{\sqrt{t}}) dt = \frac{10}{9}$$

$$V3. \Delta = \int_0^1 (4t(2-2t) - (2t-t^2) \frac{1}{\sqrt{t}}) dt = \frac{5}{2}$$

$$V4. \Delta = \int_0^1 (4t(2-2t) - (2t-t^2) \frac{1}{\sqrt{t}}) dt = \frac{2}{5}$$

Q4.34. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} \frac{xdy + ydx}{x^2 + y^2}$, якщо $L: x = 2\cos t, y = 2\sin t$ від точки $A(2, 0)$ до точки $B(1, \sqrt{3})$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/3} \frac{1}{4} (2\cos t \cdot 2\sin t + 2\sin t \cdot 2\cos t) dt = 4\sin 2t \Big|_0^{\pi/3} = 2\sqrt{3}$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi/3} \frac{1}{4} (2\cos t \cdot 2\cos t - 2\sin t \cdot 2\sin t) dt = \frac{1}{2} \sin 2t \Big|_0^{\pi/3} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$V3. \Delta = \int_0^{\pi/3} \frac{1}{4} (2\cos t \cdot 2\cos t - 2\sin t \cdot 2\sin t) dt = 2\sin 2t \Big|_0^{\pi/3} = \sqrt{3}$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi/3} (2\cos t \cdot 2\cos t - 2\sin t \cdot 2\sin t) dt = 2\cos t \Big|_0^{\pi/3} = -1$$

Q4.35. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} (x+y)dy - 2ydx$, якщо $L: x = \cos 3t, y = 2\sin 3t$ від точки $A(1, 0)$ до точки $B(0, 2)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/6} (6\cos^2 3t + 6\cos 3t \sin 3t + 12\sin^2 3t) dt =$$

$$= \left(9t - \frac{1}{2} \sin 6t - \frac{1}{2} \cos 6t \right) \Big|_0^{\pi/6} = \frac{3\pi}{2} + 1$$

$$\text{V2. } \Delta = \int_0^{\pi/6} (2 \cos^2 3t + 4 \cos 3t \sin 3t + 2 \sin 3t \cdot 2 \cos 3t) dt =$$

$$= \left(\frac{1}{3} \sin 3t + t - \frac{1}{6} \cos 6t \right) \Big|_0^{\pi/6} = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{2}$$

$$\text{V3. } \Delta = \int_0^{\pi/6} (6 \cos^2 3t + 6 \cos 3t \sin 3t + 12 \sin^2 3t) dt =$$

$$= \left(\frac{1}{3} \sin 3t + 2t - \sin^2 3t \right) \Big|_0^{\pi/6} = \pi - \frac{2}{3}$$

$$\text{V4. } \Delta = \int_0^{\pi/6} (6 \cos^2 3t + 6 \cos 3t \sin 3t + 12 \sin^2 3t) dt =$$

$$= \left(\frac{4}{3} \cos 3t \sin 3t + \frac{1}{3} \cos^2 3t \right) \Big|_0^{\pi/6} = -\frac{1}{3}$$

Q4.36. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$$\Delta = \int_{AB} \frac{y}{x^2} dx + \frac{x}{\ln x + 1} dy, \text{ якщо } L: y = x \ln x \text{ від точки } A(1, 0)$$

до точки $B(e, e)$.

$$\text{V1. } \Delta = \int_1^e \left(\frac{x \ln x}{x^2} + \frac{x(\ln x + 1)}{\ln x + 1} \right) dx = \left(\frac{\ln x}{x} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^e = e^{-1} + \frac{e^2 - 1}{2}$$

$$\text{V2. } \Delta = \int_1^e \left(\frac{x \ln x}{x^2} + \frac{x(\ln x + 1)}{\ln x + 1} \right) dx = \left(\frac{\ln^2 x}{2} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^e = \frac{e^2}{2}$$

$$\text{V3. } \Delta = \int_1^e \left(\frac{x \ln x}{x^2} + \frac{x}{\ln x + 1} \right) dx = \left(\frac{\ln^2 x}{2} + x \ln x \right) \Big|_1^e = \frac{1}{2} + e$$

$$V4. \Delta = \int_1^e \left(\frac{x \ln x}{x^2} dx + \frac{y(\ln x + 1)}{\ln x + 1} dy \right) = \frac{\ln^2 x}{2} \Big|_1^e + \frac{y^2}{2} \Big|_1^e = \frac{e^2}{2}$$

Q4.37. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} y dx + \frac{dy}{1 - xy}$, якщо $L: y = \frac{\ln x}{x}$ від точки $A(e^{-1}, -e)$ до точки $B(1, 0)$.

$$V1. \Delta = \int_{e^{-1}}^1 \left(\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{1 - x \cdot (\ln x/x)} \cdot \frac{1 - \ln x}{x} \right) dx = \frac{\ln^2 x}{2} \Big|_{e^{-1}}^1 + \ln x \Big|_{e^{-1}}^1 = \frac{1}{2}$$

$$V2. \Delta = \int_{e^{-1}}^1 \left(\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{1 - x \cdot (\ln x/x)} \cdot (1 - \ln x) \right) dx = \frac{\ln^2 x}{2} \Big|_{e^{-1}}^1 + x \Big|_{e^{-1}}^1 = \frac{1}{2} - e^{-1}$$

$$V3. \Delta = \int_{e^{-1}}^1 \left(\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{1 - x \cdot (\ln x/x)} \right) dx = \frac{\ln^2 x}{2} \Big|_{e^{-1}}^1 - (1 - \ln x)^{-2} \Big|_{e^{-1}}^1 = -\frac{5}{4}$$

$$V4. \Delta = \int_{e^{-1}}^1 \left(\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{1 - x \cdot (\ln x/x)} \cdot \frac{1 - \ln x}{x^2} \right) dx = \frac{\ln^2 x}{2} \Big|_{e^{-1}}^1 - \frac{1}{x} \Big|_{e^{-1}}^1 = e - \frac{3}{2}$$

Q4.38. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} y \operatorname{tg} x dx + \frac{dy}{\cos x}$, якщо $L: y = \ln \cos x$ від точки $A(0, 0)$ до точки $B(\pi/4, -(1/2) \ln 2)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/4} \left(\ln \cos x \cdot \operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos x \cdot \cos x} \right) dx = -\frac{\ln^2 \cos x}{2} \Big|_0^{\pi/4} +$$

$$+ \operatorname{tg} x \Big|_0^{\pi/4} = 1 - (1/8) \ln^2 2$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi/4} \left(\ln \cos x \cdot \operatorname{tg} x + \frac{-\sin x}{\cos x \cdot \cos x} \right) dx = x \ln \cos x \Big|_0^{\pi/4} + x \Big|_0^{\pi/4} -$$

$$-(1/\cos x)\Big|_0^{\pi/4} = 1 - \sqrt{2} + \pi/4 - (\pi/8)\ln 2$$

$$V3. \Delta = \int_0^{\pi/4} \left(\ln \cos x \cdot \operatorname{tg} x + \frac{-\sin x}{\cos x \cdot \cos x} \right) dx = -\frac{\ln^2 \cos x}{2} \Big|_0^{\pi/4} -$$

$$-(1/\cos x)\Big|_0^{\pi/4} = 1 - \sqrt{2} - (1/8)\ln^2 2$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi/4} \left(\ln \cos x \cdot \operatorname{tg} x + \frac{-\sin x}{\cos x \cdot \cos x} \right) dx = \ln \cos x \Big|_0^{\pi/4} + \sin x \Big|_0^{\pi/4} -$$

$$-(1/\cos x)\Big|_0^{\pi/4} = 1 - \sqrt{2}/2 - (1/2)\ln 2$$

Q4.39. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$$\Delta = \int_{AB} \frac{e^y}{\sin x} dx + \operatorname{ctg} x dy, \quad \text{якщо } L: y = \ln \sin x \quad \text{від точки}$$

$A(\pi/4, -(1/2)\ln 2)$ до точки $B(\pi/2, 0)$.

