МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до проведення лабораторних занять
і організації самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«ГЕОДЕЗІЯ»

Змістовий модуль 1

Принципи геометризації та координатизації простору

(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій)

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2024

Методичні рекомендації до проведення лабораторних занять і організації самостійної роботи з навчальної дисципліни «Геодезія». Змістовий модуль 1 Принципи геометризації та координатизації простору (для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : М. А. Кухар, В. О. Пеньков. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2024. – 39 с.

Укладачі: канд. техн. наук М. А. Кухар,
канд. техн. наук, доц. В. О. Пеньков

Рецензент

С. Г. Нестеренко, кандидат технічних наук, завідувач кафедри земельного адміністрування та геоінформаційних систем Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою земельного адміністрування та геоінформаційних систем, протокол № 1 від 28.08.2023

ЗМІСТ

Вступ……..……..... 4

Лабораторна робота № 1 Геодезичні величини і операції з ними …….. 5

Лабораторна робота № 2 Геодезичні вимірювання та побудови графічної точності……..……. 20

Лабораторна робота № 3 Комплексні геодезичні вимірювання……...… 33

Список рекомендованих джерел…….. 38

ВСТУП

Дисципліна «Геодезія» є нормативною дисципліною професійного спрямування для студентів спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій.

Вона є базовою для подальшого вивчення більш вузьких дисциплін підготовки фахівців цього напрямку.

Методичні рекомендації містять завдання до лабораторних і розрахунково-графічних робіт. До кожної лабораторної роботи наведено вказівки з виконання завдань з прикладами, а також дається посилання на додаткову літературу для самостійної роботи.

Основним завданням, яке повинно бути вирішено при виконанні лабораторних робіт, є закріплення та використання на практиці теоретичних знань, формування у студентів навичок роботи з планами й картами, вміння читати карту й розв’язувати різноманітні задачі, які постають на виробництві перед фахівцями з геодезії, картографії та землеустрою.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1
ГЕОДЕЗИЧНІ ВЕЛИЧИНИ І ОПЕРАЦІЇ З НИМИ

Мета роботи: розвинути навички роботи з кутовими та лінійними величинами, які використовуються в геодезії; вивчити масштаб і форми його відображення, навчитись розраховувати точність масштабу, вимірювати й відкладати довжини ліній на планах і картах.

Обладнання: геодезичний транспортир, вимірювач, топографічна карта, калькулятор.

Пояснення до виконання роботи. У роботі N – це номер варіанта за списком. Завдання виконуються послідовно; вказується текст завдання та формули для розрахунків, якщо вони використовуються; відповіді та розрахунки проводяться за варіантом у виділеному для цього місці – після тексту завдання. Рекомендації та приклади слугують для ознайомлення з процесом вирішення завдань, які мають бути представлені покроково відповідно до прикладів.

Частина 1

Завдання 1. Представити секунди у вигляді градусів, хвилин і секунд:

23 456″ + (25 · N)″	
356 478″ + (250 · N)″	
2 568 426″° + (550 · N)″	

Завдання 2. Представити кути у десятинних градусах:

N˚25′ 25″	
23˚N′ 35″	
56˚04′ N″	

Завдання 3. Додати кути. Розрахунки робити в стовпчик:

02˚25′ 25″ + N˚N′ N″	
23˚35′ 35″ + (2 · N)˚(N + 15)′ N″	
56˚04′ 05″ + (40 · N)˚(N + 23)′ 01″	

Завдання 4. Відняти кути. Розрахунки робити в стовпчик:

156˚59′ 59″ – N˚N′ N″	
55˚54′ 50″ – N˚(N+15)′ N″	
00˚04′ 05″ – (3·N)˚(N+23)′ N″	

Завдання 5. Розділити кут:

(56˚59′ 59″ + (3·N)˚N′ N″)/4	

Рекомендації до виконання завдань. Робота в геодезії пов'язана з кутовими та лінійними величинами. Найчастіше складнощі виникають з кутовими величинами.

Кути позначаються через градуси «˚», хвилини «′» та секунди «″»:

– 1 градус = 60 хвилин;
– 1 градус = 3 600 секунд;
– 1 хвилина = 60 секунд.

Якщо градуси мають величину більшу ніж 360˚, наприклад 723˚, то від кута віднімаємо 360˚:

– 723˚> 360˚, тому 723˚– 360˚= 363˚;
– 363˚> 360˚, тому 363˚– 360˚= 03˚;
– 03˚< 360˚, тому кут дорівнює 03˚.

Якщо градуси мають величину нижчу за 0˚, наприклад, –23˚, то до кута додаємо 360˚: –23˚+ 360˚= 337˚

Приклад. Представити секунди у вигляді градусів, хвилин і секунд N = 41:

1) 23 456″ + (25·N)″ = 23 456″ + (25·41)″ = 23 456″ + 1 025″ = 24 481″;
2) 24 481″/3 600 = 6,800 27 – отримали 6 цілих градусів;
3) 24 481″ – 6˚ × 3 600 = 24 481″ – 21 600″ = 2 881″;
4) 2 881″/60 = 48,016 66′ – отримали 48 цілих хвилин;
5) 2 881″ – 48′ × 60 = 2 881″ – 2 880″ = 1″ – отримали одну цілу секунду;
6) відповідь: 06˚48′ 01″.

Приклад. Представити кути у десятинних градусах:

1) N˚25′ 25″ = 41˚25′ 25″;

2) 41˚ + (25/60)˚ + (25/3 600)˚ = 41˚ + 0,416 67˚ + 0,006 94˚ = 41,423 61˚;

Приклад. Додати кути:

1) 56˚ 04′ 05″ + (40·N)˚ (N + 23)′ N″ = 56˚ 04′ 05″ + (40 × 41)˚ (41 + 23)′ 41″ = 56˚ 04′ 05″ + 1 640˚ 64′ 41″ ;

2) 56˚ + 1 640˚ = 1 696˚;

1 × 360˚ = 360˚, 2 × 360˚ = 720˚, 3 × 360˚ = 1 080˚, 4 × 360˚ = 1 440˚, 5 × 360˚ = 1 800˚ : 1 800˚ > 1 681˚, тому беремо 1 440˚;

3) 1 696˚ – 1 440˚ = 256˚;

4) 04′ + 64′ = 68′ = 60′ + 8′ = 1˚08′;

5) 05″ + 41″ = 46″;

6) 256˚ + 1˚ 08′ + 46″ = (256+1)˚08′ 46″ = 257˚08′ 46″;

7) відповідь: 257˚08′ 46″.

Приклад. Відняти кути.

Варіант 1:

1) 00˚04′ 05″ – (3·N)˚(N + 23)′ 01″ = 00˚04′ 05″ – (3 × 41)˚(41 + 23)′ 01″ = = 00˚04′ 05″ – 123˚64′ 01″ = 00˚04′ 05″ – 124˚04′ 01″ (зверніть увагу на те, що 64′ перевели в 01˚04′);

2) 00˚ – 124˚ = – 124˚;

3) 04 ′ – 04 ′ = 00 ′;

4) 05″ – 01″ = 04″ (зверніть увагу на те, що секунди зі знаком «+», тому у відповіді вони і залишаться, як 04 ″);

5) – 124˚ < 0˚, тому – 124˚ + 360˚ = 236˚;

6) відповідь: 236˚00′ 04″.

