

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**Т. О. Шевченко**

**ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА РІДИНИ ТА ГАЗУ**  
**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

*(для здобувачів першого (бакалаврського)  
рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання  
зі спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія)*

**Харків**  
**ХНУМГ ім. О. М. Бекетова**  
**2023**

**Шевченко Т. О.** Технічна механіка рідини та газу : конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія) / Т. О. Шевченко ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ, 2023. – 108 с.

Автор

канд. техн. наук, доц. Т. О. Шевченко

Рецензент

**Т. С. Айрапетян**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри водопостачання, водовідведення і очищення вод (Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова)

*Рекомендовано кафедрою водопостачання, водовідведення і очищення вод, протокол № 1 від 01.09.2021.*

© Т. О. Шевченко, 2023

© ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2023

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1 СТАТИКА РІДИН ТА ГАЗІВ.....	6
ТЕМА 1 ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИН ТА ГАЗІВ.....	6
ТЕМА 2 ГІДРОСТАТИЧНИЙ ТИСК. ОСНОВНЕ РІВНЯННЯ ГІДРОСТАТИКИ.....	11
2.1 Сили, які діють на рідину.....	11
2.2 Гідростатичний тиск і його властивості.....	11
2.3 Диференційне рівняння рівноваги рідини.....	12
2.4 Основне рівняння рівноваги рідини під дією сил тяжіння.....	14
2.5 Види тиску в рідині.....	15
2.6 Закон сполучених посудин.....	17
2.7 Гідростатичний і п'єзометричний напори.....	19
2.8 Питома потенціальна енергія. Потенційний напір.....	20
ТЕМА 3 СИЛА ТИСКУ РІДИНИ НА ПЛАСКІ ТА КРИВОЛІНІЙНІ ПОВЕРХНІ. ЗАКОН АРХІМЕДА, ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПЛАВАННЯ ТІЛ.....	22
3.1 Епюри гідростатичного тиску.....	22
3.2 Визначення сил тиску зі сторони рідини на поверхні конструкцій.....	24
3.3 Визначення сили тиску на криволінійні стінки і поверхні.....	25
3.4 Закон Архімеда. Основи теорії плавання тіл.....	26
ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2 ГІДРОДИНАМІКА РІДИН ТА ГАЗІВ.....	30
ТЕМА 4 РІДИНА В РУСІ. ОСНОВИ ГІДРОДИНАМІКИ.....	30
4.1 Траєкторія, лінія току, елементарний струмінь.....	30
4.2 Елементи потоку.....	32
4.3 Рівняння нерозривності руху рідини для елементарного струменя і для потоку рідини.....	34
4.4 Режими руху рідини.....	35
4.5 Диференціальні рівняння руху ідеальної рідини.....	38
4.6 Інтегрування диференціальних рівнянь руху ідеальної рідини. Рівняння Бернуллі для елементарного струменя ідеальної рідини.....	39
4.7 Практичне застосування рівняння Бернуллі.....	46
ТЕМА 5. ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ, ВТРАТИ НАПОРУ.....	48
5.1 Опори і втрати напору за довжиною.....	48
5.2 Гідравлічний коефіцієнт тертя і втрати напору за довжиною під час турбулентного режиму руху.....	52
5.3 Місцеві опори і втрати напору.....	57
ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3 ВИДИ РУХУ РІДИН ТА ГАЗІВ У НАПІРНИХ ТА БЕЗНАПІРНИХ СИСТЕМАХ.....	63
ТЕМА 6 РОЗРАХУНОК ТРУБОПРОВІДНИХ СИСТЕМ.....	63
6.1 Класифікація трубопроводів і задачі їх гідравлічного розрахунку.....	63

6.2 Основні розрахункові формули під час руху рідини в напірних трубопроводах.....	64
6.3 Основні типи задач по розрахунку простого трубопроводу...	65
6.4 Питомий опір трубопроводів.....	69
6.5 Розрахунок самопливного трубопроводу, всмоктувального трубопроводу насоса та сифонного трубопроводу.....	70
6.6 Послідовне поєднання трубопроводів різної довжини і діаметрів.....	73
6.7 Паралельне поєднання трубопроводів.....	74
6.8 Вузлова, шляхова, транзитна і розрахункова витрати.....	75
6.9 Розрахунок дірчастих трубопроводів.....	76
6.10 Поняття про економічний розрахунок трубопроводу.....	77
<b>ТЕМА 7 ГІДРАВЛІЧНИЙ РОЗРАХУНОК ВОДОПРОВІДНИХ МЕРЕЖ.....</b>	<b>79</b>
7.1 Замкнені (кільцеві) та розімкнені (тупикові) водопровідні мережі.....	79
7.2 Розрахунок розімкненої мережі водопроводу.....	80
7.3 Схема розрахунку кільцевої мережі.....	80
7.4 Задача про два і три резервуари.....	81
<b>ТЕМА 8 ГІДРАВЛІЧНИЙ УДАР У ТРУБАХ.....</b>	<b>85</b>
8.1 Теорія гідравлічного удару Жуковського.....	86
8.2 Заходи з локалізації явища гідравлічного удару у водопровідних трубах і на насосних станціях.....	88
8.3 Поняття про гідравлічний таран.....	89
<b>ТЕМА 9 ВИТІКАННЯ РІДИНИ З ОТВОРІВ І НАСАДОК. КЛАСИФІКАЦІЯ ОТВОРІВ І НАСАДОК.....</b>	<b>90</b>
9.1 Класифікація отворів.....	90
9.2 Витікання рідини з малих отворів у разі постійного напору...	92
9.3 Витікання рідини з великих отворів у разі постійного рівня рідини в резервуарі.....	94
9.4 Витікання рідини з отворів у разі змінного напору.....	95
9.5 Витікання рідини через насадки.....	96
9.6 Вільні гідравлічні струмені.....	101
<b>КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ.....</b>	<b>105</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....</b>	<b>107</b>

## ВСТУП

*Технічна механіка рідини та газу* – наука, яка вивчає закони рівноваги та руху рідини, розробляє методи їх застосування для практичних розрахунків. «Технічна механіка рідини та газу» (у літературі зустрічається назва «Гідравліка») складається з таких розділів: *гідростатика* (розглядає рідину у стані спокою, а також дію рідини у стані спокою на конструкції) та *гідродинаміка* (вивчає рідину у русі (основний розділ)).

Механіка суцільного середовища вивчає рух газових, рідких та твердих тіл. Історія розвитку науки завжди пов'язана з розвитком суспільства, його запитамі. Початок розвитку гідромеханіки пов'язаний з іменем давньогрецького вченого Архімеда, який зробив величезний внесок у гідростатику.

В XIX ст. почалась епоха відродження в країнах Західної та Центральної Європи. Видатною фігурою цієї епохи був Леонардо да Вінчі. Він обґрунтував закон суцільності рідини. Особливе місце у механіці рідин займають дослідження Ісаака Ньютона. Багато основних концепцій процесів у суцільних середовищах ґрунтуються на фундаментальних законах Ньютона. Величезна роль у гідромеханіці належить Даніїлу Бернуллі та Леонарду Ейлеру [1–3].

Під час досліджень гідравлічних явищ та розрахунків у гідравліці застосовують аналітичний та експериментальний методи. В аналітичному методі застосовують рівняння механіки та отримують рівняння руху і рівноваги рідини. Через складність будови рідин аналітичні дослідження проводять для модельних рідин, що спрощує застосування рівнянь механіки.

Експериментальні дослідження мають велике значення. Тут доцільно привести слова Леонардо да Вінчі: «Кожний раз, коли маєш діло з водою, звернись до експерименту, а потім вже міркуй».

Здобувачі освіти, вивчаючи дисципліну «Технічна механіка рідини та газу», мають вміти:

- застосовувати державні нормативні матеріали під час гідравлічних розрахунків та складання схем роботи споруд;
- розраховувати за відомими залежностями гідравлічних розрахунків елементи гідротехнічних споруд, трубопроводів, отворів;
- користуватися основною довідковою літературою до питань, що вивчаються;
- розв'язувати завдання, що передбачають визначення тиску і сил тиску на елементи гідротехнічних споруд, стінки резервуарів, трубопроводів, на які діє рідина або газ;
- визначати діаметри, напори у трубопроводах, пропускну здатність отворів та насадок в умовах усталеного та неусталеного руху.

# ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1

## СТАТИКА РІДИН ТА ГАЗІВ

### ТЕМА 1 ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИН ТА ГАЗІВ

*Рідиною* називається фізичне тіло, яке володіє двома характерними особливостями: незначною зміною свого об'єму під дією великих зовнішніх сил та текучістю, тобто зміною своєї форми під дією навіть незначних зовнішніх сил.

*Рідина* – фізичне тіло, яке володіє легкою рухливістю часток, не має своєї форми та приймає форму посудини, в яку поміщено.

Рідину поділяють на: крапельну (вода) и газоподібну (стиснене повітря). До фізичних властивостей рідин належать [1, 3–4]:

- питома маса та питома вага;
- стиснення;
- температурне розширення;
- текучість;
- в'язкість.

*Питома масою або щільністю*  $\rho$  (кг/м<sup>3</sup>) називається маса одиниці об'єму рідини. Нехай рідина масою  $M$  займає об'єм  $W$ , тоді відношення

$$\rho = \frac{M}{W}, \text{ кг/м}^3. \quad (1.1)$$

Щільність рідин зменшується разом зі збільшенням температури. Виключення представляє вода у діапазоні температур від 0 до 4 °С, коли її щільність збільшується, досягаючи найбільшого значення при температурі 4 °С  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

Якщо рідина займає об'єм  $W$  та має вагу  $G$ , то відношення ваги до об'єму називають *питомою вагою* рідини

$$\gamma = \frac{G}{W}, \text{ Н/м}^3. \quad (1.2)$$

Питома вага прісної води при  $t = 4 \text{ }^\circ\text{C}$  –  $9\,810 \text{ Н/м}^3$ .

Питома маса рідини залежить від температури та визначається за формулою:

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \beta_t \cdot t}, \quad (1.3)$$

де  $\rho_0$  – питома маса рідини при температурі  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ;

$\beta_t$  – коефіцієнт температурного розширення рідини.

Вплив тиску на питому масу неістотний і ним нехтують.

В таблиці 1.1 наведені значення густини прісної води залежно від температури. А в таблиці 1.2 наведені значення густини деяких рідин.

Таблиця 1.1 – Значення густини прісної води залежно від температури

Температура, °С	Густина, кг/м <sup>3</sup>	Температура, °С	Густина, кг/м <sup>3</sup>	Температура, °С	Густина, кг/м <sup>3</sup>
-10	998,15	7	999,93	25	997,07
-9	998,43	8	999,88	26	996,81
-8	998,69	10	999,73	27	996,52
-7	998,92	11	999,63	28	996,22
-6	999,12	12	999,52	29	995,92
-5	999,30	13	999,40	30	995,61
-4	999,45	14	999,27	31	995,21
-3	999,58	15	999,13	32	994,79
-2	999,70	16	998,97	33	994,36
-1	999,79	17	998,80	34	993,94
0	999,87	18	998,62	35	993,50
1	999,93	19	998,43	40	991,18
2	999,97	20	998,23	50	988,04
3	999,99	21	998,02	60	983,18
4	1000,0	22	997,80	70	977,71
5	999,99	23	997,57	80	972,69
6	999,97	24	997,32	90	965,34

Таблиця 1.2 – Значення густини деяких рідин

Вид рідини	Густина, кг/м <sup>3</sup>	Вид рідини	Густина, кг/м <sup>3</sup>
Бензин	700	Молоко	1 030
Вода прісна при 4 °С	1 000	Олія соняшникова	920
Вода морська	1 030	Нафта	760
Гас	800	Оцет	1 020
Гліцерин	1 260	Розчин мідного купоросу (насичений)	1 150
Дизельне пальне	900		
Ефір етиловий	710		
Мазут	900	Ртуть	13 600
Масло	900	Сірчана кислота	1 840
Масло касторове	960	Скипидар	870
Масло льняне	930	Смола	1 150
Соляна кислота 20%	1 100	Спирт	800

Питома маса ідеальних газів визначається характеристичним рівнянням Клапейрона – Менделєєва:

$$\rho = \frac{P}{R \cdot T} \quad (1.4)$$

де R – питома газова постійна, Дж/кг·К;

$P$  – абсолютний тиск, Па;

$T$  – абсолютна температура, К.

Питома маса повітря за стандартних умов ( $t = 20$  °С,  $P = 101\,325$  Па,  $R = 287$  Дж/кг·К) дорівнює  $1,2$  кг/м<sup>3</sup>.

На підставі 2-го закону Ньютона між питомою масою та питомою вагою існує зв'язок:

$$\gamma = \rho \cdot g, \quad (1.5)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння, дорівнює  $9,81$  м/с<sup>2</sup>.

Опір рідин до зміни свого об'єму під дією тиску і температури характеризується коефіцієнтами об'ємного стиснення та температурного розширення.

*Коефіцієнт об'ємного стиснення*  $\beta_w$  (Па<sup>-1</sup>) – це відносна зміна об'єму рідини під час зміни тиску на одиницю:

$$\beta_w = -\frac{\Delta W}{W \cdot \Delta p} = \frac{\Delta \rho}{\rho \cdot \Delta p}, \quad (1.6)$$

де:  $\Delta W$  – зміна об'єму  $W$  або  $\Delta \rho$  – зміна щільності  $\rho$ , які відповідають зміні тиску на величину  $\Delta p$ .

Величина, зворотна коефіцієнту об'ємного стиснення, називається *модулем пружності рідин*  $E_{\text{рід}}$  (Па)

$$E_{\text{рід}} = \frac{1}{\beta_w}. \quad (1.7)$$

Значення модуля пружності рідин залежить від тиску і температури. Дослідження стиснення реальних рідин показали, що у діапазоні тисків, які застосовують в системах водопостачання та каналізації, значення коефіцієнту об'ємного стиснення незначне (для води 0,000 001). Реальна рідина практично не стискається [1, 2].

*Коефіцієнт температурного розширення*  $\beta_t$ , показує відносну зміну об'єму рідини під час зміни температури на один градус:

$$\beta_t = -\frac{\Delta W}{W \cdot \Delta t}, \quad (1.8)$$

де  $\Delta W$  – зміна об'єму  $W$ , яка відповідає зміні температури на величину  $\Delta t$ .

Коефіцієнт температурного розширення води збільшується разом зі збільшенням температури і тиску; для більшості інших крапельних рідин  $\beta_t$  зі збільшенням тиску зменшується.

Досліди показали, що зміна об'єму рідини під час зміни температури незначна, так для води коефіцієнт об'ємного розширення дорівнює 0,000 01. Реальна крапельна рідина не змінює об'єм під час зміни температури. Реальна рідина не опирається розтягуванню.

*Опір здвигу. В'язкість.* Гіпотеза Ньютона про тертя в рухомій рідині (рис. 1.1): *в'язкість* – це результат взаємодії внутрішньо молекулярних силових полів, які перешкоджають рухові між двома шарами рідини.



$$T = \mu \cdot F \cdot \frac{dU}{dh}, \quad (1.9)$$

де  $U$  – швидкість нижнього шару;  
 $U+dU$  – швидкість 2-го шару;  
 $T$  – сила тертя;  
 $\mu$  – динамічний коефіцієнт в'язкості рідини;  
 $F$  – площа тертя.

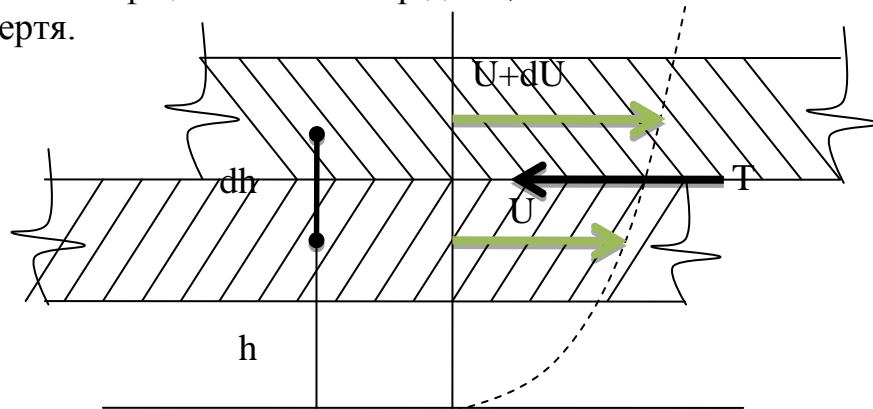


Рисунок 1.1 – Гіпотеза Ньютона про тертя в рідині, що рухається

Сила тертя  $T$  між шарами рідини, що рухається, прямо пропорційна площі дотику шарів, градієнту швидкості ( $dU/dh$ ), залежить від роду рідини ( $\mu$ ). Якщо силу тертя  $T$  віднести до одиниці площі дотику шарів, то отримаємо величину дотичної напруги:

$$\tau = \mu \cdot \frac{dU}{dy}. \quad (1.10)$$

Якщо градієнт швидкості  $(dU/dh) = 1$ ;  $\mu = \tau$  та відображає силу внутрішнього тертя, яка приходить на одиницю площі поверхні дотичних шарів рідини.

На практиці для характеристики в'язкості рідини найчастіше застосовують не коефіцієнт динамічної в'язкості, а коефіцієнт кінематичної в'язкості  $\nu$  ( $\text{м}^2/\text{с}$ ). Коефіцієнтом кінематичної в'язкості називається відношення коефіцієнта динамічної в'язкості до щільності рідини:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (1.11)$$

В'язкість рідини залежить від роду рідини, від температури та від тиску (табл. 1.3). Кінематичний коефіцієнт в'язкості для води при  $t = 20^\circ\text{C}$  –  $0,01 \text{ см}^2/\text{сек}$ .

В таблиці 1.4 наведені значення кінематичного коефіцієнту в'язкості води залежно від температури.

Таблиця 1.3 – Кінематична в'язкість деяких рідин (при температурі 20 °С)

Рідина	$\nu \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$	Рідина	$\nu \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$
Бензин	0,83–0,93	Масло льняне	55
Вода прісна	1,01	Масло мінеральне	313–1 450
Гліцерин безводний	4,1	Ртуть	0,11
Дизельне пальне	5,0	Нафта	8,1–9,3
Гас	2–3	Ртуть	0,11
Фарбові розчини (готові до використання)	90–120	Спирт етиловий безводний	1,51
Масло касторове	1 002	Хлористий натрій (26 %-вий розчин)	1,53

Таблиця 1.4 – Значення кінематичного коефіцієнту в'язкості води залежно від температури

Температура, °С	Коефіцієнт кінематичної в'язкості, $\nu, \times 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$	Температура, °С	Коефіцієнт кінематичної в'язкості, $\nu, \times 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$
0	0,017 9	25	0,009 0
1	0,017 3	30	0,008 0
2	0,016 7	35	0,007 2
3	0,016 2	40	0,006 5
4	0,015 7	45	0,006 0
5	0,015 2	50	0,005 5
7	0,014 3	60	0,004 8
10	0,013 1	70	0,004 2
12	0,012 4	80	0,003 7
15	0,011 4	90	0,003 3
17	0,010 9	100	0,002 9
20	0,010 1		

В теорії механіки рідини існує поняття 2-х видів рідини:

- реальна рідина;
- ідеальна рідина.

**Ідеальна рідина** – це модель рідини, яка абсолютно не змінює свій об'єм та не має в'язкості.

### **Контрольні питання**

1. Дайте визначення рідини. Якими фізичними властивостями вона володіє?

2. Наведіть визначення питомої маси та питомої ваги рідини. Який між ними взаємозв'язок?

3. Дайте характеристику таких фізичних властивостей рідини як стиснення та температурне розширення.

4. Дайте визначення в'язкості. Яким чином вона визначається?

## ТЕМА 2 ГІДРОСТАТИЧНИЙ ТИСК. ОСНОВНЕ РІВНЯННЯ ГІДРОСТАТИКИ

### 2.1 Сили, які діють на рідину

Сили, які діють на рідину, можна розділити на дві групи: внутрішні та зовнішні. Внутрішні сили – це сили взаємодії між частками рідини. Зовнішні – сили, які прикладені до часток об'єму рідини, що розглядається, з боку інших тіл. Зовнішні сили, в свою чергу, діляться на масові та поверхневі (рис. 2.1).

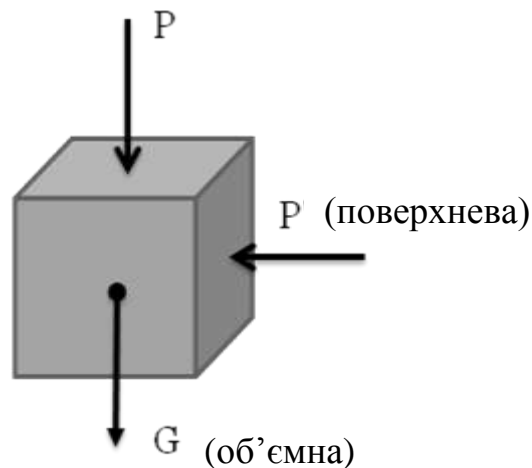


Рисунок 2.1 – Схема дії зовнішніх сил на рідину

*Поверхневі сили* прикладені до окремих часток, що знаходяться на поверхні розділу, пропорційні площі поверхні, на яку діють. Вони передаються від частки до частки без зміни. Наприклад, атмосферний тиск, який діє на вільну поверхню, а також сили тертя.

*Масові сили* – ці сили діють на всі частки об'єму рідини, що розглядається, величина сил пропорційна масі цих часток. Передаються від частки до частки, їх загальну суму складають [1–6].

### 2.2 Гідростатичний тиск і його властивості

Основним об'єктом вивчення гідростатики виступає поняття гідростатичний тиск в точці.

**Гідростатичний тиск** – це стискаюча напруга, яка виникає в рідині, що знаходиться в стані відносного покою (рис. 2.2). Властивості гідростатичного тиску:

*Перша властивість розглядає напрям тиску:* гідростатичний тиск діє завжди за внутрішньою нормаллю до об'єму рідини, що розглядається, тобто являється завжди стискаючим.

Якщо розглядати варіант, коли вектор тиску направлений в бік від об'єму, то слід очікувати розтягування рідини, але рідина не розтягується, тоді цей варіант неможливий.

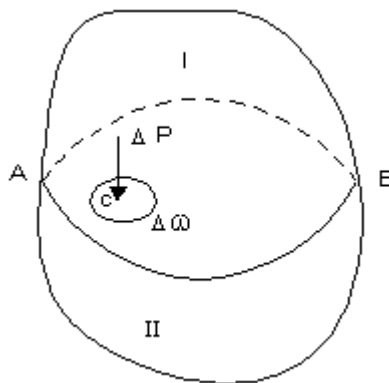


Рисунок 2.2 – Схема дії гідростатичного тиску на точку рідини

*Друга властивість розглядає тиск за величиною:* гідростатичний тиск у точці з усіх сторін однаковий, не залежить від орієнтування площі дії.

### 2.3 Диференційне рівняння рівноваги рідини

Розглянемо рівновагу рідини. В об'ємі рідини вільно проведемо систему координат. Відокремимо деяку точку А, біля якої проведемо безкінечно малий паралелепіпед. Розглянемо зовнішні сили, які діють на цей паралелепіпед (рис. 2.3).

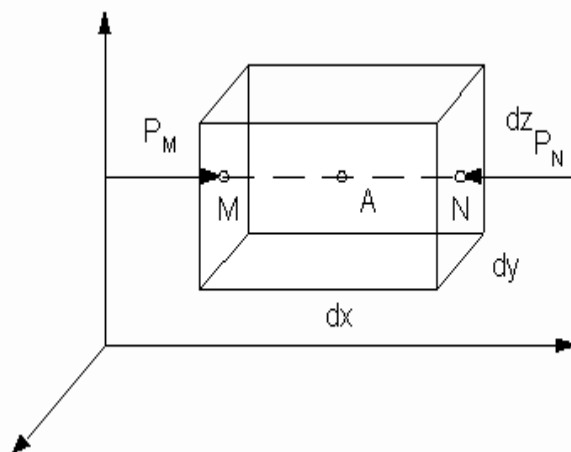


Рисунок 2.3 – Схема для отримання диференційного рівняння рівноваги рідини

1. Масові сили

$$G_m = G \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (2.1)$$

Через те що об'єм призми дуже малий, сила тяжіння в розгляді не приймає участі. У напрямку осі у вектори тиску протилежні за напрямом і рівні за величиною, ці тиски взаємно знешкоджуються.

## 2. Поверхневі сили

$$p_x = \frac{P_x}{dz \cdot dy}; p_y = \frac{P_y}{dz \cdot dx}; p_z = \frac{P_z}{dx \cdot dy}. \quad (2.2)$$

Сума проєкцій всіх сил на вісь x

$$\begin{aligned} -\frac{dp}{dx} + X\rho &= 0 \\ -\frac{dp}{dy} + Y\rho &= 0 \\ -\frac{dp}{dz} + Z\rho &= 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Дослідженню підлягає сумарна дія об'ємних та поверхневих сил за напрямом осі Z.

Складаємо рівняння рівноваги діючих у напрямку осі Z сил та прирівнюємо їх до 0.

$$P - G - P_0 = 0. \quad (2.4)$$

Замінюємо діючі сили тисками:

$$p_0 = \frac{P_0}{d\omega}; p = \frac{P}{d\omega}; G = \gamma \cdot dW = \gamma \cdot h \cdot d\omega. \quad (2.5)$$

Після перетворень отримаємо:

$$\begin{aligned} p \cdot d\omega - p_0 \cdot d\omega - \gamma \cdot h \cdot d\omega &= 0; \\ p &= \frac{p_0 \cdot d\omega + \gamma \cdot h \cdot d\omega}{d\omega}. \\ p &= p_0 + \rho gh \\ p &= p_0 + \gamma h \end{aligned} \quad (2.6)$$

де  $p$  – абсолютний тиск (на глибині  $h$ );

$p_0$  – тиск на вільній поверхні рідини;

$\gamma h$  – тиск ваги стовпа рідини на одиницю площі.

Рівняння (2.6) являється **основним рівнянням гідростатики**.

Одиниці вимірювання тиску (всередині рідини, рідких тіл):

– відношення сили до площі –  $\text{кг/см}^2$ ,  $\text{Н/м}^2$ ;

– у технічних атмосферах – в якості однієї технічної атмосфери прийнятий тиск  $1 \text{ кг/см}^2$ ;

– висотою стовпа рідини:

З основного рівняння гідростатики

$$\gamma h = p$$

для води:  $\gamma = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $p = 1 \text{ кг/см}^2$ ;

$$h = \frac{p}{\gamma} = \frac{1 \text{ кг/см}^2}{1000 \text{ кг/м}^3} = \frac{1 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2}{10^3 \text{ кг/м}^3} = 1 \cdot 10 \text{ м.}$$

для ртуті:  $\gamma = 13,6 \text{ т/м}^3$

$$h = \frac{1 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2}{13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3} = 0,0735 \cdot 10 = 0,735 \text{ м} = 735 \text{ мм.}$$

## 2.4 Основне рівняння рівноваги рідини під дією сил тяжіння

Тиск на поверхні рідини позначимо як  $p$ . Під час дії на рідину тільки сил тяжіння (стан абсолютного спокою) отримаємо:

$$dp = -\rho g dz \quad (2.7)$$

У результаті інтегрування цього рівняння для рідини, яка не стискається, отримаємо основне рівняння гідростатики –  $z + \frac{p}{\rho \cdot g} = C$ .

За умови, що  $Z = Z_0$ , а  $p = p_0$ , тоді

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g};$$

$$p = p_0 + \rho g(z_0 - z); \quad z_0 - z = h$$

$$p = p_0 + \rho g h.$$

З останнього рівняння витікає **закон Паскаля**: будь-яка зміна тиску в будь-якій точці рідини в стані спокою, яка не порушує її рівноваги, в усі інші точки передається однаково [3–6].

Практичне застосування закону Паскаля – гідравлічний прес (рис. 2.4).

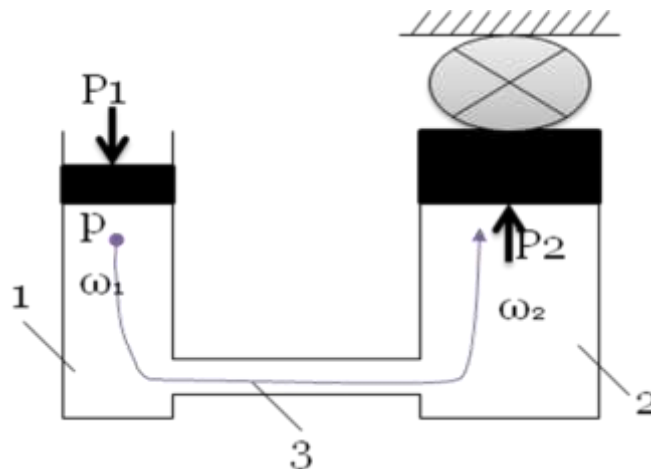


Рисунок 2.4 – Схема гідравлічного преса:

1 – допоміжний циліндр; 2 – робочий циліндр; 3 – з'єднувальний канал

$$p = \frac{P_1}{\omega_1}; P_2 = p \cdot \omega_2 = \frac{P_1}{\omega_1} \cdot \omega_2. \quad (2.8)$$

Сила  $P_2$ , що пресує, у стільки разів більше допоміжної сили  $P_1$  у скільки раз більше співвідношення площ циліндрів (робочого та допоміжного).

Робоча рідина в системах гідропресів – технічне масло. Має бути передбачена система очистки масла, тому що **рідина повинна бути однорідною, без домішок і газоподібних включень**. Якщо у маслі будуть пухирці повітря або газу, закон Паскаля працювати не буде.

## 2.5 Види тиску в рідині

Тиск розділяють на наступні види:

– *абсолютний* – це сума тиску на поверхні рідини і тиску ваги стовпа рідини на одиницю площі

$$p = p_0 + \gamma h, \quad (2.9)$$

– *надлишковий* – це різниця між абсолютним тиском і тиском на поверхні рідини

$$P_{\text{надлиш}} = P - P_0, \quad (2.10)$$

– *манометричний* – це різниця між тиском на поверхні рідини и атмосферним тиском

$$P_m = P - P_{\text{атм}}, \quad (2.11)$$

– *вакуум* – це різниця між атмосферним і абсолютним тиском (коли  $p_{\text{абс}} > p$ ); величина, яка показує недостатність величини тиску до величини атмосферного тиску

$$P_{\text{вак}} = P_a - P. \quad (2.12)$$

Сучасні наука і техніка пред'являють найрізноманітніші вимоги до приладів для вимірювання тиску. Насамперед, це пов'язано з широким діапазоном величин тиску, що вимірюються, від мікропаскаля (мкПа) до гігапаскаля (ГПа). Ростуть вимоги до точності вимірювань, ускладнюються об'єкти досліджень, які накладають додаткові умови на конструктивне оформлення приладів. Так, наприклад, прилади, що застосовуються для вимірювання сталих тисків, є непридатними під час вимірювань пульсацій тиску, при цьому в реальних процесах зустрічаються частоти до мегагерц (МГц) [3–6].

Умовно всі прилади для вимірювання тиску можна класифікувати за наступними ознаками:

а) за родом величини, що вимірюється;

- б) за принципом дії;
- в) за класом точності.

**За родом величини, що вимірюється.** Залежно від виду тиску, що вимірюється (надлишкового  $P_{\text{надлиш}}$  або абсолютного  $P_{\text{абс}}$ ) існує декілька видів приладів:

- а) *манометри* – прилади для вимірювання позитивного надлишкового тиску;
- б) *вакуумметри* – прилади для вимірювання негативного надлишкового тиску;
- в) *мановакуумметри* – прилади, які дозволяють вимірювати як позитивний надлишковий тиск, так і негативний;
- г) *диференційні манометри* – прилади для вимірювання різниці тисків у двох точках;
- д) *барометри* – прилади для вимірювання абсолютного тиску, який дорівнює атмосферному. Для вимірювання абсолютного тиску, який більше атмосферного, використовують два прилади – барометр і манометр; менше атмосферного – барометр і вакуумметр.

**За принципом дії** прилади для вимірювання тиску поділяються на [1–6]:

- а) *рідинні* – основані на гідростатичному принципі дії, тобто вимірюваний тиск урівнюється тиском стовпа рідини, висота якого визначається безпосередньо або шляхом розрахунку.

Вперше ідея вимірювання тиску за величиною стовпа рідини була виказана італійським вченим Торрічеллі в 1640 році, а здійснена італійським механіком Вівіані у 1642 році та французьким вченим Паскалем в 1646 році. Рідинні прилади не втратили свого значення до теперішнього часу. Це пояснюється тим, що принцип дії цих приладів дуже простий. Вони не складні у виготовленні, точні та надійні;

- б) *механічні*, принцип дії яких полягає в тому, що під дією тиску відбувається деформація деякого пружного елемента, і величина цієї деформації слугує мірою вимірюваного тиску;

в) *вантажно-поршневі*, в яких вимірюваний тиск, діючи на одну сторону поршня, урівнюється зовнішньою силою, яка прикладена з протилежної сторони поршня. В якості сили, яка урівнює, використовують вантажі. Вага вантажу, поділена на площу поршня, визначає величину вимірюваного тиску;

- г) *електричні* – принцип дії оснований на зміні електричних властивостей деяких матеріалів або зміною будь-яких електричних параметрів під дією тиску;

д) *комбіновані* – принцип дії носить змішаний характер.

**За точністю** показів всі прилади, які випускаються серійно, поділяються на класи. *Класом точності* приладу називається основна найбільш допустима наведена похибка.

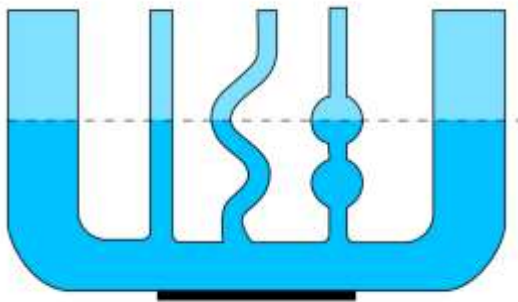
Встановлені класи точності для приладів тиску відповідають наступному ряду: 0,005, 0,02, 0,05, 0,1, 0,2, 0,5, 1,0, 1,5, 2,5, 4,0.