$$V1. \Delta = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \left(\frac{e^{\ln \sin x}}{\sin x} + \operatorname{ctg} x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \right) dx = x \Big|_{\pi/4}^{\pi/2} - \operatorname{ctg} x \Big|_{\pi/4}^{\pi/2} = \pi/4 - 1$$

$$V2. \Delta = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \left(\frac{e^{\ln \sin x}}{\sin x} + \operatorname{ctg} x \cdot \frac{1}{\sin x} \right) dx = x \Big|_{\pi/4}^{\pi/2} - (1/\sin x) \Big|_{\pi/4}^{\pi/2} = \pi/4 - 1 + \sqrt{2}$$

$$V3. \Delta = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \left(\frac{e^{\ln \sin x}}{\sin x} + \operatorname{ctg} x \cdot \frac{1}{\sin x \cos x} \right) dx = x \Big|_{\pi/4}^{\pi/2} - \operatorname{ctg} x \Big|_{\pi/4}^{\pi/2} = \pi/4 - 1$$

$$V4. \Delta = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \left(\frac{e^{\ln \sin x}}{\sin x} + \operatorname{ctg} x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \right) dx = -\operatorname{ctg} x \Big|_{\pi/4}^{\pi/2} = 1$$

Q4.40. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$$\Delta = \int_{AB} e^y dx + \cos^2 x dy, \quad \text{якщо } L: y = \ln \operatorname{tg} x \quad \text{від точки}$$

$A(\pi/4, 0)$ до точки $B(\pi/3, (1/2)\ln 3)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } \Delta &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} \left(e^{\operatorname{Intg}x} + \cos^2 x \cdot \frac{1}{\sin x \cos x} \right) dx = -\operatorname{In} \cos x \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} + \operatorname{In} \sin x \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = \\ &= (1/2) \ln 3 \end{aligned}$$

$$\text{V2. } \Delta = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \left(e^{\operatorname{Intg}x} + \cos^2 x \cdot \frac{1}{\sin x \cos x} \right) dx = -\operatorname{In} \operatorname{ctg} x \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = -(1/2) \ln 3$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } \Delta &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} \left(e^{\operatorname{Intg}x} + \cos^2 x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \right) dx = -\operatorname{In} \cos x \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} + \operatorname{In} \sin x \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} - \\ &- \left(\sin^2 x / 2 \right) \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = (1/2) \ln 3 - 1/8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } \Delta &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} \left(e^{\operatorname{Intg}x} + \cos^2 x \cdot \frac{\cos x}{\sin^2 x} \right) dx = -\operatorname{In} \cos x \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} - \left(1/\sin x \right) \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} - \\ &- \sin x \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = (1/2) \ln 2 + 3\sqrt{2}/2 - \sqrt{3}/6 \end{aligned}$$

Q4.41. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$$\Delta = \int_{AB} xy dx - \frac{dy}{1 - 2x^2 y}, \quad \text{якщо } L: y = \frac{\ln x}{x^2} \quad \text{від точки}$$

$A(e^{-1}, -e^2)$ до точки $B(1, 0)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } \Delta &= \int_{e^{-1}}^1 \left(x \frac{\ln x}{x^2} - \frac{1}{1 - 2x^2 \cdot (\ln x / x^2)} \cdot \frac{1 - 2 \ln x}{x^3} \right) dx = \\ &= (1/2) \ln^2 x \Big|_{e^{-1}}^1 + (1/2) x^{-2} \Big|_{e^{-1}}^1 = -(1/2) e^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } \Delta &= \int_{e^{-1}}^1 \left(x \frac{\ln x}{x^2} - \frac{1}{1 - 2x^2 \cdot (\ln x / x^2)} \cdot \frac{1 - 2 \ln x}{x} \right) dx = \\ &= (1/2) \ln^2 x \Big|_{e^{-1}}^1 + \ln x \Big|_{e^{-1}}^1 = 1/2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } \Delta &= \int_{e^{-1}}^1 \left(x \frac{\ln x}{x^2} - \frac{1}{1-2x^2} \cdot \frac{1-2\ln x}{x^2} \right) dx = \\ &= (1/2) \ln^2 x \Big|_{e^{-1}}^1 + x^{-1} \Big|_{e^{-1}}^1 = 1/2 - e \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } \Delta &= \int_{e^{-1}}^1 \left(x \frac{\ln x}{x^2} - \frac{1}{1-2x^2} \cdot (1-2\ln x) \right) dx = \\ &= (1/2) \ln^2 x \Big|_{e^{-1}}^1 - x \Big|_{e^{-1}}^1 = e - 3/2 \end{aligned}$$

Q4.42. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} (e^x - e^y) dx - e^y dy$, якщо $L: y = \ln(e^x + x)$ від точки $A(0, 0)$ до точки $B(1, \ln(e+1))$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } \Delta &= \int_0^1 \left((e^x - e^{\ln(e^x+x)}) - e^{\ln(e^x+x)} \cdot \frac{e^x}{e^x+x} \right) dx = \\ &= -(1/2)x^2 \Big|_0^1 - e^x \Big|_0^1 = 1/2 - e \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } \Delta &= \int_0^1 \left((e^x - e^{\ln(e^x+x)}) - e^{\ln(e^x+x)} \cdot (e^x+x) \right) dx = \\ &= -x \ln(e^x+x) \Big|_0^1 - e^x \Big|_0^1 = -\ln(e+1) - e + 1 \end{aligned}$$

$$\text{V3. } \Delta = \int_0^1 \left((e^x - e^{\ln(e^x+x)}) - e^{\ln(e^x+x)} \right) dx = -x^2 \Big|_0^1 - e^x \Big|_0^1 = -e$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } \Delta &= \int_0^1 \left((e^x - e^{\ln(e^x+x)}) - e^{\ln(e^x+x)} \cdot \frac{e^x+1}{e^x+x} \right) dx = \\ &= -(1/2)x^2 \Big|_0^1 - e^x \Big|_0^1 - x \Big|_0^1 = -e - 1/2 \end{aligned}$$

Q4.43. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int_{AB} (e^y - \cos x) dx + e^{-y} dy$, якщо $L: y = \ln(\cos x + \sin x)$ від точки $A(0, 0)$ до точки $B(\pi/2, 0)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/2} \left(e^{\ln(\cos x + \sin x)} - \cos x \right) + e^{-\ln(\cos x + \sin x)} \cdot (-\sin x + \cos x) dx =$$

$$= -\cos x \Big|_0^{\pi/2} + \ln(\cos x + \sin x) \Big|_0^{\pi/2} = 1$$

$$V2. \Delta = \int_0^{\pi/2} \left(e^{\ln(\cos x + \sin x)} - \cos x \right) + e^{-\ln(\cos x + \sin x)} \cdot \frac{-\sin x + \cos x}{\cos x + \sin x} dx =$$

$$= -\cos x \Big|_0^{\pi/2} - (\cos x + \sin x) \Big|_0^{\pi/2} = 1$$

$$V3. \Delta = \int_0^{\pi/2} \left(e^{\ln(\cos x + \sin x)} - \cos x \right) + e^{-\ln(\cos x + \sin x)} dx =$$

$$= -\cos x \Big|_0^{\pi/2} - (1/2)(\cos x + \sin x)^{-2} \Big|_0^{\pi/2} = 1$$

$$V4. \Delta = \int_0^{\pi/2} \left(e^{\ln(\cos x + \sin x)} - \cos x \right) + e^{-\ln(\cos x + \sin x)} \cdot \frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x} dx =$$

$$= -\cos x \Big|_0^{\pi/2} + \sin x \Big|_0^{\pi/2} = 2$$

Q4.44. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$$\Delta = \int_{AB} e^y \cos x dx + \frac{e^y}{\cos^3 x} dy, \text{ якщо } L: y = \ln(1 + 2 \sin x) \text{ від}$$

точки $A(0, 0)$ до точки $B(\pi/6, \ln 2)$.