Варіант 2:

1) 00˚04′ 05″ – (3·N)˚(N + 23)′ 41″ = 00˚04′ 05″ – (3 × 41)˚(41 + 23)′ 41″ = = 00˚04′ 05″ – 123˚64′ 41″ = 00˚04′ 05″ – 124˚04′ 41″ (зверніть увагу на те, що 64′ перевели в 01˚04 ′);

2) 00˚ – 124˚ = – 124˚;

3) 04 ′ – 04 ′ = 00 ′;

4) 05″ – 41″ = –36″ (зверніть увагу на те, що секунди зі знаком «–», тому

необхідно виконати додаткову операцію під номером 6);

5) – 124˚< 0˚, тому: – 124˚+ 360˚= 236˚;

6) 236˚= 235˚+ 1˚;

1˚= 60′;

60 ′ = 59 ′ + 1 ′;

1 ′ = 60″;

236˚= 235˚59′ 60″;

далі –36″ + 60″ = 24″;

7) відповідь: 235˚59′ 24″.

Приклад. Розділити кут:

1) (55˚57′ 58″ + (3 · N)˚N′ N″)/4 = (55˚57′ 58″ + (3 · 41)˚41′ 41″)/4 =

= (55˚57′ 58″ + 123˚41′ 41″)/4 = (178 98′ 99″)/4 = (179˚39′ 39″)/4 (зверніть увагу на те, що 98′ перевели в 01˚38′, а 99″ перевели в 01′ 39″);

2) 179˚/ 4 = 179˚/ 4 = 44,75˚;

3) 44,75˚ = 44˚ + (0,75 × 60)′ = 44˚45′ (зверніть увагу на те, що десяті градуса ми множимо на 60 для переведення їх в цілі хвилини, бо один градус дорівнює 60-ти хвилинам);

4) 39′/4 = 9,75′;

5) 9,75′ = 9′ + (0,75 · 60)″ = 9′ 45″ (зверніть увагу на те, що десяті хвилин ми множимо на 60 для переведення їх в цілі секунди, бо одна хвилина дорівнює 60-ти секундам);

6) 39″/4 = 9,75″;

7) 44˚45′ + 9′45″ + 9,75″ = 44˚54′ 09,75″ (зверніть увагу на те, що хвилини додаємо до хвилин, секунди до секунд);

8) відповідь: 44˚54′ 09,75″.

Частина 2

Завдання 1. Подайте визначення:

Висота точки – _____

_____

Перевищення – _____
_____

Горизонтальне прокладення –_____
_____

Схил – _____
_____

Ухил – _____
_____

Рівнева поверхня –_____
_____

Завдання 2. Визначити перевищення:

H_A = (123 + N) м H_B = (256 + 3N) м	

Завдання 3. Визначити кут нахилу та горизонтальне прокладання:

H_A = (10 + N) м H_B = (30 + N) м D = (50 + N) м	1) 2) 3) 4) 5)

Завдання 4. Визначити ухил лінії:

H_A = (110 + N) м H_B = (105 + N) м D = (195 + N) м	1) 2) 3) 4) 5) 6)

Рекомендації до виконання завдань. Рельєф між двома точками можна представити у вигляді трикутника (рис. 1.1).

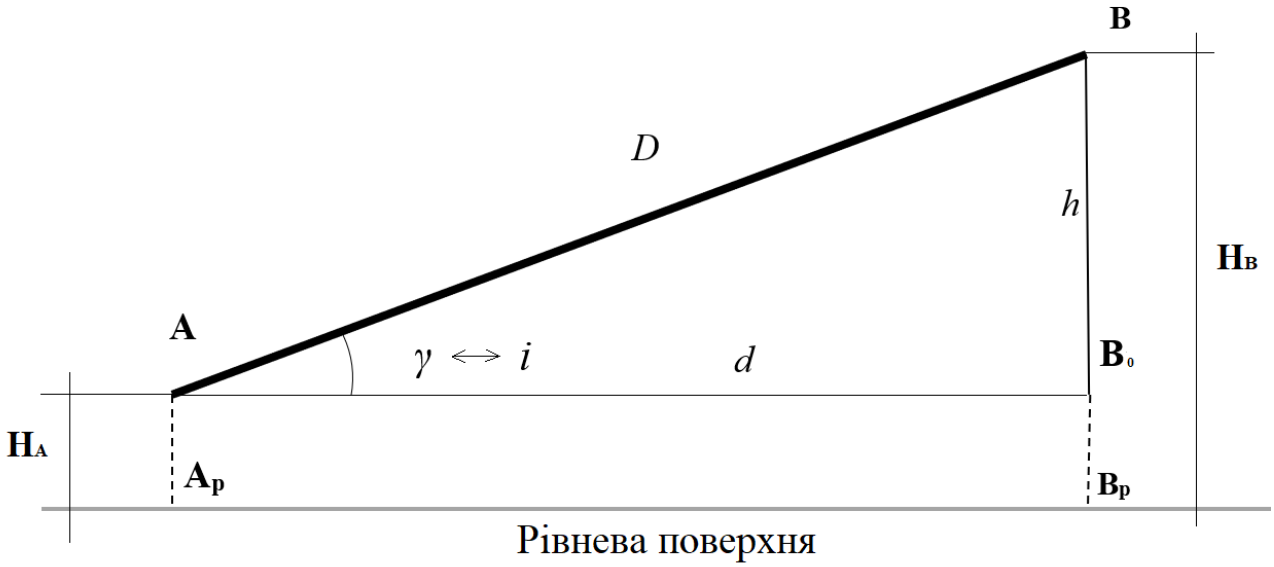


Рисунок 1.1 – Елементи схилу

Елементи схилу:

– $AB = D$ – довжина схилу;

– $AB' = d$ – горизонтальне прокладання;

– $BB_0 = h$ – перевищення;

– $AA_p = H_A$ – абсолютна висота точки А;

– $BB_p = H_B$ – абсолютна висота точки В;

– γ – *кут нахилу лінії АВ.*

Приклад. Визначити перевищення.

Перевищення може мати як знак «+», якщо це підйом (точка А – початок, а В – кінець відрізка), так і знак «–», якщо це спуск (точка А – кінець, а В – початок відрізка):

1) $H_A = 123 + N = 123 + 21 = 144$ м;

$H_B = 256 + 3N = 256 + 3 \times 21 = 256 + 63 = 319$ м;

2) $h = H_B - H_A = 319 - 144 = 175$ м;

3) відповідь: $h = 175$ м.

Приклад. Визначити кут нахилу та горизонтальне прокладання:

1) $H_A = 10 + N = 10 + 41 = 51$ м;

$H_B = 30 + N = 30 + 41 = 71$ м;

D = 50 + N = 50 + 41 = 91 м;

2) H = 71 – 51 = 20 м;

3) $\gamma = \arcsin(h/D) = \arcsin(20/91) = 12{,}696\ 12^\circ$;

4) $d = D \cdot \cos\gamma = 91 \cdot \cos 12{,}696\ 12^\circ = 88{,}77$ м.

5) відповідь: $\gamma = 12{,}696\ 12^\circ$; d = 88,77 м.

Приклад. Визначити ухил лінії:

1) $H_A = 110 + N = 110 + 41 = 151$ м;

$H_B = 105 + N = 105 + 41 = 146$ м;

D = 195 + N = 195 + 41 =236 м;

2) h = 146 – 151 = –5 м;

3) $\gamma = \arcsin(-5/236) = -1{,}213\ 98^\circ$;

4) $d = 236 \cdot \cos 1{,}21398^\circ = 235{,}95$ м.

5) ухил лінії позначається літерою «і» та визначається у проміле – десята частина відсотка:

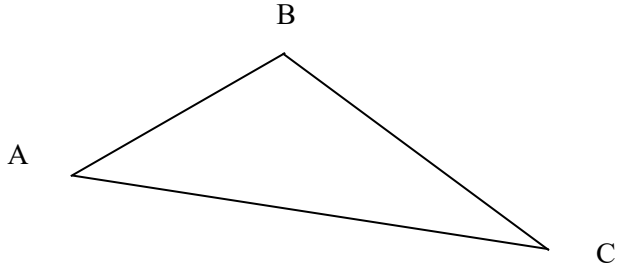
i = h/d = –5/235,95 = –0,0212;

i = 0,0 212 × 1 000 = –21,2 ‰;

6) відповідь: i = –21,2 ‰.

