

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до організації самостійної роботи, проведення практичних занять
і виконання розрахунково-графічної роботи
з навчальної дисципліни

**«ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА:
ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА.
МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ»**

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти всіх форм
навчання зі спеціальностей 281 – Публічне управління та
адміністрування, 073 – Менеджмент)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2023

Методичні рекомендації до організації самостійної роботи, проведення практичних занять і виконання розрахунково-графічної роботи з навчальної дисципліни «Вища та прикладна математика: Теорія ймовірностей та математична статистика. Математичне програмування» (для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти всіх форм навчання зі спеціальностей 281 – Публічне управління та адміністрування, 073 – Менеджмент) / Харків. нац. у-нт міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад. О. М. Штельма. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2023. – 49 с.

Укладач О. М. Штельма

Рецензент

О. Б. Костенко, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою комп'ютерних наук та інформаційних технологій, протокол № 1 від 01.09.2022.

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Методичні рекомендації до проведення практичних занять і виконання самостійної роботи.....	5
1.1 Випадкові події.....	5
1.2 Класичне визначення ймовірності.....	6
1.3 Складні події. Основні теореми теорії ймовірності.....	8
1.4 Формула повної ймовірності та формула Байєса.....	10
1.5 Випадкові величини та математична статистика.....	15
2 Методичні рекомендації до виконання розрахунково-графічної роботи.....	22
2.1 Рекомендації для вибору варіанта.....	22
3 Завдання для розрахунково-графічної роботи.....	23
Список рекомендованих джерел.....	46
Додатки.....	47

ВСТУП

Метою вивчення дисципліни є формування у студентів базових математичних знань для вирішення завдань у професійній діяльності, вмінь аналітичного мислення та математичного формулювання економічних задач, що виникають у процесі управління.

Предметом дисципліни є методи, математичні та цифрові моделі задач економіки та менеджменту прикладного напрямку, зокрема стохастичні задачі та задачі на пошук екстремуму.

1 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ І ВИКОНАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

У методичних рекомендаціях наводяться в стислому вигляді основні поняття і положення теорії ймовірностей, а також розв'язання типових задач, які розглядаються на практичних заняттях або пропонуються здобувачам для виконання самостійної роботи. Розв'язання задач супроводжується докладними поясненнями і є зразком для оформлення розрахунково-графічних робіт (далі – РГР) і відповідей на практичні питання за письмовим контролем (модульним чи підсумковим). Для вирішення завдань, пов'язаних з пошуком значень табульованих функцій, методичні рекомендації доповнені відповідними таблицями.

1.1 Випадкові події

Основні поняття теорії ймовірності

Під *експериментом (випробуванням)* розуміють деяку сукупність умов, в яких спостерігається те або інше явище, фіксується той або інший результат.

Подією (або випадковою подією) називається будь-який факт, який в результаті експерименту може відбутися або не відбутися.

Ймовірністю події називається чисельна міра ступеня об'єктивної можливості появи цієї події в результаті нового експерименту.

Ймовірність події A позначається як $P(A)$.

Достовірним називається подія U , яка в результаті експерименту неодмінно відбувається. Для достовірної події $P(U) = 1$.

Неможливим називається подія, яка в результаті експерименту не може відбутися. Ймовірність появи неможливої події дорівнює нулю.

Ймовірність власне випадкової події A лежить у межах від нуля до одиниці: $0 < P(A) < 1$.

Повною групою подій називається декілька попарно несумісних подій, таких, що в результаті експерименту одна з них неодмінно відбувається.

Декілька подій називаються *несумісними*, якщо ніякі дві з них не можуть відбутися одночасно в одному експерименті.

Декілька подій називаються *рівно можливими*, якщо вони володіють рівним ступенем об'єктивної можливості відбутися в результаті експерименту.

Якщо результати експерименту утворюють повну групу несумісних рівно можливих подій, то вони називаються *випадками*.

Випадок називається *сприятливим* до події A , якщо його поява тягне за собою появу події A .

1.2 Класичне визначення ймовірності

Якщо результати експерименту зводяться до схеми випадків, то ймовірність події A обчислюється за формулою:

$$P(A) = \frac{m}{n}, \quad (1)$$

де n – загальне число випадків;

m – число випадків, що сприятливі до події A .

Часто для підрахунку величин n і m у формулі (1) використовують формули комбінаторики: для числа сполучень з n елементів по m – формулу

$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!} = C_n^{n-m}$; для числа розміщень з n елементів по m – формулу

$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$; для числа перестановок з m елементів – формулу $P_n = n! = A_n^n$,

якщо $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$. Виняток: $0! = 1$.