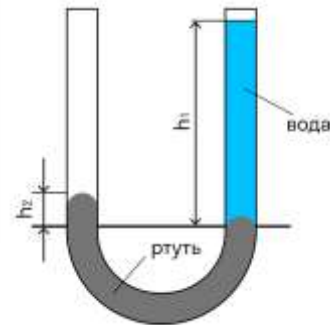
Механічні прилади поділяють також на *технічні та зразкові*. Зразкові використовують для цілей повірки, тому що вони звіряються з еталонними. Технічні застосовують безпосередньо для вимірювання тиску.

## 2.6 Закон сполучених посудин

**Сполучені посудини** – це посудини, з'єднані між собою нижче рівня рідини (у кожній посудині). Так рідина може переміщатися з однієї посудини до іншої (рис. 2.5, а).



а)



б)

Рисунок 2.5 – Схема сполучених посудин:

а – з однорідною рідиною; б – з різнорідними рідинами

Умова рівноваги двох різнорідних рідин, що не змішуються (з питомими вагами  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$ ) в сполучених посудинах (рис. 2.5, б):

$$P_{01} - P_{02} = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1. \quad (2.13)$$

де  $P_{01}$  і  $P_{02}$  – тиск на вільній поверхні рідин в першій та другій посудині.

Якщо  $P_{01} = P_{02}$ , то

$$\gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2 \text{ або } \frac{h_1}{h_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}, \quad (2.14)$$

тобто *рівні різнорідних рідин, що не змішуються, в сполучених посудинах у разі однакового зовнішнього тиску в них зворотно пропорційні питомим вагам цих рідин.*

На принципі сполучених посудин заснований пристрій дуже простого приладу для визначення щільності рідини – ареометра. Цей прилад складається з двох сполучених посудин: двох вертикальних скляних трубок, з'єднаних між собою третьою зігнутою трубкою.

Одна з вертикальних трубок заповнюється рідиною, щільність якої потрібно визначити, а інша – рідиною відомої щільності (наприклад, водою, щільність якої дорівнює  $1\,000\text{ кг/м}^3$ ). Рідини повинні заповнити трубки настільки, щоб їх рівень у вигнутій трубці посередині був на позначці

приладу 0. Висоти рідин у трубках над цією відміткою вимірюють і знаходять щільність досліджуваної рідини, знаючи, що висоти пропорційні щільності.

Також на законі сполучених посудин засновані пристрої, які визначають рівень рідини в закритих посудинах: резервуарах, парових котлах [5, 6].

Щоб судно могло переплисти з одного водного басейну до іншого, якщо рівні води в них різні, необхідно використовувати шлюз. Пристрій шлюзу також заснований на принципі сполучених посудин (рис. 2.6). У перших воротах шлюзу відкривається клапан, камера з'єднується з водоймою, вони стають посудинами, що повідомляються, рівні води в них вирівнюються. Після цього ворота відчиняються, і судно проходить у першу камеру. Відкривається наступний клапан, після вирівнювання рівнів води відкриваються ворота, і так повторюється стільки разів, скільки камер має шлюз.

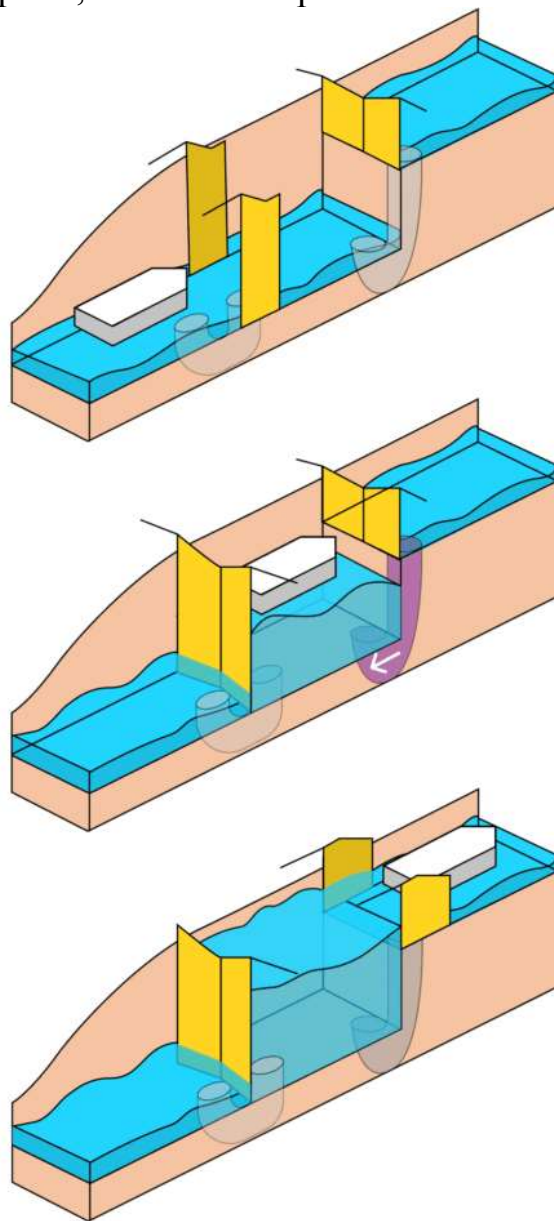


Рисунок 2.6 – Принцип роботи шлюзу, заснований на законі сполучених посудин

Закон сполучених посудин отримав своє розповсюдження на практиці роботи систем водопостачання. На рисунку 2.7 наведена схема роботи ерліфта, який призначений для підйому води, тобто є найпростішим водопідйомником.

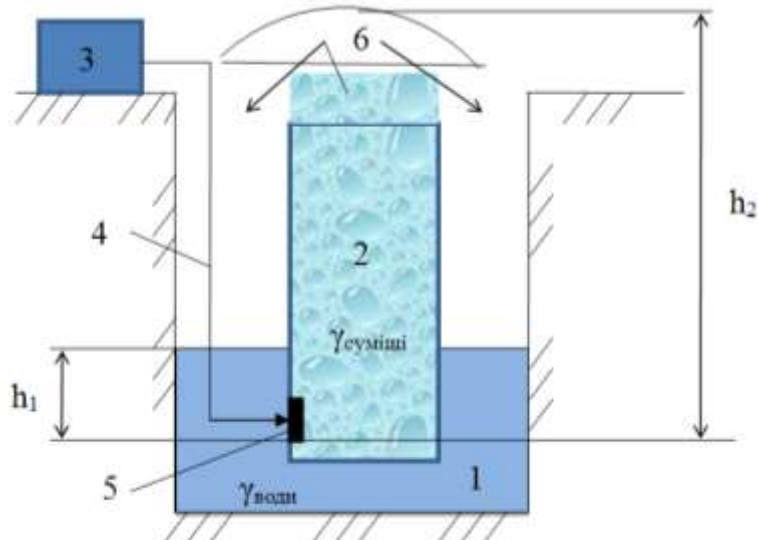


Рисунок 2.7 – Схема роботи ерліфта:

- 1 – колодезь з водою; 2 – водопідйомна труба; 3 – компресор;  
4 – пневмотрубопровід; 5 – форсунка; 6 – сепаратор (розділювач)

Умова:  $\gamma_{\text{води}} > \gamma_{\text{суміші}}$ .

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\gamma_{\text{суміші}}}{\gamma_{\text{води}}}; \quad h_{2(\text{суміші})} = h_{1(\text{води})} \frac{\gamma_{\text{води}}}{\gamma_{\text{суміші}}}. \quad (2.15)$$

Висота підйому водно-повітряної суміші під час роботи ерліфта буде більшою за висоту стовпа води у стільки разів, у скільки разів більше

відношення  $\frac{\gamma_{\text{води}}}{\gamma_{\text{суміші}}}$ .

## 2.7 Гідростатичний і п'єзометричний напори

Розглянемо закритий резервуар не повністю заповнений рідиною, тиск на вільній поверхні якого більше атмосферного (рис. 2.8). Підключимо до т. N тонку відкриту скляну трубку – п'єзометр, завдяки дії тиску в т. N рівень рідини у трубці підніметься на деяку висоту  $h_{\text{надлиш}}$ .

З боку рідини в посудині тиск у т. N –  $p_0 + \gamma h$ .

З боку рідини у трубці тиск в т. N –  $p_{\text{атм}} + \gamma h_{\text{надлиш}}$ .

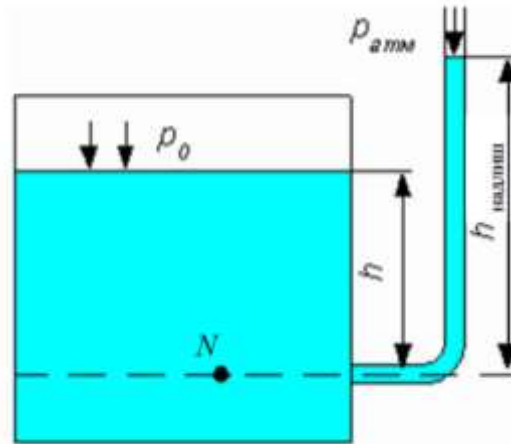


Рисунок 2.8 – Установка для визначення гідростатичного і п'єзометричного напорів

Через те що тиски у т. N зліва та справа рівні між собою, то можна записати

$$h_{\text{надлиш}} = \frac{P_A - P_{\text{атм}}}{\gamma} = \frac{P}{\gamma} \text{ або } P_A = P_{\text{атм}} + \gamma h_{\text{надлиш}}. \quad (2.16)$$

Висота  $h_{\text{надлиш}}$  називається *п'єзометричною висотою*. П'єзометрична висота точки відповідає величині манометричного тиску.

**Гідростатичний напір** – це сума координати точки та наведеної висоти тиску.

Гідростатичний напір для всіх точок даного об'єму рідини – величина постійна, на підставі цього існує *площина гідростатичного напору*.

**П'єзометричний напір** – це сума координати точки і п'єзометричної висоти тиску.

Для всіх точок даного об'єму рідини п'єзометричний напір – величина постійна, на підставі цього існує *площина п'єзометричного напору*.

## 2.8 Питома потенціальна енергія. Потенційний напір

Рідина, яка знаходиться в спокої або русі, володіє деяким запасом енергії. Спокійна рідина володіє потенційною енергією.

Підключимо до т. N відкритий п'єзометр (рис. 2.9). Під дією надлишкового тиску в т. N об'єм рідини вагою  $G$  підніметься на висоту  $h_{\text{надлиш}}$  над площиною NN і на висоту  $H$  над площиною 0-0.

Об'єм, який розглядається, може виконати роботу:

1. За рахунок падіння на площину 0-0 з висоти  $z$ . Ця робота буде дорівнювати

$$E_z = z G. \quad (2.17)$$

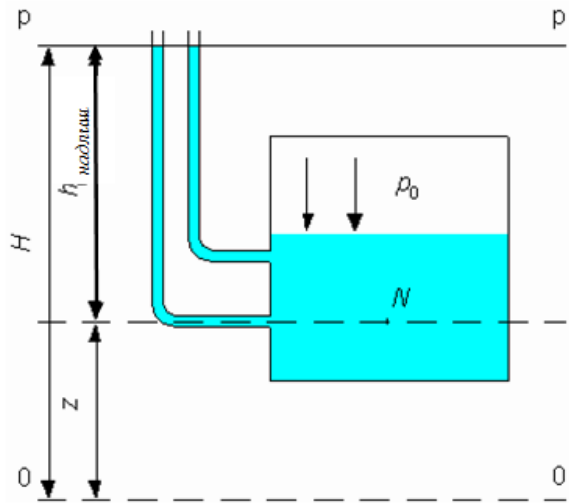


Рисунок 2.9 – Схема визначення питомої енергії рідини, яка знаходиться в стані спокою

2. За рахунок підняття під тиском  $p$  на висоту  $h_{\text{надлиш}}$

$$E_p = h_{\text{надлиш}} G. \quad (2.18)$$

Повна робота, таким чином, яку може виконати об'єм рідини вагою  $G$

$$E = E_z + E_p = z G + h_{\text{надлиш}} G. \quad (2.19)$$

**Питомою потенційною енергією** називається енергія, віднесена до одиниці ваги

$$e = E / G = z + h_{\text{надлиш}} = H. \quad (2.20)$$

Як видно, питома потенційна енергія складається з питомої потенційної енергії положення  $z$  та питомої потенційної енергії тиску  $h_{\text{надлиш}} = p / \gamma$ .

**Потенційний напір** – питома потенційна енергія, тобто енергія якою володіє одиниця ваги рідини

$$H = z + h_{\text{надлиш}}$$

$$H = z + \frac{p}{\gamma} = \text{const}. \quad (2.21)$$

Необхідно запам'ятати відмінність тиску від напору.

**Напір** – питома енергія – величина постійна для даного об'єму рідини.

**Тиск** – стискаюча напруга, яка залежить від координати точки.

### Контрольні питання

1. Назвіть сили, які діють на рідину у стані спокою.
2. Дайте визначення гідростатичного тиску та його властивостей.

3. Наведіть алгоритм визначення диференційного рівняння рівноваги рідини.
4. Дайте визначення закону Паскаля, його практичне застосування.
5. Які ви знає види тиску в рідині? Наведіть основні типи приладів для визначення тиску.
6. У чому полягає закон сполучених посудин? Його практичне застосування.
7. Дайте визначення гідростатичного та п'єзометричного напорів.
8. Дайте визначення питомої потенційної енергії рідини у стані спокою.

## ТЕМА 3 СИЛА ТИСКУ РІДИНИ НА ПЛАСКІ ТА КРИВОЛІНІЙНІ ПОВЕРХНІ. ЗАКОН АРХІМЕДА, ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПЛАВАННЯ ТІЛ

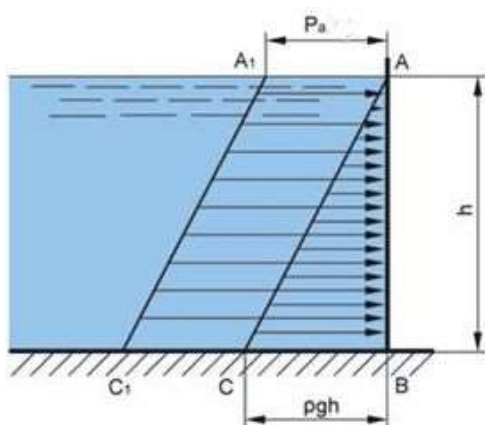
### 3.1 Епюри гідростатичного тиску

Для багатьох задач розрахунку будівельних конструкцій потрібно знати навантаження з боку рідини на цю конструкцію. Значить, потрібно знати, як діє гідростатичний тиск в кожній точці поверхні конструкції. Графічне зображення зміни гідростатичного тиску уздовж розглянутої поверхні називається *епюром тиску*.

Для побудови епюри гідростатичного тиску води на плоску поверхню в крайніх точках цієї поверхні відновлюють перпендикуляри у вигляді стрілок, спрямованих з боку рідини до поверхні і мають довжину, виражену в масштабі тиску в цих точках. Найчастіше відкладають значення надлишкового (манометричного) тиску. Кінці перпендикулярів з'єднують прямою лінією (зміна тиску уздовж плоскої поверхні має лінійний характер через те, що основне рівняння гідростатики має вид  $p = p_0 + \rho gh$ ) [3–6].

Виходить геометрична фігура, всередині якої здійснюють штрихування стрілками, спрямованим до розглянутої поверхні (рис. 3.1). Кожна така стрілка зображує в масштабі значення гідростатичного тиску в точці, до якої спрямована стрілка. Для рідин, які знаходяться в герметичних сосудах з тиском  $P_0 > P_a$ , епюра на плоску поверхню має вид трапеції.

Розподіл тиску з боку рідини на стінку АВ (рис. 3.1):



$$\begin{aligned}
 p &= p_0; \\
 p_1 &= p_0 + \rho gh_1; \\
 p_2 &= p_0 + \rho gh_2; \\
 p_B &= p_0 + \rho gh.
 \end{aligned}$$

Рисунок 3.1 – Схема епюри абсолютного тиску

Побудуємо епюру надлишкового тиску на вертикальну бічну стінку басейну, заповненого водою глибиною  $H$  (рис. 3.2, а).

Значення надлишкового тиску  $p = \rho gh$  в точці  $A$  від 0, в точці  $B$  до  $H$ ; з'єднавши кінці стрілок-перпендикуляр прямою лінією і заштрихувати отриманий трикутник стрілками, отримаємо епюру надлишкового тиску на поверхні  $AB$  басейну. Довжина стрілки на епюрі показує в масштабі значення манометричного тиску в точці стінки басейну на глибині  $H$ .

Епюра гідростатичного тиску для відкритих посудин на пласкі стінки має вид трикутника, основа якого дорівнює  $\gamma H$  ( $\rho gH$ ) (рис. 3.2).

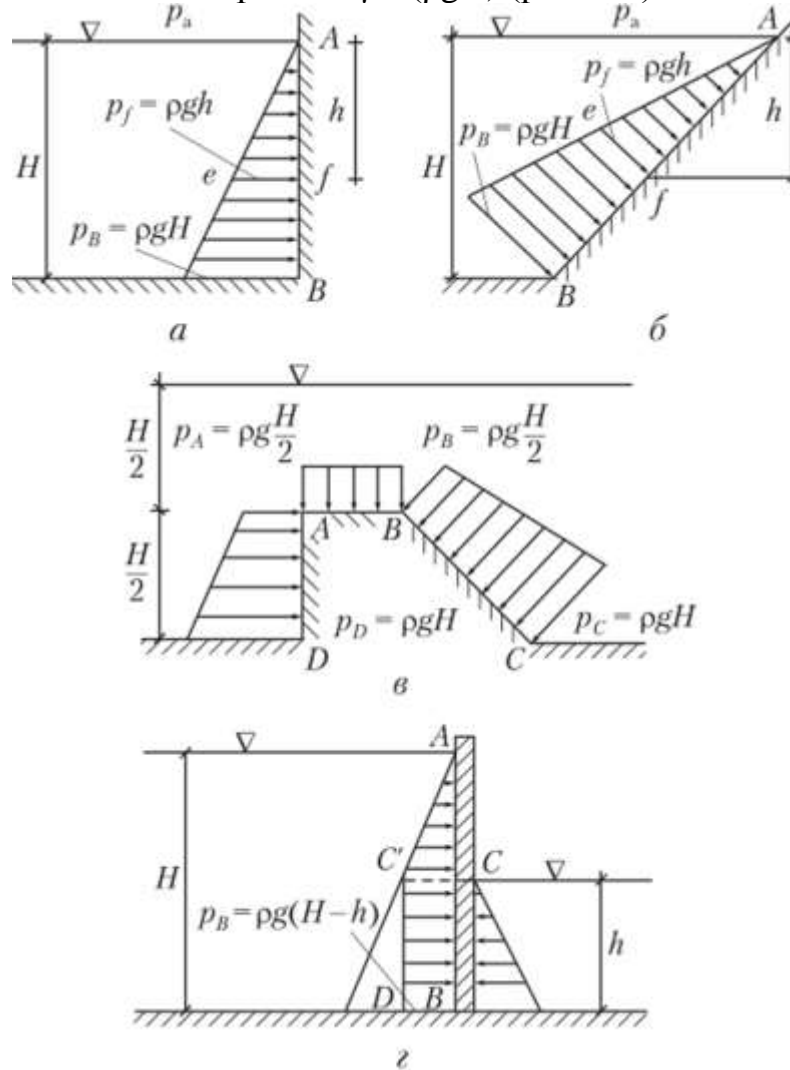


Рисунок 3.2 – Схема епюри гідростатичного тиску для відкритих посудин на пласкі стінки:

- а – на вертикальну стінку; б – на нахилену під кутом до горизонту стінку;
- в – на ломану пласку стінку; г – епюра на стінку, рідина для якої знаходиться з обох боків

Під час побудови епюр гідростатичного тиску на нахилені пласкі стінки посудин необхідно пам'ятати, що епюра завжди по відношенню до стінки знаходиться під прямим кутом ( $90^\circ$ ). Якщо ж стінка змінює свій нахил, то тоді будується складна сумарна епюра, яка буде складатися з епюр на окремі ділянки стінки (рис. 3.2, в).

На рисунку 3.2, г показаний порядок побудови результуючої епюри надлишкового тиску ( $AC'DB$ ) на плоску пластину, яка перегороджує канал глибиною  $H$  перед пластиною і  $h$  – за пластиною [3–6].

### 3.2 Визначення сил тиску зі сторони рідини на поверхні конструкцій

Задачі, які потребують рішення під час визначення сили тиску на поверхню (рис. 3.3):

- 1) Знайти розрахункову формулу для визначення сили  $P$  (аналітично);
- 2) Визначити напрям сили  $P$ ;
- 3) Визначити точку прикладення сили  $P$  (точку  $D$ ).

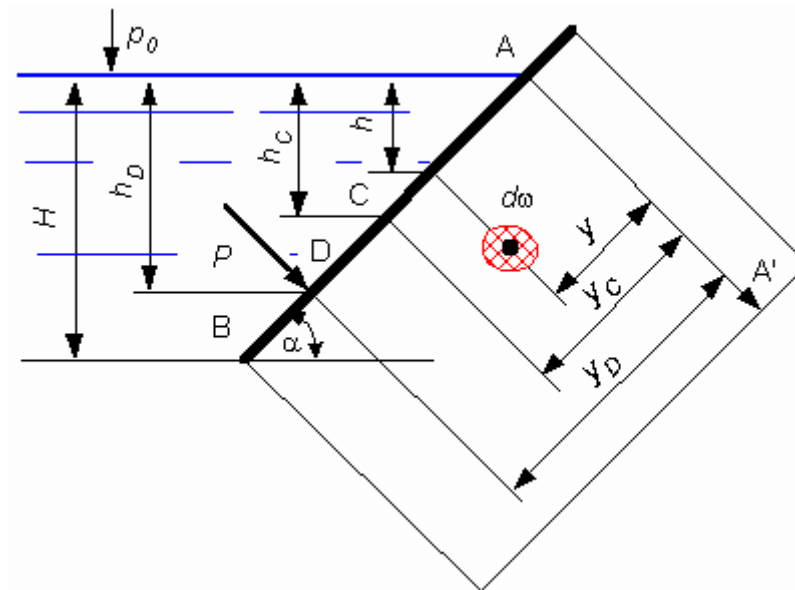


Рисунок 3.3 – Схема для визначення сили тиску та центру тиску

Формула для визначення сили  $P$ :

$$P = \int_{\omega} dp;$$

$$dp = p \cdot d\omega = \gamma \cdot h \cdot d\omega;$$

$$P = \gamma \cdot h_c \cdot \omega. \quad (3.1)$$

де  $\omega$  – площа поверхні, на яку діє сила  $P$ ;

$h_c$  – глибина занурення центра тяжіння стінки, м.

*Сила гідростатичного тиску, яка діє на плоску фігуру будь-якої форми дорівнює площі цієї фігури, помноженій на гідростатичний тиск у центрі тяжіння цієї фігури.*

Вектор сили  $P$  направлений перпендикулярно стінці (перша властивість гідростатичного тиску) [3–6].

Точка  $D$  (точка прикладення сили  $P$ ) визначається на підставі теореми: момент рівнодіючої сили  $M(P)$  відносно деякої осі ( $OX$ ) дорівнює сумі моментів, які складають силу  $dP$ :



$$M(P) = \sum dp;$$

$$y_D = y_C + \frac{I}{\omega \cdot y_C}. \quad (3.2)$$

де  $y_C$  – координата т. С – центра тяжіння;  
 $\omega$  – площа стінки, м<sup>2</sup>;  
 $I$  – момент інерції площі фігури відносно власної осі.

**Примітка:** глибина занурення центру тяжіння не залежить від кута нахилу стінки.

Момент інерції для найбільш розповсюджених фігур:

- для квадрата зі стороною  $a$  –  $I = \frac{a^4}{12}$ ,
- для прямокутника шириною  $b$  та висотою  $a$  –  $I = \frac{ba^3}{12}$ ,
- для кола діаметром  $d$  –  $I = \frac{\pi d^4}{64}$ .

Сила тиску на дно посудини визначається за формулами (рис. 3.4):

– дно горизонтальне

$$P = \gamma \cdot h_c \cdot \omega = \gamma \cdot H \cdot \omega$$

– дно нахилене до горизонту

$$P = \gamma \cdot h_c \cdot \omega$$

$$y_D = y_C + \frac{I}{\omega y_C}$$

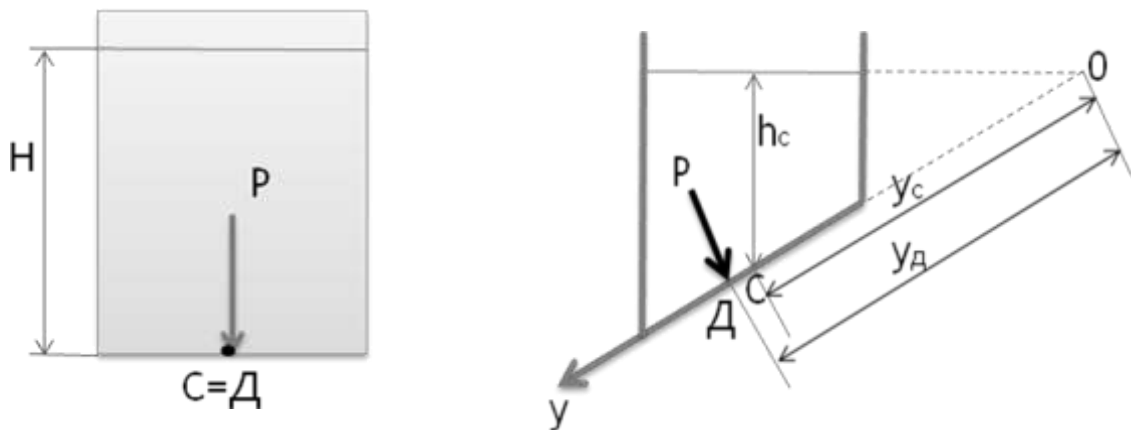


Рисунок 3.4 – Визначення сили тиску на дно посудини

### 3.3 Визначення сили тиску на криволінійні стінки і поверхні

Під час визначення сили тиску на криволінійну поверхню розглянемо стінку посудини, яка має криволінійні окреслення (рис. 3.5). Вектор сили можна розглядати як величину, яка складається з двох складових: проекції на вертикальну і горизонтальну площини [4–6].

$$dP = \sqrt{dP_x^2 + dP_z^2};$$

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}. \quad (3.3)$$

**Горизонтальна складова** сили гідростатичного тиску, яка діє на криволінійну поверхню, дорівнює силі гідростатичного тиску, що діє на вертикальну проекцію даної поверхні.

$$P_x = \gamma \cdot h_c \cdot \omega_z. \quad (3.4)$$

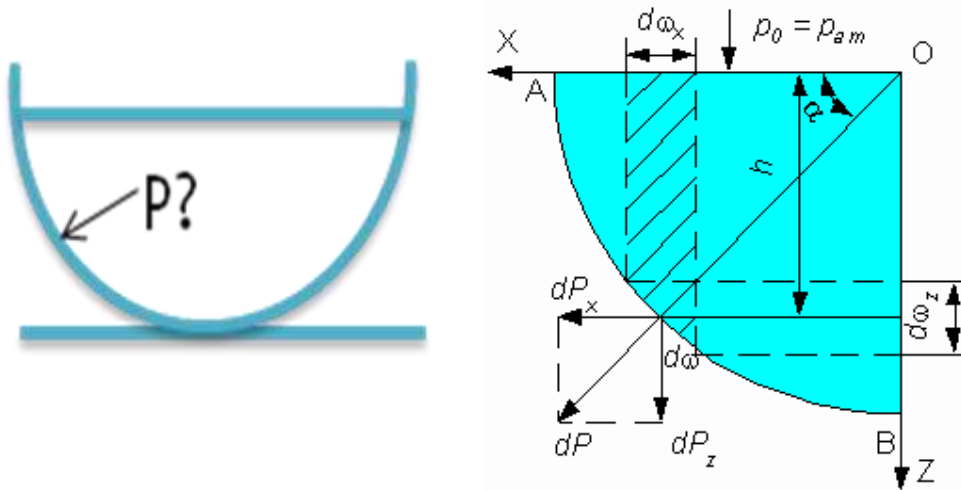


Рисунок 3.5 – Схема визначення сили тиску на криволінійну поверхню

**Вертикальна складова** сили гідростатичного тиску, яка діє на криволінійну поверхню, дорівнює вазі тіла тиску. Вертикальна складова проходить через центр тяжіння тіла тиску.

$$P_z = \gamma \cdot W, \quad (3.5)$$

де  $W$  – об'єм тіла тиску.

Тіло тиску обмежене самою криволінійною поверхнею, вертикальними площинами, які проведені через контур поверхні та вільної поверхні рідини.

Тіло тиску може бути позитивним та негативним:

1. **Позитивне** (+ $W$ ) – рідина знаходиться з внутрішньої сторони криволінійної стінки. Вектор  $P_z$  проходить через центр тяжіння тіла тиску вертикально вниз.

2. **Негативне** (- $W$ ) – рідина знаходиться з зовнішньої сторони кривої поверхні (з внутрішньої сторони – повітря) – тіло тиску розраховується для повітря. Сила  $P_z$  проходить через центр тяжіння вертикально вгору.

### 3.4 Закон Архімеда. Основи теорії плавання тіл

Тіло будь-якої форми занурене у рідину (рис. 3.6). На нього діють сила тяжіння і сила гідростатичного тиску. Розложимо силу гідростатичного тиску на горизонтальні та вертикальні складові. Горизонтальні складові будуть

взаємно компенсуватися. Результативна величина вертикальних складових буде направлена вгору та дорівнювати вазі тіла тиску [4–6].

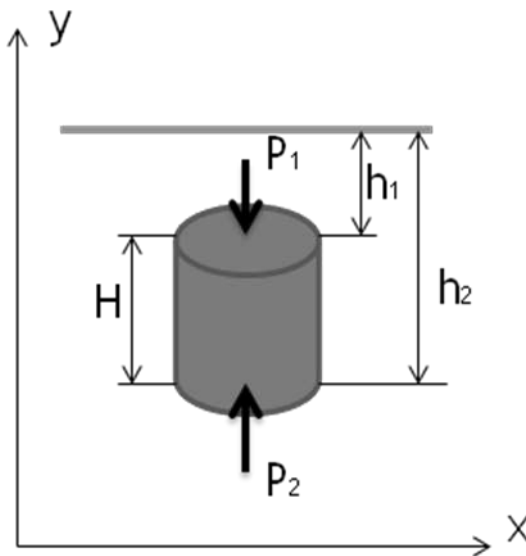


Рисунок 3.6 – Схема визначення сили Архімеда

Рівнодіюча сила  $P$  тиску рідини на поверхню нерухомого тіла, повністю або частково зануреного у рідину (**Архімедова сила**), дорівнює за величиною та протилежна за напрямом вазі рідини у об'ємі, що витіснений тілом:

$$P_1 = \gamma h_1 \omega,$$

$$P_2 = \gamma h_2 \omega,$$

(3.6)

$$P_2 - P_1 = \gamma \omega (h_2 - h_1) = \gamma \omega H = \gamma \cdot W.$$

Сила прикладена в точці, яка називається *центром водотоннажності*, – центр тяжіння витісненого об'єму рідини.

**Плавучість** – здатність тіла плавати у напівзануреному стані.

Можливі наступні стани тіла, зануреного у рідину:

- 1)  $G > P$  – тіло тоне;
- 2)  $G = P$  – тіло плаває в зануреному стані;
- 3)  $G < P$  – тіло спливає.

**Остійність** називається здатність плаваючого тіла повертатися у стан рівноваги під час відхилень після припинення дії відхиляючих сил (рис. 3.7).

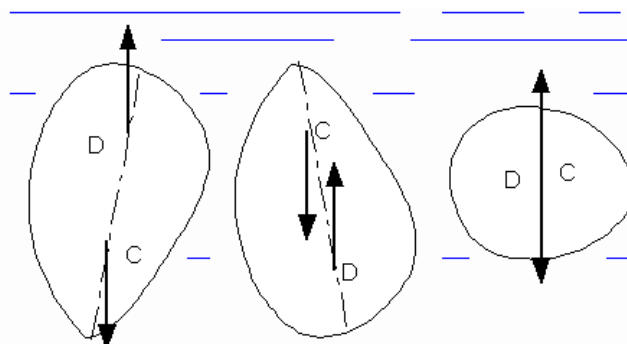


Рисунок 3.7 – Схема плавання тіла та його остійність

Під час визначення основних параметрів плаваючого тіла можна розглядати такі варіанти рівноваги тіла:

1. Коли вага тіла дорівнює виштовхуючій (Архімедовій) силі  $G = P$ . Тут можна виділити три випадки:

- стала рівновага;
- нестала рівновага;
- байдужий стан.

2. Коли  $G < P$ .

Далі наведені основні визначення для плаваючого тіла (рис. 3.8):

- глибина занурення найнижчої точки змоченої поверхні тіла називається *осадкою*;
- *плавучість тіла* – це його здатність плавати з заданим навантаженням, маючи раніше встановлене занурення.
- *запас плавучості* – додаткове навантаження, яке відповідає вазі рідини в об'ємі надводної частини плаваючого тіла;
- *площина плавання* – площина перерізу судна, яка обмежена за контуром ватерлінії;
- *ось плавання* – ось, нормальна площині плавання, яка проходить через центр тяжіння судна;

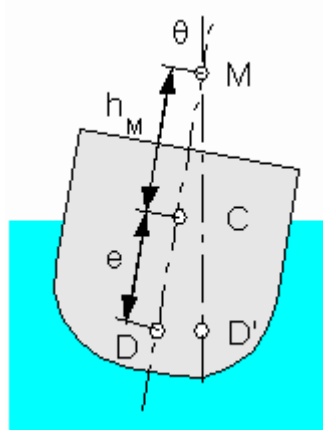


Рисунок 3.8 – Схема плаваючого тіла

- *метацентр* – точка перетину осі плавання та вертикальної лінії дії виштовхуючої сили.