Частина 3

Завдання 1. Виміряйте довжину ліній між заданими точками за допомогою лінійки або візьміть вихідні дані у викладача та визначте значення відстані на місцевості відповідно до масштабу:



Масштаб плану	Назва лінії	Довжина лінії на плані (мм)	Довжина лінії на місцевості (м)
1:500	AB	12,5 + 11,5 · N	
1:2 000	BC	22,5 · N + 11,5 · N	
1:5 000	CA	22,5 · N + 11,5 · N + 17 · N	

Завдання 2. За допомогою лінійного масштабу побудувати лінію заданої довжини в заданому масштабі.

Масштаб	Довжина, м	Побудована лінія
1:500	8,5 + 2 · N =	
1:1 000	61,4 + 1,5 · N	
1:2 000	82,4 + 3,2 · N	
1:5 000	160,6 + 8,0 · N	

_____

1:500

_____

1:1 000

_____

1:2 000

_____

1:5 000

Завдання 3. На поперечному масштабі відкласти лінію заданої довжини

Масштаб плану	Лінія	Довжина лінії (м)	Довжина відрізка на плані, мм
1:1 000	AB	22,4 + 1,6 · N =	
1:2 000	BC	46,4 + 0,9 · N =	
1:5 000	CA	150,6 + 7,2 · N =	

1:1 000 AB

1: 2 000 BC

1:5 000 СА

Завдання 4. Для масштабів, наведених у завданні 2, визначити графічну точність масштабу.

Знаменник масштабу плану	500	1 000	2 000	5 000	10 000	25 000	50 000	100 000	500 000
Графічна точність масштабу, м									

Рекомендації до виконання завдань. На геодезичних кресленнях, планах і картах всі предмети місцевості зображують зі значним зменшенням проти їх дійсних розмірів.

Варто пам’ятати, що для отримання плану або карти місцевості фізичну поверхню землі проєктують на рівневу поверхню, тобто на поверхню сфери, тому під дійсними розмірами, натуральними розмірами або натурою розуміють не розміри на фізичній поверхні землі, а розміри (довжини ліній, площі, кути) в її проєкції на рівневу поверхню. На плані це зменшення буде однаковим для всієї його площі. На картах ступінь зменшення зображених на них предметів різниться для різних частин карти.

Ступінь зменшення довжин ліній натури, прийнятий при отриманні зображення, називається *масштабом зображення.*

Ступінь зменшення ліній на плані (карті) відносно горизонтальних проєкцій відповідних ліній місцевості називається *масштабом плану (карти).*

Масштаб – відношення довжини відрізка на плані (карті) до горизонтальної проекції цього ж відрізка на місцевості.

Масштаб зображення характеризується відношенням довжини

якого-небудь відрізка на зображенні до відповідного йому відрізка в натурі (на місцевості).

Масштаб виражають (для зображення поверхні Землі) дробом. Цьому дробу надають єдиного вигляду, а саме: чисельник дробу повинен дорівнювати одиниці; знаменник при цьому буде показувати, у скільки разів лінії місцевості зменшено при складанні плоского зображення земної поверхні. Знаменник цього дробу *M* називають *знаменником масштабу.* Масштаб, зображений правильним дробом, називають *чисельним.* Чисельний масштаб показує відношення довжини лінії на карті до довжини відповідної лінії на місцевості:

$$\frac{1}{M} = \frac{d}{D}, \qquad (1)$$

де *d* – довжина відрізка на плані (карті);

D – довжина відповідного відрізка на місцевості.

Довжини ліній на плані (карті) й місцевості повинні бути виражені в одних і тих самих одиницях, наприклад у сантиметрах.

Чим більший знаменник чисельного масштабу карти (плану), тим менші зображення предметів порівняно з їхніми дійсними розмірами. Отже, якщо порівнювати різні масштаби, то більшим буде той, у якого менший знаменник, і меншим той, у якого знаменник більший.

Масштаб 1:10 000 може означати, що в одному сантиметрі сто метрів. У цьому разі він називається іменованим.

Приклад. Ми маємо зображення масштабу 1:1 000. Це означає, що одному міліметру зображення відповідає 1 000 міліметрів місцевості, тобто один метр. При масштабі 1:100 000 одному міліметру зображення відповідає 100 000 міліметрів натури, тобто відрізок завдовжки один кілометр. На цьому прикладі видно, що два таких зображення будуть мати різну якість, різну детальність зображення і різну точність.

Приклад. Потрібно побудувати на плані масштабу 1:1 000 відрізок, який відповідає відрізку на місцевості завдовжки 84,37 м.

Одному сантиметру на плані в масштабі 1:1 000 відповідає 10 м на місцевості, а одному міліметру – 1 м:

$$d = \frac{D}{M} = \frac{84\,370мм}{1\,000} = 84{,}37\ мм \qquad (2)$$

Відрізку завдовжки 84,37 м на місцевості (на плані масштаб 1:1 000) відповідає відрізок завдовжки 84,37 мм, або приблизно 84,4 мм.

Приклад. Потрібно визначити, якій кількості метрів на місцевості відповідає лінія, довжина якої на плані масштабу 1:5 000 становить 235,8 мм. Складаємо пропорцію:

10 мм на плані – 50 метрів на місцевості,

235,8 мм – х м.

Отже,

$$x = \frac{235{,}8\ мм \cdot 50\ м}{10\ м} = 1\,179{,}0\ м \qquad (3)$$

Приклад. Відстань між двома точками на карті масштабу 1:2 000 становить $l = 56{,}4\ мм$. Визначити довжину горизонтального прокладення d відповідної лінії на місцевості. Розрахунок виконують за формулою

$$d = l \cdot M, \qquad (4)$$

де M – знаменник чисельного масштабу, який показує, у скільки разів лінії місцевості зменшені при їх зображенні на карті:

$$d = 56{,}4\ мм \cdot 2\,000 = 112\,800\ мм = 112{,}8\ м \qquad (5)$$

Для безпосереднього визначення довжин відрізків на планах (картах) користуються графічними зображеннями масштабу: лінійним і поперечним.

Графіки *лінійних масштабів* будують так. Для побудови лінійного масштабу на прямій відкладають декілька разів який-небудь відрізок, наприклад 2 см, який називають основою масштабу (рис. 2). Крайню зліва

основу ділять на 10 рівних частин. Кожному відрізку на лінійному масштабі відповідає певний відрізок на місцевості. Відрізки, які відкладають від нульової позначки вправо, у масштабі 1:10 000, відповідають на місцевості 200, 400, 600, 800, а вліво – 20, 40–200 м. Підписують сантиметрові поділки значеннями відповідних відрізків на місцевості для цього масштабу.

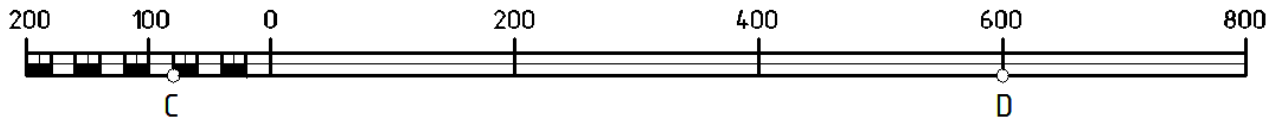


Рисунок 2 – Лінійний масштаб

Приклад використання лінійного масштабу. На плані масштабу 1:1 000 потрібно побудувати відрізок завдовжки 24 м.

Встановлюємо праву ніжку вимірювача на штрих з позначкою «20», а ліву – на четвертий штрих ліворуч від підпису «0». У розхилі вимірювача буде 24 м.