$$V1. \Delta = \int_0^{\pi/6} \left(e^{\ln(1+2\sin x)} \cos x + \frac{e^{\ln(1+2\sin x)}}{\cos^3 x} \cdot \frac{2\cos x}{1+2\sin x} \right) dx =$$

$$= \sin x \Big|_0^{\pi/6} + \sin^2 x \Big|_0^{\pi/6} + 2 \operatorname{tg} x \Big|_0^{\pi/6} = 3/4 + 2\sqrt{3}/3$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } \Delta &= \int_0^{\pi/6} \left(e^{\ln(1+2\sin x)} \cos x + \frac{e^{\ln(1+2\sin x)}}{\cos^3 x} \cdot \frac{2\sin x \cos x}{1+2\sin x} \right) dx = \\ &= \sin x \Big|_0^{\pi/6} + \sin^2 x \Big|_0^{\pi/6} - 2 \ln \cos x \Big|_0^{\pi/6} = 3/4 - 2 \ln(\sqrt{3}/2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } \Delta &= \int_0^{\pi/6} \left(e^{\ln(1+2\sin x)} \cos x + \frac{e^{\ln(1+2\sin x)}}{\cos^3 x} \right) dx = \\ &= \sin x \Big|_0^{\pi/6} - (1/2) \cos^{-2} x \Big|_0^{\pi/6} + \operatorname{tg}^2 x \Big|_0^{\pi/6} = 2/3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } \Delta &= \int_0^{\pi/6} \left(e^{\ln(1+2\sin x)} \cos x + \frac{e^{\ln(1+2\sin x)}}{\cos^3 x} \cdot 2 \cos x \right) dx = \\ &= \sin x \Big|_0^{\pi/6} + \sin^2 x \Big|_0^{\pi/6} + 2 \operatorname{tg} x \Big|_0^{\pi/6} - 4 \cos^{-1} x \Big|_0^{\pi/6} = 19/4 - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Q4.45. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} (e^y - x) dx + e^{y/2} dy$, якщо $L: y = \ln(\cos x + x)$ від точки $A(0, 0)$ до точки $B(\pi/2, \ln(\pi/2))$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} \left((e^{\ln(\cos x + x)} - x) + e^{(1/2)\ln(\cos x + x)} \cdot \frac{-\sin x}{\cos x + x} \right) dx = \\ &= \sin x \Big|_0^{\pi/2} - (\cos x + x)^{-1} \Big|_0^{\pi/2} = 2 - 2/\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} \left((e^{\ln(\cos x + x)} - x) + e^{(1/2)\ln(\cos x + x)} \cdot \frac{1}{\cos x + x} \right) dx = \\ &= \sin x \Big|_0^{\pi/2} + \sqrt{\cos x + x} \Big|_0^{\pi/2} = \sqrt{\pi/2} \end{aligned}$$

$$\text{V3. } \Delta = \int_0^{\pi/2} \left((e^{\ln(\cos x + x)} - x) + e^{(1/2)\ln(\cos x + x)} \cdot \frac{1 - \sin x}{\cos x + x} \right) dx =$$

$$= \sin x \Big|_0^{\pi/2} + 2\sqrt{\cos x + x} \Big|_0^{\pi/2} = \sqrt{2\pi} - 1$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } \Delta &= \int_0^{\pi/2} \left(e^{\ln(\cos x + x)} - x \right) + e^{(1/2)\ln(\cos x + x)} dx = \\ &= \sin x \Big|_0^{\pi/2} + \ln(\cos x + x) \Big|_0^{\pi/2} = 1 + \ln(\pi/2) \end{aligned}$$

Q4.46. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x$, $F_y = 2y$, $F_z = 5z$, $L: x = R \cos t$, $y = R \sin t$, $z = Rt$; $A(R, 0, 0)$ і $B(0, R, R\pi/2)$.

$$\text{V1. } A_r = \int_{AB} F_y dx + F_x dy + F_z dz = \int_{AB} 2y dx + x dy + 5z dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} [2R \sin t d(R \cos t) + R \cos t d(R \sin t) + 5Rt d(Rt)] =$$

$$= \int_0^{\pi/2} [R^2 \cos^2 t - 2R^2 \sin^2 t + 5R^2 t] dt = \int_0^{\pi/2} \left[R^2 \frac{1 + \cos 2t}{2} - \right.$$

$$\left. - R^2(1 - \cos 2t) + 5Rt \right] dt = R^2 \int_0^{\pi/2} \left[-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cos 2t + 5t \right] dt =$$

$$= R^2 \left(-\frac{1}{2}t + \frac{3}{4} \sin 2t + \frac{5t^2}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \left(\frac{5\pi^2}{8} - \frac{\pi}{4} \right) R^2$$

$$\text{V2. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + 2y dy + 5z dz =$$

$$= \int_0^{\pi} [R \cos t d(R \cos t) + 2R \sin t d(R \sin t) + 5Rt \cdot R dt] =$$

$$= \int_0^{\pi} [3R^2 \sin t \cdot \cos t + 5R^2 t] dt = R^2 \left(\frac{3 \sin^2 t}{2} + 5 \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^{\pi} = 5R^2 \frac{\pi^2}{8}$$

$$\begin{aligned}
V3. A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + 2y dy + 5z dz = \\
&= \int_0^{\pi/2} [R \cos t d(R \cos t) + 2R \sin t d(R \sin t) + 5 \cdot Rt d(Rt)] = \\
&= \int_0^{\pi/2} (R^2 \sin t \cos t + 5R^2 t) dt = R^2 \left(\frac{1}{2} \sin^2 t + \frac{5}{2} t^2 \right) \Big|_0^{\pi/2} = \\
&= R^2 (1/2 + 5\pi^2/8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V4. A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + 2y dy + 5z dz = \\
&= \int_0^{\pi/4} (-R^2 \sin t \cos t + 2R^2 \sin t \cos t + 5R^2 t) dt = \\
&= \left(R^2 \frac{\sin^2 t}{2} + 5R^2 \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^{\pi/4} = R^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{5\pi^2}{32} \right)
\end{aligned}$$

Q4.47. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x + y$, $F_y = y + z$, $F_z = x - z$, $L: x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = e^{2t}$; $A(1,1,1)$ і $B(e, e^{-1}, e^2)$.

$$\begin{aligned}
V1. A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + y) dx + (y + z) dy + (x - \\
&- z) dz = \int_0^1 [(e^t + e^{-t}) d(e^{-t}) + (e^{-t} + e^{2t}) d(e^t) + (e^t - e^{2t}) d(e^{2t})] = \\
&= \int_0^1 [-(1 + e^{-2t}) + (1 + e^{3t}) + 2(e^{3t} - e^{4t})] dt =
\end{aligned}$$

$$= \left(\frac{e^{-2t}}{2} + \frac{3e^{3t}}{3} - \frac{2e^{4t}}{4} \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{e^{-2}}{2} + e^3 + \frac{1}{2}e^4 \right) - 1$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x+y)dx + (y+z)dy + (x-z)dz \\ &= \int_0^1 \left[(e^t + e^{-t})d(e^t) + (e^{-t} + e^{2t})d(e^{-t}) + (e^t - e^{2t})d(e^{2t}) \right] = \\ &= \int_0^1 \left[e^{2t} + 1 - e^{-2t} - e^t + 2e^{3t} - 2e^{4t} \right] dt = \left(\frac{e^{2t}}{2} + t + \frac{e^{-2t}}{2} - \right. \\ &\left. - e^t + \frac{2}{3}e^{3t} - \frac{2e^{4t}}{4} \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{e^2 + e^{-2}}{2} - e + \frac{2}{3}e^3 - \frac{e^4}{2} \right) - \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x+y)dx + (y+z)dy + (x-z)dz \\ &= \int_0^1 \left[(e^t + e^{-t})d(e^t) + (e^{-t} + e^{2t})d(e^{-t}) + (e^t - e^{2t})d(e^{2t}) \right] = \\ &= \int_0^1 \left[(e^{2t} + 1) + (e^{-2t} + e^t) + 2(e^{3t} - e^{4t}) \right] dt = \left(\frac{e^{2t}}{2} + t - \frac{e^{-2t}}{2} + \right. \\ &\left. + e^t + \frac{2}{3}e^{3t} - \frac{2e^{4t}}{4} \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{e^2}{2} + 1 - \frac{e^{-2}}{2} + e + \frac{2}{3}e^3 - \frac{e^4}{2} \right) - \frac{7}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x+y)dx + (y+z)dy + (x-z)dz \\ &= \int_0^1 \left[(e^t + e^{-t})dt + (e^{-t} + e^{2t})dt + (e^t - e^{2t})dt \right] = \\ &= \int_0^1 (2e^t + 2e^{-t})dt = (2e^t - 2e^{-t}) \Big|_0^1 = 2(e - e^{-1}) \end{aligned}$$