Метацентричний радіус визначається за формулами:

$$r_M = \frac{I}{W}, \quad (3.7)$$

де  $I$  – момент інерції площі вантажної ватерлінії;

$W$  – водотоннажність судна;

$$r_M = e + h_M, \quad (3.8)$$

$e$  – ексцентриситет;

$h_M$  – метацентрична висота.

Вагу рідини, яка витіснена тілом, називають **водотоннажністю**, а центр ваги маси рідини в об'ємі зануреної частини тіла – **центром водотоннажності**.

### ***Контрольні питання***

1. Дайте визначення епюри гідростатичного тиску. Наведіть епюри гідростатичного тиску у резервуарах з різними видами тиску.
2. Наведіть схему та алгоритм визначення сили тиску на пласкі стінки і дно резервуарів.
3. Наведіть схему та алгоритм визначення сили тиску на криволінійні стінки резервуарів.
4. Що таке позитивне та негативне тіло тиску і для визначення якої величини застосовують ці поняття?
5. Сформулюйте закон Архімеда. Дайте основні визначення теорії плавання тіл.

## ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2 ГІДРОДИНАМІКА РІДИН ТА ГАЗІВ

### ТЕМА 4 РІДИНА В РУСІ. ОСНОВИ ГІДРОДИНАМІКИ

**Гідродинаміка** – розділ гідромеханіки, який вивчає закони руху рідини та взаємодії з тілами, які нею омиваються. Причина руху рідини – це дія сил на неї (зовнішній тиск і гравітація).

Основними параметрами, які характеризують рух, являються внутрішній тиск ( $p$ ) та швидкість ( $u$ ) в окремих точках. Тиск називають *гідродинамічним*. У загальному випадку швидкість і тиск є функціями координати та часу.

**Задача гідродинаміки** – вивчити взаємодію між швидкістю і тиском в окремих точках.

**Види руху.** Залежно від зміни основних параметрів  $p$  та  $u$  розрізняють два види руху: сталий та несталий.

**Несталий рух** – загальний випадок руху, коли тиск  $p$  та елементарна швидкість  $u$  залежать від координати і часу

$$p = f(x, y, z, t), u = g(x, y, z, t). \quad (4.1)$$

**Сталий рух** – коли тиск  $p$  та елементарна швидкість  $u$  не залежать від часу, тобто

$$p = f(x, y, z), u = g(x, y, z) \text{ або } dp/dt = 0, du/dt = 0. \quad (4.2)$$

Сталий рух може бути **рівномірним** та **нерівномірним**.

**Рівномірний рух** – це такий, рух я разі якого швидкість, а в ряді випадків і тиск не змінюються упродовж потоку. Залежно від причини рух може бути напірним, безнапірним або вільним струменем.

**Напірним** називається рух рідини, яка з усіх сторін обмежена твердими стінками, причиною руху являється різниця тисків на початку та наприкінці системи.

**Безнапірний рух** – це, коли частина периметру рідини не обмежена твердими стінками, тобто є вільна поверхня, причиною руху являється сила тяжіння.

**Вільний струмінь** – потік, який не обмежений стінками [3–6].

#### 4.1 Траєкторія, лінія току, елементарний струмінь

**Траєкторія** – слід частки, яка рухається (рис. 4.1).



Рисунок 4.1 – Траєкторія руху частки рідини

**Лінія току** – лінія, в кожній точці якої вектор швидкості направлений по дотичній. Під час сталого руху лінія току співпадає з траєкторією частки, яка рухається.

**Трубка току** – елементарна площина, через контур якої проведені лінії току (рис. 4.2).

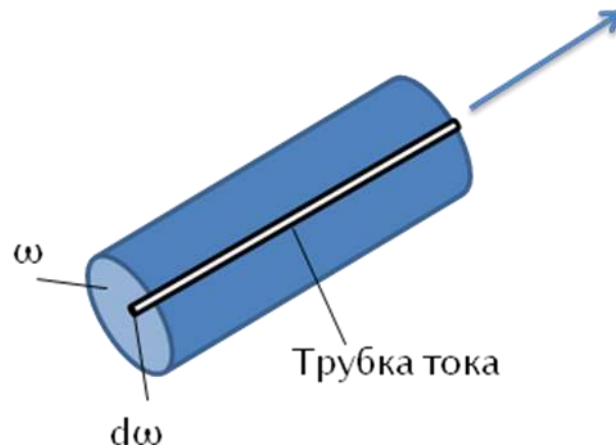


Рисунок 4.2 – Схема елементарного струменя потоку

**Елементарний струмінь** – частина рідини, яка обмежена трубкою току; сукупність ліній току, які проходять через елементарну площину.

Елементарний струмінь володіє наступними властивостями:

1. Форма елементарного струменя залишається незмінною у часі.
2. Обмін частками між окремими струменями не можливий (вектор швидкості направлений по дотичній, нормальна складова дорівнює 0).
3. Швидкість і тиск в усіх точках перерізу однакові через те, що переріз дуже малий (рис. 4.3).

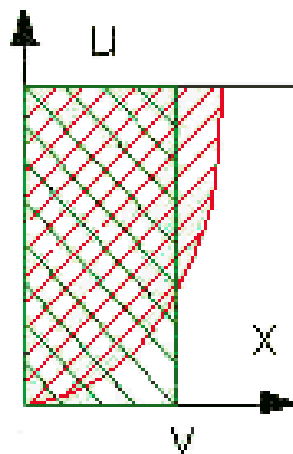


Рисунок 4.3 – Епюра швидкості в елементарному струмені

**Потік** – сукупність елементарних струменів, які протікають через площу достатньо велику, але обмежених розмірів.

Під час вивчення потоку розглядають такі види руху:

- паралельно–струменевий рух (коли лінії току паралельні між собою);

- рух, що плавно змінюється, близький до паралельно-струменевого руху (радіус кривизни лінії току дуже великий, лінії току розходяться);
- рух, що різко змінюється.

В подальшому будемо розглядати тільки рух, який плавно змінюється.

**Властивості руху, що плавно змінюється:**

- кривизна лінії току незначна, тобто радіус кривизни наближається до безкінечності;
- кут, який утворює лінії току близький до 0;
- поперечний переріз потоку плоский, нормальний до осі потоку;
- тиск в межах перерізу підпорядковується законам гідростатики;
- питома потенційна енергія потоку – величина стала за всім перерізом, уздовж потоку не змінюється

$$e_{nom} = z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} = const \quad (4.3)$$

**4.2 Елементи потоку**

До основних елементів потоку належать:

- живий переріз потоку –  $\omega$ ;
- змочений периметр –  $\chi$ ;
- гідравлічний радіус –  $R$ ;
- витрата рідини –  $Q$ ;
- середня швидкість у перерізі потоку –  $V$ .

**Площа живого перерізу** – площа плоского поперечного перерізу, нормального за напрямом руху (рис. 4.4).

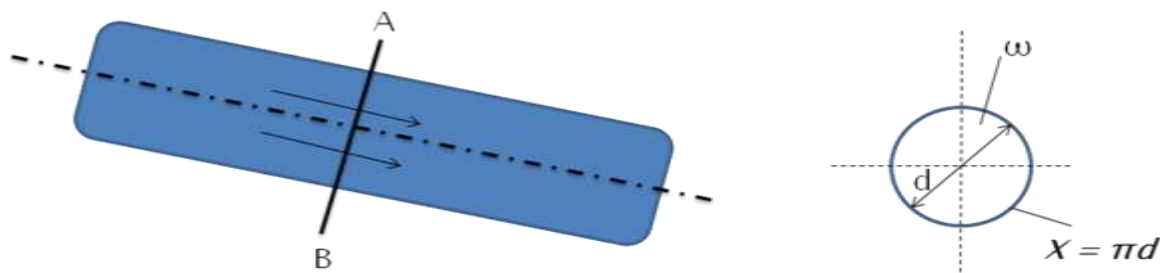


Рисунок 4.4 – Параметри напірного потоку в круглій трубі

**Змочений периметр** – частина периметра, на якій потік стикається з твердими стінками (рис. 4.4 – 4.6).

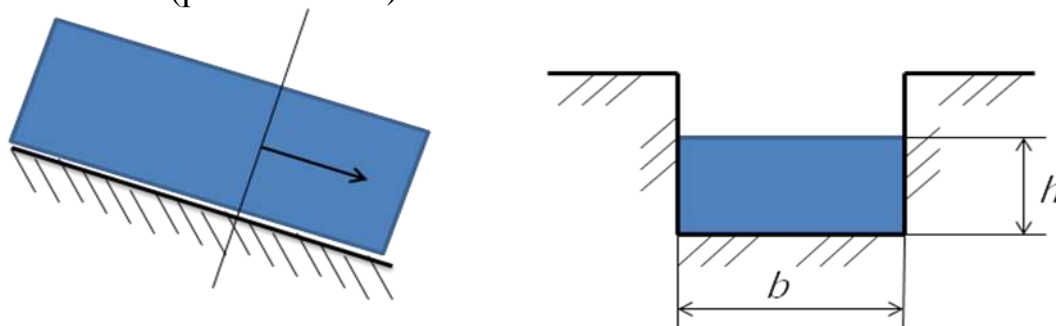


Рисунок 4.5 – Параметри безнапірного потоку в прямокутному руслі



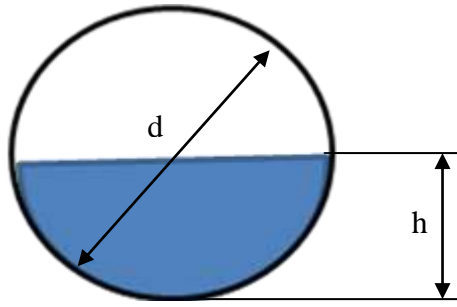


Рисунок 4.6 – Безнапірний потік у круглому перерізі

**Гідралічний радіус** – відношення площі живого перерізу до змоченого периметру

$$R = \omega / \chi. \quad (4.4)$$

Для прямокутного перерізу (рис. 4.5):

$$\omega = b \cdot h; \quad \chi = b + 2h; \quad R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{bh}{b + 2h}.$$

Для круглого перерізу (з половинним наповненням, рис. 4.6):

$$\omega = \frac{\pi d^2}{8}; \quad \chi = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot d; \quad R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\pi d^2 \cdot 2}{8 \cdot \pi d} = \frac{d}{4}.$$

Напірний рух (повне наповнення, рис. 4.4):

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\pi d^2}{4 \cdot \pi d} = \frac{d}{4}.$$

Гідралічний радіус характеризує відкриті потоки за величиною, він є стандартним лінійним розміром потоку.

**Витратою** називається кількість рідини, яка проходить через даний переріз за одиницю часу (рис. 4.7)

$$Q = \frac{W}{t}. \quad (4.5)$$

$$dQ = \frac{dW}{dt};$$

$$dW = d\omega \cdot dS = d\omega \cdot U \cdot dt;$$

$$dQ = \frac{d\omega \cdot U \cdot dt}{dt} = U \cdot d\omega.$$

де  $W$  – об'єм рідини, який протікає через даний переріз;  
 $t$  – час, за який протікає об'єм рідини  $W$ ;  
 $dS$  – відстань між перерізами;  
 $U$  – швидкість руху струменя.

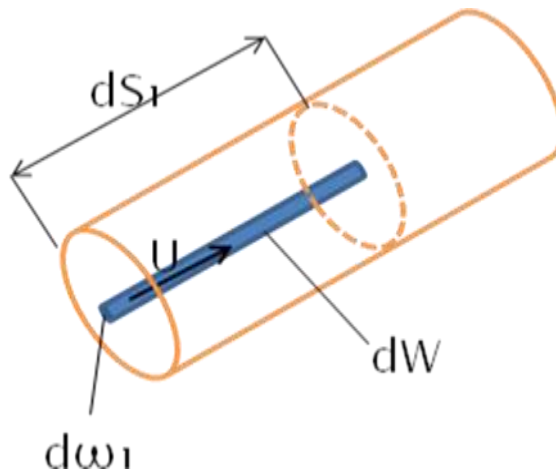


Рисунок 4.7 – Схема руху струменя потоку рідини

**Швидкість** потоку в елементарному струмені – величина постійна, але у потоці швидкість змінюється. Тому вводиться поняття середньої швидкості потоку.

Враховуючи, що:

- проникнення рідини через бокову поверхню неможливе (через те, що поверхня утворена лініями току);
- рідина не стискається;
- рідина є суцільним середовищем (відсутні розриви).

Отже, можна записати

$$Q = V_{cp} \cdot \omega. \quad (4.6)$$

**Середня швидкість**  $V_{cp}$  у живому перерізі потоку – це така швидкість (фіктивна), з якою рухались би частки рідини через даний живий переріз.

### 4.3 Рівняння нерозривності руху рідини для елементарного струменя і для потоку рідини

Через переріз 1 в трубку ввійде деякий об'єм рідини  $dW_1$  за час  $dt$ . За цей же час через переріз 2 вийде об'єм  $dW_2$  (рис. 4.8).

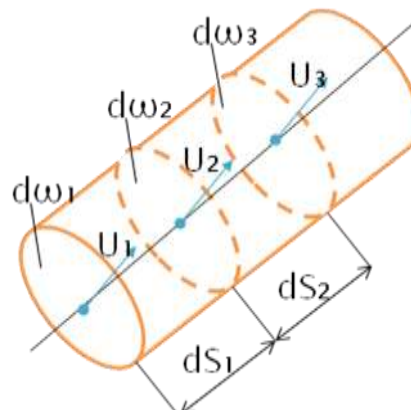


Рисунок 4.8 – Схема пересування частки рідини у потоці

$$\begin{aligned}
dW_1 &= d\omega_1 \cdot dS_1 = d\omega_1 \cdot U_1 \cdot dt; \\
dW_2 &= d\omega_2 \cdot dS_2 = d\omega_2 \cdot U_2 \cdot dt; \\
d\omega_1 \cdot U_1 \cdot dt &= d\omega_2 \cdot U_2 \cdot dt; \\
d\omega_1 \cdot U_1 &= d\omega_2 \cdot U_2 = dQ - const.
\end{aligned}
\tag{4.7}$$

Виходячи з властивостей елементарного струменя для сталого руху можна записати **рівняння нерозривності руху для елементарного струменя**:

$$d\omega_1 \cdot U_1 = d\omega_2 \cdot U_2 = dQ - const. \tag{4.8}$$

Добуток швидкості на площу живого перерізу – величина постійна уздовж всього потоку:

$$\omega_1 \cdot V_1 = \omega_2 \cdot V_2 = Q - const. \tag{4.9}$$

Рівняння (4.9) являється *рівнянням нерозривності руху для потоку рідини*.

#### 4.4 Режими руху рідини

Протікання реальної рідини характеризується різними режимами її руху, які можуть переходити один в інший за певних умов. Експериментальні дослідження гідравлічних опорів показують, що втрати напору (втрати енергії) залежать від існуючого в потоці режиму руху [1–6].

Існування двох принципово різних режимів руху рідини було відмічено Г. Хагеном у 1839 та 1854 рр. Під час вивчення протікання різноманітних крапельних рідин з різними фізичними властивостями Рейнольдс встановив, що рух буває ламінарним та турбулентним.

«*Ламінарний*» походить від латинського слова *lamina* – шар. **Ламінарним** називається такий режим, коли потік рідини рухається окремими струменями або шарами і траєкторії окремих часток між собою не перетинаються. На практиці ламінарний режим має місце під час руху рідин з великою в'язкістю (нафти, змащувальних масел), під час руху води через тонкі трубки, в трубопроводах при малих швидкостях потоку.

«*Турбулентний*» походить від латинського слова *turbulentus* – безладний, хаотичний. **Турбулентним** називається такий режим, коли струменевість потоку порушена, всі струмені перемішуються, і траєкторії часток, що рухаються, набувають складної форми, перетинаючись між собою. На практиці найчастіше має місце турбулентний режим руху рідини.

Під час проведення теоретичних досліджень, а саме комп'ютерного моделювання реального та ідеального потоків рідини, було встановлено, що в реальній рідині серединний струмінь води рухається швидше інших (рис. 4.9). При ламінарному режимі градієнт швидкості виглядає наступним чином: чим ближче до стінки, тим повільніше рухається потік води.

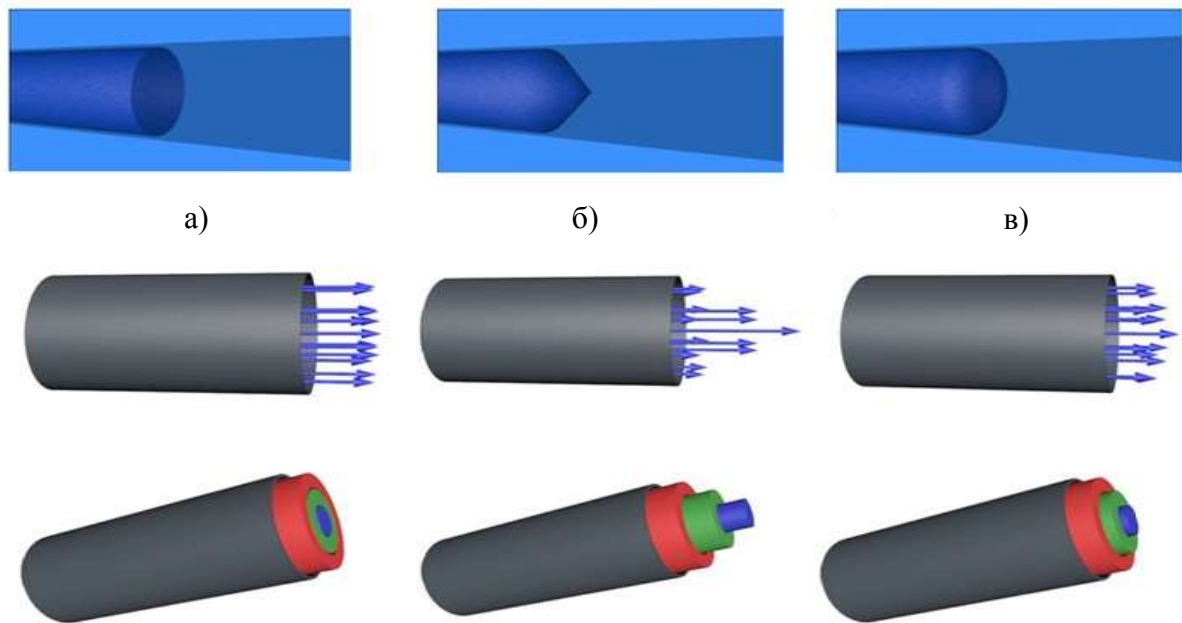


Рисунок 4.9 – Моделювання режимів руху ідеальної та реальної рідин:  
а – теоретичний рух; б – ламінарний режим, в – турбулентний режим

У 1883 р. Рейнольдс в результаті експериментальних досліджень встановив, що критерієм режиму руху рідини являється безрозмірна величина, яка представляє собою відношення добутку середньої швидкості потоку  $V$  та характерного для випадку, що розглядається, лінійного розміру  $L$  до кінематичної в'язкості рідини  $\nu$ :  $\frac{VL}{\nu}$ . Цей критерій називається **числом Рейнольдса** та позначається  $Re$ . Таким чином, число Рейнольдса має вид

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad (4.10)$$

Під час напірного руху рідини у круглих трубах за характерний лінійний розмір  $L$  зазвичай приймають внутрішній діаметр труби  $D$ , і тоді

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (4.11)$$

а в інших випадках – гідравлічний радіус  $R$

$$Re = \frac{VR}{\nu} \quad (4.12)$$

*Фізичний зміст* числа Рейнольдса полягає в тому, що воно виражає відношення сил інерції до сил в'язкості:

$$Re = \frac{F_{in}}{F_{в'яз}} \quad (4.13)$$

$$F_{in} = m \cdot a = \rho \cdot L^3 \cdot \frac{V^2}{L} = \rho \cdot L^2 \cdot V^2 ;$$

$$F_{\text{вяз}} = \mu \cdot S \cdot \frac{du}{dy} = \rho \cdot \nu \cdot L \cdot V ;$$

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot V}{\rho \cdot \nu \cdot L \cdot V} = \frac{V \cdot L}{\nu} .$$

Якщо переважають сили в'язкості – режим ламінарний, якщо ж переважають сили інерції – режим турбулентний. Чисельні експериментальні дослідження гідравлічних опорів показують, що між ними та швидкістю руху рідини є залежність  $h_l = f(V)$ .

Якщо дослідні дані нанести на графік у логарифмічних координатах, то можна виявити три області (рис. 4.10): ламінарну (лінія АВ), турбулентну (лінія CD) та нестійку, розташовану між точками В і С.

Точки В і С називаються *критичними*, тобто точками, в яких відбувається зміна режиму. Точка В називається *нижньою критичною точкою*. Швидкості, які відповідають цим точкам, називаються *критичними швидкостями*.

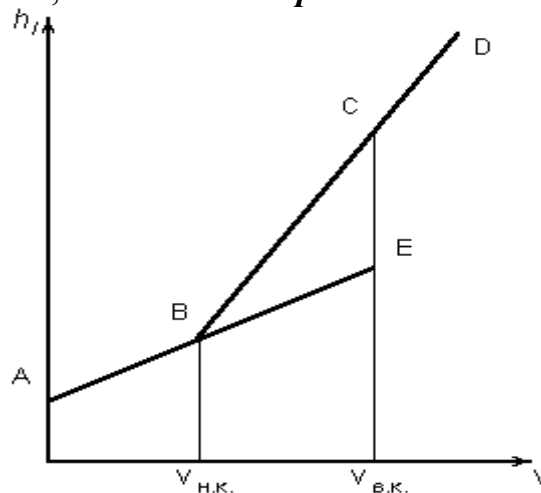


Рисунок 4.10 – Графік залежності між швидкістю та гідравлічними опорами

Для точок В і С характерне те, що при швидкостях менше  $V_{н.к.}$  завжди спостерігається ламінарний режим, а при швидкостях більших  $V_{в.к.}$  – турбулентний режим. Під час зміни швидкостей від малих до великих ламінарний режим може утримуватися до точки Е. У разі зміни швидкостей від великих до малих, турбулентний режим може утримуватися до точки В.

Значення числа Рейнольдса, яке відповідає нижній критичній точці В, називається *нижнім критичним числом Рейнольдса* і дорівнює

$$\text{Re}_{\text{н.кр.}} = \frac{V_{\text{н.кр.}} \cdot D}{\nu} . \quad (4.14)$$

Число Рейнольдса, яке відповідає верхній критичній точці С, називається *верхнім критичним числом* і дорівнює

$$\text{Re}_{\text{в.кр.}} = \frac{V_{\text{в.кр.}} \cdot D}{\nu} . \quad (4.15)$$

Для напірного руху в циліндричних трубах нижнє критичне число Рейнольдса дорівнює 956, тобто ламінарний режим стійкий, якщо  $Re \leq 956$ .

У результаті вивчення руху рідини в круглих гідравлічно «гладких» трубах на ділянках, достатньо віддалених від входу, за відсутності різних джерел збурення встановлено критичне число Рейнольдса  $Re_{кр} = 2\,000 - 2\,320$ . Якщо  $Re < Re_{кр}$ , то має місце ламінарний режим руху. Якщо  $Re > Re_{кр}$  – режим руху турбулентний.

Режими руху рідини можна спостерігати візуально, на установці, яка складається з резервуару з водою, скляної труби з краном наприкінці, та посудини з водяним розчином барвника, який вводиться тонким струменем в середину скляної труби під час відкриття крану (рис. 4.11).

У разі поступового збільшення швидкості руху води у трубі картина руху на початку не змінюється, але потім під час певної швидкості руху настає швидка її зміна. Струмінь барвника на виході з трубки починає коливатися, в ньому з'являються розриви. Потім він розмивається і перемішується з потоком води, при цьому стають помітними вихроутворення та обертальний рух рідини. Рух стає турбулентним.

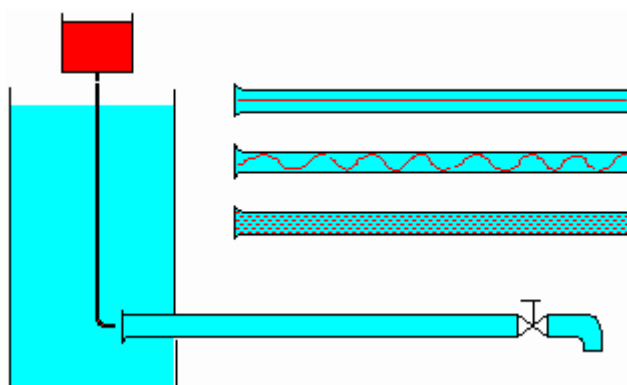


Рисунок 4.11 – Схема лабораторної установки для визначення режиму руху рідини

#### 4.5 Диференціальні рівняння руху ідеальної рідини

Під час вивчення руху рідини необхідно розглядати ряд величин, які були відсутні під час вивчення рідини, що знаходилась у стані спокою. Це проекції прискорень об'ємних сил, проекції швидкості, гідродинамічний тиск і щільність. Основна задача гідродинаміки – встановити залежність цих змінних від координат і часу.

Раніше були отримані диференційні рівняння рівноваги рідини. Для того, щоб перейти від них до рівнянь руху відповідно принципу Д'Аламбера необхідно додати сили інерції. Для елементарного паралелепіпеду проекція сили інерції на вісь  $X$  буде дорівнювати  $\rho dx dy dz du_x/dt$ , тобто добуток маси на прискорення. Рівняння рівноваги були записані через одиничні масові сили, тому рівняння руху можна представити наступним чином:

$$\begin{cases} X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_x}{dt}; \\ Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{du_y}{dt}; \\ Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{du_z}{dt}. \end{cases} \quad (4.16)$$

Ці рівняння називаються *рівняннями Ейлера*, а також рівняннями динамічної рівноваги.

Дані рівняння справедливі для ідеальної рідини. Під час розгляду реальної рідини потрібно додати сили в'язкості. Отримана таким чином система рівнянь носить назву – *рівняння Нав'є-Стокса*.

#### 4.6 Інтегрування диференціальних рівнянь руху ідеальної рідини. Рівняння Бернуллі для елементарного струменя ідеальної рідини

Перед тим, як почати інтегрування необхідно зробити ряд перетворень – помножити кожне рівняння відповідно на  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  та скласти їх.

$$\begin{aligned} X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz - \frac{1}{\rho} \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz \right) = \\ \frac{du_x}{dt} \cdot dx + \frac{du_y}{dt} \cdot dy + \frac{du_z}{dt} \cdot dz. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Використовуючи ті ж умови, що і під час інтегрування диференціальних рівнянь рівноваги рідини

$$dU - \frac{1}{\rho} \cdot dp = \frac{du_x}{dt} \cdot dx + \frac{du_y}{dt} \cdot dy + \frac{du_z}{dt} \cdot dz. \quad (4.18)$$

Враховуючи, що

$$\begin{aligned} \frac{du_x}{dt} = u_x; \quad dU - \frac{1}{\rho} \cdot dp = u_x \cdot du_x + u_y \cdot du_y + u_z \cdot du_z, \\ u_x \cdot du_x = \frac{1}{2} du_x^2, \end{aligned}$$

крім того,

$$u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2. \quad (4.19)$$

Отже,

$$dU - \frac{1}{\rho} \cdot dp - \frac{1}{2} \cdot d(u^2)$$

або остаточно

$$dU - \frac{1}{\rho} \cdot dp - \frac{1}{2} \cdot d(u^2) = 0. \quad (4.20)$$

Отримане диференціальне рівняння встановлює взаємозв'язок між силовою функцією, гідродинамічним тиском та швидкістю у будь-якому перерізі елементарного струменя. Проінтегрувавши вираз (4.20), маємо

$$U - \frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} = const. \quad (4.21)$$

Далі розглядається окремий випадок, коли на рідину з об'ємних сил діє тільки сила тяжіння, отже,

$$U = -z \cdot g, \\ z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} = const. \quad (4.22)$$

Дане рівняння називається **рівнянням Бернуллі** для елементарного струменя ідеальної рідини.

Якщо розглянути два перерізи, то можна записати

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{u_2^2}{2 \cdot g}. \quad (4.23)$$

За аналогією з гідростатикою можна показати, що два перших доданків представляють собою питому енергію: перший – питому енергію положення; другий – питому енергію гідродинамічного тертя. Третій – питому кінетичну енергію.

Сума трьох доданків являється повною питомою енергією, тобто напором. Рівняння Бернуллі являється основним рівнянням гідродинаміки, яке встановлює взаємозв'язок між параметрами потоку в перерізі: координатою, тиском та швидкістю [1–6].

З фізичної точки зору рівняння Бернуллі описує окремий випадок закону збереження енергії. Геометричний зміст рівняння для струменя ідеальної рідини в тому, що напірна площина горизонтальна (рис. 4.12). Найменування складових рівняння Бернуллі з геометричної та фізичної сторони наведені у таблиці 4.1.

$$H_{a1} = H_{a2} = const \quad (4.24)$$

Рівняння (4.24) – **рівняння Бернуллі для елементарного струменя ідеальної рідини**.

Як відомо реальна рідина відрізняється від ідеальної наявністю в'язкості, тобто між окремими шарами рідини під час руху існує тертя. Оскільки існує тертя, отже, мають з'явитися і втрати енергії.



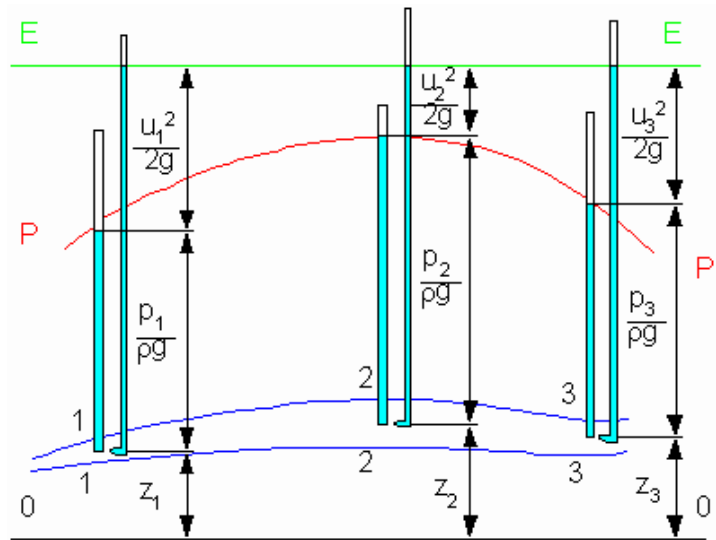


Рисунок 4.12 – Геометрична схема рівняння Бернуллі для елементарного струменя потоку

Таким чином частина енергії реальної рідини, що рухається, переходить в тепло. Відбувається так звана дисипація. Причому цей перехід енергії незворотній.

Таблиця 4.1 – Найменування складових рівняння Бернуллі для елементарного струменя ідеальної рідини з геометричної та фізичної сторони

Складова	Геометричний зміст	Фізичний зміст
$Z$	геометричний напір	питома потенційна енергія положення
$p/\gamma$	п'езометричний напір (відстань від центру тяжіння до позначки п'езометру)	питома потенційна енергія тиску
$\frac{u^2}{2g}$	швидкісний напір	питома кінетична енергія
$H_d$	повний гідродинамічний напір у перерізі	повна питома енергія рідини у перерізі

На рисунку 4.13 наведена схема складових рівняння Бернуллі для потоку ідеальної рідини (за відсутності в'язкості) з фізичної точки зору.

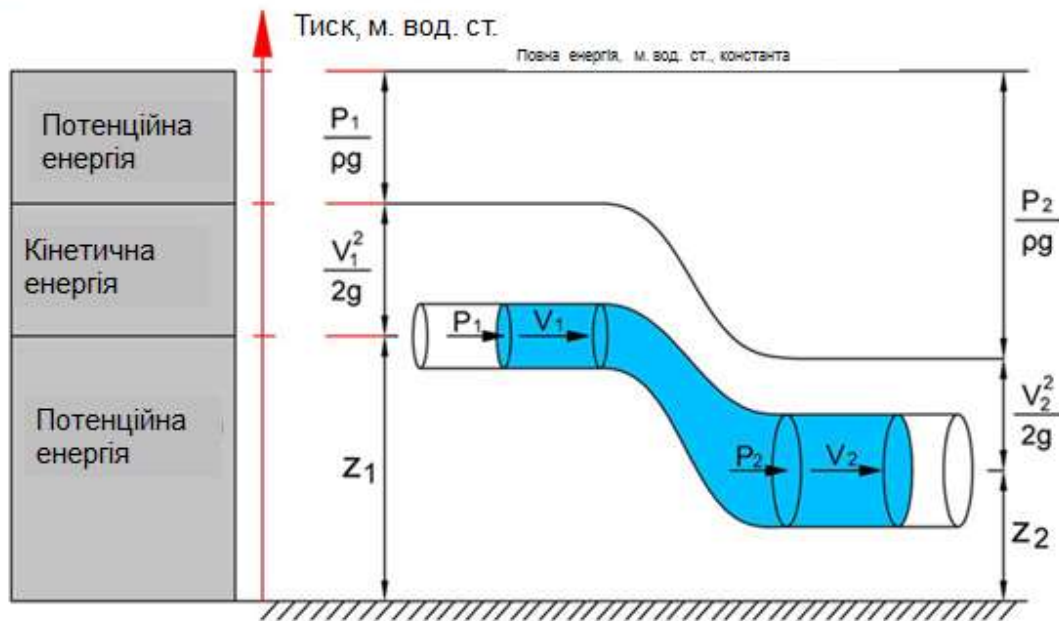


Рисунок 4.13 – Складові рівняння Бернуллі для потоку ідеальної рідини з фізичної точки зору

З врахуванням сказаного можна записати **рівняння Бернуллі для елементарного струменя реальної рідини**

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} + h_{w1-2}, \quad (4.25)$$

де  $h_{w1-2}$  – називається повною або загальною втратою напору в потоці між перерізами 1 – 1 та 2 – 2, які розглядаються.