Зворотне завдання: визначити за допомогою лінійного масштабу довжини лінії, взятої з плану масштабу 1:1 000.

Встановлюємо ніжки вимірювача на дві точки плану, відстань між якими потрібно визначити. Не змінюючи розхилу вимірювача, переносимо його на масштаб так, щоб права ніжка стала на один із штрихів праворуч від підпису «0», а ліва – на крайній ліворуч сантиметр масштабу. Сума відліків по правій і лівій ніжках вимірювача і є шуканою довжиною відрізка.

Найменша величина, яку можна взяти за масштабом безпосередньо, називається найменшою поділкою масштабу, а відповідна їй відстань на місцевості – точністю масштабу. Точність масштабу залежить від значення масштабу і способу його побудови. Точність масштабу не потрібно плутати з граничною точністю масштабу, яка відповідає роздільній здатності ока. Незалежно від способу побудови масштабу на плані (карті) ми розрізняємо і можемо оцінити тільки 0,1 мм. Таким чином, гранична точність масштабу не залежить від побудови масштабу, вона завжди дорівнює 0,1 мм. Більш складний графічний масштаб називається поперечним.

На прямій лінії АВ відкладають декілька разів відрізки, які дорівнюють основі масштабу (рис.3). Кількість відкладених відрізків повинна бути такою, щоб загальна довжина масштабу відповідала найбільшому розхилу простого вимірювача, тобто 10–12 см. На стандартних масштабах основа завжди дорівнює двом сантиметрам. У точках відкладення *А, В, С, Д, Е* будуємо перпендикуляри до лінії *АВ.* На двох крайніх перпендикулярах *АК* і *ЕМ* відкладаємо від лінії *АВ* униз десять рівних відрізків. Відповідно, відкладені точки поєднуємо тонкими прямими лініями. У результаті отримаємо одинадцять паралельних прямих, які розміщуються на рівних відстанях одна від одної. Лівий відрізок основи *КО* теж ділять на десять рівних частин. Точку *О* поєднують з точкою *Р* і через всі інші точки проводять паралельні лінії до *ОР*.

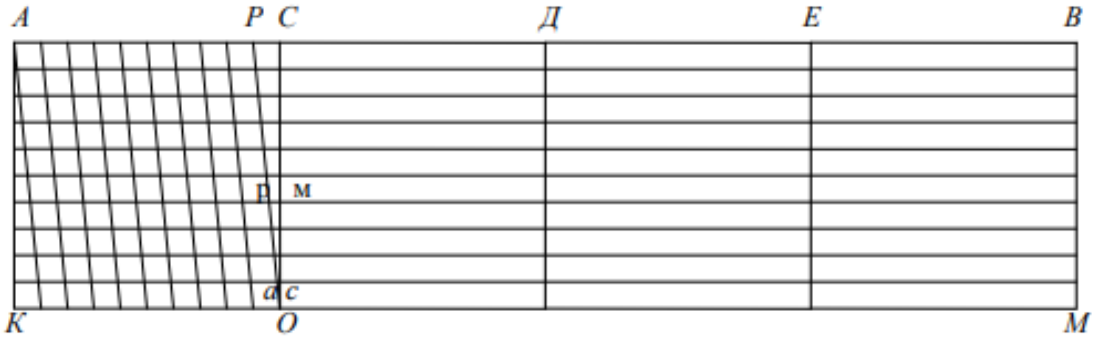


Рисунок 3 – Поперечний масштаб

Лінія *РО* утворює з вертикальною прямою *СО* трикутник *РСО*, у якому лінії *ас, рм* та інші, паралельні до основи, проводять через рівні проміжки по висоті трикутника *ОС*. Відрізок *РС* становить одну десяту частину основи масштабу *АС*. З подібності трикутників *асО* та *РСО* випливає, що *ас* становить одну десяту частину *РС*, тобто одну соту частки основи масштабу *АС*. Окрім того, відрізок *ас* є найменшою поділкою масштабу. Таким чином, найменша поділка масштабу в цьому випадку становить одну соту частину його основи.

Питання для самоперевірки

1. З якими елементами пов’язана робота в геодезії?
2. Які елементи схилу існують?
3. Що таке висота точки, перевищення, горизонтальне прокладення, ухил?
4. Що таке масштаб?
5. Які види масштабів бувають?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2
ГЕОДЕЗИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ ТА ПОБУДОВИ ГРАФІЧНОЇ ТОЧНОСТІ

Мета роботи: вивчити загальні принципи і прийоми кутових та лінійних вимірювань графічної точності за допомогою геодезичного транспортира, порядок математичного опрацювання результатів вимірювань.

Обладнання: геодезичний транспортир, вимірювач, калькулятор.

Пояснення до виконання роботи. У роботі N – це номер варіанта за списком. Завдання виконуються послідовно; вказується текст завдання та формули для розрахунків, якщо вони використовуються; відповіді та розрахунки проводяться за варіантом у виділеному для цього місці – після тексту завдання. Рекомендації щодо виконання завдань та приклади слугують лише для ознайомлення з особливостями процесу виконання завдань та послідовністю розрахунків цих завдань.

Частина 1

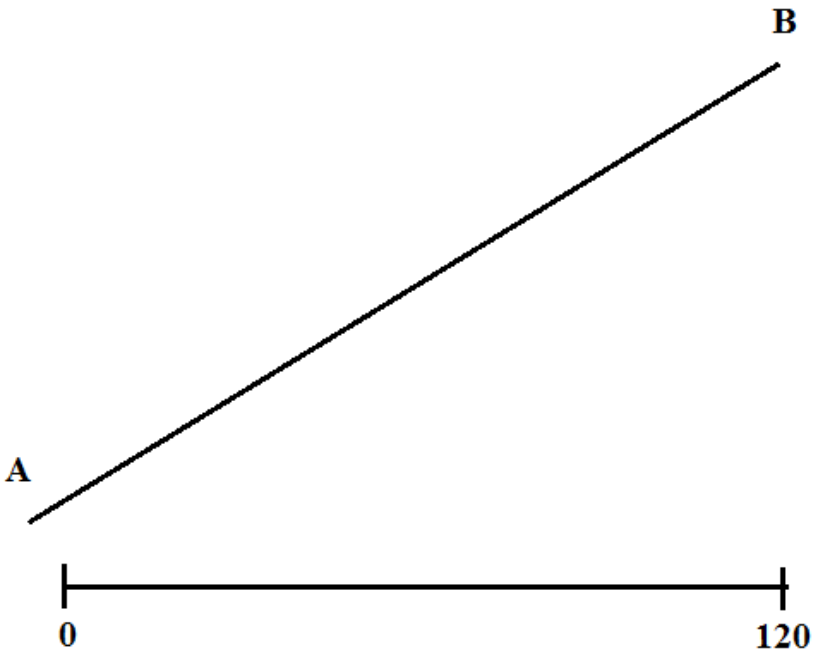


Рисунок 4 – Лінія для завдання

Завдання 1. Виконати багаторазове вимірювання одного й того самого відрізка (декілька студентів) і порівняти його з одиницею вимірювання, результати внести в таблицю 2.1.

Таблиця 2.1 – Результати визначення довжини лінії

№ з/п	L_i	δ_i	δ_i^2		№ з/п	L_i	δ_i	δ_i^2
1	2	3	4		1	2	3	4
1					11			
2					12			
3					13			
4					14			
5					15			
6					16			
7					17			
8					18			
9					19			
10					20			
$\sum_1^n L_i =$			$\bar{L} =$			$\sum_1^n \delta_i^2 =$		

Завдання 2. Обчислити суму відрізків, результат внести в таблицю 2.1:

$$\sum_1^n L_i = L_1 + L_2 + L_3 + ... + L_n . \quad (6)$$

Завдання 4. Обчислити найоптимальніше значення як арифметичне середнє, результат внести в таблицю 2.1:

$$\bar{L} = \frac{\sum_1^n L_i}{n} . \quad (7)$$

Завдання 5. Обчислити відхилення кожного результату від арифметичного середнього, результати внести в таблицю 2.1:

$$\delta_i = L_i - \bar{L} . \quad (8)$$

Завдання 6. Обчислити квадрати відхилення кожного результату, результати внести в таблицю 2.1.