Q4.48. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x$, $F_y = y$, $F_z = z$, $L: x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$; $A(0,0,0)$ і $B(1,1,1)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_y dx + F_z dy + F_x dz = \int_{AB} x dx + z dy + y dz = \\ &= \int_0^1 [t dt + t^3 d(t^2) + t^2 d(t^3)] = \int_0^1 [t + 2t^4 + 3t^4] dt = \left(\frac{t^2}{2} + \frac{5t^5}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_z dx + F_x dy + F_y dz = \int_{AB} z dx + x dy + y dz = \\ &= \int_0^1 [t^3 dt + t d(t^2) + t^2 d(t^3)] = \int_0^1 (t^3 + 2t^2 + 3t^5) dt = \\ &= \left(\frac{t^4}{4} + \frac{2t^3}{3} + \frac{3t^6}{6} \right) \Big|_0^1 = \frac{91}{60} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + y dy + z dz = \\ &= \int_0^1 (t dt + t^2 d(t^2) + t^3 d(t^3)) = \int_0^1 (t^2 + 2t^3 + 3t^5) dt = \\ &= \left(\frac{t^3}{3} + \frac{2t^4}{4} + \frac{3t^6}{6} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + y dy + z dz = \\ &= \int_0^1 (t dt + t^2 dt + t^3 dt) = \left(\frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \frac{t^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{13}{12} \end{aligned}$$

Q4.49. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при

переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = z$, $F_y = x$, $F_z = y$, $L: x = t^3$, $y = t^2$, $z = t$; $A(0,0,0)$ і $B(1,1,1)$

$$\begin{aligned} \text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_y dx + F_z dy + F_x dz = \int_{AB} x dx + y dy + z dz = \\ &= \int_0^1 [t^3 d(t^3) + t^2 d(t^2) + t dt] = \int_0^1 [3t^5 + 2t^3 + t] dt = \left(\frac{3t^6}{6} + \frac{2t^4}{4} + \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_z dy + F_y dz = \int_{AB} z dx + y dy + x dz = \\ &= \int_0^1 (t dt + t^2 dt + t^3 dt) = \left(\frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \frac{t^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{13}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} z dx + x dy + y dz = \\ &= \int_0^1 (t dt + t^3 dt + t^2 dt) = \left(\frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{4} + \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{13}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} z dx + x dy + y dz = \\ &= \int_0^1 [t d(t^3) + t^3 d(t^2) + t^2 dt] = \int_0^1 (3t^3 + 2t^4 + t^2) dt = \left(\frac{3t^4}{4} + \frac{2t^5}{5} + \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{89}{60} \end{aligned}$$

Q4.50. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x + y$, $F_y = 2x - z$, $F_z = 3y$,

$L: x = t^2$, $y = t + 1$, $z = 2t^2 - 1$; $A(0,1,-1)$ і $B(1,2,1)$.

$$\text{V1. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + y) dx + (2x - z) dy +$$

$$+ 3ydz = \int_0^1 \left((2t^3 + 2t^2 + 2t + 1) dt + 12(t^2 + t) dt \right) =$$

$$= \int_0^1 (14t^2 + 2t^3 + 14t + 1) dt = \left(\frac{14t^3}{3} + \frac{2t^4}{4} + 7t^2 + t \right) \Big|_0^1 = \frac{79}{6}$$

$$\text{V2. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + y) dx + (2x - z) dy +$$

$$+ 3ydz = \int_0^1 \left((t^2 + t + 1) dt + dt + 3(t^2 + t) dt \right) = \int_0^1 (4t^2 + 4t + 4) dt =$$

$$= \left(\frac{t^3}{3} + 4 \frac{t^2}{2} + 3t \right) \Big|_0^1 = \frac{16}{3}$$

$$\text{V3. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + y) dx + (2x - z) dy +$$

$$+ 3ydz = \int_0^1 \left((2t^2 + 2t + 2) dt + dt + 3(t + 1) dt \right) = \int_0^1 (2t^2 + 5t + 3) dt =$$

$$= \left(\frac{2t^3}{3} + 5 \frac{t^2}{2} + 3t \right) \Big|_0^1 = \frac{37}{6}$$

$$\text{V4. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + y) dx + (2x - z) dy +$$

$$+ 3ydz = \int_0^1 \left((2t^3 + 2t^2 + 2t) dt + dt + 3(t + 1) dt \right) =$$

$$= \int_0^1 (2t^3 + 2t^2 + 5t + 3) dt = \left(\frac{2t^4}{4} + \frac{2t^3}{3} + \frac{5t^2}{2} + 3t \right) \Big|_0^1 = \frac{20}{3}$$

Q4.51. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо

$$F_x = 2x, \quad F_y = z, \quad F_z = y + z, \quad L: x = \sqrt{t}, \quad y = t^3 - t^2, \quad z = t + 2;$$

$$A(0,0,2) \text{ i } B(1,0,3).$$

$$V1. \quad A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 2x dx + z dy + (y + z) dz =$$

$$\int_0^1 [2\sqrt{t}d(\sqrt{t}) + (t+2)d(t^3 - t^2) + (t^3 - t^2 + t + 2)dt] = \int_0^1 (4t^3 + 3t^2 - 3t + 3)dt =$$

$$= \left(\frac{4t^4}{4} - \frac{3t^2}{2} + \frac{3t^3}{3} + 3t \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{2}$$

$$V2. \quad A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 2x dx + z dy + (y + z) dz =$$

$$\int_0^1 [2\sqrt{t}dt + (t^3 + 2t^2 + t)dt + (t^3 - t^2 + t + 2)dt] = \int_0^1 (2\sqrt{t} + 3t^3 + t^2 + 2t + 2)dt =$$

$$= \left(\frac{4t^{3/2}}{3} + \frac{3t^4}{4} + \frac{t^3}{3} + \frac{2t^2}{2} + 2t \right) \Big|_0^1 = \frac{65}{12}$$

$$V3. \quad A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 2x dx + z dy + (y + z) dz =$$

$$\int_0^1 [2\sqrt{t}dt + (t+2)dt + (t^3 - t^2 + t + 2)dt] = \int_0^1 (2\sqrt{t} + t^3 - 2t^2 + 2t + 4)dt =$$

$$= \left(\frac{2t^{3/2}}{3} + \frac{t^4}{4} - \frac{2t^3}{3} + \frac{2t^2}{2} + 4t \right) \Big|_0^1 = \frac{21}{4}$$

$$V4. \quad A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 2x dx + z dy + (y + z) dz =$$

$$\int_0^1 [2\sqrt{t}d(\sqrt{t}) + (t+2)d(t^3 - t^2) + (t^3 - t^2 + t + 2)dt] = \int_0^1 (4t^3 + 3t^2 - t + 2)dt =$$

$$= \left(\frac{4t^4}{4} - \frac{t^2}{2} + \frac{3t^3}{3} + 2t \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{2}$$