Для того, щоб отримати рівняння для потоку реальної рідини, тобто рівняння для повної енергії рідини, яка проходить через живий переріз, необхідно додати повні енергії всіх струменів, що входять в нього (рис. 4.14, 4.15). Тоді отримаємо **рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини**

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + h_{w1-2}, \quad (4.26)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт Коріоліса, який представляє собою відношення дійсної кінетичної енергії потоку в даному перерізі до середньої енергії потоку в даному перерізі. Для труб круглого перерізу під час турбулентного режиму він приблизно дорівнює 1,1; під час ламінарного режиму – 2; в гідравлічних стрибках – 5–7.

*Гідравлічна інтерпретація рівняння Бернуллі.* Рівняння Бернуллі можна інтерпретувати (розкрити зміст) з різних точок зору. Далі наведені гідравлічна, геометрична та енергетична інтерпретації рівняння Бернуллі.

Виявимо спочатку гідравлічне значення кожного члена рівняння Бернуллі для потоку рідини. Перші члени лівої та правої частини рівняння Бернуллі

$\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}$  та  $\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}$ , називаються в гідравліці висотами швидкісного напору або просто швидкісними напорами потоку в перерізах 1-1 та 2-2 (рис. 4.13).

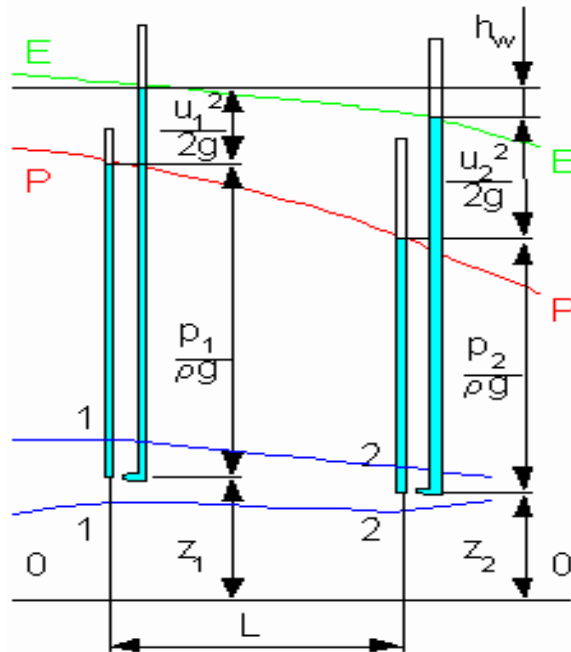


Рисунок 4.13 – Геометрична схема рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини

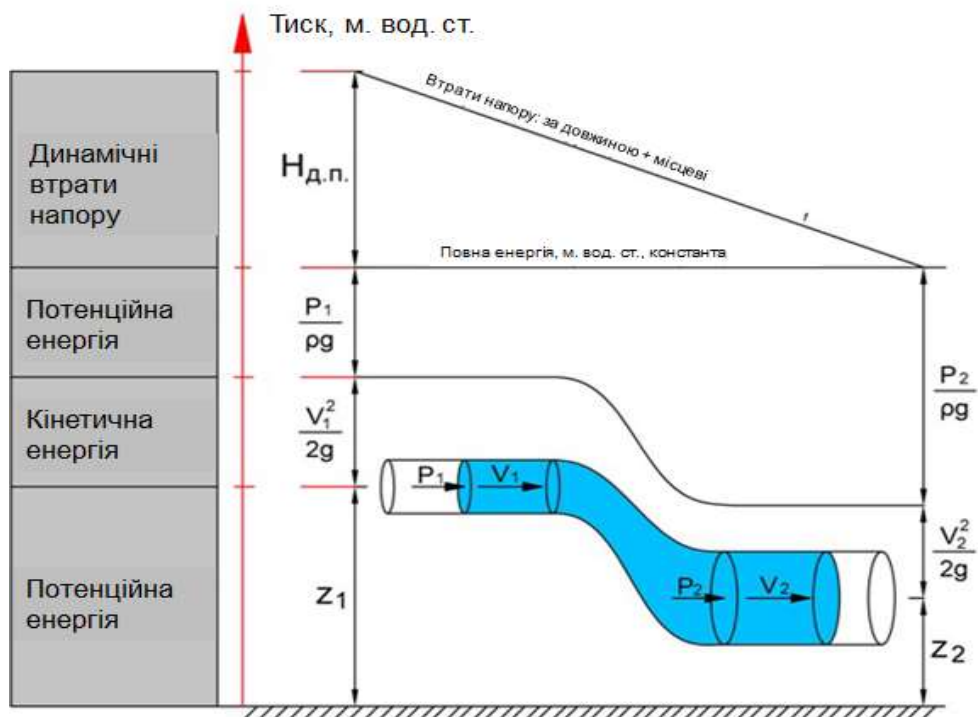


Рисунок 4.14 – Складові рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини з фізичної точки зору

Другі члени лівої та правої частин рівняння Бернуллі – вирази  $\frac{p_1}{\gamma}$  і  $\frac{p_2}{\gamma}$  називаються в гідравліці наведеними або п'єзометричними висотами тиску, залежно від того, повний або манометричний тиск ( $p$ ) вводиться в розрахунок.

В подальшому величину  $\frac{p}{\gamma}$  будемо називати п'єзометричною висотою, тобто  $p$  – будемо враховувати манометричним тиском.

Треті члени рівняння Бернуллі – ординати  $z_1$  та  $z_2$  називаються висотами положення довільно обраних точок в перерізах потоку над площиною порівняння.

Сума швидкісного напору, п'єзометричної висоти та висоти положення називається **гідродинамічним напором** та позначається через  $H_r$

$$H = \frac{\alpha v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z. \quad (4.27)$$

Четвертий член правої частини рівняння Бернуллі  $h_w$  називається повною або загальною втратою напору в потоці між перерізами 1–1 і 2–2, що розглядаються.

Враховуючи сказане, рівняння Бернуллі для потоку рідини можна коротко записати так:

$$H_{r1} = H_{r2} + h_w, \quad (4.28)$$

де  $H_{r1}$  та  $H_{r2}$  – гідродинамічні напори у перерізах 1–1 і 2–2 [1–4].

Таким чином, з гідравлічної сторони рівняння Бернуллі для потоку рідини може бути сформульовано так: сума трьох висот (швидкісного напору, п'єзометричної та положення) або гідродинамічний напір для одного перерізу потоку рідини.

Таблиця 4.2 – Геометрична та енергетична інтерпретація рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини

$z$	Координата перерізу (геометричний напір)	Питома потенційна енергія положення
$p/\gamma$	П'єзометричний напір	Питома потенційна енергія тиску
$\frac{\alpha V^2}{2g}$	Швидкісний напір	Питома кінетична енергія
$h_w$	Повна втрата напору на ділянці	Втрати повної питомої енергії

Е–Е – лінія повного напору – нахилена в бік руху за рахунок втрат напору в реальній рідині;

Р–Р – п'єзолінія, її ухил визначається величиною швидкісного напору.

Лінія Е–Е співпадає з лінією Р–Р під час рівномірного руху.

Падіння п'єзометричної лінії на одиницю довжини потоку називається **п'єзометричним ухилом**. Ця величина позначається буквою  $J_p$  та виражається наступною формулою:

$$J_p = \frac{\left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + z_2\right)}{l}. \quad (4.29)$$

Напірну лінію для потоку рідини можна спостерігати в дійсності, якщо встановити в потоці так звані гідрометричні трубки (рис. 4.15). Гідрометрична трубка представляє собою відкриту з обох кінців вигнуту під прямим кутом скляну трубку ( $d \approx 1$  см), яка звужена в нижньому кінці. Якщо таку трубку помістити в рідину, що рухається, так, щоб вигнутий звужений кінець трубки був направлений проти течії, а інший кінець виходив вгору над вільною поверхнею потоку, то рідина піднімається у трубці на ту чи іншу висоту над цією поверхнею залежно від швидкості течії. В трубках, розставлених у визначених перерізах за довжиною потоку, рідина піднімається на різну висоту, яка дорівнює величині швидкісного напору в даній точці. Лінія, що з'єднує рівні рідини в гідрометричних трубках, і буде являтися напірною лінією N – N.

Падіння напірної лінії на одиницю довжини потоку називається **гідралічним ухилом**, позначається  $J$  та виражається формулою:

$$J = \frac{\left(\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2\right)}{l}. \quad (4.30)$$

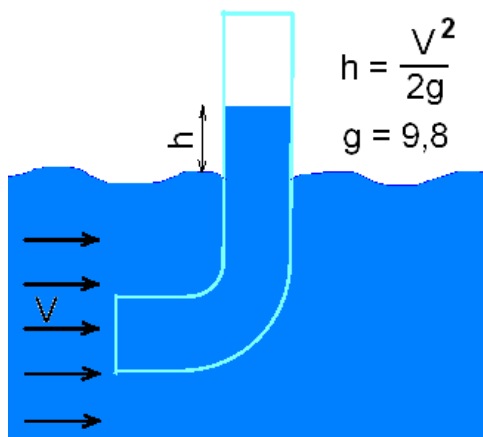


Рисунок 4.15 – Схема роботи гідрометричної трубки

З вище сказаного виходить, що рівняння Бернуллі має наступний енергетичний зміст: за сталого руху рідини в будь-якому перерізі потоку повна питома енергія потоку дорівнює сумі питомих енергій: кінетичної  $\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}$  і

потенційної  $(\frac{p}{\gamma} + z)$ ; повна питома енергія зменшується уздовж потоку в напрямі руху через те, що частина енергії затрачується на подолання опорів на ділянці потоку, що розглядається.

Очевидно, що рівняння Бернуллі за своєю суттю виражає окремий випадок загального закону збереження енергії в природі, який був доказаний М.В. Ломоносовим.

#### 4.7 Практичне застосування рівняння Бернуллі

Рівняння Д. Бернуллі являється основним рівнянням гідродинаміки, з його допомогою виводяться розрахункові формули для різних випадків руху рідини, та вирішуються багато практичних задач [1–4].

Умови застосування рівняння Бернуллі у розрахунках:

- рух рідини в системі має бути сталим;
- рух рідини в районі перерізу має бути паралельно-струменевим або плавно-змінним.

##### Порядок застосування рівняння:

1. Встановлюємо два перерізи.
2. Проводимо горизонтальну площину порівняння 0-0.
3. Записуємо рівняння Бернуллі в повному вигляді.
4. Встановлюємо значення відомих складових.
5. Знайдені значення складових підставляємо у рівняння.
6. Вирішуємо рівняння відносно невідомої складової.

Витрату води в трубопроводі зазвичай визначають за допомогою п'єзометричного *витратоміра Вентури*, який представляє собою вставку в основну трубу діаметром  $D$  труби меншого діаметра  $d$  з плавним входом і виходом (рис. 4.16).

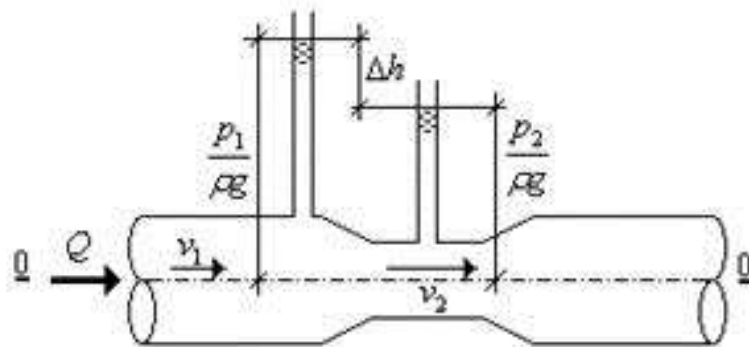


Рисунок 4.16 – Витратомір Вентури

У звуженій частині швидкість збільшується, а далі зменшується у порівнянні з основною трубою.

Площину порівняння  $0_1 - 0_1$  обираємо за віссю труби, а перерізи 1-1 і 2-2 до звуження та у звуженій частині. Для цих перерізів рівняння Бернуллі можна представити у вигляді

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + h_{w1-2}.$$

Втратами енергії  $h_{w1-2}$  нехтуємо через малу відстань між перерізами та плавності звуження. Для горизонтальної труби ( $z_1 = z_2$ ) приймаємо коефіцієнт  $\alpha = 1$ . Тоді

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha V_2^2}{2g}$$

або

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{\alpha V_2^2}{2g} - \frac{\alpha V_1^2}{2g}.$$

Використовуючи рівняння нерозривності потоку, можна записати, що

$$V_1 \omega_1 = V_2 \omega_2,$$

де  $\omega_1 = \frac{\pi D^2}{4}$  і  $\omega_2 = \frac{\pi d^2}{4}$ .

Тоді

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{D^2}{d^2}.$$

Показання п'езометрів  $h_1 = \frac{p_1}{\rho g}$ ,  $h_2 = \frac{p_2}{\rho g}$  і отже,

$$h = h_1 - h_2 = \frac{V_2^2}{2g} \left( 1 - \frac{d^4}{D^4} \right).$$

Знаючи, що  $V_2 = \frac{Q}{\omega_2}$ , можна записати

$$h = \frac{Q^2}{2g \omega_2^2} \left( 1 - \frac{d^4}{D^4} \right),$$

а величина, яку шукаємо,

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{d^4}{D^4}}}. \quad (4.31)$$

Фактична витрата буде трохи менше теоретичної через втрати енергії та може бути представлена залежністю

$$Q = \mu \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{d^4}{D^4}}}, \quad (4.32)$$

де  $\mu$  – тарувальний коефіцієнт, значення якого зазвичай приймають  $\mu = 0,95-0,97$ .

### **Контрольні питання**

1. Дайте визначення гідродинаміки та основних гідравлічних параметрів потоку рідини, яка рухається.
2. Назвіть основні елементи потоку, дайте їх визначення.
3. Наведіть алгоритм визначення рівняння нерозривності руху рідини для елементарного струменя і для потоку рідини.
4. Які ви знаєте режими руху рідини? Яким чином можна їх визначити?
5. Що таке критичні швидкості? Наведіть схему лабораторної установки для визначення режимів руху рідини.
6. Наведіть диференціальні рівняння руху ідеальної рідини. Що отримують в результаті інтегрування цих рівнянь?
7. Наведіть геометричну схему рівняння Бернуллі для елементарного струменя потоку та назвіть його основні складові.
8. Наведіть геометричну схему рівняння Бернуллі потоку реальної рідини та назвіть його основні складові.
9. Дайте визначення п'єзометричного та гідравлічного ухилів. Наведіть формули для їх визначення.
10. Наведіть приклади практичного застосування рівняння Бернуллі. За якою послідовністю вирішуються задачі із застосування цього рівняння?

## **ТЕМА 5 ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ, ВТРАТИ НАПОРУ**

Втрати енергії (напору), які входять у рівняння Д. Бернуллі, являються наслідком того, що на рух рідин впливають гідравлічні опори, які залежать від:

- режиму руху рідини;
- форми живого перерізу та її зміни;
- числа Рейнольдса;
- характеру поверхні стінок русла.

Гідравлічні опори поділяються на наступні види:

- опори за довжиною, які проявляються на всій довжині ділянки потоку, яка розглядається;
- місцеві опори характеризуються різкою зміною конфігурації живого перерізу потоку.

У відповідності з цим і втрати енергії (напору) діляться на *втрати за довжиною та місцеві втрати*.

### **5.1 Опори і втрати напору за довжиною**

Теоретичне та експериментальне вивчення опорів та втрат енергії (напору) за довжиною проводиться в умовах рівномірного руху. Сили тертя за



довжиною, віднесені до одиниці площі, називаються **дотичними напруженнями**. Дотичні напруження у будь-якій точці потоку рідини характеризуються залежністю:

$$\tau = \mu \frac{d\bar{u}_x}{dy} + \varepsilon_T \frac{d\bar{u}_x}{dy}, \quad (5.1)$$

де  $\mu$  – динамічна в'язкість;

$\varepsilon_T$  – турбулентна в'язкість, яка залежить від пульсаційної складової швидкості;

$\frac{d\bar{u}_x}{dy}$  – градієнт осередненої швидкості у перерізі, перпендикулярному до напрямку руху.

За різних режимів руху і на різній відстані від стінок русла вплив кожного з двох членів правої частини рівняння проявляється по-різному:

– *при ламінарному режимі* руху практично відсутні пульсації швидкості ( $\varepsilon_T = 0$ ) і дотичні напруження залежать від в'язкості рідини та градієнта швидкості, але не залежать від шорсткості русла;

– *при турбулентному режимі* руху в потоці виникають пульсації швидкості, в результаті чого створюються додаткові дотичні напруження, які зазвичай більше дотичних напружень від в'язкості рідини [1–3].

У разі рівномірного руху гідравлічний ухил дорівнює п'езометричному:

$$i_e = i_p. \quad (5.2)$$

Вище наведений вираз являється *основним рівнянням рівномірного руху*, під час якого

$$i_p = \frac{h_l}{l}. \quad (5.3)$$

Залежність п'езометричного ухилу від дотичних напружень на стінках русла  $\tau_0$  може бути представлена у вигляді

$$i_p = \frac{\tau_0}{\rho g R}, \quad (5.4)$$

де  $R$  – гідравлічний радіус.

Дотичні напруження на стінках русла визначають за емпіричною формулою:

$$\tau_0 = \rho \frac{\lambda}{8} V^2, \quad (5.5)$$

де  $\lambda$  – гідравлічний коефіцієнт тертя.

*Втрати напору (енергії) за довжиною* в трубах визначаються в загальному випадку за формулою А. Дарсі – Ю. Вейсбаха:

$$h_i = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}, \quad (5.6)$$

де  $l$  – довжина труби;  
 $d$  – діаметр труби.

**Гідравлічний коефіцієнт тертя  $\lambda$**  залежить від дотичного напруження. Дотичні напруження, в свою чергу, залежать від в'язкості рідини, яка входить у формулу для визначення числа Рейнольдса, і від турбулентних пульсацій швидкості, на які впливає відносна шорсткість стінок труби. Тому зазвичай представляють гідравлічний коефіцієнт тертя залежно від числа Рейнольдса та відносної шорсткості труби  $\lambda = f(\text{Re}, \frac{\Delta}{D})$ .

Під час ламінарного руху рідини в круглих трубах швидкість розподіляється відповідно параболічному закону (рис. 5.1)

$$u = u_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad (5.7)$$

де  $r$  – відстань від осі труби до точки в живому перерізі, що розглядається;  
 $r_0$  – радіус труби;  
 $U_{\max}$  – максимальна швидкість в живому перерізі.

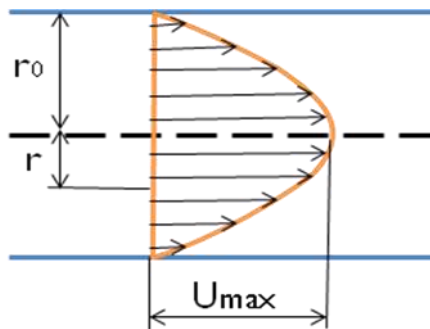


Рисунок 5.1 – Епюра розподілу швидкостей в ламінарному потоці

Дотичні напруження за перерізом труби розподіляються за законом прямої лінії (рис. 5.2):

$$\tau = \frac{\tau_0}{r_0} \cdot r. \quad (5.8)$$

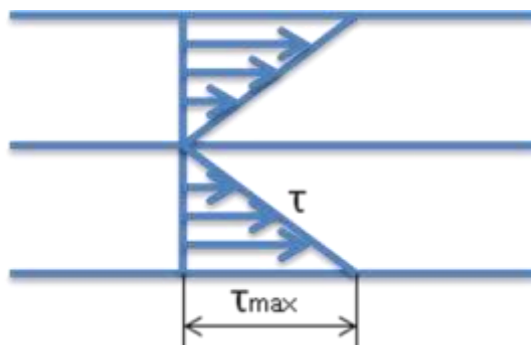


Рисунок 5.2 – Епюра розподілу дотичних напружень за перерізом труби у ламінарному потоці

Дотичні напруження біля стінки труби  $\tau_0$  залежать від в'язкості, середньої за перерізом швидкості, діаметру труби та визначаються за формулою:

$$\tau_0 = \frac{4\mu V}{r_0} = \frac{8\mu V}{d}. \quad (5.9)$$

Через те, що швидкість біля стінки труби (у разі коли  $r = r_0$ )  $u = 0$ , то гідравлічний коефіцієнт тертя не залежить від шорсткості стінок, а залежить тільки від числа Рейнольдса та визначається так:

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}. \quad (5.10)$$

З врахуванням цього втрати напору за довжиною під час ламінарного режиму:

$$h_l = \frac{32 \cdot \nu}{gd^2} V \cdot l. \quad (5.11)$$

Особливістю ламінарного режиму руху являється те, що *втрати напору за довжиною прямо пропорційні в'язкості рідини і середній швидкості у першому ступені та не залежать від шорсткості, а, отже, матеріалу стінок труби.*

Вище наведені залежності справедливі для ламінарного режиму, **якщо розподіл швидкостей підпорядковується параболічному закону**. Однак досліди показують, що під час входу в трубопровід розподіл швидкостей рівномірний, а потім поступово, тільки на деякій відстані від входу, він стає параболічним. Ця відстань називається **початковою ділянкою** (рис. 5.3).



Рисунок 5.3 – Зміна епюр швидкостей у ламінарному потоці

За даними Шиллера, довжина початкової ділянки:

$$l_{\text{почат}} = 0,029d \cdot \text{Re}. \quad (5.12)$$

Гідравлічний ухил на початковій ділянці більше, ніж на іншій частині труби. Це необхідно враховувати під час визначення втрат напору.

Для коротких труб довжиною  $l \leq l_{\text{почат}}$ , за даними Н.З. Френкеля, гідравлічний коефіцієнт тертя:

$$\lambda = \frac{B}{\text{Re}}. \quad (5.13)$$

Значення коефіцієнту  $B$  приймаються залежно від значень величини  $\frac{l}{d \cdot Re}$  за довідниками з гідравліки.

Якщо довжина труби  $l > l_{почат.}$ , то втрати напору:

$$h_l = \frac{32\nu}{gd^2} Vl \left( 1 + \frac{Re \cdot d}{400 \cdot l} \right). \quad (5.14)$$

## 5.2 Гідравлічний коефіцієнт тертя і втрати напору за довжиною під час турбулентного режиму руху

Під час турбулентного режиму руху рідини потік розподіляється на дві області, які різко відрізняються за структурою:

- безпосередньо біля стінки труби утворюється дуже тонка область чисто в'язкого руху – так званий **в'язкий підшарок**;
- інша частина потоку представляє собою область, яка мало або майже не залежить від в'язкості, область повного турбулентного руху, вона називається **турбулентним ядром потоку**.

Це так звана схема турбулентного потоку (рис. 5.4) [1–7].

В межах в'язкого підшарку динамічна в'язкість  $\mu$  значно більше турбулентної в'язкості  $\varepsilon_T$  і, отже, дотичні напруження в'язкого тертя значно більше дотичних напружень турбулентного тертя. В турбулентному ж ядрі потоку спостерігається зворотна картина.

Розділ потоку на дві різні області умовний і схематичний. В дійсності вплив в'язкості у міру віддалення від стінки труби поступово убуває і між в'язким підшарком та турбулентним ядром існує **перехідна область**, за якої  $\mu = \varepsilon_T$ .

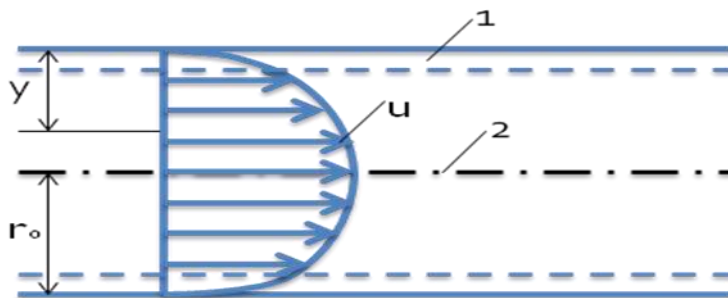


Рисунок 5.4 – Схема турбулентного потоку:  
1 – в'язкий підшарок; 2 – ядро

Товщину в'язкого підшарку визначають за формулою:

$$\delta = N \frac{\nu}{u_*}, \quad (5.15)$$

де  $N$  – безрозмірне число, приймається за даними Нікурадзе та інших авторів – 10,5–11,1;

$\nu$  – кінематична в'язкість рідини;

$u_*$  – динамічна швидкість або швидкість тертя.

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (5.16)$$

де  $\tau_0$  – дотичні напруження на стінках русла і практично в межах в'язкого підшарку;

$\rho$  – щільність рідини.

З врахуванням математичних перетворень і при середньому значенні  $N = 10,6$  товщина в'язкого підшарку:

$$\delta = \frac{30D}{\text{Re} \sqrt{\lambda}}, \quad (5.17)$$

де  $D$  – діаметр трубопроводу;

$\text{Re}$  – число Рейнольдса;

$\lambda$  – гідравлічний коефіцієнт тертя.

В межах в'язкого підшарку осереднені швидкості змінюються за лінійним законом від нуля біля стінки і до кінцевого значення на його межі.

В турбулентному ядрі потоку розподіл швидкостей близький до логарифмічного закону.

**Втрати напору за довжиною** під час турбулентного режиму руху істотно залежать від співвідношення абсолютної висоти виступу шорсткості  $\Delta$  та товщини в'язкого підшарку  $\delta$ .

Через те, що фактична висота всіх виступів шорсткості неоднакова, то вводиться поняття **еквівалентної шорсткості**  $\Delta_{\text{екв}}$ , тобто такої рівномірної шорсткості, яка дає під час підрахунку однакову з заданою шорсткістю величину  $\lambda$  (значення еквівалентної шорсткості – довідникові дані).

Схематично розглядають три області гідравлічних опорів (рис. 5.5):

1. **Область гідравлічно гладких труб**: виступи шорсткості занурені у в'язкий підшарок ( $\Delta_{\text{екв}} \leq \delta$ ) і не порушують його цілісності.

Виступи обтікаються без відривів та вихроутворень. В цьому випадку **шорсткість не впливає** на гідравлічні опори і гідравлічний коефіцієнт тертя.

За А. Д. Альтшулем, ця область існує при  $\text{Re} \cdot \frac{\Delta_{\text{екв}}}{D} < 10$ .

2. При  $\text{Re} \cdot \frac{\Delta_{\text{екв}}}{D} > 500$  виникає **область гідравлічно шорстких труб**:

виступи шорсткості виходять за межі в'язкого підшарку ( $\Delta_{\text{екв}} \geq \delta$ ). Відривне обтікання виступів зводить опір тертя до опору обтікання тіл з різкими змінами їх конфігурації, який не залежить від числа  $\text{Re}$  і пропорційний швидкісному напору потоку, що набігає, та поперечному розміру тіла, яке обтікається (виступів шорсткості).

3. При  $10 < \text{Re} \cdot \frac{\Delta_{\text{екв}}}{D} < 500$  виникає **перехідна область**: висота виступів шорсткості того ж порядку, що і товщина в'язкого підшарку.

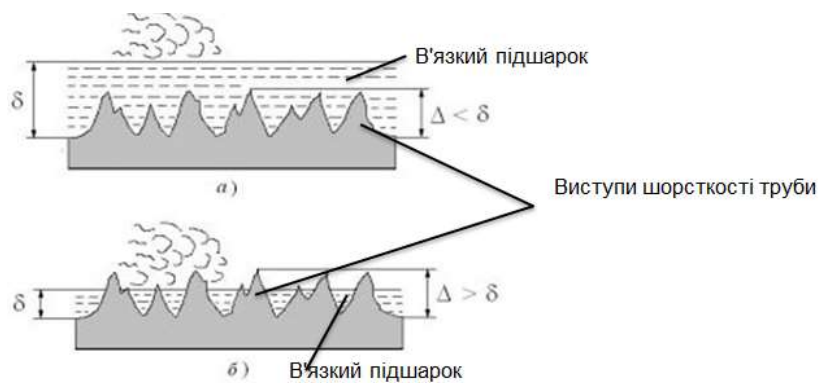


Рисунок 5.5 – Схематичне зображення областей гідравлічних опорів:  
 а – гідравлічно гладкі труби; б – гідравлічно шорсткі труби

Для *гідравлічно гладких труб* найбільше розповсюдження отримала формула Блазіуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}. \quad (5.18)$$

Дослідження **Ф. А. Шевельова** показали, що опір в гідравлічно гладких трубах прямо не залежить від висоти виступів шорсткості, але на нього впливає хвилястість поверхні в'язкого підшарку, яка залежить від нерівностей стінок труби. В зв'язку з цим Ф. А. Шевельов рекомендує формули [8]:

- для гідравлічно гладких нових сталевих труб

$$\lambda = \frac{0,25}{\text{Re}^{0,226}}; \quad (5.19)$$

- для гідравлічно гладких нових чавунних труб

$$\lambda = \frac{0,77}{\text{Re}^{0,284}}. \quad (5.20)$$

У таблиці 5.1 наведені значення коефіцієнту гідравлічного тертя, який розрахований за різним формулами.

Таблиця 5.1 – Гідравлічні коефіцієнти тертя для гідравлічно гладких труб за формулами Блазіуса і Ф. А. Шевельова

Re	$\lambda$ (формула Блазіуса)	$\lambda$ (формула Ф. А. Шевельова для сталевих труб)	$\lambda$ (формула Ф. А. Шевельова для чавунних труб)
5 000	0,037 6	0,036 6	0,068 7
10 000	0,031 6	0,031 2	0,056 7
15 000	0,028 7	0,028 4	0,050 3
20 000	0,026 5	0,026 7	0,046 1
30 000	0,024	0,024 3	0,041 2
50 000	0,021 2	0,021 7	0,035 8

Примітка: водопровідні сталеві та чавунні труби зазвичай працюють у перехідній області або в області гідравлічно шорстких труб.

В області гідравлічно гладких труб зазвичай працюють пластмасові труби. З врахуванням відмінностей якості вкладання цих труб в лабораторних і виробничих умовах, впливу стиків і середнього коефіцієнту в'язкості розрахунок їх виконується за формулою **Ф. А. Шевельова**:

$$\lambda = \frac{0,0134}{(DV)^{0,226}}. \quad (5.21)$$

Для гідравлічно шорстких труб гідравлічний коефіцієнт тертя визначається за формулами:

**А) М. М. Павловського**

$$\lambda = 8gn^2 \left( \frac{4}{D} \right)^{2y}, \quad (5.22)$$

де  $n$  – коефіцієнт шорсткості, який залежить від виду і стану труби;  
 $y = z - 0,5$  – показник ступеня.

**Б) Л. Прандтля**

$$\lambda = \frac{1}{4 \left( \lg \frac{3,7D}{\Delta_{екв}} \right)^2}; \quad (5.23)$$

**В)** для нових сталевих і чавунних водопровідних труб за середнього значення кінематичної в'язкості **Ф. А. Шевельовим** отримані наступні залежності:

для сталевих труб

$$\lambda = \frac{0,0121}{D^{0,226}}; \quad (5.24)$$

для чавунних труб

$$\lambda = \frac{0,0143}{D^{0,284}}. \quad (5.25)$$

**Г)** для ненових сталевих і чавунних водопровідних труб гідравлічний коефіцієнт тертя визначається за формулою **Ф. А. Шевельова**

$$\lambda = \frac{0,0210}{D^{0,3}}. \quad (5.26)$$

**Д)** керамічні труби розраховуються за формулою **А. С. Цейтліна**

$$\lambda = \frac{0,011}{D^{0,25}}. \quad (5.27)$$

У *перехідній області опорів* гідравлічний коефіцієнт тертя рекомендується визначати за формулами:

**А) А. Д. Альтшуля**

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta_{екв}}{D} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}; \quad (5.28)$$

Б) у ряді країн отримала розповсюдження формула **Кольбука - Уайта**

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left( \frac{2,5}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta_{екв}}{3,7D} \right); \quad (5.29)$$

В) для водопровідних труб з різних матеріалів **Ф. А. Шевельовим** запропоновані наступні формули:

для нових сталевих труб

$$\lambda = \frac{0,0159}{D^{0,226}} \left( 1 + \frac{0,684}{V} \right)^{0,226}; \quad (5.30)$$

для нових чавунних труб

$$\lambda = \frac{0,0144}{D^{0,284}} \left( 1 + \frac{2,36}{V} \right)^{0,284}; \quad (5.31)$$

для ненових сталевих і чавунних водопровідних труб

$$\lambda = \frac{0,0179}{D^{0,3}} \left( 1 + \frac{0,867}{V} \right)^{0,3}; \quad (5.32)$$

Г) для керамічних і скляних труб застосовуються формули **А. С. Цейтліна**

для керамічних труб

$$\lambda = \left( 0,95 + \frac{0,15}{V} \right) \cdot \frac{0,11}{D^{0,25}}; \quad (5.33)$$

для скляних труб

$$\lambda = \left( 1 + \frac{0,235}{V} \right) \cdot \frac{0,0085}{D^{0,25}}; \quad (5.34)$$

Д) для розрахунку руху стічних вод в каналізаційних трубах застосовується формула **М. Ф. Федорова**

$$\lambda = - \frac{0,25}{\left[ \lg \left( \frac{\Delta_2}{3,42 \cdot D_2} + \frac{a_2}{Re} \right) \right]^2}, \quad (5.35)$$

де  $D_r$  – гідравлічний діаметр, який дорівнює  $4R$ ;

$\Delta_2$  і  $a_2$  – еквівалентна абсолютна шорсткість та безрозмірний коефіцієнт, який визначається за спеціальною шкалою (табл. 5.2).

З врахуванням вище наведеної формули складені таблиці пропускної здатності та швидкості протікання рідини в каналізаційних трубах.



Таблиця 5.2 – Коефіцієнти  $\Delta_2$  і  $a_2$  для формули М. Ф. Федорова

Матеріал труб	$\Delta_2$ , мм	$a_2$
Сталеві	0,8	80
Чавунні	1	80
Керамічні	1	85
Бетонні та залізобетонні	1,5	100

Для визначення коефіцієнта гідравлічного тертя  $\lambda$  при різних режимах руху рідини у напірних трубах рекомендують наступні формули (табл. 5.3).