Завдання 7. Обчислити суму квадратів відхилень, результат внести в таблицю 2.1:

$$\sum_{1}^{n} \delta_i^2 = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + ... + \delta_n^2 . \quad (9)$$

Завдання 8. Обчислити значення середньої квадратичної похибки вимірювання довжини відрізка:

$$m = \pm\sqrt{\frac{\sum_{1}^{n} \delta^2}{n-1}} . \quad (10)$$

Завдання 8. Кінцеве значення виміряного відрізка

$$L_o = \overline{L} \mp m . \quad (11)$$

Рекомендації до виконання завдань. Для виконання цієї лабораторної роботи 20 студентів визначили довжину заданої лінії візуально і порівняли її з мірою довжини. Результати вимірювань із округленням до 1 см вносять у таблицю. Ця лабораторна робота характеризує багаторазові вимірювання однієї величини, що сприяє підвищенню надійності (зменшують похибку) кінцевого результату вимірювань. Для підвищення точності і надійності результатів геодезичних вимірювань їх необхідно виконувати не менше двох разів.

Приклад. Послідовно виконати розрахунки за формулами та внести результати в таблицю 2.2:

$$1. \sum_{1}^{n} L_i = L_1 + L_2 + L_3 + ... + L_n = 2422.$$

$2.\bar{L} = \frac{\sum_{1}^{n} \beta_i}{n} = \frac{2462}{20} = 121,1.$

$3.\delta_1 = L_1 - \bar{L} = 119 - 121,1 = -2,1.$

$4.\delta_1^2 = (-2,1)^2 = 4,4, ..., \delta_1^2 = (1,9)^2 = 3,6.$

$5.\sum_{1}^{n} \delta_i^2 = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + ... + \delta_n^2 = 174.$

$6.\ m = \pm\sqrt{\frac{\sum_{1}^{n} \delta^2}{n-1}} = \pm\sqrt{\frac{174}{20-1}} = \pm\sqrt{9,15789} = 3,0.$

$7.L_o = \bar{L} \pm m = 121,1 \pm 3,0.$

...

$\delta_{20} = L_{20} - \bar{L} = 123 - 121,1 = 1,9.$

Таблиця 2.2 – Результати визначення довжини лінії

№ з/п	L_i	δ_i	δ_i^2		№ з/п	L_i	δ_i	δ_i^2
1	2	3	4		1	2	3	4
1	119	2,1	4,4		.....			
.....								
.....					20	123	1,9	3,6
$\sum_{1}^{n} L_i = 2422$			$\bar{L} = 121,1$			$\sum_{1}^{n} \delta_i^2 = 174$		

Частина 2

Завдання 1. Виконати багаторазове вимірювання одного і того самого відрізка різними частинами лінійної шкали транспортира, результати внести в таблицю 2.3.

Таблиця 2.3 – Результати багаторазових вимірювань лінії

№ з/п	Відліки (градуси)		Виміряний кут, l_i	δ_i	δ_i^2
	Задній, N_1	Передній, N_2			
1	2	3	4	5	6
1					
2					
3					
4					
5					

Продовження таблиці 2.3

1	2	3	4	5	6
10					
			$\sum_{1}^{n} l_i =$		$\sum_{1}^{n} \delta_i^2 =$
			$\overline{l} =$		

Завдання 2. За результатами вимірювань визначити значення виміряних відрізків, результати внести в таблицю 2.4:

$$l_i = N_2 - N_1 . \tag{12}$$

Завдання 3. Обчислити суму відрізків, результат внести в таблицю 2.4:

$$\sum_{1}^{n} l_i = l_1 + l_2 + l_3 + ... + l_n . \tag{13}$$

Завдання 4. Обчислити найнадійніше значення як середнє арифметичне, результат внести в таблицю 2.4:

$$\overline{l} = \frac{\sum_{1}^{n} l_i}{n} . \tag{14}$$

Завдання 5. Обчислити відхилення кожного результату від середнього арифметичного, результати внести в таблицю 2.4:

$$\delta_i = l_i - \overline{l} . \tag{15}$$

Завдання 6. Обчислити квадрати відхилення кожного результату, результати внести в таблицю 2.4.

Завдання 7. Обчислити суму квадратів відхилень, результат внести в таблицю 2.4:

$$\sum_{1}^{n}\delta_i^2 = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + ... + \delta_n^2 . \qquad (16)$$

Завдання 8. Обчислити значення середньої квадратичної похибки вимірювання відрізка:

$$m = \pm\sqrt{\frac{\sum_{1}^{n}\delta^2}{n-1}} . \qquad (17)$$

Завдання 8. Кінцеве значення виміряного кута

$$l_o = \bar{l} \mp m . \qquad (18)$$

Рекомендації до виконання завдань. Для виконання цієї лабораторної роботи використовується геодезичний транспортир (рис. 5). Геодезичний транспортир – це технічний засіб для вимірювання і побудови кутів із відповідною точністю за їхнім графічним зображенням.

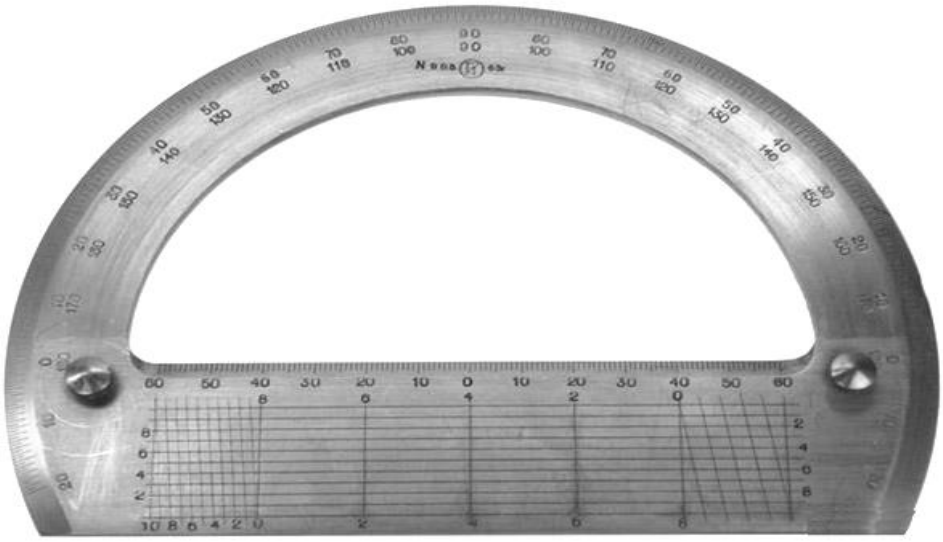


Рисунок 5 – Геодезичний транспортир

1. На геодезичному транспортирі є лінійна шкала, початок якої посередині транспортира, відлік можна вести і ліворуч, і праворуч **з точністю** до 0,1 мм. Для проведення вимірювань точки, які обмежують лінію, позначають так: задня (З), з неї починають вимірювання, та передня (П).

2. Обирають відліки N_1 (З) та N_2 (П) по шкалі від поділки 0 вліво і вправо (рис. 6).

3. Повторюють вимірювання при інших значеннях N_1, посуваючи шкалу (рис. 6).