Приклад 1

Кидають одночасно дві гральні кістки. Знайти ймовірності подій: A – сума очок на обох кістках дорівнює 6; B – добуток очок на обох кістках дорівнює 8; C – сума та добуток очок на обох кістках дорівнює 8.

Розв'язання

Загальне число можливих елементарних результатів експерименту $n = 36$, оскільки випадання очок на одній кістці має 6 варіантів, і кожен варіант однієї кістки може поєднуватися з 6 варіантами іншої кістки. Всі результати складають повну групу несумісних рівно можливих подій.

Сприятливими до події A є такі результати кидання кісток: $2 + 6$; $3 + 5$; $4 + 4$; $5 + 3$; $6 + 2$, тобто $m = 5$. Шукана ймовірність за формулою (1) $P(A) = \frac{5}{36}$.

Сприятливими до події B є два результати: 2×4 ; 4×2 , тобто $m = 2$. За формулою (1) $P(B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

Сприятливих до події C результатів немає, тобто $m = 0$, і $P(C) = 0$.

Приклад 2

В ящику 100 деталей, з них 10 – браковані. Навмання витягують 4 деталі. Знайти ймовірність події A – наявність рівно трьох стандартних деталей серед витягнутих.

Розв'язання

Загальне число можливих виходів експерименту $n = C_{100}^4$. Всі вони утворюють повну групу несумісних рівно можливих подій. Підрахуємо число результатів, що сприяють події A . Три стандартні деталі з 90 наявних в ящику можна витягнути C_{90}^3 способами. З кожною вибіркою з трьох стандартних деталей може поєднуватися одна нестандартна деталь з 10, тобто кожне поєднання трьох стандартних деталей з одною бракованою деталлю може здійснюватися C_{10}^1 способами. Кількість сприятливих випадків становить

$$m = C_{90}^3 C_{10}^1. \text{ Отже: } P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_{90}^3 \cdot C_{10}^1}{C_{100}^4} = 0,3.$$

Приклад 3

На десяти картках написані цифри 0, 1, ..., 9. Три з них вибираються на вмання і укладаються на стіл в порядку появи. Знайти ймовірність того, що: а) вийде число 245 (подія A); б) з вибраних цифр можна скласти число 245 (подія B).

Розв'язання

Загальне число всіх можливих виходів експерименту – це число розміщень з 10 елементів по 3. Отримані з'єднання елементів (карток) можуть відрізнятися один від одного або самими елементами, або порядком їх входження. Всі результати утворюють повну групу несумісних рівно можливих подій у кількості $n = A_{10}^3 = 720$. Із загального числа результатів тільки один сприятливий отриманню числа 245, тобто число сприяючих результатів $m = 1$. Тоді шукана ймовірність події A за формулою (1): $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{720}$.

На відміну від події A для події B загальне число результатів експерименту обчислюється як число з'єднань з 10 по 3, оскільки порядок вибору елементів не грає ролі. Шукана ймовірність така: $P(B) = \frac{1}{C_{10}^3} = \frac{1}{120}$.

Приклад 4

З п'яти букв розрізної азбуки складено слово «КНИГА». Дитина, що не вміє читати, розсипала букви, а потім збирила їх в довільному порядку. Знайти ймовірність того, що у неї знову вийшло слово «КНИГА».

Розв'язання

З п'яти букв дитина може скласти різні буквосполучення, які відрізняються один від одного тільки порядком входження букв. Тому число всіх результатів експерименту обчислимо як число перестановок з 5 елементів: $n = P_5 = 5! = 120$. Всі результати утворюють повну групу несумісних рівно можливих подій, з яких тільки одна сприяє появі події A – відновленню слова «КНИГА». Отже, шукана ймовірність $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{120}$.

Приклад 5

З шести букв розрізної азбуки складено слово «АНАНАС». Знайти, як і в попередньому завданні, ймовірність відновлення слова.

Розв'язання

Загальне число можливих результатів експерименту $n = P_6 = 6! = 720$. Число сприятливих результатів m більше, ніж в попередньому завданні. Слід врахувати, що перестановка місцями двох букв «Н», значення слова не змінює. Відповідне число перестановок визначається як $P_2 = 2! = 2$. Але з кожною перестановкою букв «Н» може поєднуватися перестановка з трьох букв «А». Загальне число перестановок цих трьох букв визначається як $P_3 = 3! = 6$. Так число сприяючих результатів $m = P_2 \cdot P_3 = 12$. Шукана ймовірність $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{12}{720} = \frac{1}{60}$.