Q4.52. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x^2 + y^2$, $F_y = y$, $F_z = 2z$, $L: x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 3t$; $A(1, 0, 0)$ і $B(0, 1, 3\pi/2)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x^2 + y^2) dx + y dy + 2z dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [(\cos^2 t + \sin^2 t) d(\cos t) + \sin t d(\sin t) + 18t dt] = \cos t \Big|_0^{\pi/2} + \\ &+ \frac{1}{2} \sin^2 t \Big|_0^{\pi/2} + 9t^2 \Big|_0^{\pi/2} = \frac{9\pi^2}{4} - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x^2 + y^2) dx + y dy + 2z dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [(\cos^2 t + \sin^2 t) d(\cos t) + \sin t d(\sin t) + 6t dt] = \sin t \Big|_0^{\pi/2} + \\ &+ \int_0^{\pi/2} (\sin t \cos t + 6t) dt = 1 + \left(\frac{\sin^2 t}{2} + \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi^2}{8} + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x^2 + y^2) dx + y dy + 2z dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [(\cos^2 t + \sin^2 t) dt + \sin t dt + 6t dt] = \\ &= \int_0^{\pi/2} (1 + \sin t + 6t) dt = \left(t + \cos t + \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} - 1 = \frac{3\pi^2}{8} + \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x^2 + y^2) dx + y dy + 2z dz = \\
&= \int_0^{\pi/2} [(\cos^2 t + \sin^2 t) d(\cos t) + \sin t d(\sin t) + 6t dt] = \cos 2t \Big|_0^{\pi/2} + \\
&+ \int_0^{\pi/2} (\sin t + 6t) dt = -2 + \left(\cos t + \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3\pi^2}{8} - 1
\end{aligned}$$

Q4.53. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x - z$, $F_y = y + z$, $F_z = x + y$,

$$L: x = t + t^2, y = t^3 - t, z = t; A(0, 0, 0) \text{ і } B(2, 0, 1).$$

$$\begin{aligned}
\text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x - z) dx + (y + z) dy + \\
&+ (x + y) dz = \int_0^1 [t^2 d(t^2 + t) + t^3 d(t^3 - t) + (t^3 + t^2) dt] = \int_0^1 (2t^3 + t^6 + t^2) dt = \\
&= \left(\frac{2t^4}{4} + \frac{t^7}{7} + \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{3} = \frac{41}{42}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x - z) dx + (y + z) dy + \\
&+ (x + y) dz = \int_0^1 [t^2 d(t^2 + t) + t^3 d(t^3 - t) + (t^3 + t^2) dt] = \\
&= \int_0^1 (2t^3 + 2t^5 + 3t^2 + t^3) dt = \left(\frac{2t^4}{4} + \frac{2t^6}{6} + \frac{3t^3}{3} + \frac{t^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

$$\text{V3. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x - z) dx + (y + z) dy +$$

$$\begin{aligned}
+(x+y)dz &= \int_0^1 [t^2 d(t^2+t) + t^3 d(t^3-t) + (t^3+t^2)dt] = \\
&= \int_0^1 (2t^3 + t^5 + 2t^2 - t^3) dt = \left(\frac{2t^4}{4} + \frac{t^6}{6} + \frac{2t^3}{3} - \frac{t^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{13}{12}
\end{aligned}$$

$$V4. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x-z) dx + (y+z) dy +$$

$$+(x+y)dz = \int_0^1 [t^2 d(t^2+t) + t^3 d(t^3-t) + (t^3+t^2)dt] =$$

$$= \int_0^1 (2t^3 + 3t^5 + 2t^2) dt = \left(\frac{2t^4}{4} + \frac{3t^6}{6} + \frac{2t^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{5}{3}$$

Q4.54. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = y$, $F_y = -x$, $F_z = \sqrt{z}$, $L: x = \sin 2t$, $y = \cos 2t$, $z = t^2$ $A(0,1,0)$ і $B(0,1,\pi^2)$.

$$V1. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx - x dy + \sqrt{z} dz =$$

$$= \int_0^\pi [\cos 2t d(\sin 2t) - \sin 2t d(\cos 2t) + \sqrt{t^2} d(t^2)] = \int_0^\pi (2\sqrt{t^2} + \sin 4t) dt =$$

$$= -\frac{\cos 4t}{4} + \frac{2t^2}{2} \Big|_0^\pi = \pi^2$$

$$V2. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx - x dy + \sqrt{z} dz =$$

$$= \int_0^\pi [\cos 2t d(\sin 2t) - \sin 2t d(\cos 2t) + \sqrt{t^2} d(t^2)] = \int_0^\pi (2t^2 + \sin 4t) dt =$$

$$= -\frac{\cos 4t}{4} + \frac{2t^3}{3} \Big|_0^\pi = \frac{2\pi^3}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx - x dy + \sqrt{z} dz = \\ &= \int_0^\pi [\cos 2t d(\sin 2t) - \sin 2t d(\cos 2t) + \sqrt{t^2} d(t^2)] = \int_0^\pi (2 + 2t^2) dt = \\ &= \left(2t + \frac{2t^3}{3}\right) \Big|_0^\pi = 2\pi + \frac{2\pi^3}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx - x dy + \sqrt{z} dz = \\ &= \int_0^\pi [\cos 2t dt - \sin 2t dt + \sqrt{t^2} dt] = \left(\frac{\sin 2t}{2} + \frac{\cos 2t}{2} + \frac{t^2}{2}\right) \Big|_0^\pi = \frac{\pi^3}{2} \end{aligned}$$

Q4.55. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = 3x$, $F_y = y - x$, $F_z = 4z$, $L: x = 3 \cos t$, $y = 3 \sin t$, $z = 3t$; $A(3, 0, 0)$ і $B(0, 3, 3\pi/2)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 3x dx + (y - x) dy + 4z dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [9 \cos t d(3 \cos t) + (3 \sin t - 3 \cos t) d(3 \sin t) + 12t d(3t)] = \\ &= \int_0^{\pi/2} (9t^2 - 9 \cos 2t) dt = \left(\frac{9t^3}{3} - \frac{9}{2} \sin 2t\right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3}{4} \pi^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 3x dx + (y - x) dy + 4z dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [9 \cos t d(3 \cos t) + (3 \sin t - 3 \cos t) d(3 \sin t) + 12t d(3t)] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{\pi/2} (36t - 18\cos t \cdot \sin t - 9\cos^2 t) dt = \\
&= \left(\frac{9\cos 2t}{2} - \frac{9t}{2} - \frac{9\sin 2t}{4} + 18t^2 \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{9\pi^2}{2} - \frac{9\pi}{4} - 9
\end{aligned}$$

$$V3. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 3x dx + (y-x) dy + 4z dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} [9\cos t d(3\cos t) + (3\sin t - 3\cos t) d(3\sin t) + 12t d(3t)] =$$

$$= 9 \int_0^{\pi/2} (t - \cos t + 3\sin t) dt = 9 \left(\frac{t^2}{2} - \sin t - 3\cos t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{9}{8} \pi^2$$

$$V4. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 3x dx + (y-x) dy + 4z dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} [9\cos t d(3\cos t) + (3\sin t - 3\cos t) d(3\sin t) + 3t d(3t)] =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left(9t - \frac{9}{2} \cos 2t + 27 \sin t \cos t \right) dt =$$

$$= \left(\frac{9t^2}{2} - \frac{9}{4} \sin 2t - \frac{27}{4} \cos 2t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{9\pi^2}{8} + \frac{117}{8}$$

Q4.56. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = xy^2$, $F_y = yz^2$, $F_z = -x^2z$, $L: x = -2t$, $y = 4t$, $z = 5t$; $A(0,0,0)$ і $B(-2,4,5)$.

$$V1. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} xy^2 dx + yz^2 dy - x^2z dz =$$

$$= \int_0^1 [64t^3 dt + 25t^3 dt - 5t^3 dt] = 9$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} xy^2 dx + yz^2 dy - x^2 dz = \\ &= \int_0^1 [-16t^2 dt + 100t^2 dt - 20t^2 dt] = \frac{64}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} xy^2 dx + yz^2 dy - x^2 dz = \\ &= \int_0^1 [64t^3 dt + 400t^3 dt - 100t^3 dt] = 91 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} xy^2 dx + yz^2 dy - x^2 dz = \\ &= \int_0^1 [-2t^4 dt + 10t^4 dt - 4t^4 dt] = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