Таблиця 5.3 – Формули для визначення коефіцієнта гідравлічного тертя  $\lambda$  при різних режимах руху рідини у напірних трубах

Режим руху	Число Рейнольдса	Формула для визначення коефіцієнту гідравлічного тертя $\lambda$
Ламінарний	$Re < 2300$	$\lambda = \frac{64}{Re}$
Перехідний	$2300 < Re < 4000$	Проектування трубопроводів не рекомендується
Турбулентний	1-а область $4000 < Re < 10 \frac{d}{\Delta_{екв}}$	Формула Блазіуса $\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$ Формула Конакова $\lambda = \frac{1}{(1,81 \cdot \lg Re - 1,5)^2}$
	2-а область $10 \frac{d}{\Delta_{екв}} < Re < 560 \frac{d}{\Delta_{екв}}$	Формула Альтшуля $\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta_{екв}}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}$
	3-а область $Re > 560 \frac{d}{\Delta_{екв}}$	Формула Альтшуля $\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta_{екв}}{d} \right)^{0,25}$ Формула Нікурадзе $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left( \frac{\Delta_{екв}}{3,71d} \right)$

### 5.3 Місцеві опори і втрати напору

Місцеві опори в трубопроводах викликаються різними факторами [1–4]:

- різкою зміною конфігурації живого перерізу потоку;
- різкою зміною течії зі зміною швидкості;

- поперечна циркуляція;
- поєднання та розділення потоків.

Місцеві втрати напору визначаються за формулою **Вейсбаха**:

$$h_M = \sum \xi \frac{V^2}{2g}, \quad (5.36)$$

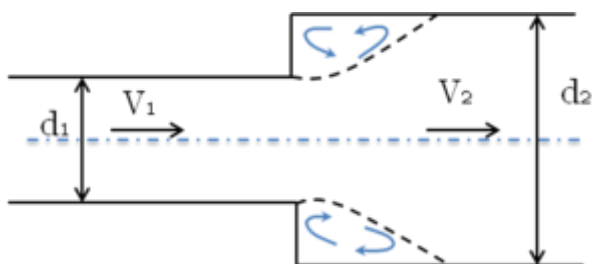
де  $V$  – середня швидкість в перерізі за місцевим опором (іноді перед опором за наявності спеціального застереження);

$\xi$  – коефіцієнт місцевого опору, який залежить від виду місцевого опору і, в деяких випадках, від числа Рейнольдса.

Під час обтікання кутів у трубопроводі або елементів арматури за ними виникають коловоротні зони на підтримку течій, в яких витрачається енергія (напір).

Між транзитним потоком і коловоротними зонами виникають поверхні розділу, які відокремлюють між собою течії з різними швидкостями. Розглянемо визначення місцевих втрат напору за різних типів місцевих опорів:

**Раптове (різке) розширення труб (рис. 5.6):** втрати напору визначаються за **теоремою Борда**

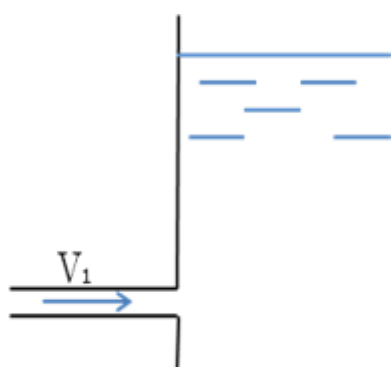


$$h_{B.P.} = \alpha_0 \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}, \quad (5.37)$$

де  $\alpha_0$  – коефіцієнт кінетичної енергії у вузькому перерізі труби, приймається рівним 1,035.

Рисунок 5.6 – Схема раптового розширення трубопроводу

### **Вихід з труби в резервуар під рівень (рис. 5.7)**

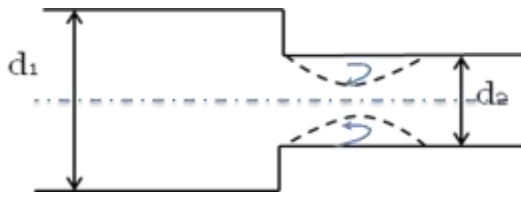


Приймаємо, що поперечні розміри резервуару значно більші перерізу труби, тому припускаємо, що  $V_2 = 0$ . З теореми Борда отримаємо

$$\xi_{вих} = \alpha$$

( $\alpha$  – коефіцієнт кінетичної енергії потоку в трубопроводі).

Рисунок 5.7 – Схема виходу з труби в резервуар під рівень



**Раптове (різке) звуження трубопроводу (рис. 5.8).** Коефіцієнт опору за раптового звуження може бути визначений за експериментальними даними Вейсбаха залежно від співвідношення діаметрів (табл. 5.4).

Рисунок 5.8 – Схема раптового звуження трубопроводу

Таблиця 5.4 – Величина коефіцієнту місцевого опору при раповому звуженні трубопроводу

$d_2/d_1$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\xi_{\text{рапт. звуж.}}$	0,5	0,49	0,46	0,43	0,4	0,35	0,29	0,22	0,14	0

**Вхід в трубу з резервуару (рис. 5.9).** Вважаючи, що поперечний переріз резервуару значно більше перерізу труби, з врахуванням даних Ю. Вейсбаха, отримаємо  $\xi_{\text{вх}} = 0,5$ .

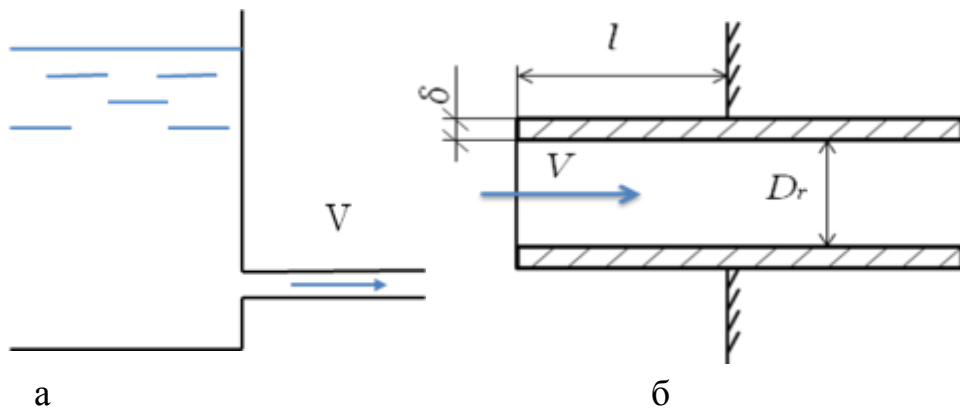


Рисунок 5.9 – Схема входу в трубу з резервуару:

а – вхід в трубу, зроблений в рівень зі стінкою резервуару; б – вхід в трубу, яка виступає в резервуар

Коефіцієнт опору входу в трубу, яка виступає в резервуар (рис. 5.9, б), визначається за таблицею 5.5.

Таблиця 5.5 – Значення коефіцієнту опору входу в трубу, яка виступає в резервуар

$1/D_r$	$\delta/D_r$			
	0	0,012	0,024	0,05
0	0,5	0,5	0,5	0,5
0,01	0,68	0,55	0,52	0,5
0,05	0,82	0,63	0,54	0,5
0,15	0,9	0,72	0,6	0,5
$\geq 0,5$	1	0,83	0,68	0,5

$D_r$  – гідравлічний діаметр, дорівнює  $4R$ , для труб  $D_r = D$ .

Вхід в трубу:

- з закругленими кромками –  $\xi = 0,03-0,5$
- вільний вхід –  $\xi = 0,03-1,0$
- конічний вхід в трубу (зроблений в рівень зі стінкою) –  $\xi = 0,1-0,5$
- вільний конічний вхід в трубу –  $\xi = 0,1-1,0$

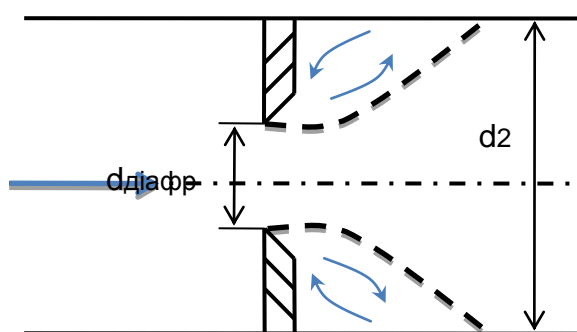


Рисунок 5.10 – Схема діафрагми у трубопроводі

**Діафрагма в трубопроводі** (рис. 5.10). Коефіцієнт опору визначається за формулою:

$$\xi_{\text{діафр}} = \left( \frac{d_2^2}{\varepsilon d_{\text{діафр}}^2} - 1 \right)^2, \quad (5.38)$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт стиснення струменю після діафрагми.

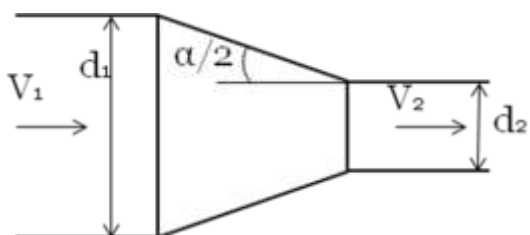


Рисунок 5.11 – Схема конфузору

**Конфузори** (рис. 5.11). Коефіцієнт опору визначається за формулою:

$$\xi_{\text{конфузор}} = \xi_{\text{кон.входу}} \left( 1 - \frac{d_2^2}{d_1^2} \right) + \xi_{\text{тертя}}. \quad (5.39)$$

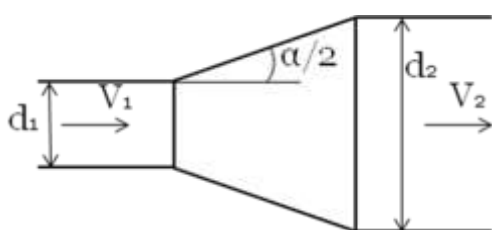


Рисунок 5.12 – Схема дифузору

**Дифузори** (рис. 5.12). Коефіцієнт опору визначається за формулою:

$$\xi_{\text{диффузор}} = k_{\text{см}} \left( \frac{d_2^2}{d_1^2} - 1 \right)^2 + \xi_{\text{тертя}}, \quad (5.40)$$

де  $k_{\text{см}}$  – коефіцієнт пом'якшення під час поступового розширення.

**Місцеві коефіцієнти опору в різній арматурі:**

- засувки (залежить від типу засувки і кута відкриття) –  $\xi = 0,05-180$ ;
- вентилі
  - з прямим затвором –  $\xi = 2-5$ ;
  - з косим затвором –  $\xi = 0,4-2$ ;
- дросельні затвори (залежить від кута повороту) –  $\xi = 0,24-751$ ;
- всмоктуючий клапан з сіткою –  $\xi = 1,6-12$ ;

– зворотний клапан	$\xi = 1,8-18;$
– трійник на прямий прохід	$\xi = 0,2-2,1;$
– поєднання потоків (у трійнику)	$\xi = 1,2-101;$
– різкий поворот (коліно)	$\xi = 0,155-3,6;$
– плавний поворот (90 градусів)	$\xi = 0,06-0,75.$

Як впливає в'язкість на коефіцієнти місцевих опорів визначається за формулою А. Д. Альтшуля

$$\xi = \frac{A}{Re} + \xi_{KB}, \quad (5.41)$$

де  $\xi_{KB}$  – коефіцієнт місцевого опору, який розглядається;  
 А – коефіцієнт, значення якого залежать від виду місцевих опорів:

раптове розширення	– 30;
пробковий кран	– 150;
вентиль	– 3 000;
кульовий клапан	– 5 000;
коліно 90 град.	– 600;
трійник	– 150;
засувка під час повного відкриття	– 75;
конфузор	– 3 200;
вентилі під час повного відкриття	–100–250.

У разі послідовного, порівняно близькому, розташуванні двох місцевих опорів внаслідок спотворення епюри розподілу швидкостей за перерізом **втрати напору на другому опорі відрізняються від наведених вище табличних значень**. Відстань, на якій позначається взаємний вплив місцевих опорів, визначається за формулою А. Д. Альтшуля

$$l_{вл} = 0,5D \frac{\xi_{KB}}{\lambda},$$

або *наближено* (5.43)

$$l_{вл} = (40...60)D.$$

### **Контрольні питання**

1. Охарактеризуйте причини виникнення гідравлічних опорів під час руху рідини. Дайте визначення та основні формули для визначення втрат напору за довжиною.

2. Наведіть основні формули для визначення гідравлічного коефіцієнту тертя при ламінарному русі рідини. Дайте пояснення до них.

3. Наведіть основні формули для визначення гідравлічного коефіцієнту тертя при турбулентному русі рідини. Дайте пояснення до них.

4. Які області гідравлічних опорів існують під час руху рідини у турбулентному русі? Наведіть основні формули для визначення гідравлічного коефіцієнту тертя залежно від цього.

5. Від чого залежать місцеві гідравлічні опори та за якою формулою визначаються місцеві втрати напору?

6. Наведіть основні види місцевих опорів та величину відповідного коефіцієнту місцевого опору.

7. Як впливає в'язкість рідини за малих чисел Рейнольдса на визначення коефіцієнту місцевого опору?

# ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3

## ВИДИ РУХУ РІДИН ТА ГАЗІВ У НАПІРНИХ ТА БЕЗНАПІРНИХ СИСТЕМАХ

### ТЕМА 6 РОЗРАХУНОК ТРУБОПРОВІДНИХ СИСТЕМ

#### 6.1 Класифікація трубопроводів і задачі їх гідравлічного розрахунку

– **За призначенням** трубопроводи класифікують на два види:  
*розгалужені мережі труб*, які призначені для розподілу рідини до споживача;

*магістральні трубопроводи* – передають рідину на великі відстані.

– **За довжиною:**

*довгі* – трубопроводи, в яких місцеві втрати напору у порівнянні з втратами напору за довжиною являються незначними (місцеві втрати напору приймаються рівними 5–10% від втрат за довжиною);

*короткі* – трубопроводи, в яких місцеві втрати напору сумірні з втратами напору за довжиною.

– **За гідравлічною схемою роботи:**

*прості* – трубопроводи, які складаються з однієї лінії послідовно поєднаних труб, що проводять постійну витрату;

*складні* – трубопроводи, системи, які складаються з магістралі з декількома розгалуженнями, з паралельними гілками та кільцеві мережі.

– **За матеріалом труб:**

*металеві* (сталеві та чавунні);

*неметалеві* (бетонні, залізобетонні, азбестоцементні, керамічні, пластмасові).

– **За характером роздачі рідини:**

*з транзитною витратою* – рідина за довжиною трубопроводу не роздається і витрата зберігається уздовж всього трубопроводу;

*зі шляховою витратою* – від початкової до кінцевої точки проводиться роздача рідини, тому витрат уздовж трубопроводу змінна.

**Складні трубопроводи** діляться на:

*розімкнені (тупикові)* – рідина надходить у розрахункову точку тільки з одного напрямку;

*кільцеві* – рідина надходить в точку з двох або більше напрямів.

Гідравлічний розрахунок трубопроводів в основному зводиться до вирішення задач 3-х типів:

– задача **визначення необхідного напору** за заданих геометричних розмірах трубопроводу та заданій витраті;

– задача **визначення витрати** за заданих напорі та геометричних розмірах трубопроводу;

– за заданих значеннях витрати, напору та трасуванні трубопроводів необхідно **визначити діаметр труб** [1–6].

## 6.2 Основні розрахункові формули під час руху рідини в напірних трубопроводах

Широке розповсюдження для визначення швидкості отримала формула Шезі:

$$V = C \cdot \sqrt{R \cdot i}, \quad (6.1)$$

де  $C$  – коефіцієнт Шезі;  
 $R$  – гідравлічний радіус;  
 $i$  – гідравлічний ухил.  
Формула Шезі для витрати

$$Q = \omega \cdot V = \omega \cdot C \cdot \sqrt{R \cdot i}. \quad (6.2)$$

Через те, що для трубопроводів заданого діаметру, величини площі живого перерізу і гідравлічний радіус – постійні величини, тоді  $C = const$ . Отже, для всіх труб, які випускаються за державними стандартами можна розрахувати величину

$$Q = K \sqrt{i}, \quad (6.3)$$

де  $K = \omega \cdot C \cdot \sqrt{R}$  – витратна характеристика, м<sup>3</sup>/с, л/с.

З формули (6.3) отримаємо вираз для гідравлічного ухилу:

$$i = \frac{Q^2}{K^2}. \quad (6.4)$$

Ця формула дозволяє визначити втрати напору за довжиною трубопроводу, тобто

$$h_w = i \cdot l = \frac{Q^2}{K^2} \cdot l. \quad (6.5)$$

Формули Шезі та отримані з них вирази відповідають умовам руху рідини у шорткій зоні руху, коли опори за довжиною не залежать від числа Рейнольдса. Але в деяких випадках рух води по трубопроводу відповідає умовам перехідної зони, за якої втрати напору за довжиною можуть виявитися більше, ніж в 1-му випадку, і формула (6.5) для визначення втрат напору через витратну характеристику може дати сильно зменшене значення втрат напору у порівнянні з дійсними, тому для розрахунку трубопроводу доцільніше застосовувати універсальну формулу Дарсі:

$$\Sigma h_f = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}. \quad (6.6)$$

З формули Дарсі може бути отримана формула для визначення гідравлічного ухилу:



$$i = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}. \quad (6.7)$$

За дослідженнями Шевельова коефіцієнт опору тертю за довжиною ( $\lambda$ ) для ненових сталевих і чавунних труб може бути визначений за формулами [8]:

$$\text{Якщо } \frac{V}{\nu} \geq 9,2 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1} \quad \lambda = \frac{0,021}{d^{0,3}}. \quad (6.8)$$

$$\text{Якщо } \frac{V}{\nu} < 9,2 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1} \quad \lambda = \frac{0,0179}{d^{0,3}} \left[ 1 + \frac{0,867}{V} \right]^{0,3} \quad (6.9)$$

Після підстановки в формулу Дарсі значень коефіцієнту гідравлічного тертя і заміни кінематичного коефіцієнту в'язкості його числовим значенням за  $t = 10^\circ\text{C}$  Шевельовим були отримані формули для визначення гідравлічного ухилу для ненових сталевих і чавунних труб [8]:

$$\text{Якщо } V \geq 1,2 \text{ м/с}, \quad i = 0,00107 \cdot \frac{V^2}{d^{1,3}}. \quad (6.10)$$

$$\text{Якщо } V < 1,2 \text{ м/с} \quad i = 0,000912 \frac{V^2}{d^{1,3}} \left[ 1 + \frac{0,867}{V} \right]^{0,3}. \quad (6.11)$$

Для полегшення застосування даних формул Шевельовим були складені таблиці для гідравлічного розрахунку водопровідних труб. В них для різних витрат і діаметрів дані величини швидкості та втрати напору в метрах на 1000 м довжини трубопроводу.

### 6.3 Основні типи задач по розрахунку простого трубопроводу

На рисунку 6.1 зображена схема простого трубопроводу, по якому вода з т. А, де установлена водонапірна башта, направляється до споживача в т. В.

Вільний напір залежить від об'єкту водоспоживання. Для житлових будівель за [7] визначається залежно від поверховості ( $n$ ):

$$H_{\text{вільн}} = 10 + 4 \cdot (n - 1). \quad (6.12)$$

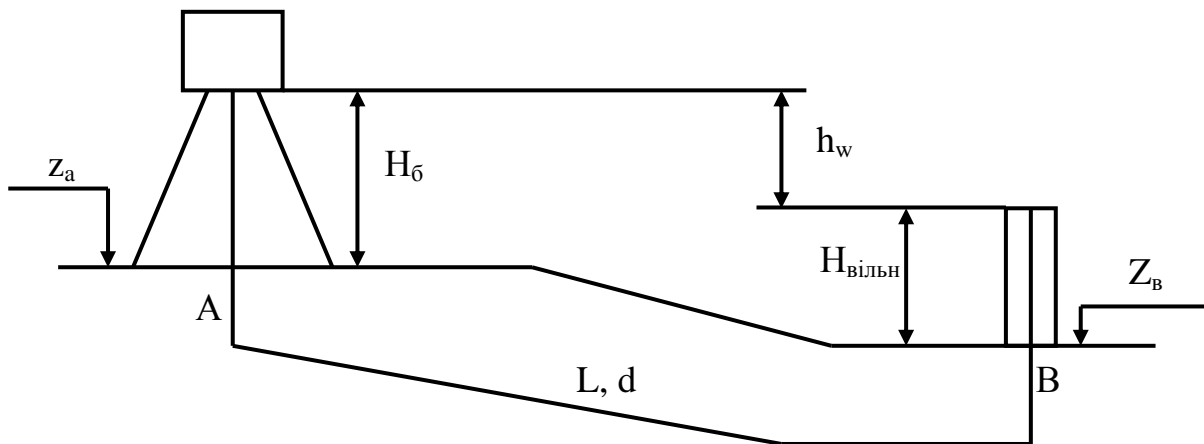


Рисунок 6.1. – Схема простого трубопроводу:

$z_A, z_B$  – нівелірні позначки в т.А і т.В, м;  $H_6$  – висота водонапірної башти, м;  $L$  – довжина трубопроводу, м;  $d$  – діаметр трубопроводу, мм;  $H_{\text{вільн}}$  – вільний напір в т.В, який забезпечує підйом води вгору до точки споживання, м

Основні типи задач з розрахунку простих трубопроводів в основному зводяться до трьох задач:

**ЗАДАЧА 1:** Визначити витрату, яка надходить по трубопроводу довжиною  $l$ , діаметром  $d$ , який прокладений від т.А до т.В. позначки т.А і т.В задані, також задані висота водонапірної башти та вільний напір. Місцеві опори складають 10 % від величини втрат за довжиною.

**Розв'язання:**

1 спосіб:

$$Q = K \sqrt{i}.$$

$K$  беремо з таблиці 6.1 залежно від діаметру.

Таблиця 6.1 – Витратні характеристики для квадратичної області

d, мм	W, дц <sup>2</sup> 10	Нормальні труби			Нові чавунні труби			Нові сталеві труби		
		K, л/с	K <sup>2</sup> /1000	1000/K <sup>2</sup>	K, л/с	K <sup>2</sup> /1000	1000/K <sup>2</sup>	K, л/с	K <sup>2</sup> /1000	1000/K <sup>2</sup>
50	1,963	8,313	0,0691	14,472	9,947	0,098	10,111	10,1	0,102	9,804
75	4,418	24,77	0,6136	1,6297	29,27	0,8567	1,1672	29,7	0,8821	1,1337
100	7,854	53,61	2,874	0,3477	62,85	3,95	0,25316	63,73	4,061	0,24624
125	12,27	97,39	9,485	0,10543	113,5	12,882	0,7763	115,1	13,248	0,07548
150	17,67	158,4	25,091	0,0398	183,9	33,819	0,02957	186,3	34,708	0,02881
100	31,41	340,8	116,15	0,0086	393	154,45	0,0647	398	158,4	0,00631
250	49,08	616,4	379,7	0,00263	707,6	500,7	0,002	716,3	513,09	0,00195
300	70,68	999,6	998,6	0,001	1143	1306	0,766 10 <sup>-3</sup>	1157	1339	0,747 10 <sup>-3</sup>
350	96,21	1503	2259	0,44 10 <sup>-3</sup>	1715	2941	0,34 10 <sup>-3</sup>	1735	3007	0,333 10 <sup>-3</sup>
400	125,66	2140	4580	0,21 10 <sup>-3</sup>	2435	5929	0,169 10 <sup>-3</sup>	2463	6066	0,165 10 <sup>-3</sup>
450	159,04	2920	8526	0,12 10 <sup>-3</sup>	3316	10996	0,309 10 <sup>-4</sup>	3354	11249	0,889 10 <sup>-4</sup>
500	196,35	3857	14876	0,67 10 <sup>-4</sup>	4374	19132	0,523 10 <sup>-4</sup>	4423	19563	0,511 10 <sup>-4</sup>
600	282,74	6239	38925	0,26 10 <sup>-4</sup>	7053	49745	0,201 10 <sup>-4</sup>	7131	50851	0,197 10 <sup>-4</sup>
700	384,84	9362	87647	0,11 10 <sup>-4</sup>	10560	111514	0,897 10 <sup>-5</sup>	10674	113934	0,878 10 <sup>-5</sup>
800	502,65	13301	156917	0,51 10 <sup>-5</sup>	14973	224191	0,446 10 <sup>-5</sup>	15132	228977	0,437 10 <sup>-5</sup>
900	636,17	18129	328661	0,3 10 <sup>-5</sup>	20379	415059	0,241 10 <sup>-5</sup>	20587	423825	0,236 10 <sup>-5</sup>
1 000	785,39	23911	571736	0,18 10 <sup>-5</sup>	26832	719956	0,139 10 <sup>-5</sup>	27111	735006	0,136 10 <sup>-5</sup>

$$h_w = (z_A + H_6) - (z_B + H_{\text{вільн}}),$$

$$h_w = 1,1 \cdot l \cdot i \rightarrow i = \frac{h_w}{1,1 \cdot l}.$$

2 спосіб:

Для визначення втрат напору в трубопроводі використовують формулу Дарсі:

$$h_w = 1,1 \cdot \lambda \cdot \frac{l \cdot V^2}{d \cdot 2g},$$

$$h_w = (z_a + H_{\bar{o}}) - (z_B + H_{\text{вільн.}}),$$

$$(z_a + H_{\bar{o}}) - (z_B + H_{\text{вільн.}}) = 1,1 \lambda \frac{l \cdot V^2}{d \cdot 2g}.$$

В останньому рівнянні єдина невідома величина – швидкість, інші задані. Коефіцієнт тертя  $\lambda$  приймаємо в першому наближенні як функцію від діаметру (табл. 6.2).

Для шорсткої зони турбулентного руху при коефіцієнті шорсткості  $n = 0,012$  величини коефіцієнту  $\lambda$  залежать від діаметру трубопроводу.

Таблиця 6.2 – Значення коефіцієнту тертя в першому наближенні залежно від діаметру трубопроводу

d, мм	$\lambda$	d, мм	$\lambda$
100	0,038 3	500	0,022 6
150	0,033	600	0,021 2
200	0,030 7	700	0,020 2
250	0,028 5	800	0,019 3
300	0,026 8	900	0,018 6
350	0,025 5	1 000	0,017 9
400	0,024 4	1 200	0,016 9
450	0,023 4		

$$V = \sqrt{\frac{2gd[(z_a + H_{\bar{o}}) - (z_B + H_{\text{вільн.}})]}{1,1 \cdot \lambda \cdot l}}. \quad (6.13)$$

Визначивши величину швидкості, знаходимо дійсну величину  $\lambda$ .

Якщо  $V \geq 1,2$  м/с, то  $\lambda$  отримаємо за формулою (6.8).

Якщо  $V < 1,2$  м/с, то  $\lambda$  визначаємо за формулою (6.9). Потім за формулою (6.13) для швидкості уточнюємо значення швидкості та знаходимо витрату ( $Q = \omega \cdot V$ ).

3 спосіб:

За заданих умов

$$h_w = (z_a + H_{\bar{o}}) - (z_B + H_{\text{вільн.}}),$$

$$i = \frac{h_w}{1,1 \cdot l} = \frac{(z_a + H_{\bar{o}}) - (z_B + H_{\text{вільн.}})}{1,1 \cdot l}. \quad (6.14)$$

Визначаємо значення ухилу за формулою (6.14). Знаючи діаметр і розрахувавши значення  $1000i$  за розрахунковими таблицями [8] визначаємо величину витрати в л/с.

**ЗАДАЧА 2:** Визначити висоту водонапірної башти, яка забезпечує витрату  $Q$  по трубопроводу довжиною  $l$ , діаметром  $d$ , який прокладений від т.А до т.В. Позначки т.А і т.В та вільний напір задані. Місцеві опори складають 10 % від величини втрат за довжиною.

**Розв'язання:**

1 спосіб:

$$H_6 = (z_a + H_{\text{вільн}} + h_w) - z_a \quad (6.15)$$

$$h_w = 1,1 \cdot l \cdot i,$$

$$i = \frac{Q^2}{K^2}.$$

Значення  $K^2$  беремо з таблиці 6.1 залежно від діаметру та матеріалу труб.

2 спосіб:

Оскільки витрата і діаметр задані, то

$$V = \frac{4Q}{\pi d^2};$$

$$h_w = 1,1 \cdot l \cdot i.$$

Якщо  $V \geq 1,2$  м/с, то значення ухилу знаходимо за формулою (6.10), а якщо  $V < 1,2$  м/с, то значення ухилу знаходимо за формулою (6.11). Потім підставляємо втрати напору в формулу (6.15) і знаходимо висоту водонапірної башти.

3 спосіб:

За таблицями [8] за заданим діаметром і витратою, визначаємо значення  $1000 i$ , потім знаходимо втрати напору  $h_w = 1,1 \cdot l \cdot i$  і підставляємо у формулу (6.15).

**ЗАДАЧА 3.** Визначити діаметр трубопроводу, по якому надходить вода в кількості  $Q$  з резервуару, що знаходиться в т. А до споживача води в т. В. Відомі  $z_a, z_B, H_6, H_{\text{вільн}}, l$ .

**Розв'язання:**

1 спосіб:

$$h_w = (z_a + H_6) - (z_B + H_{\text{вільн}});$$

$$i = \frac{h_w}{1,1 \cdot l} = \frac{(z_a + H_6) - (z_B + H_{\text{вільн}})}{1,1 \cdot l};$$

$$Q = K \sqrt{i};$$

$$K^2 = \frac{Q^2}{i}.$$

За одержаною величиною  $K^2$  з таблиці 6.1 визначаємо діаметр за найближчим більшим значенням  $K^2$ .

2 спосіб:

$$h_w = (z_a + H_{\delta}) - (z_B + H_{\text{вільн.}});$$

$$h_w = 1,1 \cdot \lambda \cdot \frac{l \cdot V^2}{d \cdot 2g};$$

$$(z_a + H_{\delta}) - (z_B + H_{\text{вільн.}}) = 1,1 \lambda \frac{l \cdot V^2}{d \cdot 2g};$$

$$\frac{2g \cdot [(z_a + H_{\delta}) - (z_B + H_{\text{вільн.}})]}{1,1 \cdot \lambda \cdot l} = \frac{V^2}{d};$$

$$V = \frac{4Q}{\pi d^2} = 1,273 \frac{Q}{d^2}.$$

Використовуємо метод підбору: за прийнятним значенням діаметру визначаємо значення швидкості і  $\lambda$  (табл. 6.2). Після чого будуюмо криву  $\lambda \frac{V^2}{d} = f(d)$ .

$$A = \frac{2g[(z_a + H_{\delta}) - (z_B + H_{\text{вільн.}})]}{1,1l} = \text{const}.$$

Найближчий більший діаметр буде шуканим.

3 спосіб:

За таблицями [8] за заданими витратою і значенням  $1\ 000\ i$ , де

$$i = \frac{h_w}{1,1 \cdot l} = \frac{(z_a + H_{\delta}) - (z_B + H_{\text{вільн.}})}{1,1 \cdot l},$$

визначаємо значення діаметру.

#### 6.4 Питомий опір трубопроводів

Величина, зворотна квадрату витратної характеристики, називається **питомим опором**

$$\frac{1}{K^2} = S_0,$$

$$h_w = \frac{Q^2}{K^2} \cdot l = Q^2 S_0 l,$$

$$S_0 l = S, \quad (6.16)$$

$$h_{wl} = Q^2 S, \quad (6.17)$$

де  $S$  – повний опір трубопроводу.

### 6.5 Розрахунок самопливного трубопроводу, всмоктувального трубопроводу насоса та сифонного трубопроводу

Трубопровід, за яким з річки, озера або іншої водойми вода надходить у береговий колодязь під рівень, називається **самопливним** (рис. 6.2).

Самопливний трубопровід у більшості випадків має невелику довжину, при якій місцеві опори достатньо великі та майже однакові з опорами за довжиною.

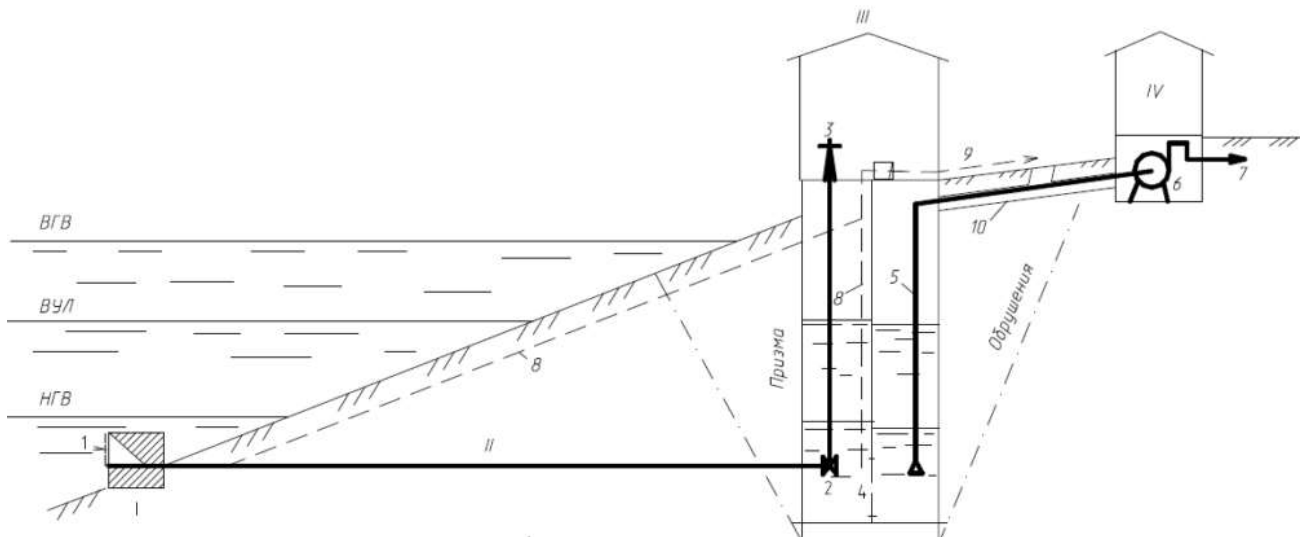


Рисунок 6.2 – Схема самопливного трубопроводу для руслового водозабору:

- I – оголовок; II – самопливні лінії; III – береговий сітковий колодязь;  
 IV – насосна станція; 1 – входні вікна з решітками; 2 – запірний пристрій;  
 3 – колонка керування; 4 – сітка; 5 – всмоктувальна труба; 6 – насосний агрегат;  
 7 – напірний трубопровід; 8 – сифонна лінія; 9 – вакуумна лінія; 10 – галерея;  
 11 – промивний трубопровід

До місцевих опорів належать:

- опори на вхід у трубопровід,
- на 2 коліна, які є на початку трубопроводу,
- на засувку наприкінці трубопроводу,
- на вихід.