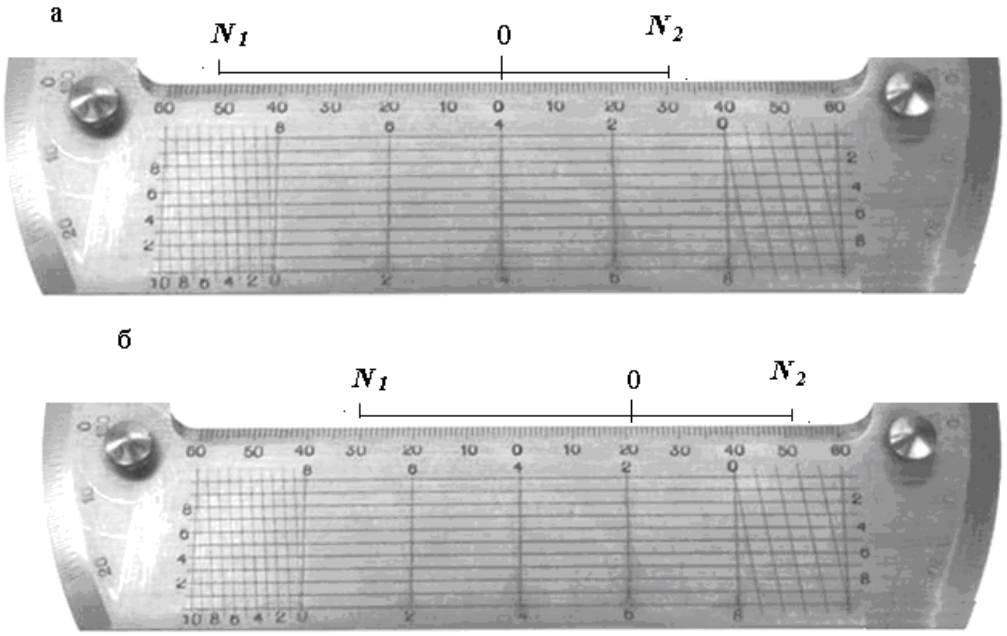


Рисунок 6 – Вимірювання ліній із зсувом шкали

Приклад. Послідовно виконати розрахунки за формулами та внести результати в таблицю 2.4:

$1. l_1 = N_2 + N_1 = 43,2 + 28,8 = 72,0;$

...

$l_{10} = N_2 + N_1 = 20,0 + 51,8 = 71,8.$

$2. \sum_1^n l_i = l_1 + l_2 + l_3 + ... + l_n = 720,0.$

$3. \overline{l} = \frac{\sum_1^n \beta_i}{n} = \frac{720,0}{10} = 72,0.$

$4. \delta_1 = l_1 - \overline{l} = 72,0 - 72,0 = 0,0.$

...

$\delta_{10} = l_{10} - \overline{l} = 71,8 - 72,0 = -0,2.$

$5. \delta_1^2 = (0,0)^2 = 0,0, ..., \delta_1^2 = (-0,2)^2 = 0,04.$

$6. \sum_1^n \delta_i^2 = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + ... + \delta_n^2 = 0,39.$

$7. m = \pm\sqrt{\frac{\sum_1^n \delta^2}{n-1}} = \pm\sqrt{\frac{0,39}{10-1}} = \pm\sqrt{0,04333} = 0,21.$

$8. l_o = \overline{l} \pm m = 72,0 \pm 0,21.$

Таблиця 2.4 – Результати багаторазових вимірювань горизонтального кута

№ з/п	Відліки (мм)		Виміряний відрізок $\underline{l_i}$	δ_i	δ_i^2
	Задній N_1	Передній N_2			
1	2	3	4	5	6
1	43,2	28,8	72,0	0,0	0,0
……					
10	20,0	51,8	71,8	–0,2	0,04
			$\sum_1^n l_i = 0,39$		$\sum_1^n \delta_i^2 = 0,04$
			$\overline{l} = 72,0$		

Частина 3

Завдання 1. Виконати багаторазове вимірювання одного і того самого кута різними частинами кутомірної шкали транспортира, результати внести в таблицю 2.5.

Таблиця 2.5 – Результати багаторазових вимірювань горизонтального кута

№ з/п	Відліки (градуси)		Виміряний кут, βi	δ_i	δ_i^2
	Задній, N_1	Передній, N_2			
1	2	3	4	5	6
1					
2					
3					
4					
5					
10					
			$\sum_1^n \beta_i =$		$\sum_1^n \delta_i^2 =$
			$\overline{\beta} =$		

Завдання 2. За результатами вимірювань визначити значення виміряних кутів, результати внести в таблицю 2.5:

$$\beta_i = N_2 - N_1. \tag{19}$$

Завдання 3. Обчислити суму кутів, результат внести в таблицю 2.5:

$$\sum_1^n \beta_i = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + ... + \beta_n . \tag{20}$$

Завдання 4. Обчислити найоптимальніше значення як середнє арифметичне, результат внести в таблицю 2.5:

$$\overline{\beta} = \frac{\sum_1^n \beta_i}{n} . \tag{21}$$

Завдання 5. Обчислити відхилення кожного результату від середнього арифметичного, результати внести в таблицю 2.5:

$$\delta_i = \beta_i - \overline{\beta}. \tag{22}$$

Завдання 6. Обчислити квадрати відхилення кожного результату, результати внести в таблицю 2.5.

Завдання 7. Обчислити суму квадратів відхилень, результат внести в таблицю 2.5:

$$\sum_{1}^{n} \delta_i^2 = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + ... + \delta_n^2 . \quad (23)$$

Завдання 8. Обчислити значення середньої квадратичної похибки вимірювання кута:

$$m = \pm\sqrt{\frac{\sum_{1}^{n} \delta^2}{n-1}} . \quad (24)$$

Завдання 8. Кінцеве значення виміряного кута

$$\beta_o = \overline{\beta} \mp m. \quad (25)$$

Рекомендації до виконання завдань. Для забезпечення необхідної точності кути на графічних носіях інформації вимірюють геодезичним транспортиром:

1. Перед початком роботи необхідно підготувати таблицю 1 для запису результатів.

2. Для досягнення правильних результатів вимірювання необхідно забезпечувати високу точність вимірювань, для чого потрібно обрати та побудувати кут добре заточеним олівцем – тонкою лінією.

3. Суміщають центр транспортиру з вершиною кута так, щоб відлік N_1 відрізнявся від 0˚. Як прилад, на рисунку 7 відлік починається з 0˚, у нашому випадку відлік повинен бути зсунутий.

4. Для проведення вимірювань напрями, які обмежують лінію, позначають так: задня (З), з якої починають вимірювання, та передня (П).

5. У колонці 1 позначають номер вимірювання, обирають відліки по кругу N_1 (З) та N_2 (П) за відповідними напрямами і записують їх у колонки 2 та 3. Зверніть увагу: кути необхідно вимірювати **з точністю до 0,25**˚(рис. 7–8).

6. У наступному рядку вміщують відліки по кругу при іншому положенні транспортира відносно кута і т. д.

7. Результати вимірювань розраховують згідно з формулами.