Q4.57. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = 2yx$, $F_y = -x^2$, $F_z = z$, $L: x = 3t - 2$, $y = t^2$, $z = t + t^2$; $A(-2, 0, 0)$ і $B(1, 1, 2)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 2xy dx - x^2 dy + z dz = \\ &= \int_0^1 [6t^2(3t-2)dt - 2t(3t-2)^2 dt + (t+t^2)(1+2t)dt] = \\ &= \int_0^1 (5t^3 + 10t^2 - 8t) dt = \left(\frac{5t^4}{4} + \frac{10t^3}{3} - \frac{8t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

$$\text{V2. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 2xy dx - x^2 dy + z dz =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^1 [6t^2(3t-2)dt - 2t(3t-2)^2 dt + (t+t^2)(1+2t)dt] = \\
&= \int_0^1 (2t^3 + 15t^2 - 7t)dt = \left(\frac{t^4}{2} + \frac{15t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 2
\end{aligned}$$

$$V3. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 2xydx - x^2 dy + z dz =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^1 [6t^2(3t-2)dt - 2t(3t-2)^2 dt + (t+t^2)(1+2t)dt] = \\
&= \int_0^1 (20t^3 + 9t^2 - 6t)dt = \left(\frac{20t^4}{4} + \frac{9t^3}{3} - \frac{6t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 5
\end{aligned}$$

$$V4. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 2xydx - x^2 dy + z dz =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^1 [6t^2(3t-2)dt - 2t(3t-2)^2 dt + (t+t^2)(1+2t)dt] = \\
&= \int_0^1 (2t^3 + 12t^2 - 3t)dt = \left(\frac{t^4}{2} + \frac{12t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 3
\end{aligned}$$

Q4.58. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = 1$, $F_y = xz$, $F_z = x$, $L: x = \cos^2 t$, $y = \sin 2t$, $z = \sin^2 t$; $A(1, 0, 0)$ і $B(0, 0, 1)$.

$$V1. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} dx + xz dy + x dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} [d(\cos^2 t) + \cos^2 t \sin^2 t d(\sin 2t) + \cos^2 t d(\sin^2 t)] =$$

$$= \cos^2 t \Big|_0^{\pi/2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \sin^3 2t \Big|_0^{\pi/2} + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos^4 t \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{17}{12}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} dx + xz dy + x dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} \left[d(\cos^2 t) + \cos^2 t \sin^2 t d(\sin 2t) + \cos^2 t d(\sin^2 t) \right] = \\ &= \left(\frac{\cos^5 t}{5} + \frac{\sin^5 t}{5} - \frac{2 \cos^5 t}{5} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} dx + xz dy + x dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} \left[d(\cos^2 t) + \cos^2 t \sin^2 t d(\sin 2t) + \cos^2 t d(\sin^2 t) \right] = \\ &= \int_0^{\pi/2} (2 \sin t \cos^3 t - 2 \sin^3 t \cos t + 2 \cos^4 t \sin t) dt = \\ &= \left(-\frac{\cos^4 t}{2} + \frac{\sin^4 t}{2} - \frac{2 \cos^5 t}{5} \right) \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{19}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} dx + xz dy + x dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} \left[d(\cos^2 t) + \cos^2 t \sin^2 t d(\sin 2t) + \cos^2 t d(\sin^2 t) \right] = \\ &= \left(\frac{\sin^2 2t}{2} + \frac{\sin^4 t}{2} - \frac{2 \cos^5 t}{5} \right) \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{12}{5} \end{aligned}$$

Q4.59. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x$, $F_y = y + x$, $F_z = -xz$, $L: x = \cos 2t$, $y = \sin 2t$, $z = 2t$;

$A(1,0,0)$ i $B(-1,0,\pi)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + (x+y) dy - xz dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [\cos 2t d(\cos 2t) + (\sin 2t + \cos 2t) d(\sin 2t) - 2t \cos 2t d(2t)] = \\ &= \left(\frac{\sin^2 2t}{2} + \frac{\cos 4t}{8} + 2t \sin 2t + \frac{t^2}{2} \cos 2t \right) \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{\pi^2}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + (x+y) dy - xz dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [\cos 2t d(\cos 2t) + (\sin 2t + \cos 2t) d(\sin 2t) - 2t \cos 2t d(2t)] = \\ &= \left(\frac{\cos^2 2t}{2} + \frac{\sin^2 2t}{2} + t + \frac{\sin 4t}{4} - 2t \sin 2t - \cos 2t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + (x+y) dy - xz dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [\cos 2t d(\cos 2t) + (\sin 2t + \cos 2t) d(\sin 2t) - 2t \cos 2t d(2t)] = \\ &= \left(\frac{\sin^2 2t}{2} + \frac{\cos 2t}{8} + \frac{t^2}{4} \sin 2t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + (x+y) dy - xz dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [\cos 2t d(\cos 2t) + (\sin 2t + \cos 2t) d(\sin 2t) - 2t \cos 2t d(2t)] = \\ &= \left(\frac{\cos^2 2t}{2} + \frac{\sin^2 2t}{2} + \frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{2} + t \sin t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3\pi}{4} \end{aligned}$$

Q4.60. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x + y$, $F_y = -x$, $F_z = z$,

$L: x = \sin 2t$, $y = 3 \cos 2t$, $z = 3 \sin t$; $A(0, 3, 0)$ і $B(0, -3, 3)$.

$$V1. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + y) dx - x dy + z dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} [(\sin 2t + 3 \cos 2t) d(\sin 2t) - \sin 2t d(3 \cos 2t) + 3 \sin t \times$$

$$\times d(3 \sin t)] = \left(\frac{9 \sin^2 t}{2} + \frac{\sin^2 2t}{2} + 3t + \frac{3 \cos 2t}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3\pi}{2} - \frac{3}{4}$$

$$V2. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + y) dx - x dy + z dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} [(\sin 2t + 3 \cos 2t) dt - \sin 2t dt + 3 \sin t dt] =$$

$$= \left(\frac{3 \cos 2t}{4} + \frac{3 \sin 2t}{4} + \frac{t^2}{2} + 3 \cos t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi^2}{8} - \frac{9}{4}$$

$$V3. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + y) dx - x dy + z dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} [(\sin 2t + 3 \cos 2t) dt - \sin 2t dt + 3 \sin t dt] =$$

$$= \left(-\frac{\cos 2t}{2} + \frac{3 \sin 2t}{2} - t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3}{2} - \frac{\pi}{2}$$

$$V4. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + y) dx - x dy + z dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} [(\sin 2t + 3 \cos 2t)d(\sin 2t) - \sin 2t d(3 \cos 2t) + 3 \sin t \times \\ \times d(3 \sin t)] = \left(\frac{9 \sin^2 t}{2} + \frac{\sin^2 2t}{2} + 6t + \frac{3 \sin 4t}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{9}{2} + 3\pi$$