Згідно рівняння Д. Бернуллі у разі розрахунку самопливного трубопроводу при розгляді у якості перерізів рівня води у джерелі та рівня води у водоприймальному колодязі, отримано

$$h_w = h_l + h_b = \frac{V^2}{2g \left( \frac{\lambda l}{d} + 2\xi_{\text{кол}} + \xi_{\text{вх}} + \xi_{\text{засув}} + \xi_{\text{вих}} \right)}$$

Під час розрахунку самопливного трубопроводу зазвичай витрата задана, необхідно визначити діаметр трубопроводу. Враховуючи, що в реальних умовах напір на подолання опорів невеликий, то під час вибору діаметру трубопроводу швидкість руху води, як правило, складає 0,75–1,0 м/с.

**Всмоктувальний трубопровід** насоса (рис. 6.3) має невелику довжину. На трубопроводі при вході в трубу через приймальний клапан з сіткою і під час протікання через 3 коліна виникають місцеві опори.

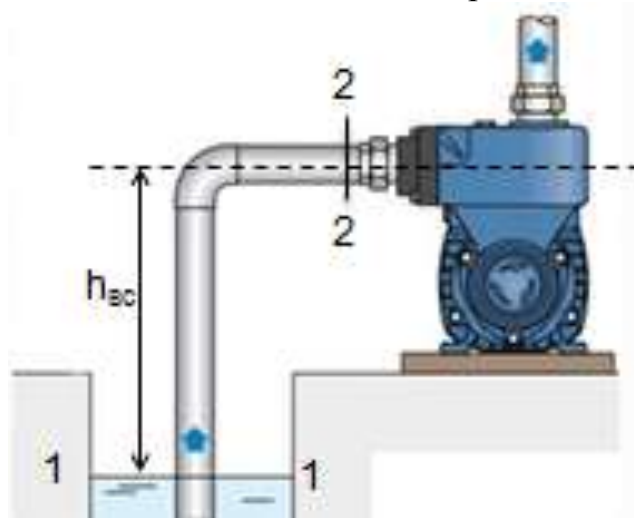


Рисунок 6.3 – Схема всмоктувального трубопроводу насоса

Складемо рівняння Бернуллі для перерізів 1–1 та 2–2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + h_{w1-2}$$

$$Z_1 = 0; p_1 = p_{\text{атм}}; V_1 = 0; Z_2 = H_{\text{вс.г.}}; \alpha = 1;$$

$$h_{w1-2} = \frac{V_2^2}{2g} \left( \frac{\lambda l}{d} + 3\xi_{\text{кол}} + \xi_{\text{вх}} \right),$$

$$\frac{p_{\text{атм}}}{\gamma} = H_{\text{вс.г.}} + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \left( 1 + \frac{\lambda l}{d} + 3\xi_{\text{кол}} + \xi_{\text{вх}} \right),$$

$$H_{\text{вс.г.}} + \frac{p_2 - p_{\text{атм}}}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \left( 1 + \frac{\lambda l}{d} + 3\xi_{\text{кол}} + \xi_{\text{вх}} \right) = 0.$$

Під час розрахунку всмоктувального трубопроводу насоса можуть виникнути наступні три задачі:

1) Визначити діаметр трубопроводу за заданих величинах  $H_{вс.г.}$ , допустимої величини вакууму  $(P_{атм} - P_2)/\gamma$ , довжині трубопроводу.

Завдання вирішується методом підбору втрат напору разом з напором, які витрачаються на створення швидкості у трубопроводі, и не повинні перевищувати:

$$\frac{P_{атм} - P_2}{\gamma} - H_{вс.г.} = A$$

Приймаючи різні значення діаметру, розв'язуємо наступний вираз:

$$\frac{V_2^2}{2g} \left( 1 + \frac{\lambda l}{d} + 3\xi_{кол} + \xi_{вх} \right).$$

Розрахунки ведемо в табличній формі (табл. 6.3).

Таблиця 6.3 – Форма таблиці для гідравлічного розрахунку діаметру всмоктувального трубопроводу насосу за рівнянням Д. Бернуллі

№	d, мм	$\omega_2$ , м <sup>2</sup>	V, м/с	$V_2^2/2g$	$\lambda$	$\lambda/l d$	$\frac{V_2^2}{2g} \left( 1 + \frac{\lambda l}{d} + 3\xi_{кол} + \xi_{вх} \right)$

На основі даних таблиці 6.3 можна побудувати криву

$$h_w = \frac{V_2^2}{2g} \left( 1 + \frac{\lambda l}{d} + 3\xi_{кол} + \xi_{вх} \right) = f(d).$$

Приймаємо найближчий більший діаметр за стандартом.

2) Визначити геометричну висоту всмоктування за заданих мінімальних величині вакууму, витрати, діаметра і довжини.

$$H_{вс.г.} = \frac{P_{атм} - P_2}{\gamma} - \frac{V_2^2}{2g} \left( 1 + \frac{\lambda l}{d} + 3\xi_{кол} + \xi_{вх} \right).$$

3) Визначити величину вакууму в усмоктуючому трубопроводі за заданих висоті всмоктування, витраті, діаметрі і довжині.

$$\frac{P_{атм} - P_2}{\gamma} = H_{вс.г.} + \frac{V_2^2}{2g} \left( 1 + \frac{\lambda l}{d} + 3\xi_{кол} + \xi_{вх} \right).$$

**Сифонний трубопровід** – це трубопровід, який поєднує 2 резервуара або колодязя, при цьому трубопровід має бути прокладений вище рівня води в обох резервуарах (рис. 6.4).

Рух води сифонним трубопроводом з резервуару 1 в резервуар 2 можливий тільки в тому випадку, якщо **рівень води в першому резервуарі буде більшим за рівень води в іншому на деяку величину Z**.

Сифонний трубопровід працює в умовах **вакууму**, при цьому найбільше його значення буде у перерізі Х-Х.



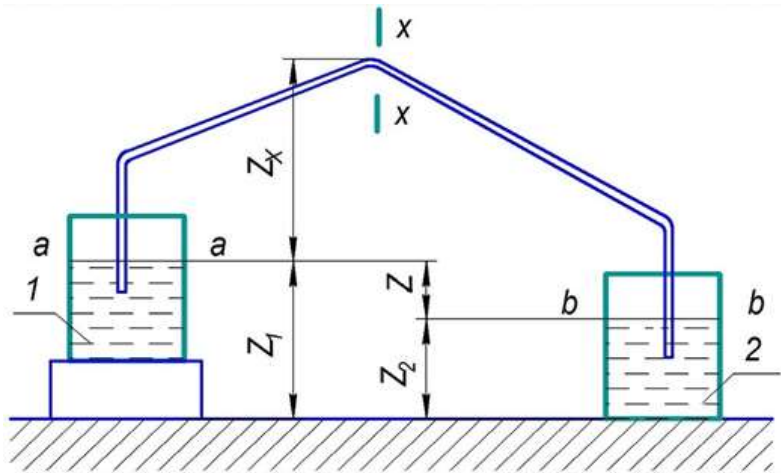


Рисунок 6.4 – Схема сифонного трубопроводу

Втрати напору в сифонному трубопроводі складаються з втрат напору за довжиною і місцевих втрат (на вхід, 2 коліна, на вихід)

$$h_w = \frac{V_2^2}{2g} \left( \frac{\lambda l}{d} + 2\xi_{\text{кол}} + \xi_{\text{вх}} + \xi_{\text{вих}} \right).$$

З іншої сторони можливі втрати напору в сифонному трубопроводі визначаються різницею рівнів води в резервуарах ( $Z$ ).

$$Z = \frac{V_2^2}{2g} \left( \frac{\lambda l}{d} + 2\xi_{\text{кол}} + \xi_{\text{вх}} + \xi_{\text{вих}} \right),$$

$$V = \sqrt{\frac{2gZ}{\xi_{\text{вх}} + 2\xi_{\text{кол}} + \xi_{\text{вих}} + \frac{\lambda l}{d}}},$$

$$Q = V \cdot \omega = \frac{\pi \cdot d}{4} \cdot \sqrt{\frac{2gZ}{\xi_{\text{вх}} + 2\xi_{\text{кол}} + \xi_{\text{вих}} + \frac{\lambda l}{d}}}.$$

Найбільший вакуум в перерізі С дорівнює:

$$V_{ac} = Z_x + \frac{V_2^2}{2g} \left( \frac{\lambda l_x}{d} + \xi_{\text{кол}} + \xi_{\text{вх}} + 1 \right),$$

де  $Z_x$  – перевищення центру перерізу X-X над рівнем води в першому резервуарі;

$l_x$  – довжина сифонного трубопроводу до перерізу X-X.

## 6.6 Послідовне поєднання трубопроводів різної довжини і діаметрів

Трубопровід, який складається з послідовно поєднаних ділянок труб різної довжини і діаметру, називають **послідовним трубопроводом** (рис. 6.5).

Втрати напору в послідовному трубопроводі дорівнюють сумі втрат напору на кожній з ділянок послідовного трубопроводу.

$$Q = q_1 = q_2 = q_3; \quad (6.18)$$

$$h_w = h_{w1} + h_{w2} + h_{w3}. \quad (6.19)$$

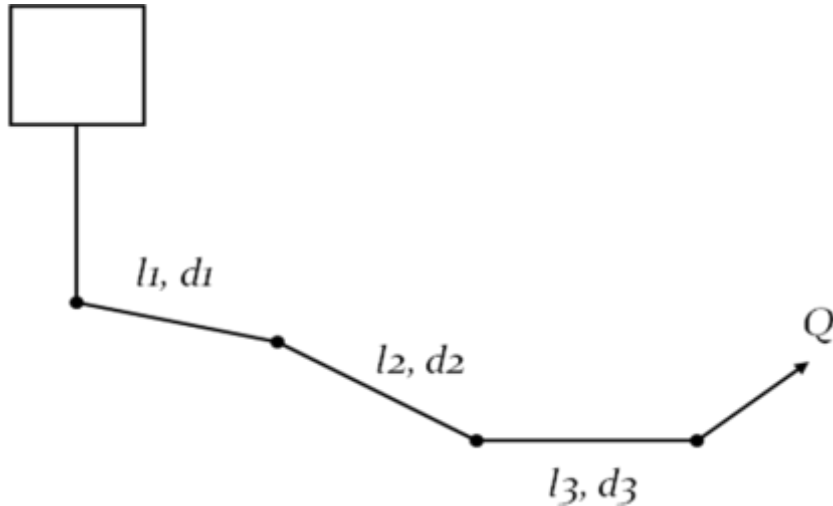


Рисунок 6.5 – Схема послідовного трубопроводу

У випадку розрахунку послідовного трубопроводу вводять поняття про *еквівалентний трубопровід* – це трубопровід, який пропускає ту ж витрату за тих ж втрат напору, що й заданий; такий, який має ту ж довжину, але складається з іншого числа ділянок, іншої довжини і діаметру, тобто

$$Q_{екв} = Q_{зад}, \quad (6.20)$$

$$\sum l_{i\ экв} = \sum l_{i\ зад}. \quad (6.21)$$

Задачу з розрахунку еквівалентного трубопроводу вирішують методом підбору. За заданій витраті так підбирають число ділянок і діаметр еквівалентного трубопроводу, щоб сума втрат напору еквівалентного трубопроводу дорівнювала сумі втрат напору в заданому трубопроводі [4–6].

## 6.7 Паралельне поєднання трубопроводів

**Паралельними** трубопроводами називають трубопроводи, які беруть початок в одній загальній точці та закінчуються в іншій загальній точці (рис. 6.6).

Між точками В і С лежать три паралельних трубопроводи, які мають свої довжини, діаметри та пропускають визначену витрату при деяких втратах напору [4–6].

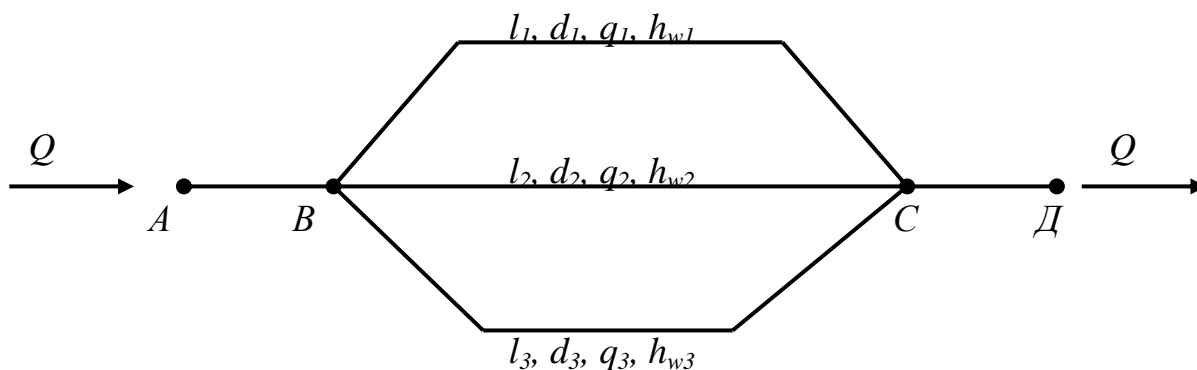


Рисунок 6.6 – Паралельне поєднання трубопроводів

Через те, що паралельні трубопроводи розгалужуються в одній загальній точці (в т.В), яка має напір  $H_B$ , і закінчуються в т.С з напором  $H_C$ , то втрати напору в кожному з трубопроводів складуть:

$$H_B - H_C = h_{w1} = h_{w2} = h_{w3}. \quad (6.22)$$

Таким чином, незалежно від числа паралельних трубопроводів, їх довжини і діаметру, втрати напору в усіх паралельних трубопроводах будуть рівні між собою.

Сума витрат в усіх паралельних трубопроводах дорівнює витраті до розгалуження трубопроводу.

Якщо паралельні трубопроводи входять в склад послідовного трубопроводу, як одна з його ділянок, то втрати напору на цій ділянці приймаються рівними втратам напору в одному з трубопроводів (в будь-якому).

### 6.8 Вузлова, шляхова, транзитна і розрахункова витрати

На рисунку 6.7 наведена схема розрахунку трубопроводу з різними видами витрат уздовж всього трубопроводу.

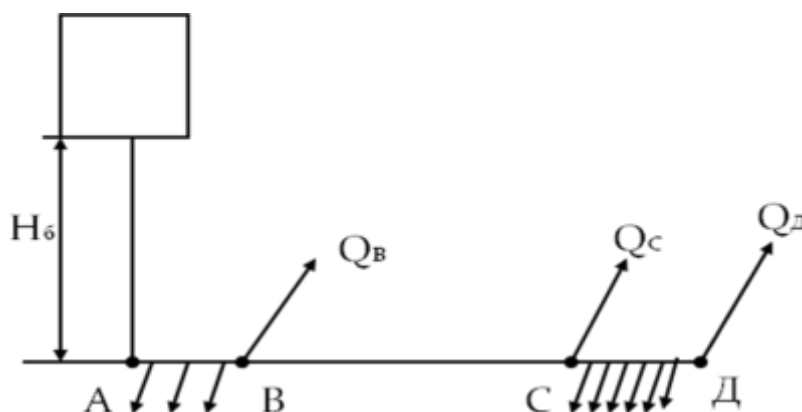


Рисунок 6.7 – Схема розрахунку загальної витрати трубопроводу

**Вузлова витрата** – витрата рідини з трубопроводу, зосереджена в тій чи іншій точці трубопроводу ( $Q_B, Q_C, Q_D$ ).

**Шляхова витрата** – витрата рідини з трубопроводу, яка рівномірно розподілена на даній ділянці (А–В, С–Д).

Шляхова витрата, яка приходить на одиницю довжини ділянки, називається **питомою шляховою витратою**  $q_0$  (л/с·м). Знаючи питому шляхову витрату і довжину ділянки, можемо знайти загальну шляхову витрату:

$$Q_{шл} = q_0 \cdot l \quad (6.23)$$

**Транзитна витрата** – це витрата, яка проходить через дану ділянку трубопроводу без використання рідини з нього. На рис. 6.7 вузлова витрата в точці Д буде транзитною для ділянки СД. На ділянці ВС транзитна витрата буде дорівнювати сумі вузлових витрат в т. С, в т. Д та шляховій на ділянці СД.

На ділянці АВ:

$$Q_{транз} = Q_B + Q_C + Q_D + Q_{шл.СД}$$

Транзитна витрата проходить через ділянку трубопроводу повністю уздовж всього трубопроводу. Шляхова витрата проходить повністю тільки на початкових ділянках, далі він зменшується і наприкінці ділянки дорівнює 0.

**Розрахункова витрата** являється фіктивною витратою:

$$Q_{розр} = Q_{транз} + a Q_{шл} \quad (6.24)$$

В цілях спрощення розрахунку приймають  $a = 0,5$ , вважаючи, що 50 % шляхової витрати споживається на початку ділянки, а інші 50 % споживаються наприкінці ділянки.

Розрахунок послідовного трубопроводу починають з кінцевої точки і ведуть у напрямі, зворотному руху води, поступово сумуючи витрату (табл. 6.3).

Таблиця 6.3 – Гідравлічний розрахунок послідовного трубопроводу

Найменування вузлів	Найменування ділянок	Довжина, м	Діаметр, мм	$Q_{шл}$ , л/с	$Q_{транз}$ , л/с	$Q_{розр}$ , л/с	$h_w$ , м
Д	ДС						
С							
В	СВ						
	ВА						
А							

## 6.9 Розрахунок дірчастих трубопроводів

**Дірчастий трубопровід** – трубопровід, що має уздовж всієї довжини на однаковій відстані отвори, через які вода може проходити з більш менш рівномірною шляховою витратою. Таким чином, дірчастий трубопровід може

слугувати моделлю водопроводу зі шляховою витратою вздовж нього. Враховуючи, що відтік води з труби спостерігається не по всій її довжині, а з  $n$  окремих отворів, розташованих на однаковій відстані один від одного, П. О. Грабовським була запропонована наступна формула для розрахунку дірчастого трубопроводу:

$$\frac{(P_t - P_0)}{\gamma} = \frac{V_0^2}{2g} \left[ 1 - \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{1}{6} \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \cdot \left( 2 + \frac{1}{n} \right) \right]. \quad (6.25)$$

Довжину дірчастої труби, за якої втрати напору повністю компенсуються відновленням напору за рахунок зменшення швидкостей під час роздачі витрати, називають **критичною**. Під час збільшення числа отворів збільшується критична довжина.

Дірчасті трубопроводи, в яких втрати напору менше відновленого напору за рахунок зменшення швидкості, називають **гранично короткими трубопроводами**, в яких довжина менше критичної довжини.

Таким чином, втрати напору по трубопроводу з діаметром  $d$  і довжиною  $l$ , витратою  $Q$  уздовж всієї довжини дірчастого трубопроводу визначаються за формулою:

$$h_w = \frac{1}{3} \cdot \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{V_0^2}{2g}, \quad (6.26)$$

де  $V_0$  – швидкість у початковому перерізі трубопроводу.

Витрата води уздовж трубопроводу являється шляховою витратою.

У разі транзитної витрати, яка чисельно дорівнює шляховій, втрати напору по довжині визначаються за формулою:

$$h_w = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{V_0^2}{2g}. \quad (6.27)$$

Тобто у разі транзитної витрати втрати напору будуть в три рази більше.

## 6.10 Поняття про економічний розрахунок трубопроводу

Під час проектування виникає проблема, яким слід прийняти діаметр трубопроводу і як обґрунтувати цей вибір. Теоретично через трубу будь-якого діаметру можна пропустити будь-яку витрату, але під час пропуску заданої витрати через трубопроводи малого діаметру в них будуть великі швидкості та великі втрати напору.

Будь-який водопровід складається з трубопроводу і насосної станції. Тому залежно від діаметру трубопроводу буде визначатися вартість будівництва, тобто вартість самого трубопроводу та насосної станції [1–5].

Приймаючи різні діаметри трубопроводу, можна розрахувати річні затрати по трубопроводу; річні затрати по насосній станції; сумарні річні затрати. Ці дані відображаються графічно (рис. 6.8).

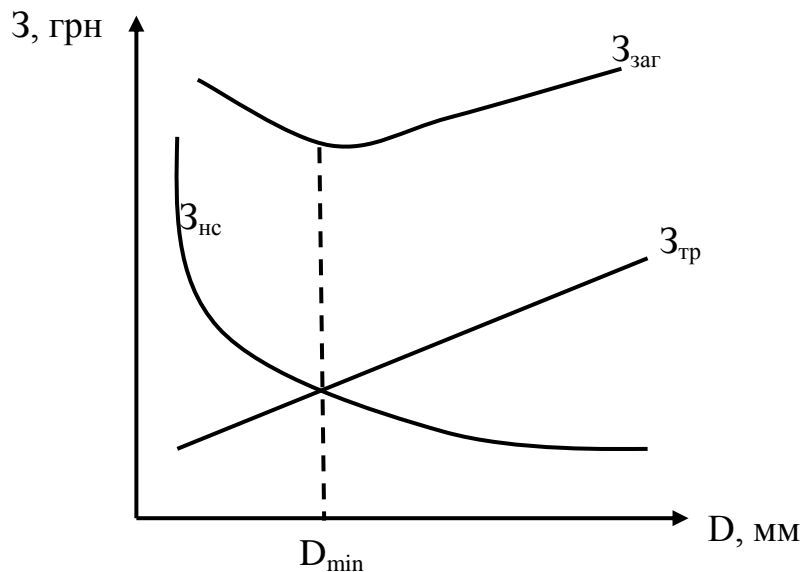


Рисунок 6.8 – Сумарні річні затрати на будівництво насосної станції та трубопроводу

Крива  $Z_{\text{заг}}$  має мінімальний діаметр, за якого загальні затрати мінімальні. Це і буде *економічно найвигідніший діаметр* трубопроводу.

Швидкості, які відповідають економічно найвигіднішому діаметру, називають *економічними швидкостями*.

### **Контрольні питання**

1. Дайте визначення та назвіть основне призначення магістральних і розгалужених мережі труб.
2. Наведіть класифікацію трубопроводів залежно від матеріалу труб і від характеру роздачі рідини.
3. Назвіть типи задач для гідравлічного розрахунку трубопроводів.
4. Наведіть основні розрахункові формули під час руху рідини в напірних трубопроводах
5. У чому полягає розрахунок простого трубопроводу? Наведіть типи задач з його розрахунку.
6. Дайте визначення питомого опору, опору ділянки трубопроводу.
7. У чому полягає розрахунок самопливного, сифонного трубопроводів та всмоктувального трубопроводу насосу?
8. Яке поєднання трубопроводів називається послідовним?
9. Яке поєднання трубопроводів називається паралельним?
10. Дайте визначення вузлової, шляхової, транзитної та розрахункової витрат.
11. Наведіть визначення та послідовність розрахунку дірчастого трубопроводу.
12. У чому полягає економічний розрахунок трубопроводу? Що таке найвигідніший діаметр?

## ТЕМА 7 ГІДРАВЛІЧНИЙ РОЗРАХУНОК ВОДОПРОВІДНИХ МЕРЕЖ

### 7.1 Замкнені (кільцеві) та розімкнені (тупикові) водопровідні мережі

Загальна довжина трубопроводу розімкненої мережі (рис. 7.1) менша за кільцеву. Це єдиний позитивний показник розімкненої мережі. Основний її недолік – це неможливість забезпечення водою об'єктів у разі аварії на мережі.

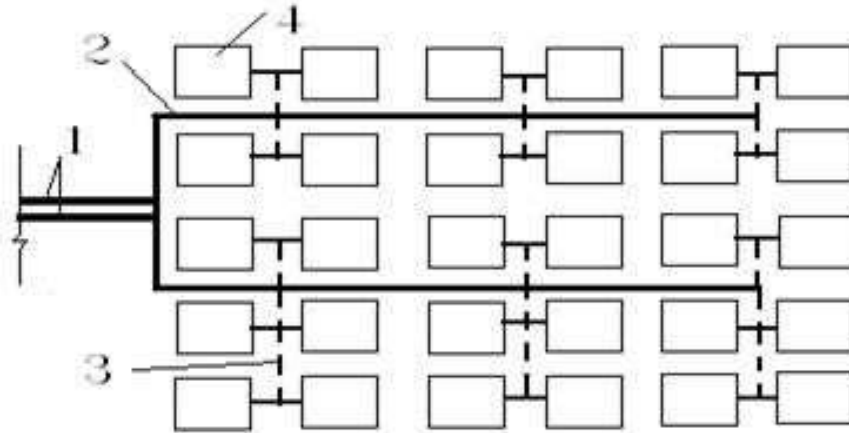


Рисунок 7.1 – Схема розімкненої водопровідної мережі:

1 – водоводи; 2 – магістральні водопроводи; 3 – розподільні трубопроводи;  
4 – квартали забудови

Кільцева водопровідна мережа (рис. 7.2) на випадок можливої аварії забезпечує подачу води з другого боку кільця, проте вже в зменшеній кількості.

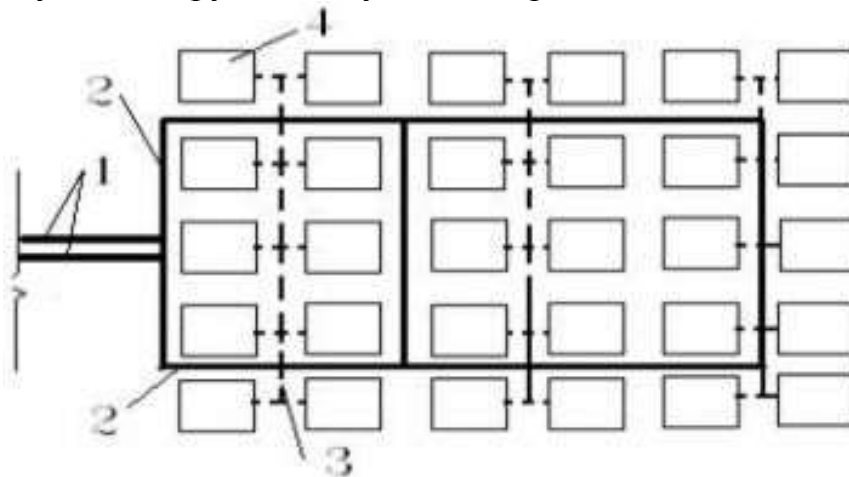


Рисунок 7.2 – Схема кільцевої водопровідної мережі:

1 – водоводи; 2 – магістральні водопроводи; 3 – розподільні трубопроводи; 4 – квартали забудови

Тому в містах водопровідна мережа влаштовується кільцевою [1–6].

## 7.2 Розрахунок розімкненої мережі водопроводу

На рисунку 7.3 водонапірна башта розташована в т. А. У точках В, С, Е, F, М, G є вузлові витрати. Шляхові витрати є на ділянках BL, KG, DE, EF.

Розрахунок розімкненої мережі починають з найбільш віддалених точок мережі і ведуть у напрямі, зворотному руху води. На кожній ділянці визначають шляхову, транзитну і розрахункову витрату, втрати напора на ділянках визначаються за формулами або таблицями.

Діаметр трубопроводу приймають як економічно найвигідніший, виходячи з розрахункової витрати. Визначення п'езометричних відміток проводять таким чином: у кінцевих точках мережі п'езометричні відмітки рівні нівелювальним відміткам з урахуванням вільного напору. У наступній крапці п'езометрична відмітка буде рівна сумі п'езометричної відмітки першої крапки і втратам напору між цими двома крапками.

Якщо вільний напір в новій крапці опиниться менше заданого, то п'езометричну відмітку в крапці потрібно збільшити, потім переходимо до наступної крапки.

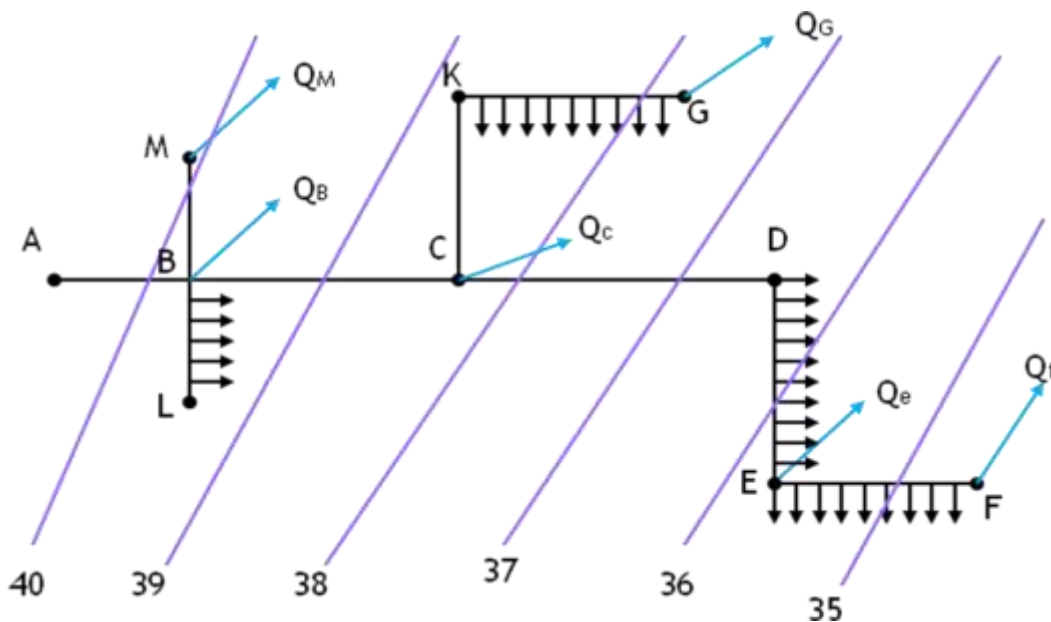


Рисунок 7.3 – Схема розімкненої водопровідної мережі

Оскільки в крапці С з'єднуються гілки, то перш ніж перейти до т. В слід визначити необхідну п'езометричну відмітку в т. С для забезпечення водою відгалуження СКГ. З двох розрахункових п'езометричних відміток в т. С слід прийняти більшу і, виходячи з неї, продовжувати розрахунок.

## 7.3 Схема розрахунку кільцевої мережі

Розрахунок кільцевої мережі (рис. 7.4) зводиться до розрахунку окремих кілець, що складають загальну водопровідну мережу об'єкта.



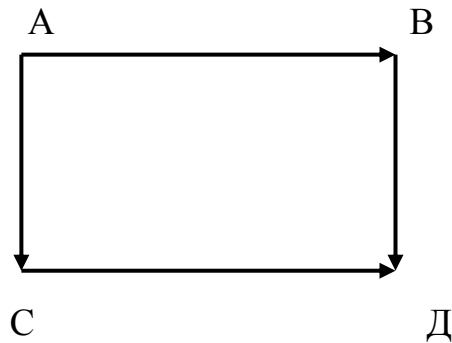


Рисунок 7.4 – Схема кільцевої мережі

Звичайно для живлення кільця призначена одна крапка (т. А). В першу чергу визначають вузлові і шляхові витрати, загальна витрата в т. А буде дорівнювати сумі всіх вузлових і шляхових витрат. Ця витрата розподілятиметься по ділянках АВ і АС. Розподіл цієї витрати спочатку приймають орієнтовно, також визначають витрати і на інших ділянках кільця. Знаючи орієнтовні витрати на всіх ділянках кільця, приймають розміри діаметрів трубопроводів на окремих ділянках, виходячи з економічно найвигідніших швидкості і розмірів діаметра за стандартом. Потім визначають втрати напору на окремих ділянках і записують їх із знаком «+», якщо вода на цих ділянках рухається за годинниковою стрілкою, і знаком «-», якщо вода рухається проти годинникової стрілки.

Сума втрат напору у разі правильного розподілу витрат і вибору діаметрів окремих ділянок повинна бути рівна 0 або близька до 0. У випадку, якщо сума втрат більше 0,2 – 0,5 м, то слід перерозподілити напрям витрат, направивши більші витрати на ті ділянки, де втрати напору виявилися меншими. Якщо у результаті виходить непогодження зі знаком «+», то слід збільшити витрату у напрямі руху води проти годинникової стрілки, зменшивши при цьому витрату в напрямі за годинниковою стрілкою і навпаки.

#### 7.4 Задача про два і три резервуари

Звичайна схема водопостачання складається з водонапірної башти, яка живить мережу, і водопровідної мережі. Щоб зменшити висоту водонапірної башти, а отже і вартість будівництва, башту розташовують в найбільш високій точці місцевості, але в деяких випадках необхідне влаштування не однієї башти, а двох або трьох (рис. 7.5).