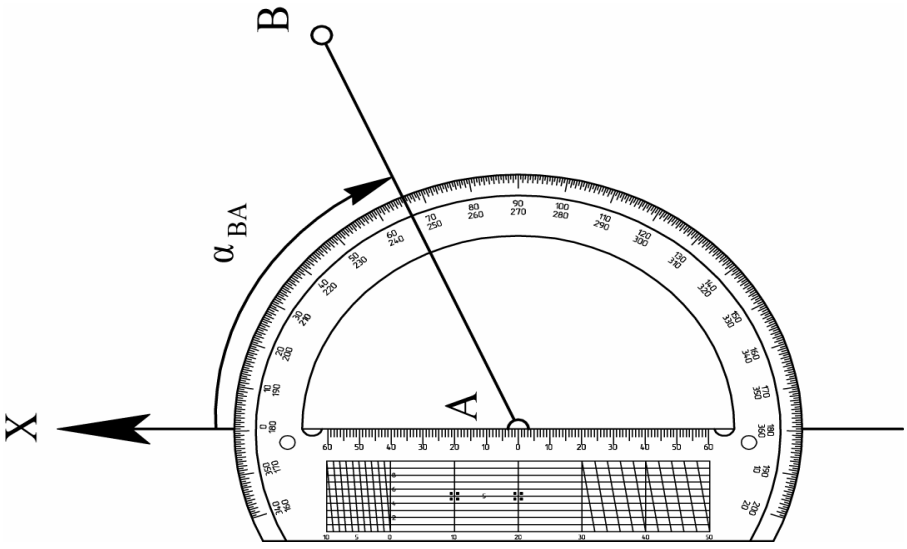


Рисунок 7 – Схема вимірювання кута від 0

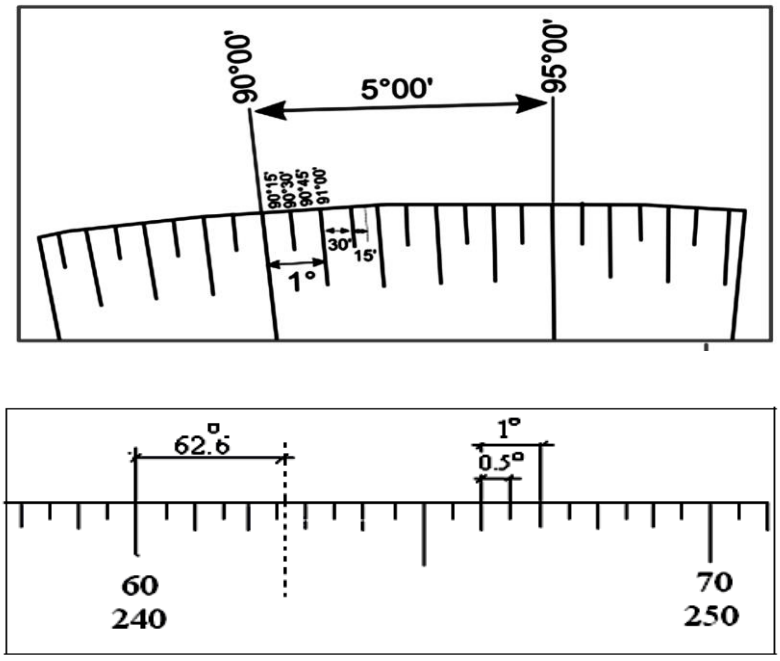


Рисунок 8 – Приклади відліків за шкалою транспортира

Приклад. Послідовно виконати розрахунки за формулами та внести результати в таблицю 2.6:

$1.\beta_1 = N_2 - N_1 = 50,75° - 25,25° = 25,50°;$

...

$\beta_{10} = N_2 - N_1 = 175,75° - 150,50° = 25,25°.$

$2.\sum_1^n \beta_i = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + ... + \beta_n = 253,7°.$

$3.\overline{\beta} = \frac{\sum_1^n \beta_i}{n} = \frac{253,7°}{10} = 25,37°.$

$4.\delta_1 = \beta_1 - \overline{\beta} = 25,50° - 25,37° = 0,13°.$

...

$\delta_{10} = \beta_{10} - \overline{\beta} = 25,25° - 25,37° = -0,12°.$

$5.\delta_1^2 = (0,13°)^2 = 0,0169°, ..., \delta_1^2 = (-0,12°)^2 = 0,0144°.$

$6.\sum_1^n \delta_i^2 = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + ... + \delta_n^2 = 0,1512°.$

$7.m = \pm\sqrt{\frac{\sum_1^n \delta^2}{n-1}} = \pm\sqrt{\frac{0,1512°}{10-1}} = \pm\sqrt{0,0168} = 0,12961°.$

$8.\beta_o = \overline{\beta} \pm m = 25,37° \pm 0,12961°.$

Таблиця 2.6 – Результати багаторазових вимірювань горизонтального кута

№ з/п	Відліки (градуси)		Виміряний кут, βi	δ_i	δ_i^2
	Задній, N_1	Передній, N_2			
1	2	3	4	5	6
1	25,25 ˚	50,75 ˚	25,50 ˚	0,13	0,016 9
……					
10	150,50 ˚	175,75˚	25,25 ˚	–0,12	0,014 4
			$\sum_1^n \beta_i$ =253,7 ˚		$\sum_1^n \delta_i^2$ = 0,1512
			$\overline{\beta}$ = 25,37 ˚		

Питання для самоперевірки

1. Що таке кут?
2. З яких елементів складається кут?

3. Що характеризує середньоквадратична похибка?
4. Яка роль вимірювань у збиранні геодезичної інформації?
5. Що таке найнадійніше значення вимірювань.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3
КОМПЛЕКСНІ ГЕОДЕЗИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ

Мета роботи: вивчити прийоми і засоби вимірювань на топографічних матеріалах кутів із контролем по замиканню горизонту.

Обладнання: геодезичний транспортир, вимірювач, калькулятор.

Пояснення до виконання роботи. У роботі N – це номер варіанта за списком. Завдання виконуються послідовно; вказується текст завдання та формули для розрахунків, якщо вони використовуються; відповіді та розрахунки проводяться за варіантом у виділеному для цього місці – після тексту завдання. Рекомендації щодо виконання завдань та приклади слугують лише для ознайомлення з особливостями процесу виконання завдань і послідовністю розрахунків цих завдань.

Завдання 1. Виконати вимірювання внутрішніх кутів у заданому трикутнику (полігоні) (рис. 9). Результати вимірювань внести в таблицю 3.1.

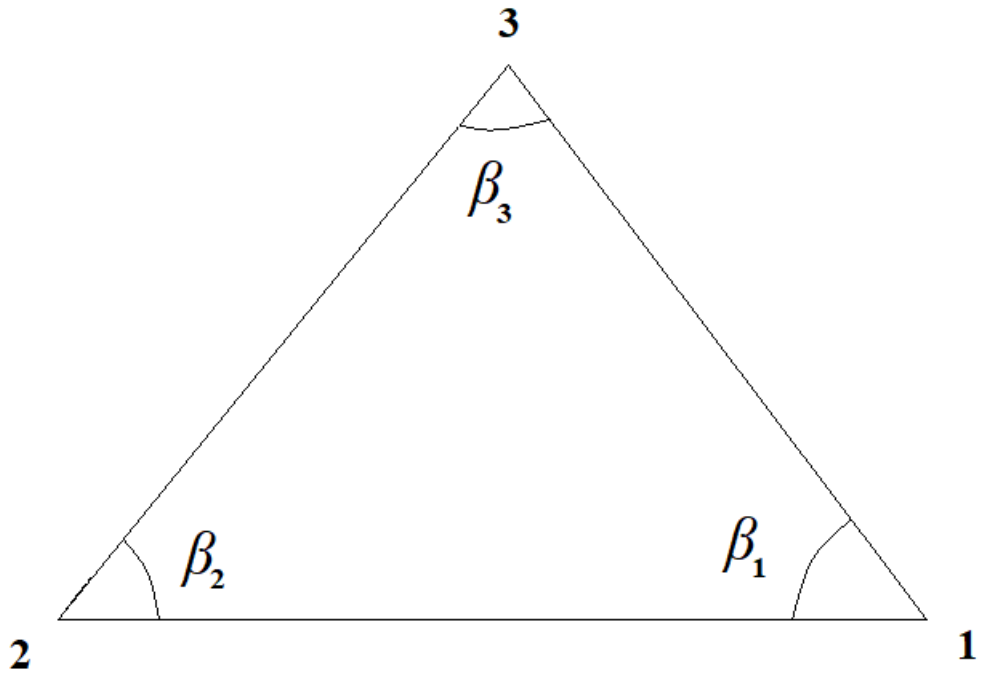


Рисунок 9 – Схема кутових вимірювань у полігоні

Таблиця 3.1 – Результати вимірювань

Номер вершини кута	Напрями	N	βi	$\beta_{сер}$	$\beta_{випр}$
1	2	3	4	5	6
	2				
1					
	3				
	2				
1					
	3				
	3				
2					
	1				
	3				
2					
	1				
	2				
3					
	1				
	2				
3					
	1				

Завдання 2. Виконати обробку вимірювань:

1. Фактична сума кутів трикутника:

$$\sum \beta_{факт} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 . \quad (26)$$

2. Теоретична сума кутів трикутника:

$$\sum \beta_{теор} = 180(n-2) . \quad (27)$$

3. Відхилення суми виміряних кутів від теоретичної суми – неув'язка:

$$f_{\beta факт} = \sum \beta_{факт} - \sum \beta_{теор}. \quad (28)$$

4. Допустима кутова неув'язка:

$$f_{\beta доп} = \pm m_{\beta} \sqrt{n}, \quad (29)$$

де m_{β} – середньоквадратична похибка вимірювання кутів.