Q4.61. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x - y$, $F_y = yx$, $F_z = y + z$,

$$L: x = 2t - 1, y = 3t, z = t^2 + 1; A(-1, 0, 1) \text{ і } B(1, 3, 2).$$

$$\text{V1. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x - y) dx + (xy) dy + (y + \\ + z) dz = \int_0^1 [(-t - 1)d(2t - 1) - 3t(2t - 1)d(3t) + (3t + t^2 + 1)(1 + 2t) \times$$

$$\times d(t^2 + 1)] = \int_0^1 (2t^3 + 2t^2 - 3t - 5) dt = \left(\frac{t^4}{2} + \frac{2t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} - 5t \right) \Big|_0^1 = -\frac{19}{9}$$

$$\text{V2. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x - y) dx + (xy) dy + (y + \\ + z) dz = \int_0^1 [(-t - 1)d(2t - 1) - 3t(2t - 1)d(3t) + (3t + t^2 + 1)(1 + 2t) \times$$

$$\times d(t^2 + 1)] = \int_0^1 (t^3 + 12t^2 - 7t + 2) dt = \left(\frac{t^4}{4} + \frac{12t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 2t \right) \Big|_0^1 = 3$$

$$\text{V3. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x - y) dx + (xy) dy + (y + \\ + z) dz = \int_0^1 [(-t - 1)dt - 3t(2t - 1)dt + (3t + t^2 + 1)(1 + 2t) dt =$$

$$= \int_0^1 (t^3 + 14t^2 + 12t - 2) dt = \left(\frac{t^4}{4} + \frac{14t^3}{3} + \frac{12t^2}{2} - 2t \right) \Big|_0^1 = \frac{107}{12}$$

$$\text{V4. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x - y) dx + (xy) dy + (y + z) dz = \int_0^1 [(-t - 1)d(2t - 1) - 3t(2t - 1)d(3t) + (3t + t^2 + 1)(1 + 2t) \times$$

$$\times d(t^2 + 1)] = \int_0^1 (2t^3 + 24t^2 - 9t - 2) dt = \left(\frac{t^4}{2} + \frac{24t^3}{3} - \frac{9t^2}{2} - 2t \right) \Big|_0^1 = 2$$

Q4.62. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = y$, $F_y = -x$, $F_z = 2xy/z^2$, $L: x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$; $A(0, 0, 0)$ і $B(0, \pi/2, \pi/2)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx - x dy + \frac{2xy}{z^2} dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} \left[t \sin t d(t \cos t) - t \cos t d(t \sin t) + \frac{2t \sin t \cdot t \cos t}{t^2} dt \right] = \\ &= \int_0^{\pi/2} (t \sin t \cos t - t^2 \sin^2 t - t \sin t \cos t - t^2 \cos^2 t \cos t + \sin 2t) dt = \\ &= \left(-\frac{t^3}{3} - \frac{1}{2} \cos 2t \right) \Big|_0^{\pi/2} = 1 - \frac{\pi^3}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx - x dy + \frac{2xy}{z^2} dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} \left[t \sin t d(t \cos t) - t \cos t d(t \sin t) + \frac{2t \sin t \cdot t \cos t}{t^2} dt \right] = \end{aligned}$$

$$= (t^2 \sin t + 3(t \cos t + \sin t) + \frac{t^2 \sin 2t}{2} + \frac{t^3}{6}) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi^3}{48} + \frac{\pi^2}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx - x dy + \frac{2xy}{z^2} dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} \left[t \sin t d(t \cos t) - t \cos t d(t \sin t) + \frac{2t \sin t \cdot t \cos t}{t^2} dt \right] = \\ &= (-t^2 \cos t + 3(t \sin t + \cos t) + \frac{t^2 \sin 2t}{2}) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3\pi}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx - x dy + \frac{2xy}{z^2} dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} \left[t \sin t d(t \cos t) - t \cos t d(t \sin t) + \frac{2t \sin t \cdot t \cos t}{t^2} dt \right] = \\ &= (-t^2 \cos t + 3(t \sin t + \cos t) + \frac{t^2 \sin 2t}{2} + \frac{t^2}{4}) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi^2}{4} \end{aligned}$$

Q4.63. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x$, $F_y = y$, $F_z = z - y^2/2$,

$$L: x = e^{2t} - t, y = 2e^{-t}, z = t + 2; A(0, 2, 2) \text{ і } B(e^2 - 1, 2/e, 3).$$

$$\begin{aligned} \text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + y dy + (z - y^2/2) dz = \\ &= \int_0^1 \left[(e^{2t} - t) d(e^{2t} - t) + 2e^{-t} d(2e^{-t}) + (t + 2 - 2e^{-2t}) d(t + 2) \right] = \\ &= \int_0^1 \left(2e^{4t} - 2te^{2t} + t + 2 - 3e^{-2t} \right) dt = \frac{e^4}{2} + \frac{3}{2e^2} - \frac{e^2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V2. \quad A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + y dy + (z - y^2/2) dz = \\
&= \int_0^1 [(e^{2t} - t)d(e^{2t} - t) + 2e^{-t}d(2e^{-t}) + (t + 2 - 2e^{-t})d(t + 2)] = \\
&= \int_0^1 (e^{4t} - 2e^{2t} + 2t^2 + 2 - 3e^{-2t}) dt = \frac{e^4}{4} + \frac{3}{2e^2} + \frac{41}{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V3. \quad A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + y dy + (z - y^2/2) dz = \\
&= \int_0^1 [(e^{2t} - t)dt + 2e^{-t}dt + (t + 2 - 2e^{-t})dt] = \\
&= \int_0^1 (e^{3t} - e^{2t} + 2t + 2 + e^{-2t}) dt = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{2e^2} - \frac{e^2}{2} + \frac{3}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V4. \quad A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + y dy + (z - y^2/2) dz = \\
&= \int_0^1 [(e^{2t} - t)d(e^{2t} - t) + 2e^{-t}d(2e^{-t}) + (t + 2 - 2e^{-2t})d(t + 2)] = \\
&= \int_0^1 (2e^{4t} - 3e^{2t} + 2te^t + e^t + 4e^{-2t}) dt = \frac{e^4}{2} + \frac{1}{2e^2} + \frac{3e^2}{2} + 3e - 2
\end{aligned}$$

Q4.64. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x^2$, $F_y = z + x$, $F_z = yx$, $L: x = \sin t$, $y = \sin^2 t$, $z = \sin^3 t$; $A(0,0,0)$ і $B(1,1,1)$.

$$V1. \quad A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x^2 dx + (z + x) dy + yx dz =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{\pi/2} [\sin^2 t d(\sin t) + (\sin^3 t + \sin t) d(\sin^2 t) + \sin^3 t d(\sin^3 t)] = \\
&= \left(\frac{\sin^2 t}{2} + \frac{3\sin^5 t}{5} + \frac{\sin^4 t}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{27}{20}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x^2 dx + (z+x)dy + yxdz = \\
&= \int_0^{\pi/2} [\sin^2 t d(\sin t) + (\sin^3 t + \sin t) d(\sin^2 t) + \sin^3 t d(\sin^3 t)] = \\
&= \left(\frac{\sin^3 t}{3} + \frac{\sin^6 t}{6} + \frac{\sin^4 t}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{3}{4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x^2 dx + (z+x)dy + yxdz = \\
&= \int_0^{\pi/2} [\sin^2 t d(\sin t) + (\sin^3 t + \sin t) d(\sin^2 t) + \sin^3 t d(\sin^3 t)] = \\
&= \left(\sin^3 t + \frac{2\sin^5 t}{5} + \frac{\sin^6 t}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{19}{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x^2 dx + (z+x)dy + yxdz = \\
&= \int_0^{\pi/2} [\sin^2 t d(\sin t) + (\sin^3 t + \sin t) d(\sin^2 t) + \sin^3 t d(\sin^3 t)] = \\
&= \left(\frac{\sin^3 t}{6} + \frac{\sin^5 t}{5} + \frac{\sin^6 t}{3} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{7}{10}
\end{aligned}$$

Q4.65. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо

$F_x = y$, $F_y = x^2$, $F_z = z$, $L: x = t$, $y = t^3$, $z = t^5$; $A(0,0,0)$ і $B(1,1,1)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx + x^2 dy + z dz = \\ &= \int_0^1 [t^3 dt + t^2 d(t^3) + t^5 d(t^5)] = \left(\frac{t^4}{4} + \frac{3t^6}{6} + \frac{t^{11}}{11} \right) \Big|_0^1 = \frac{37}{44} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx + x^2 dy + z dz = \\ &= \int_0^1 [t^3 dt + t^2 d(t^3) + t^5 d(t^5)] = \left(\frac{t^4}{4} + \frac{3t^5}{5} + \frac{t^{10}}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{27}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx + x^2 dy + z dz = \\ &= \int_0^1 [t^3 dt + t^2 d(t^3) + t^5 d(t^5)] = \left(\frac{t^4}{4} + \frac{t^3}{3} + \frac{t^6}{6} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} y dx + x^2 dy + z dz = \\ &= \int_0^1 [t^3 dt + t^2 dt + t^5 dt] = \left(\frac{t^4}{4} + \frac{t^3}{3} + \frac{t^6}{6} \right) \Big|_0^1 = \frac{23}{12} \end{aligned}$$