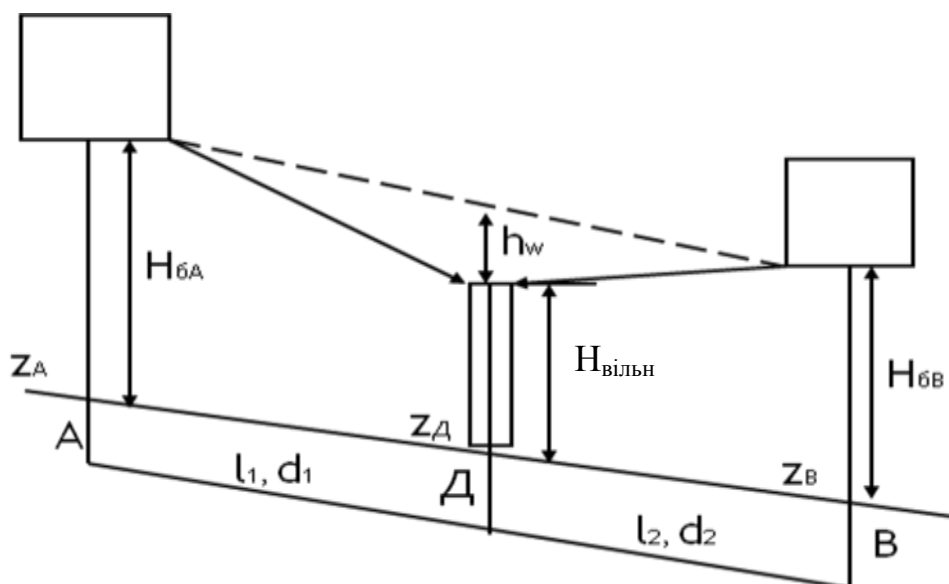


Рисунок 7.5 – Розташування двох водонапірних башт в мережі водопостачання

Задача про два резервуари зводиться до наступного: живлячий об'єкт, розташований в т.Д, що одержує воду з двох резервуарів, які розташовані в т.А і т.В. При цьому відмітки точок А, В і Д різні, різні висоти башт, різні відмітки днищ резервуарів. На схемі резервуар А має більшу відмітку, тому він є основним. При максимальному водоспоживанні об'єкта в т.Д потрібен напір  $H_{\text{вільн}}$ . Під час зменшення водоспоживання через зменшення витрати напір в т.Д збільшується, він може опинитися більше, ніж рівень води в резервуарі в т.В і тоді резервуар, розташований в т.А забезпечуватиме водою не тільки об'єкт в т.Д, але і резервуар в т.В. У години максимального водоспоживання об'єкт споживає воду з обох резервуарів.

Визначимо режим роботи водопроводу в години максимального водоспоживання. Витрата води в т.Д рівна сумі витрат, що протікають по трубопроводу від першого і другого резервуарів

$$Q_D = Q_1 + Q_2, \quad (7.1)$$

$$Q_1 = K_1 \cdot \sqrt{i_1} = K_1 \cdot \sqrt{\frac{(Z_A + H_{\text{бА}}) - (Z_D + H_{\text{вільн}})}{1,1 \cdot l_1}}, \quad (7.2)$$

$$Q_2 = K_2 \cdot \sqrt{i_2} = K_2 \cdot \sqrt{\frac{(Z_B + H_{\text{бВ}}) - (Z_D + H_{\text{вільн}})}{1,1 \cdot l_2}}. \quad (7.3)$$

У години мінімального водоспоживання в т. Д напір підвищиться на деяку величину  $h$ :

$$H = H_{\text{вільн}} + h. \quad (7.4)$$

Тоді п'єзометрична відмітка в т. Д буде більша, ніж відмітка т.В.

$$Z_D + H_{\text{вільн.}} + h > H_{\text{бВ}} + Z_B; \quad (7.5)$$

$$Q_1 = K_1 \sqrt{i_1} = K_1 \cdot \sqrt{\frac{(Z_A + H_{\text{бА}}) - (Z_D + h + H_{\text{вільн.}})}{1, l_1}}, \quad (7.6)$$

$$Q_2 = K_2 \sqrt{i_2} = K_2 \cdot \sqrt{\frac{(Z_B + H_{\text{бВ}}) - (Z_D + h + H_{\text{вільн.}})}{1, l_2}}. \quad (7.7)$$

У формулі (7.7) чисельник виходить негативним, виходячи з нерівності  $Z_D + H_{\text{вільн.}} + h > H_{\text{бВ}} + Z_B$ . Це говорить про те, що неправильно обрано напрям руху води. Отже, вода поступає від т.Д до т.В.

$$Q_D = Q_1 - Q_2. \quad (7.8)$$

Залежно від зміни витрати в т.Д буде змінитися і напір від  $H_{\text{вільн.}}$  до  $(H_{\text{вільн.}} + h)$ .

Під час рішення задачі з трьома резервуарами (рис. 7.6) водопровідну мережу розраховують аналогічно.

В години максимального водоспоживання в т.Д витрата буде дорівнювати:

$$Q_D = Q_1 + Q_2 + Q_3. \quad (7.9)$$

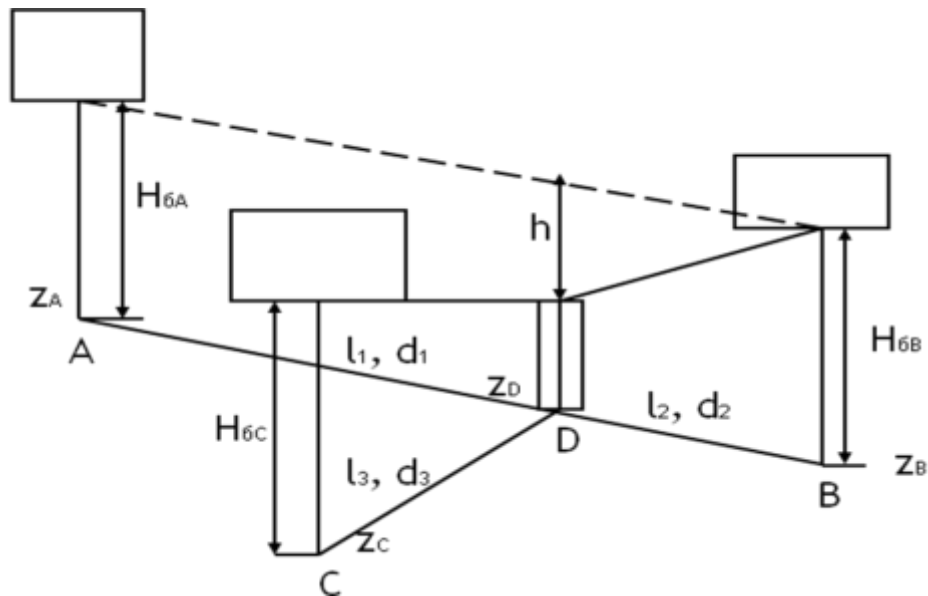


Рисунок 7.6 – Розташування трьох водонапірних башт в мережі водопостачання

$$Q_1 = K_1 \cdot \sqrt{i_1} = K_1 \sqrt{\frac{(Z_A + H_{\delta A}) - (Z_D + H_{\text{вільн.}})}{1, l_1}}; \quad (7.10)$$

$$Q_2 = K_2 \cdot \sqrt{i_2} = K_2 \sqrt{\frac{(Z_B + H_{\delta B}) - (Z_D + H_{\text{вільн.}})}{1, l_2}}; \quad (7.11)$$

$$Q_3 = K_3 \cdot \sqrt{i_3} = K_3 \sqrt{\frac{(Z_C + H_{\delta C}) - (Z_D + H_{\text{вільн.}})}{1, l_3}}. \quad (7.12)$$

У години мінімального водоспоживання напір в т.Д збільшується на величину  $h$  і стає рівним  $(H_{\text{вільн.}} + h)$ . При цьому дотримуються наступні нерівності:

$$Z_D + H_{\text{вільн.}} + h > H_{\delta B} + Z_B;$$

$$Z_D + H_{\text{вільн.}} + h > H_{\delta C} + Z_C.$$

Резервуар, розташований в т.А, є основним, через нього йде водопостачання до т.Д і поповнюються запаси води в резервуарах В і С, тому в години мінімального водоспоживання витрата в т.Д буде дорівнювати:

$$Q_D = Q_1 - Q_2 - Q_3.$$

### **Контрольні питання**

1. Наведіть алгоритм розрахунку розімкненої мережі водопроводу.
2. Наведіть алгоритм розрахунку кільцевої мережі.
3. Де може бути розташована водонапірна башта в мережі водопостачання?
4. Як визначити витрати води в години максимального водоспоживання в задачі про 2 резервуари?
5. Як визначити витрати води в години мінімального водоспоживання в задачі про 2 резервуари.
6. Як визначити витрати води в години максимального водоспоживання в задачі про 3 резервуари?
7. Як визначити витрати води в години мінімального водоспоживання в задачі про 3 резервуари.

## ТЕМА 8 ГІДРАВЛІЧНИЙ УДАР У ТРУБАХ

**Гідравлічний удар** – явище зміни (підвищення або пониження) тиску в трубопроводах під час різкої зміни швидкості руху рідини за малий проміжок часу (рис. 8.1).



Рисунок 8.1 – Схема виникнення гідравлічного удару у разі різкого закриття засувки

Гідравлічний удар характеризується виникненням хвилі підвищеного або зниженого тиску, яка розподіляється від місця зміни швидкості і викликає в кожному перерізі коливання тиску і деформації стінок водопроводу [3–6].

У разі різкого зменшення швидкості на кожен 1 м/с втраченої швидкості тиск зростає приблизно на 10–12 атм. Внаслідок цього можуть виникнути ускладнення в нормальній роботі трубопроводу аж до розриву стінок труб і аварії на насосній станції. Під час гідравлічного удару можливо також і різке падіння тиску до тиску насиченої пари рідини за даної температури. Як наслідок зниженого тиску під час гідравлічного удару можливий розрив рідини. Проте в деяких випадках гідравлічний удар має позитивне значення.

Жуковський дійшов висновку, що у зв'язку зі швидким закриттям засувки на водопровідній мережі і різким зменшенням швидкості до 0 відбувається перехід кінетичної енергії потоку, який рухається по трубопроводу, в потенційну енергію, яка витрачається на стиснення води. Чим більша довжина трубопроводу, тим більше в ній маса рідини і величина кінетичної енергії, і тим більше буде підвищення тиску. До виникнення гідравлічного удару можуть наводити різні причини:

- 1) швидке закриття або відкриття запірних і регулюючих пристроїв;
- 2) раптова зупинка насосу;
- 3) випуск повітря через гідранти на зрошувальній мережі під час заповнення трубопроводів водою;
- 4) пуск насосу на відкриту засувку на напірній лінії.

Характер процесу гідравлічного удару залежить від його причин. У разі різкого закриття засувки в кінці трубопроводу гідравлічний удар почнеться з підвищеного тиску, який від засувки розповсюджуватиметься вгору по трубопроводу, а потім зміниться зниженим тиском. Якщо закрита засувка в

кінці трубопроводу різко відкриється і гідравлічний удар почнеться зі зниженого тиску, який потім зміниться підвищеним. Гідравлічний удар, що починається з хвилі підвищеного тиску, називається *позитивним*, а той, що починається із зниженого тиску, – *негативним*.

### 8.1 Теорія гідравлічного удару Жуковського

Жуковським було виділено 4 етапи розвитку гідравлічного удару (рис. 8.2) [4–6]:

1) під час миттєвого закриття засувки шар рідини біля неї зупиниться, а решта рідини в трубі продовжуватиме рухатися з колишньою швидкістю. Через деякий час почнуть зупинятися шари рідини зліва від засувки, тобто фронт рідини, що зупинилася, рухатиметься від засувки до резервуару.

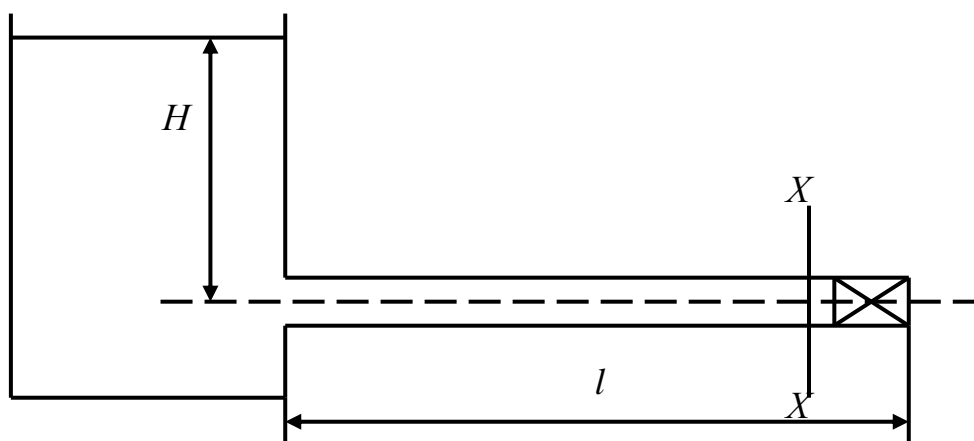


Рисунок 8.2 – Етапи розвитку гідравлічного удару

У об'ємі рідини, що зупинилася, між засувкою і перерізом X–X виникне додатковий тиск ( $\Delta p$ ). Праворуч від перерізу X–X рідина нерухома і її тиск рівний:  $(p + \Delta p)$ , а зліва від перерізу X–X рідина рухається з колишньою швидкістю, тиск в трубі  $p$ . Фронт стиснення рухомої рідини у напрямі резервуару із швидкістю розповсюдження ударної хвилі  $C$ .

Описаний процес пошарового стиснення буде продовжуватися до тих пір, поки ударна хвиля не дійде до резервуару: вся рідина в трубі нерухома, стисла під тиском і деякий її об'єм поступить з резервуару в трубу;

2) початок другого етапу співпадає із закінченням першого етапу, тобто рідина в трубі стиснена, далі, розширюючись, рідина почне рухатися у бік резервуару. Спочатку прийдуть у рух шари рідини поблизу резервуару, а потім і віддаленіші шари. При цьому фронт спаду тиску почне переміщатися від резервуару до засувки. До кінця фази вся рідина в трубі рухається у бік резервуару, а тиск відновлюється до первинного;

3) рідина в трубі тече у бік резервуару, біля засувки утворюються шари рідини, в яких тиск рівний –  $(p - \Delta p)$ .

У цьому випадку фронт зниженого тиску рухається у бік резервуару, зліва від нього тиск  $p$  і швидкість, що направлена вліво; справа рідина буде

нерухома, а тиск –  $(p - \Delta p)$ . Цей етап закінчується приходом даного фронту до резервуару;

4) початок 4-го етапу характеризується ситуацією, при якій тиск біля входу в трубу з боку резервуару ( $p$ ) більше, ніж з боку труби ( $p - \Delta p$ ). Тому рідина з резервуару почне витікати в трубу із швидкістю  $V$  і тиск в ній зростатиме до  $p$ . При цьому фронт первинного тиску стане переміщатися до засувки із швидкістю розповсюдження ударної хвилі. До кінця етапу швидкість у всій трубі буде  $V$ , а тиск –  $p$ . Але оскільки засувка закрита, то починаючи з кінця 4-го етапу, процес гідравлічного удару почне повторюватися.

При гідравлічному ударі частина енергії рідини переходить в тепло, тому з часом амплітуда коливання  $\Delta p$  затухає і процес припиняється.

Час проходження ударної хвилі по трубопроводу від місця виникнення удару до кінця трубопроводу і назад, називають *фазою ударної хвилі*:

$$T = \frac{2l}{C}. \quad (8.1)$$

Якщо час закриття засувки менше фази ударної хвилі, то під час повернення ударної хвилі до засувки вона вже буде повністю закрита. Гідравлічний удар у даному випадку називається *прямим*.

У разі прямого удару створюється повна сила гідравлічного удару.

Якщо час закриття засувки більше фази ударної хвилі, то при поверненні ударної хвилі засувка буде не повністю закрита. В цьому випадку гідравлічний удар називається *непрямим*.

Для визначення максимального підвищення тиску при прямому ударі використовують формулу Жуковського:

$$\Delta p = \rho \cdot V_0 \cdot C, \quad (8.2)$$

де  $\rho$  – щільність рідини, 1 000 кг/м<sup>3</sup>;

$V_0$  – швидкість руху води в трубопроводі до закриття засувки, м/с;

$C$  – швидкість розповсюдження ударної хвилі, м/с.

У разі непрямого гідравлічного удару для визначення підвищення тиску необхідно застосувати закон зміни швидкості руху рідини в трубопроводі, яка залежить від характеру закриття засувки. Для приблизного підрахунку використовують формулу

$$\Delta p = \frac{2\rho \cdot V_0 \cdot l}{t_3}, \quad (8.3)$$

де  $l$  – довжина трубопроводу від місця удару до розрізу, в якому підтримується постійний тиск (наприклад, до резервуару або до місця приєднання до трубопроводу більшого діаметра);

$t_3$  – час закриття засувки, с.

Швидкість розповсюдження ударної хвилі залежить від пружних характеристик матеріалу труб, стисливості рідини і відношення діаметра труби до товщини її стінок:

$$C = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{K \cdot D}{E \cdot \delta}}}, \quad (8.4)$$

де  $K$  – модуль об'ємної пружності рідини (для води  $K = 2\,030$  МПа);

$E$  – модуль пружності матеріалу стінок труби, Па;

$D$  – діаметр труби, м;

$\delta$  – товщина стінок труби, м.

Для абсолютно непружних стінок  $E \rightarrow \infty$ , тому

$$C = \sqrt{\frac{K}{\rho}}. \quad (8.5)$$

Ця швидкість рівна швидкості звуку в необмеженій пружній масі рідини ( $C = 1\,425$  м/с).

## 8.2 Заходи з локалізації явища гідравлічного удару у водопровідних трубах і на насосних станціях

Є заходи щодо недопущення небезпечних підвищень або понижень тиску в трубопроводах і заходи з їх захисту, якщо небезпечні коливання виникнуть [3–6].

Заходи щодо боротьби з гідравлічним ударом залежать:

1. Від умов подачі води, якщо вода йде самопливом з водоймища вниз і засувка знаходиться на нижньому кінці трубопроводу, то можливі наступні заходи:

- використовують засувки, що поволі закриваються. Цей захід заснований на тому, що чим більший час закриття засувки, тим менше втрачена швидкість в трубопроводі і тим менше підвищення тиску від гідравлічного удару;

- на трубопроводах можуть встановлюватися зрівняльні резервуари, що сполучені з трубопроводом, і проміжні резервуари, заповнені водою до висоти, яка відповідає нормальному тиску. При гідравлічному ударі в резервуар поступає деякий об'єм води і додатковий тиск в трубопроводі швидко гаситься;

- можуть використовувати повітряні ковпаки, де стиснене повітря амортизує підвищення тиску.

2. У разі зупинки насоса, який подає воду від низу до верху в резервуар, зворотний клапан, встановлений у насоса, закривається дуже швидко і на початку напірного трубопроводу може виникнути гідравлічний удар. Для боротьби прийнято влаштовувати:

- скидні пристрої, які при підході ударної хвилі відкриваються і пропускають воду на вилів. Ці спеціальні протиударні апарати ставлять на початкових ділянках напірних трубопроводів.



### 8.3 Поняття про гідравлічний таран

Принцип роботи і пристрій гідравлічного тарану, призначеного для підйому рідини, заснований на явищі гідравлічного удару.

За допомогою гідравлічного тарану (рис. 8.3) можливо частину води  $Q_2$ , що поступає з джерела в кількості  $Q_1$ , з напором  $H_1$  підняти на висоту  $H_2$ , при цьому  $Q_2 < Q_1$ .

Основними частинами тарану є коробка з двома клапанами (1 – пусковий клапан; 2 – робочий клапан) і повітряний ковпак.

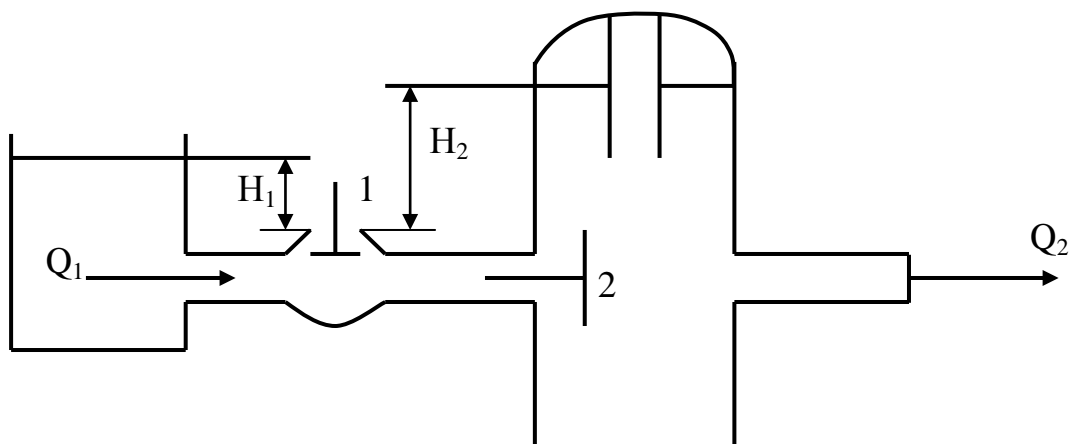


Рисунок 8.3 – Схема роботи гідравлічного тарану:  
1 – пусковий клапан; 2 – робочий клапан

Якщо таран не працює, обидва клапани закриті. Клапан 1 закритий під дією напору  $H_1$ , клапан 2 – під дією  $H_2$ . Для пуску тарану в роботу потрібно натиснути на клапан 1, він привідчиняється і створює умови для витікання води назовні. При цьому витрата води наростатиме, оскільки після відкриття клапана 1 основну енергію буде витрачено на подолання інерції маси води в трубопроводі, який сполучає джерело і клапанну коробку. Надалі  $H_1$  буде повністю використаний на подолання опору.

Коли  $Q_1$  досягне певної величини, клапан 1 різко закриється через різницю тиску. Цей перший період роботи тарану називають **розгінним**. Як тільки клапан 1 закриється швидкість руху рідини по трубопроводу у напрямі клапанної коробки впаде до 0, відбудеться гідравлічний удар і в коробці з'явиться ударний тиск, який відповідає напору  $H_2$ . Цей період називають **ударним**. Після цього відкриється клапан 2 і частина води з клапанної коробки потрапить в напірний трубопровід. Її надходження продовжуватиметься до тих пір, поки тиск в клапанній коробці не впаде і клапан 2 закриється. Цей період називають **робочим**. За робочим періодом слідує період відтоку води, коли тиск в клапанній коробці менше за  $H_2$ , але більше за  $H_1$ . Вода з клапанної коробки піде у бік джерела живлення. В результаті клапан 1 відкриється і знову почнеться розгінний період.

Таким чином, робота гідравлічного тарану полягає в безперервному повторенні вказаних 4-х періодів.

ККД тарану рівний відношенню корисної роботи до витраченої роботи:

$$\eta = \frac{\rho Q_2 \cdot H_2}{\rho Q_1 \cdot H_1} = \frac{Q_2 H_2}{Q_1 H_1}. \quad (8.6)$$

На практиці ККД тарану не перевищує 0,4–0,5.

### **Контрольні питання**

1. Що таке гідравлічний удар?
2. Назвіть причини виникнення гідравлічного удару.
3. Дайте визначення позитивного і негативного гідравлічного удару.
4. У чому полягає теорія гідравлічного удару Жуковського?
5. Що таке фаза ударної хвилі?
6. Що таке прямий і непрямий гідравлічний удар?
7. Як визначити максимальне підвищення тиску при прямому і непрямому ударі?
8. Назвіть заходи з локалізації явища гідравлічного удару у водопровідних трубах і на насосних станціях.
9. У чому полягає дія гідравлічного тарану?

## **ТЕМА 9 ВИТІКАННЯ РІДИНИ З ОТВОРІВ І НАСАДОК. КЛАСИФІКАЦІЯ ОТВОРІВ І НАСАДОК**

Питання витікання рідини через отвори являється одним з вузлових моментів гідравліки. Вчені та інженери вивчали це питання починаючи з XVII ст. Рівняння Д. Бернуллі вперше було виведено під час рішення однієї з задач на витікання рідини з отвору.

Під час розрахунків діафрагм, дірчатих змішувачів, наповнення і спорожнення резервуарів, басейнів, водосховищ, шлюзових камер та інших ємкостей вирішуються задачі на витікання рідин через отвори.

У разі вирішення цих задач визначають швидкості і витрати рідин [2–6].

### **9.1 Класифікація отворів**

Отвори класифікують наступним чином:

*1. За розміром:*

- а) малі отвори;
- б) великі отвори.

*2. За товщиною стінки, в якій зроблено отвір:*

- а) отвори в тонкій стінці;
- б) отвори в товстій стінці.

*3. За формою розрізняють круглі, квадратні, прямокутні, трикутні та інші отвори.*

Відповідно до особливостей гідравлічного розрахунку отвори підрозділяються на великі і малі (рис. 9.1)

**Малий отвір** – отвір, в різних точках якого геометричний напір (відстань по вертикалі від вільної поверхні рідини до даної точки отвору) практично однаковий. Висота такого отвору, розташованого у вертикальній стінці не перевищує  $0,1H$ .

**Великим** називають отвір, геометричний напір в різних крапках по висоті якого не однаковий.

Таким чином, вузька вертикальна щілина є великим отвором, а отвір будь-якого розміру в дні резервуару – малим.

Отвори можуть бути правильної і неправильної форми. Форма отвору впливає на витікання рідини і у багатьох випадках змінює поперечний перетин витікаючого струменя. Це явище називають *інверсією*.

Отвір може бути в тонкій і товстій стінці. Стінка вважається *тонкою*, якщо її товщина менше  $0,67H$ . У цьому випадку товщина стінки не впливає на характер витікання з отвору.

*Товстою* називається стінка при товщині стінки більше або рівної  $0,67H$ , тут товщина стінки впливає на витікання рідини. Крім того, на характер витікання рідини з отворів істотно впливає стиснення струменя при підході до отвору, постійність або зміна напору і рівень рідини за отвором.

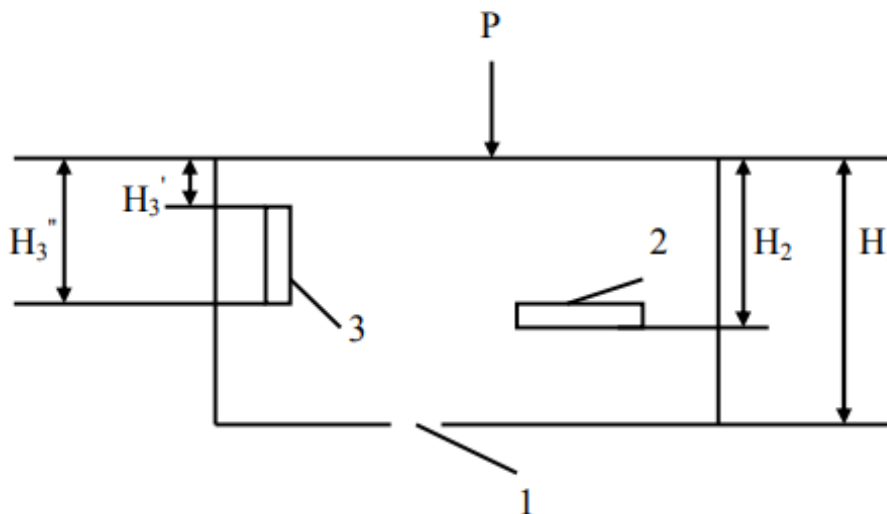


Рисунок 9.1 – Резервуар з різними видами отворів:  
1 – отвір у дні; 2 – малий отвір; 3 – великий отвір

Стиснення називається *досконалим*, коли бічні стінки і дно судини не впливають на витікання. Якщо отвір знаходиться від бічної стінки або дна на відстані трьох розмірів отвору (для круглого отвору  $3d$ , для квадратного –  $3a$ ), то витікання відбувається з *недосконалим* стисненням. У цьому випадку бічні стінки або дно судини роблять вплив на витікання.

Стиснення струменя при підході до отвору може бути *повним* за всім периметром і *неповним*, коли з однієї або декількох сторін рідина при підході до отвору не зазнає стиснення.

Якщо під час витікання рівень рідини в судині не змінюється, то має місце сталий рух і вважається, що витікання відбувається при постійному напорі.

При зміні рівня рідини має місце несталий рух, оскільки витікання відбувається при змінному напорі і гідравлічні елементи потоку змінюються за часом.

Розрізняють витікання за наявності притоку рідини і при його відсутності. В останньому випадку відбувається спорожнення судини.

Якщо рівень рідини за отвором не впливає на умови витікання, воно називається *вільним*.

При впливі рівня рідини на характер витікання, такі отвори називаються *підтопленими* (при приватному затопленні) або *затопленими* (витікання відбувається під рівень прилеглої нижче рідини).

Пропускна спроможність отвору залежить від умови стиснення струменя, для оцінки якого вводиться поняття коефіцієнта стиснення струменя:

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega_0}, \quad (9.1)$$

де  $\omega_c$  – площа стислого живого перетину;  
 $\omega_0$  – площа отвору.

## 9.2 Витікання рідини з малих отворів у разі постійного напору

У бічній тонкій вертикальній стінці судини є малий отвір (рис. 9.2). Витікання вільне в атмосферу відбувається у разі постійного напору, тобто рівень рідини в резервуарі не змінюється.

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \Sigma h_w;$$

$$p_1 = p_2 = p_{атм}; \quad z_1 - z_2 = H.$$

Оскільки площа поперечного перерізу судини значно перевершує площу перерізу струменя, то  $V_1 = 0$ .

$$H = \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \Sigma h_w;$$

$$\Sigma h_w = \xi \frac{V_2^2}{2g};$$

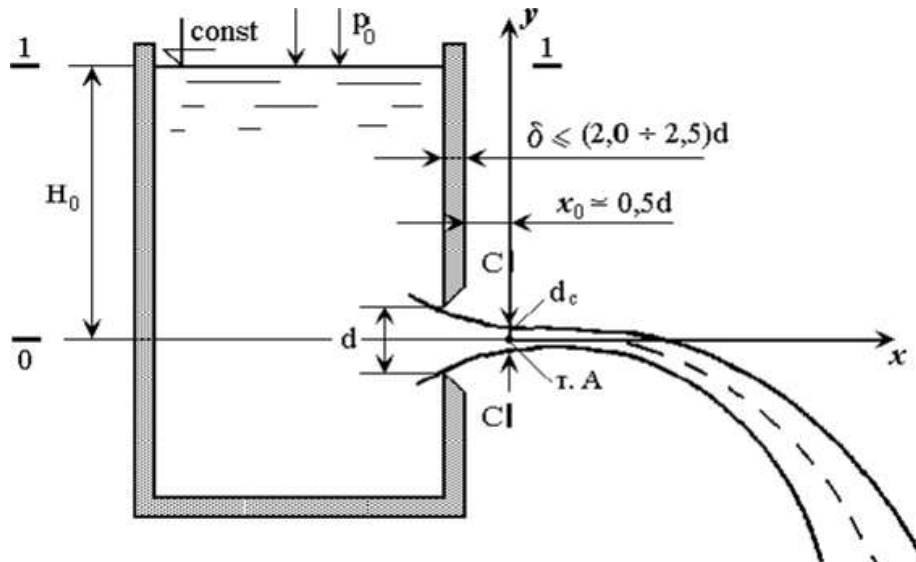


Рисунок 9.2 – Витікання рідини з малих отворів у разі постійного напорі

$$H = \frac{V_2^2}{2g}(\alpha + \xi);$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{H2g}{(\alpha + \xi)}};$$

$$\frac{1}{(\alpha + \xi)} = \varphi, \quad (9.2)$$

де  $\varphi$  – коефіцієнт швидкості.

$V_2 = \varphi\sqrt{H2g}$  – швидкість при витіканні з малих отворів у тонкій стінці при постійному напорі.

$$Q = \omega_2 V_2,$$

$$\omega_2 = \varepsilon \omega_0,$$

$$Q = \varepsilon \varphi \omega_0 \sqrt{H2g},$$

$$\varepsilon \varphi = \mu,$$

$$Q = \mu \omega_0 \sqrt{H2g}. \quad (9.3)$$

За формулою (9.3) визначається витрата рідини у разі витікання з малих отворів в тонкій стінці при постійному напорі.

Звичайно у разі вільного витікання води з малих отворів в тонкій вертикальній стінці приймають такі середні значення коефіцієнтів:

$$\varphi = 0,97; \xi = 0,06; \varepsilon = 0,64; \mu = 0,62.$$

Одержані залежності справедливі для будь-яких інших малих отворів за умови, що витікання відбувається з постійним напором.

Мінятися будуть тільки значення коефіцієнтів, які приводяться в спеціальних довідниках.

У загальному випадку коефіцієнти, які характеризують витікання з отворів, залежать від роду рідини, товщини стінки, температури, форми і розміру отвору, величини напору.

### 9.3 Витікання рідини з великих отворів у разі постійного рівня рідини в резервуарі

Нехай в тонкій вертикальній бічній стінці резервуару є великий отвір довільної форми (рис. 9.3). Напір до верхньої кромки отвору  $H_1$ , до нижньої –  $H_2$ .

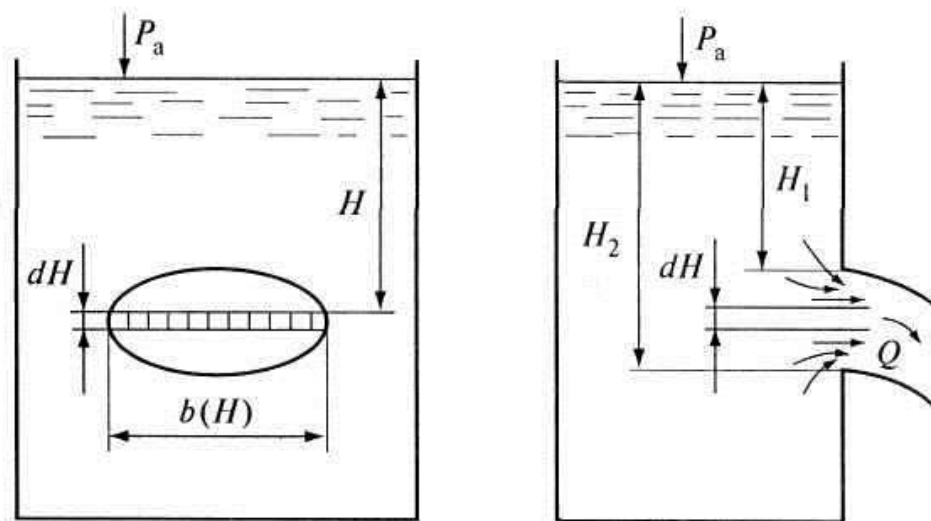


Рисунок 9.3 – Витікання рідини з великих отворів при постійному рівні рідини в резервуарі

Виділимо в межах великого отвору елементарні смужки завтовшки  $dH$  і шириною  $bz$ , які знаходяться на глибині  $Z$  від вільної поверхні рідини. Тоді для цієї смужки як для малого отвору можна обчислити витрату.

$$dQ = \mu \cdot dV \sqrt{2gH} ;$$

$$dQ = \mu \cdot dH \cdot b(H) \sqrt{2gH} .$$

Оскільки коефіцієнт витрати ( $\mu$ ) для отворів визначається дослідним шляхом і береться за довідковими даними, під час інтеграції виразу його можна винести за знак інтеграла. Тоді в загальному випадку витікання рідини з великого отвору в тонкій вертикальній стінці у разі постійного рівня рідини в резервуарі витрата може бути обчислена за формулою

$$dQ = \mu_B \sqrt{2g} \int_{H_1}^{H_2} H^{1/2} \cdot dH \cdot b(H), \quad (9.4)$$

де  $\mu_B$  – коефіцієнт витрати для великого отвору.