Виконання умови допустимості:

$$f_{\beta доп} \geq f_{\beta факт}. \quad (30)$$

Якщо умова не виконується, необхідно знову виконувати вимірювання.

5. Поправки у виміряні β-кути вводяться з оберненим знаком:

$$p_i^{\beta} = -\frac{f_{\beta}}{n}. \quad (31)$$

Результати розрахунків внести в таблицю 3.1.

6. Сума поправок до виміряних β-кутів повинна дорівнювати неув'язці з оберненим знаком:

$$f_{\beta факт} = -\sum p_i^{\beta} \quad (32)$$

7. Вносять поправки до виміряних β-кутів – отримують виправлені кути β:

$$\beta_i^{вип} = \beta_i + p_i^{\beta} \quad (33)$$

Результати розрахунків внести в таблицю 3.1.

8. Сума виправлених кутів β повинна дорівнювати теоретичній сумі кутів:

$$\sum \beta_i^{вип} = \sum \beta_i^{теор} \tag{34}$$

Рекомендації до виконання завдань. Використовуючи вже освоєні навички кутових вимірювань в цій лабораторній роботі, вимірюються кути трикутника. Вимірювання необхідно проводити із забезпеченням точності в межах середньоквадратичної похибки за лабораторною роботою 2, частина 3:

1. Перед початком роботи необхідно підготувати таблицю 3.1 для запису результатів.

3. Суміщають центр транспортиру з вершиною кута так, щоб початковий відлік відрізнявся від 0˚.

4. Для проведення вимірювань напрями, які обмежують лінію, позначають так: задня (З), з якої починають вимірювання, та передня (П).

5. Обирають відліки по колу. Якщо центр транспортиру розмістили в точці 1, то, відповідно, кут буде між напрямом 2 і 3, тому обирають відлік на 2 та на 3. Вимірювання повторюють двічі.

6. Результати вимірювань розраховують згідно з формулами, розраховані значення заносять у таблицю 3.1.

Приклад. Послідовно виконати розрахунки за формулами та внести результати в таблицю 3.2 :

$$1.\sum \beta_{факт} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 56{,}125\ ° + 80{,}625° + 43{,}40° = 180{,}15°.$$

$$2.\sum \beta_{теор} = 180(n-2) = 180°.$$

$$3.\, f_{\beta факт} = \sum \beta_{факт} - \sum \beta_{теор} = 180{,}25° - 180° = 0{,}15°.$$

$$4.\, f_{\beta доп} = \pm m_\beta \sqrt{n} = \pm 0{,}12961° \sqrt{3} = 0{,}22449°.$$

5. $f_{\beta доп} \geq f_{\beta факт} : 0,22449° > 0,15°$ – *умова виконується.*

6. $p_i^{\beta} = -\frac{0,15°}{3} = -0,05°.$

7. $f_{\beta факт} = -\sum p_i^{\beta} = -(-0,05° - 0,05° - 0,05°) = 0,15°$ – *умова виконується.*

8. $\beta_1^{вип} = \beta_i + p_i^{\beta} = 56,125° - 0,05° = 56,075°,$

$\beta_2^{вип} = 80,625° - 0,05° = 80,575°,$

$\beta_3^{вип} = 43,40° - 0,05° = 43,35°.$

9. $\sum \beta_i^{вип} = \sum \beta_i^{теор} : 56,075° + 80,575° + 43,35° = 180°$ – *умова виконується.*

Таблиця 3.2 – Результати вимірювань

Номер вершини кута	Напрями	*N*	*βi*	$\beta_{сер}$	$\beta_{випр}$
1	2	3	4	5	6
	2	44,75˚			
1			56,25˚		
	3	100,50˚		56,12,5˚	56,075˚
	2	149,50˚			
1			56,00˚		
	3	205,50			
……					

Питання для самоперевірки

1. Для чого використовують середньоквадратичну похибку?
2. Чим відрізняється фактична та теоретична сума величин?
3. Яка особливість контролю вимірювань по замкнутому горизонту?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дистанційний курс на платформі Moodle. Геодезія (Модуль 1 Геодезичні вимірювання) [Електрон. ресурс] / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова : сайт. – Електрон. текст. дані. – Харків, 2024. – Режим доступу: https://dl.kname.edu.ua/course/view.php?id=1732, вільний (дата звернення: 02.02.2024). – Назва з екрана.

2. Про затвердження Інструкції з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500 [Електрон. ресурс] : Наказ Головного управління геодезії, картографії та кадастру при Кабінеті міністрів України. № 56 від 09.04.98. – Електрон. текст. дані. – Київ, 1998. – Режим доступу : https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0393–98#Text, вільний (дата звернення: 02.02.2024). – Назва з екрана..

3. Гончаренко О. С. Геодезичне забезпечення землевпорядкування : [Електрон. ресурс] : конспект лекцій / О. С. Гончаренко. – Електрон. текст. дані. – Київ, 2020. – 129 с. – Режим доступу : http://geo.univ.kiev.ua/images/doc_file/Konspekt_lekcii/Zemlya_Goncharenko.pdf, вільний (дата звертання: 02.02.2024). – Назва з екрана.

4. Калинич І. В. Топографія. Лабораторний практикум / І. В. Калинич, М. Р. Ничвид, І. І. Калинич. – Ужгород : Видавництво УжНУ «Говерла», 2020. – 176 с.

5. Рева М. П. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Геодезія та землевпорядкування» / М. П. Рева, Ю. В. Орєшніков. – Дніпропетровськ, 2011, – 39 с.

6. Панчук Ю. М. Лабораторний практикум з інженерної геодезії : навч. посіб. / Ю. М. Панчук, О. Є. Янчук. – Рівне, 2010. – 135 с.

7. Шаульський Д. В Конспект лекцій з дисципліни «Основи геодезії» (для студентів 1 і 3 курсів денної форми навчання, напряму підготовки 6.060102 «Архітектура» спеціальності «Містобудування») /Д. В. Шаульський ; Харків. нац. акад. міськ. гос-ва. – Харків : ХНАМГ, 2012. – 55 с.

Електронне навчальне видання

Методичні рекомендації
до проведення лабораторних занять
і організації самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«ГЕОДЕЗІЯ»

Змістовий модуль 1

Принципи геометризації та координатизації простору

(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій)

Укладачі : **КУХАР** Максим Анатолійович,
ПЕНЬКОВ Володимир Олексійович

Відповідальний за випуск *К. А. Мамонов*
Редактор *М. О. Гаман*
Комп'ютерне верстання *М. А. Кухар*

План 2021, поз. 513М

Підп. до друку 20.03.2024. Формат 60 × 84/16.
Ум. друк. арк. 2,2.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017.