Q4.66. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x$, $F_y = -y$, $F_z = 2z$, $L: x = 2 \sin t$, $y = 2 \cos t$, $z = 3t$; $A(0,2,0)$ і $B(2,0,3\pi/2)$.

$$\text{V1. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx - y dy + 2z dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} [2 \sin t d(2 \sin t) - 2 \cos t d(2 \cos t) + 6td(3t)] = \frac{9\pi^2}{4} + 4$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx - y dy + 2z dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [2 \sin t d(2 \sin t) - 2 \cos t d(2 \cos t) + 6td(3t)] = \frac{\pi^2}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx - y dy + 2z dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [2 \sin t d(2 \sin t) - 2 \cos t d(2 \cos t) + 6td(3t)] = \frac{\pi^2}{8} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx - y dy + 2z dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} [2 \sin t d(2 \sin t) - 2 \cos t d(2 \cos t) + 6td(3t)] = \frac{3\pi^2}{2} + 1 \end{aligned}$$

Q4.67. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x + z$, $F_y = x$, $F_z = z - 1$, $L: x = 3t$, $y = 4t^2 - 1$, $z = t + 1$; $A(0, -1, 1)$ і $B(3, 3, 2)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + z) dx + x dy + (z - 1) dz = \\ &= \int_0^1 [(4t + 1)d(3t) + 3td(4t^2 - 1) + td(t + 1)] = \left(\frac{4t^3}{3} + \frac{5t^2}{2} + 3t \right) \Big|_0^1 = \frac{9}{6} \end{aligned}$$

$$\text{V2. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + z) dx + x dy + (z - 1) dz =$$

$$= \int_0^1 [(4t+3)d(3t) + 3td(4t^2-1) + td(t+1)] = \left(\frac{6t^3}{3} + \frac{10t^2}{2} + 3t \right) \Big|_0^1 = 10$$

$$V3. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x+z)dx + xdy + (z-1)dz =$$

$$= \int_0^1 [(4t+1)d(3t) + 3td(4t^2-1) + td(t+1)] = \left(8t^3 + \frac{13t^2}{2} + 3t \right) \Big|_0^1 = \frac{35}{2}$$

$$V4. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x+z)dx + xdy + (z-1)dz =$$

$$= \int_0^1 [(4t+1)dt + 3tdt + (t+3)dt] = (4t^2 + 4t) \Big|_0^1 = 8$$

Q4.68. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = 3x$, $F_y = y + x$, $F_z = 2z$, $L: x = t^3$, $y = 2t$, $z = t^2 - 1$; $A(0, 0, -1)$ і $B(1, 2, 0)$.

$$V1. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 3x dx + (y+x)dy + 2z dz =$$

$$= \int_0^1 [3t^3 d(t^3) + (2t+t^3)d(2t) + 2(t^2-1)d(t^2-1)] = \left(\frac{7t^6}{6} + \frac{3t^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{23}{12}$$

$$V2. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 3x dx + (y+x)dy + 2z dz =$$

$$= \int_0^1 [3t^3 d(t^3) + (2t+t^3)d(2t) + 2(t^2-1)d(t^2-1)] = \left(\frac{9t^6}{6} + \frac{6t^4}{4} \right) \Big|_0^1 = 3$$

$$V3. A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 3x dx + (y+x)dy + 2z dz =$$

$$= \int_0^1 \left[3t^3 d(t^3) + (2t + t^3) d(2t) + 2(t^2 - 1) d(t^2 - 1) \right] = \left(3t^6 + \frac{3t^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{15}{4}$$

$$\text{V4. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} 3x dx + (y + x) dy + 2z dz =$$

$$= \int_0^1 \left[3t^3 d(t^3) + (2t + t^3) d(2t) + 2(t^2 - 1) d(t^2 - 1) \right] = \left(\frac{9t^6}{2} - \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 7$$

Q4.69. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x$, $F_y = -y$, $F_z = z/2$, $L: x = \cos(t/2)$, $y = \sin t$, $z = t^2$; $A(1, 0, 0)$ і $B(\sqrt{2}/2, 1, \pi^2/4)$.

$$\text{V1. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx - y dy + \frac{z}{2} dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[\cos \frac{t}{2} d\left(\cos \frac{t}{2}\right) - \sin t d(\sin t) + \frac{t^2}{2} d(t^2) \right] = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\text{V2. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx - y dy + \frac{z}{2} dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[\cos \frac{t}{2} d\left(\cos \frac{t}{2}\right) - \sin t d(\sin t) + \frac{t^2}{2} d(t^2) \right] = \frac{\pi^4}{4} + 2$$

$$\text{V3. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx - y dy + \frac{z}{2} dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[\cos \frac{t}{2} dt - \sin t d(\sin t) + \frac{t^2}{2} dt \right] = \frac{\pi^2}{4} - 3$$

$$\text{V4. } A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx - y dy + \frac{z}{2} dz =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[\cos \frac{t}{2} d\left(\cos \frac{t}{2}\right) - \sin t d(\sin t) + \frac{t^2}{2} d(t^2) \right] = \frac{\pi^4}{64} - 1$$

Q4.70. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B , якщо $F_x = x$, $F_y = y - x$, $F_z = z^2$, $L: x = 3 \cos t$, $y = \sin t$, $z = \cos 2t$; $A(3, 0, 1)$ і $B(0, 1, -1)$.

$$\begin{aligned} \text{V1. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + (y - x) dy + z^2 dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} \left[3 \cos t d(3 \cos t) + (\sin t - 3 \cos t) d(\sin t) + \cos^2 2t d(\cos 2t) \right] = \\ &= 3\pi/4 - 2/3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V2. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + (y - x) dy + z^2 dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} \left[3 \cos t dt + (\sin t - 3 \cos t) dt + \cos^2 2t dt \right] = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V3. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + (y - x) dy + z^2 dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} \left[3 \cos t d(3 \cos t) + (\sin t - 3 \cos t) d(\sin t) + \cos^2 2t d(\cos 2t) \right] = \\ &= -3\pi/4 - 13/3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V4. } A_r &= \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} x dx + (y - x) dy + z^2 dz = \\ &= \int_0^{\pi/2} \left[-3 \cos t \cdot 3 \sin t + \sin t \cos t - 3 \cos^2 t - 2 \cos^2 2t \sin 2t \right] = \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

З М І С Т

Передмова	3
1. Подвійний інтеграл	3
2. Потрійний інтеграл	30
3. Криволінійний інтеграл за довжиною (першого роду)	68
4. Криволінійний інтеграл за координатами (другого роду)	95
Додаток-вкладиш: Правильні відповіді до завдань. Частина четверта	150

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Анатолій Іванович Колосов,
Анатолій Вікторович Якунін,
Юлія Валеріївна Ситникова

ЗБІРНИК ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ. ЧАСТИНА ЧЕТВЕРТА: КРАТНІ ТА КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ

Відповідальний за випуск: С.О. Станішевський

Редактор: М.З. Аляб'єв

План 2008, поз. 25 Н

Підп. до друку 15.10.08	Формат 60x84 1/16	Папір офісний
Друк на ризографі.	Умовн.-друк.арк 9,0	Обл.-вид.арк. 9,5
Тираж 100 прим.	Зам. №	

ХНАМГ, 61002, Харків, вул. Революції, 12

Сектор оперативної поліграфії ЦНІТ ХНАМГ
ХНАМГ, 61002, Харків, вул. Революції, 12