#### Окремий випадок.

Для великого прямокутного отвору в тонкій вертикальній стінці у разі постійного рівня рідини в судині  $bz = b$ , тоді

$$dQ = \frac{2}{3} \mu \cdot b \cdot \sqrt{2g} \cdot (H_2^{3/2} - H_1^{3/2}). \quad (9.5)$$

Для визначення витрати під час витікання з великого круглого отвору у разі постійного рівня рідини в резервуарі використовують формулу

$$dQ = \mu_B \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH}. \quad (9.6)$$

### 9.4 Витікання рідини з отворів у разі змінного напору

Витікання рідини з отворів у разі змінного напору має місце тоді, коли рівень води в резервуарах підвищується або знижується. Розрахунки за визначенням витікання рідини у разі змінного напору звичайно зводяться до визначення часу спорожнення або наповнення, величини початкового напору і розміру отвору.

**Непризматичний резервуар** – резервуар з непостійною площею горизонтального перерізу на рівні  $H$ , який при зміні глибини має різну площу вільної поверхні (рис. 9.4).

**Призматичний** – резервуар з постійним перерізом на будь-якому рівні води.

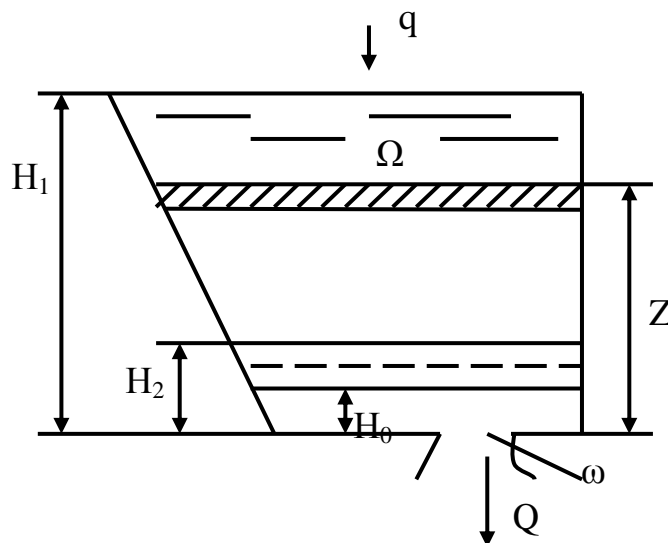


Рисунок 9.4 – Витікання рідини з резервуару у разі, коли витрата витікання не дорівнює притоку в резервуар

Витікання рідини у разі змінного напору – це несталий рух, тому в цьому випадку рівняння Бернуллі непридатне.

Розглянемо витікання рідини з резервуару з витратою витікання, яка не рівна притоку в резервуар.

Рівень води в резервуарі підвищується, якщо  $q > Q$  і навпаки знижується, якщо  $q < Q$ . Витікання рідини нестале. За час  $dt$  об'єм рідини змінюється на величину  $\Omega dz$ .

$\Omega$  – площа поверхні рідини в резервуарі на відмітці  $z$ .

$dz$  – зміна відмітки  $z$  за час  $dt$ .

Зміна в об'ємі рівна різниці об'єму, що поступив в резервуар, і об'єму, що витік з резервуару, тобто

$\Omega dz = q dt - Q dt$  – це рівняння балансу води або рівняння несталої руху в резервуарі.

У разі постійного притоку такий несталий рух прагне стати сталим, тобто у будь-який момент часу витрата з резервуару:

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2gz}.$$

Для визначення напору, при якому  $q = Q$ , використовують формулу

$$H_0 = \frac{q^2}{\mu^2 \omega^2 2g}. \quad (9.7)$$

Час, необхідний для зміни рівня рідини в резервуарі на величину  $dz$  складає:

$$dt = \frac{\Omega \cdot dz}{\mu \omega \sqrt{2g} (\sqrt{H_0} - \sqrt{z})}. \quad (9.8)$$

Для рідини з невеликою в'язкістю (води) можна вважати, що коефіцієнт  $\mu = const$ , тоді час зміни рівня води від  $H_1$  до  $H_2$  складе:

$$t = \frac{1}{\mu \omega \sqrt{2g}} \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega dz}{\sqrt{H_0} - \sqrt{z}}. \quad (9.9)$$

Для вирішення цього рівняння необхідно знати: закон зміни площі поверхні води в резервуарі залежно від її відмітки.

## 9.5 Витікання рідини через насадки

За характерними особливостями гідравлічного розрахунку труби діляться на наступні види:



- довгі труби – це такі труби, в яких втрати по довжині більше місцевих втрат;
- короткі труби – це труби, в яких втрати по довжині майже рівні з місцевими втратами;
- дуже короткі труби (патрубки) – це такі труби, в яких втрати по довжині менше місцевих втрат;
- насадки – це приєднані до отвору короткі патрубки звичайно завдовжки 2-4d, які дозволяють істотно змінювати швидкість і витрату під час витікання рідини.

Як правило, насадки є незатопленими, тобто витікання рідини відбувається в газове середовище. При цьому рух рідини в насадках напірний. Насадки бувають:

- зовнішні і внутрішні;
- циліндрові;
- такі, що конічно сходяться і розходяться;
- коноїдальні.

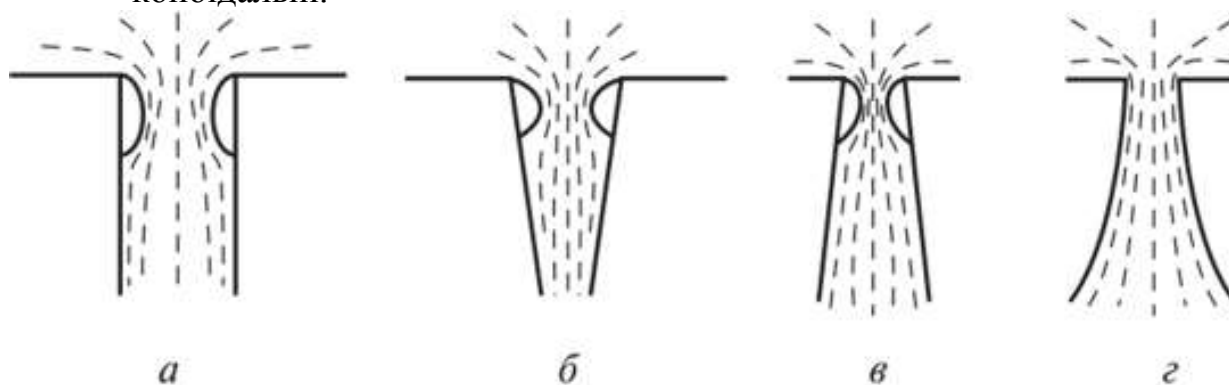


Рисунок 9.5 – Форми насадків:

а – зовнішня циліндрична; б – та, що конічно сходиться; в – та, що конічно розходиться; г – коноїдальна

До пристрою насадок вдаються у разі, коли потрібно збільшити пропускну спроможність отвору або для збільшення (зменшення) кінетичної енергії витікаючого струменя [4–6].

Зростання витрати рідини в порівнянні із звичайним отвором того ж діаметра в тонкій стінці пояснюється наявністю вакууму на початку насадки, що викликає збільшення напору в стислому перерізі. При цьому стиснення живого перерізу виникає безпосередньо після входу рідини у насадку в результаті криволінійного руху рідини на підході.

Вакуум на початку насадки утворюється таким чином.

За умовою нерозривності струменя швидкість виходу з насадки буде менше швидкості в стислому перерізі. Тому гідродинамічний тиск в стислому перерізі буде менше тиску на виході. Оскільки тиск на виході рівний атмосферному тиску, в стислому перерізі воно менше, отже, утворюється вакуум.

### Режими витікання рідини через насадку

**Перший режим – безвідривний режим.** Під час витікання струмінь після входу в насадку стискається приблизно так же, як і під час витікання через отвір в тонкій стінці. Потім струмінь поступово розширюється до розмірів отвору, з насадка виходить повним перерізом (рис. 9.6).

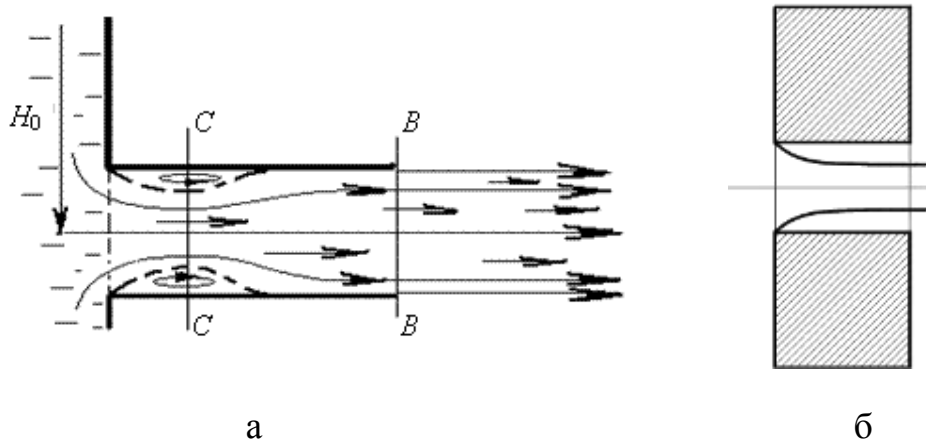


Рисунок 9.6 – Схеми руху рідини у насадці:

а – безвідривний режим; б – рух рідини, коли струмінь зберігає форму і не стикається зі стінками насадки

**Другий режим** характеризується тим, що струмінь після стиснення вже не розширюється, а зберігає циліндричну форму та переміщається всередині насадки, не торкаючись з її стінками.

Витікання стає точно таким же, як і з отвору в тонкій стінці, з тими ж значеннями коефіцієнтів. Отже, під час переходу з першого режиму до другого швидкість зростає, а витрата зменшується дякуючи стисненню струменя.

Розрахункові залежності для витікання з насадок аналогічні залежностям для малого отвору.

$$V_2 = \varphi \sqrt{H2g} ; \quad (9.10)$$

$$Q = \mu \omega_0 \sqrt{H2g} . \quad (9.11)$$

Відмінність одержаних формул полягає у величинах коефіцієнтів швидкості і витрати.

Середні значення коефіцієнтів для найбільш поширених насадок приведені в таблиці 9.1.

На підставі даної таблиці можна зробити висновки про застосування насадок різного типу: зовнішню циліндрову насадку потрібно застосовувати тоді, коли метою є швидке спорожнення резервуару без необхідності великої швидкості витікання.

Таблиця 9.1. – Середнє значення коефіцієнтів для найбільш поширених насадок

№№	Тип насадки	Коефіцієнти		
		$\phi$ (швидкості)	$\varepsilon$ (стиснення струму)	$\mu$ (витрати)
1	Зовнішня циліндрична при $l = 3-4d$	0,82	1	0,82
	При $l = 20d$	0,73	1	0,73
2	Внутрішня циліндрична при $l = 0,5d$	0,98	0,52	0,51
	При $l = 3-4d$	0,71	1	0,71
3	Конічна, що сходиться при $\alpha = 5^\circ$	0,92	1	0,92
4	Конічна, що розходиться при $\alpha = 5^\circ$	0,48	1	0,48
5	Коноїдальна	0,96	1	0,96

Насадки, що конічно сходяться, і коноїдальні насадки забезпечують отримання максимальної витрати при великій швидкості, отже, великого кінетичного струменя (пожежні брандспойти, фонтани, гідромонітори).

При використанні насадок, що конічно розходяться, кут конусності обмежений. Інакше струмінь не заповнює насадку і витікання відбувається як з отвору в тонкій стінці.

Втрати в насадках більші, ніж втрати напору при витіканні з малих отворів в тонкій стінці. Тому всі насадки мають менший коефіцієнт швидкості.

У практичних задачах витікання рідини з насадків застосовується у гідромоніторах для видобутку корисних копалин (рис. 9.7).

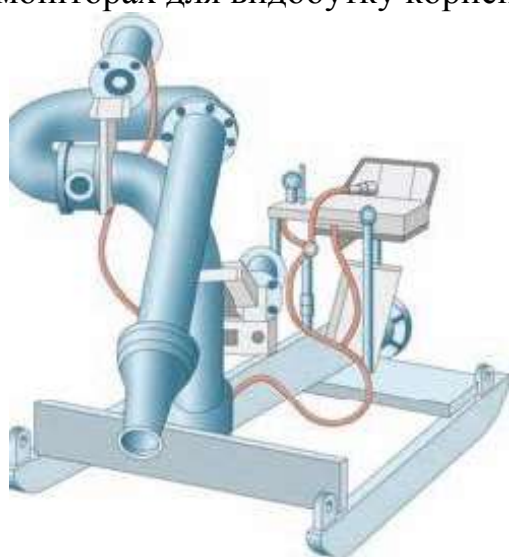


Рисунок 9.7 – Гідромонітор для видобутку корисних копалин

Іншою галуззю застосування насадків є гідрорізання або гідроабразивне різання – це вид обробки матеріалів різанням, де в якості ріжучого інструменту замість різця використовується струмінь води або суміші води та абразивного матеріалу, що випускається з високою швидкістю та під високим тиском (рис. 9.8).



Рисунок 9.8 – Схема пристрою для гідрорізання

На сьогоднішній день технологія гідроабразивного різання по праву належить до способів розкрою матеріалів, які найбільш динамічно розвиваються, і становить серйозну конкуренцію таким традиційним технологіям, як лазерне та плазмове різання, а також механообробка. Гідроабразивний струмінь за своїми фізичними характеристиками є ідеальним різальним інструментом, що не має зносу. Діаметр струменя може становити 0,5–1,5 мм (залежно від типу використовуваних дюз і трубок, що змішують), завдяки чому відхід оброблюваного матеріалу мінімальний, різ можна починати в будь-якій точці по контуру будь-якої складності.

Відсутність теплового та механічного (деформуючого) впливу – ще одна перевага гідроабразивного різання, завдяки якому вихідні фізико-механічні характеристики оброблюваного матеріалу залишаються без змін. Процес гідроабразивного різання екологічно чистий і абсолютно пожежобезпечний, оскільки виключена ймовірність горіння / плавлення матеріалу та утворення шкідливих випарів. Для деяких видів матеріалів – кераміка, композити, багат шарові та стільникові конструкції – не існує технології обробки, альтернативної гідроабразивному різанню. Вражаючим є і діапазон оброблюваних товщин – 0,1 мм – 300 мм і вище, що робить верстат гідроабразивного різання часом життєво необхідним інструментом у таких сферах, як машинобудування, інструментальне виробництво, авіаційно-

космічна промисловість, виробництво продукції для оборонної та транспортної промисловості, каменеобробка.

## 9.6 Вільні гідравлічні струмені

Потік рідини, необмежений жорсткими стінками, називається **вільним струменем**, який може бути незатопленим, якщо вона обмежена газовим середовищем (пожежні струмені, фонтанів, струмені дощувальних апаратів).

Затоплений вільний струмінь, який витікає в середовище тієї ж щільності, що і сам струмінь (випуск відпрацьованих промстоків у безстічні системи водопостачання) [1–4].

У незатопленому струмені три частини (рис. 9.9):

1. Компактна.
2. Роздроблена.
3. Розпорошена.

**Компактна** частина струменя має циліндрову або близьку до неї форму, суцільність потоку тут залишається.

У **роздробленій** частині відбувається розширення струмені і її розділення на окремі крупні частини.

В **розпорошеній** частині струмінь складається з окремих крапель.

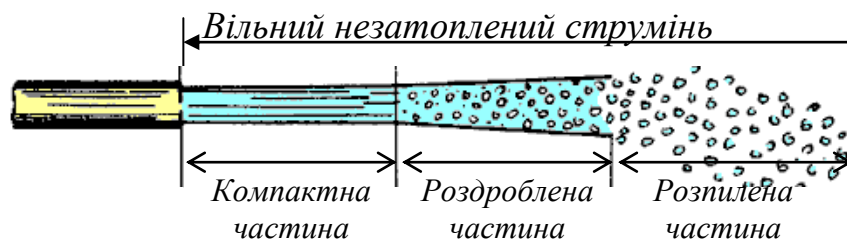


Рисунок 9.9 – Схема розташування частин незатопленого струменя

Загальна висота вертикального струменя  $h_B$  завжди менше напору  $H$  на виході з насадка. Втрати напору визначаються по формулі

$$H - h_B = \Delta h; \quad (9.12)$$

$$\Delta h = k \cdot \frac{h_B}{d} \frac{V^2}{2g}, \quad (9.13)$$

де  $d$  – діаметр вихідної частини (сприску) насадка;  
 $k$  – коефіцієнт, визначений дослідним шляхом.

$$\frac{V^2}{2g} = \varphi^2 H; \quad (9.14)$$

$$H - h_B = k \varphi^2 \frac{h_B}{d} H. \quad (9.15)$$

Замінімо  $k \frac{\varphi^2}{d} = K_1$

$$H - h_B = K_1 \cdot h_B \cdot H ; \quad (9.16)$$

$$H = K_1 \cdot h_B \cdot H + h_B ; \quad (9.17)$$

$$H = h_B \cdot (K_1 \cdot H + 1), \quad (9.18)$$

звідки

$$h_B = \frac{H}{K_1 H + 1}. \quad (9.19)$$

За формулою (9.19) визначають висоту вертикальної частини струменя.

Якщо насадок, з якого витікає струмінь, нахилити під різними кутами до горизонту, то крайні краплі струменя опишуть граничну криву, за межі якої вона не виходить (рис. 9.10).

Радіус дії струменя, кривої, збільшується в порівнянні з її вертикальною висотою

$$R_H = K_2 \cdot h_B, \quad (9.20)$$

де  $K_2$  – коефіцієнт, який залежить від кута нахилу струменя до горизонту ( $\beta$ ).

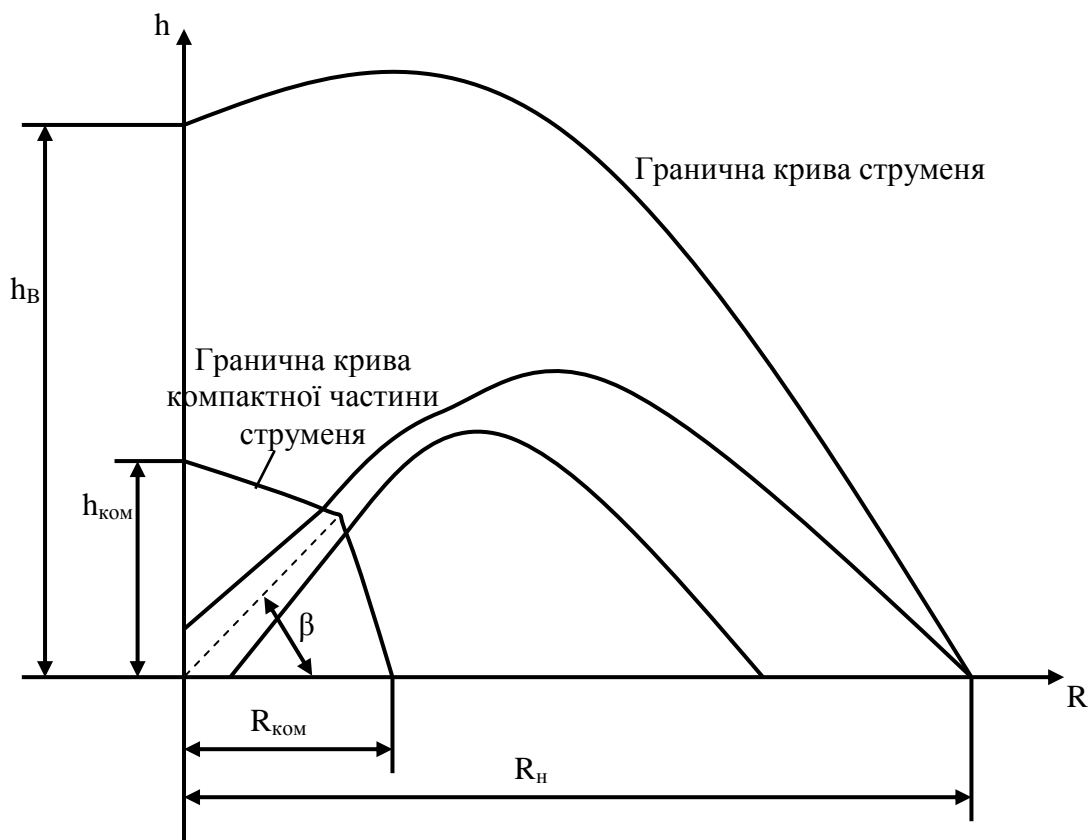


Рисунок 9.10 – Гранична крива розповсюдження струменя

Під час польоту струменя на нього діють сила тяжіння, опір повітря і сили в середині струменя, сумісна дія всіх цих сил приводить до розпаду струменя.

**Затоплений струмінь**, який рухається з насадки в рідке середовище тієї ж щільності, рухається в ній поступово розширюючись (рис. 9.11).

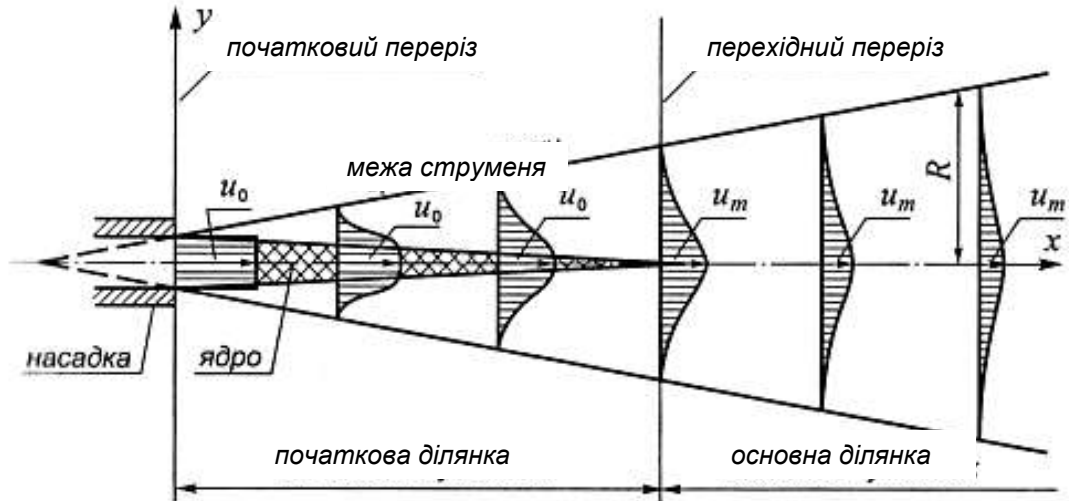


Рисунок 9.11 – Рух рідини в затопленому струмені

Найпростішою струменевою течією вважається вільний затоплений струмінь, який витікає в середовище тієї ж щільності. Струмінь, що витікає з насадки в середовище тієї ж щільності, має дві характерних ділянки, які відрізняються за структурою течії: початкова та основна. Іноді виділяють також перехідну ділянку. У початковому перерізі струменя (він співпадає з вихідним перерізом насадки) профіль швидкостей потоку  $U_0$  близький до рівномірного. В межах початкової ділянки зберігається ядро постійних швидкостей, ширина якого лінійно зменшується від розміру внутрішнього діаметру насадки до нуля. За межами ділянки постійних швидкостей, швидкості потоку  $U$  закономірно зменшуються як за напрямом до периферії течії, так і за довжиною струменя. Профіль швидкості на початковій ділянці змінюється за законами прикордонного шару. На основній ділянці струменя відбувається падіння швидкості за віссю струменя  $U_m$  і за перерізом  $U$ . Довжина початкової ділянки  $X_{\text{поч}}$  визначається за виразом

$$X_{\text{поч}} = \frac{0,67}{a} R_0, \quad (9.21)$$

де  $R_0$  – внутрішній радіус насадки у вихідному перерізі, м;

$a$  – коефіцієнт структури струменя, для осесиметричних струменів  $a \approx 0,08$ .

Зміна швидкості за віссю струменя  $U_m$  на основній ділянці для осесиметричного струменя визначається залежністю:

$$U_m = \frac{0,96}{\frac{a \cdot x}{R_0} + 0,29} \cdot U_0, \text{ м/с} \quad (9.22)$$

де  $x$  – відстань від початкового перерізу струменя, м.

Вважається, що в початковому перерізі струменя епіюра швидкостей прямокутна, а контури меж струменя прямолінійні. Пульсації швидкості і перемішування призводять до того, що між струменем і навколишньою рідиною відбувається обмін кількістю руху.

Струмінь втрачає швидкість, розширюється і захоплює частину зовнішньої рідини. При виході з насадка і на деякій відстані від нього в центральній частині струменя існує ядро з постійними середніми швидкостями. Із збільшенням поперечного розміру струменя товщина ядра зменшується, а потім ядро зникає. Переріз, в якому це відбувається, називається *перехідним*. Цей переріз розділяє початкову і перехідну ділянки струменя. Якщо прийняти кут розширення меж струменя однаковим на початковій і основній ділянках струменя, то можна знайти точку перерізу зовнішніх кордонів струменя, тобто полюс струменя.

### *Контрольні питання*

1. Наведіть класифікацію отворів.
2. Дайте визначення явища інверсії. Що таке досконале і недосконале стиснення?
3. Наведіть схеми та дайте до них пояснення вільного, підтопленого та затопленого отворів.
4. Наведіть схему витікання рідини з малих отворів при постійному напорі.
5. Наведіть схему витікання рідини з великих отворів при постійному рівні рідини в резервуарі.
6. Наведіть схему витікання рідини з отворів при змінному напорі.
7. Дайте класифікацію насадків, назвіть галузі їх використання.
8. Дайте визначення вільного струменя.
9. Наведіть частини, з яких складається незатоплений струмінь.
10. Як визначити висоту вертикального струменя?
11. Наведіть схему граничної кривої розповсюдження струменя.
12. Наведіть схему руху рідини в затопленому струмені.



## КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Завданням на контрольну роботу для здобувачів заочної форми навчання передбачається виконання двох задач і складання відповідей на контрольні питання, номери яких вказані в цьому конспекті лекцій (табл. 1).

Таблиця 1 – Варіанти контрольних запитань

Номер розділу	Номера варіантів (остання цифра номера залікової книжки)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	1	3	4	2	–	–	–	–	–	–
2	–	–	–	–	1	8	6	7	3	4
3	2	3	4	5	1	–	–	–	–	–
4	–	–	–	–	–	10	9	7	8	5
5	7	5	4	6	3	2	1	–	–	–
6	–	–	–	–	–	–	–	1, 3	2, 5	6, 9
7	6	4	3	7	1	–	–	–	–	–
8	–	–	–	–	–	9	8	4	6	2
9	1	2	5	6	8	9	10	11	12	3

### ЗАДАЧІ

**ЗАДАЧА 1.** Визначити витрату, що поступає по трубопроводу завдовжки  $l$ ,  $d$ , прокладеному від т. А до т. В. Відмітки т. А і т. В задані, також задані висота водонапірної башти і вільний напір. Місцеві опори складають 10 % від величини втрат по довжині. Схема простої водопровідної мережі для цієї задачі вказана на рисунку 1. Вихідні дані для задачі наведені в таблиці 2.

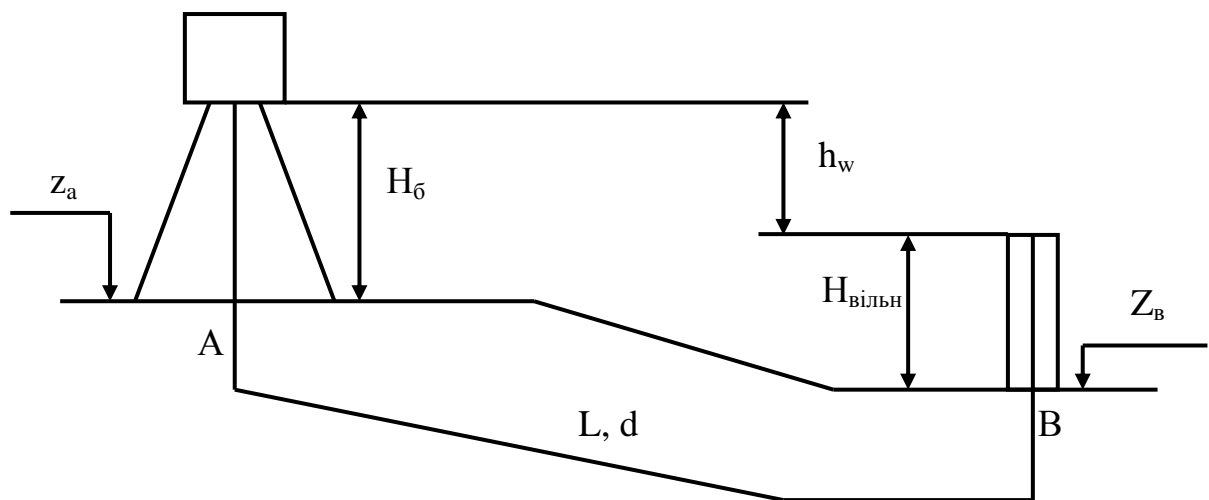


Рисунок 1 – Схема простої водопровідної системи

Таблиця 2 – Вихідні дані для задачі 1

Задані величини	Номера варіантів (остання цифра номера залікової книжки)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Довжина трубопроводу $l$ , м	250	120	135	248	365	290	450	660	275	565
Діаметр, мм	200	300	400	250	350	450	500	200	300	350
Відмітка т.А, м	52	145	258	126	145	255	162	35	86	92
Відмітка т.В, м	48	138	248	114	129	248	149	29	75	88
Висота водонапірної башти $H_6$ , м	15	12	35	43	32	25	26	29	30	22
Вільний напір $H_{вільн.}$ , м	10	10	14	26	22	18	18	22	26	14

**ЗАДАЧА 2.** Визначити висоту водонапірної башти (рис. 1), яка повинна забезпечити подачу води з водонапірної башти в т. А до споживача води в т. В в кількості  $Q$  по трубопроводу завдовжки  $l$ , і діаметр  $d$ . За умови заданих  $z_a$ ,  $z_B$  і  $H_{вільн.}$ . Вихідні дані наведені в таблиці 3.

Таблиця 3 – Вихідні дані для задачі 2

Задані величини	Номера варіантів (остання цифра номера залікової книжки)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Довжина трубопроводу $l$ , м	250	120	135	248	365	290	450	660	275	565
Діаметр, мм	200	300	400	250	350	450	500	200	300	350
Відмітка т.А, м	52	145	258	126	145	255	162	35	86	92
Відмітка т.В, м	48	138	248	114	129	248	149	29	75	88
Витрата $Q$ , л/сек.	120	246	356	193	332	425	526	229	330	422
Вільний напір $H_{св}$ , м	10	10	14	26	22	18	18	22	26	14

Розв'язувати задачу потрібно трьома способами, наведеними в темі 6 (п. 6.3).

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Константинов Ю. М. Технічна механіка рідини і газу / Ю. М. Константинов, О. О. Гіжа. – Київ : Вища школа, 2002. – 358 с.
2. Науменко І. І. Технічна механіка рідини і газу / І. І. Науменко. – Рівне : Видавництво РДТУ, 2000. – 528 с.
3. Науменко І. І. Гідравліка. Підручник / І. І. Науменко. – Рівне : НУВГП, 2005. – 475 с.
4. Луценко В. В. Технічна механіка рідини і газу [Електрон. ресурс] : навч. посіб. / В. В. Луценко. – Електрон. текст. дані. – Рівне : НУВГП, 2008. – 127 с. – Режим доступу: <http://ep3.nuwm.edu.ua/5602/>, вільний. (дата звернення 25.04.2022). – Назва з екрана.
5. Луценко В. В. Технічна механіка рідини і газу в тестах і задачах [Електрон. ресурс] : навч. посіб. / В. В. Луценко. – Електрон. текст. дані. – Рівне : НУВГП, 2015. – 194 с. – Режим доступу: <http://ep3.nuwm.edu.ua/4033/>, вільний. (дата звернення 18.05.2022). – Назва з екрана.
6. Hydraulics. Hydraulics machines / E. Krasowski, I. Nikolenko, J. Gliński, A. Dashchenko S. Sosnowski. – Lublin : Polish Academy of Sciences Branch in Lublin, 2011. – 350 p.
7. ДБН В.2.5–74:2013 Водопостачання. Зовнішні мережі та споруди. Основні положення проектування : затв. УкрНДІводоканалпроект, розробники : О. Оглобля, Г. Пархомович, О. Буланій та ін. – Київ : Мінрегіон України, 2013. – 280 с.
8. Шевелев Ф. А. Таблицы для гидравлического расчета водопроводных труб : справочное пособие / Ф. А. Шевелев, А. Ф. Шевелев. – М. : Стройиздат, 1984. – 116 с.

*Електронне навчальне видання*

**ШЕВЧЕНКО** Тамара Олександрівна

**ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА РІДИНИ ТА ГАЗУ**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

*(для здобувачів першого (бакалаврського)  
рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання  
зі спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія)*

Відповідальний за випуск *Г. І. Благодарна*  
*За авторською редакцією*  
Комп'ютерне верстання *Т. О. Шевченко*

План 2022, поз. 27Л

---

Підп. до друку 19.04.2023. Формат 60 × 84/16.  
Ум. друк. арк. 6,3.

Видавець і виготовлювач:  
Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова,  
вул. Маршала Бажанова 17, Харків, 61002.  
Електронна адреса: office@kname.edu.ua  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
№ ДК 5328 від 11.04.2017.