1.3 Складні події. Основні теореми теорії ймовірності

Сумою двох подій A і B називають подію C , що полягає в появі хоча би однієї з подій A і B .

Сумою декількох подій називають подію, що полягає в появі хоча би однієї з цих подій.

Добутком двох подій A і B називають подію D , що полягає в сумісній появі подій A і B .

Добутком декількох подій називають подію, що полягає в сумісній появі всіх цих подій.

Теорема про ймовірність суми подій

Ймовірність суми двох подій дорівнює сумі їх ймовірностей за відрахуванням ймовірності добутку цих подій:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B). \quad (2)$$

У разі несумісних подій ймовірність їх суми визначається за формулами:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) \quad \text{— для двох подій } A \text{ і } B; \quad (3)$$

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) \quad \text{— для } n \text{ подій.} \quad (4)$$

Дві несумісні події A і \bar{A} називаються *протилежними*, якщо вони складають повну групу. Сума ймовірності протилежних подій дорівнює одиниці:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1. \quad (5)$$

Теорема про ймовірність добутку двох подій

Ймовірність добутку двох подій дорівнює добутку ймовірності однієї з них на умовну ймовірність іншої за умови, що перша подія відбулася:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B) = P(B) \cdot P_B(A), \quad (6)$$

де $P_A(\hat{A})$ – умовна ймовірність події B за умови, що відбулася подія A ;

$P_B(A)$ – умовна ймовірність події A за умови, що відбулося події B .

У разі незалежних подій формула (6) спрощується:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) \quad \text{— для двох подій } A \text{ і } B; \quad (7)$$

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n) \quad \text{— для } n \text{ подій.} \quad (8)$$

Приклад 6

Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі з першої гармати дорівнює 0,7; з другої – 0,8. Знайти ймовірність ураження цілі при одному залпі з двох гармат.

Розв'язання

Введемо позначення. Хай A – подія, яка полягає у влученні в ціль першою гарматою, B – другою. Ці події є сумісними і незалежними. Отже, подія C (ураження мішені при залпі) є сумою двох сумісних подій. Ймовірність події C можна визначити за формулою (2):

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = \\ &= 0,7 + 0,8 - 0,7 \cdot 0,8 = 0,94. \end{aligned}$$

Цю задачу можна розв'язати іншим способом.

Ціль буде уражена, якщо відбудеться одна з трьох несумісних подій: $\overline{A_1} \cdot A_2$ – в ціль влучила перша гармата та не влучила друга; $A_1 \cdot \overline{A_2}$ – в ціль не влучила перша гармата та влучила друга; $A_1 \cdot A_2$ – в ціль влучили обидві гармати. В цьому випадку, застосовуючи теорему про суму несумісних подій у формі (4), а потім теорему про добуток незалежних подій, отримаємо:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(\overline{A_1} \cdot A_2) + P(A_1 \cdot \overline{A_2}) + P(A_1 \cdot A_2) = \\ &= P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) + P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) + P(A_1) \cdot P(A_2) = \\ &= 0,7 \cdot (1 - 0,8) + (1 - 0,7) \cdot 0,8 + 0,7 \cdot 0,8 = 0,94. \end{aligned}$$

Найпростіший спосіб вирішення цієї задачі полягає в поданні ймовірності події C через імовірність протилежної події \overline{C} – промах обох гармат:

$$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2}) = 1 - P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) = 1 - (1 - 0,7)(1 - 0,8) = 0,94.$$

Приклад 7

Студент прийшов на іспит, знаючи відповіді на 15 з 20 питань програми. Знайти ймовірність того, що студент відповість на три екзаменаційних питання.

Розв'язання

Подія C (студент знає відповіді на всі три питання) є добутком трьох залежних подій: A_1 (студент знає відповідь на перше питання), A_2 (студент знає відповідь на друге питання за умови, що він відповів на перше) і A_3 (студент знає відповідь на третє питання за умови, що він відповів на перше і друге). Обчислимо ймовірності цих подій: $P(A_1) = \frac{15}{20}$; $P_{A_1}(A_2) = \frac{14}{19}$; $P_{A_1 \cdot A_2}(A_3) = \frac{13}{18}$.

За теоремою про ймовірність добутку залежних подій отримуємо:

$$P(C) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1 \cdot A_2}(A_3) = \frac{15}{20} \cdot \frac{14}{19} \cdot \frac{13}{18} = 0,368$$

Приклад 8

З п'яти букв розрізної азбуки складено слово «КНИГА». Дитина, що не уміє читати, розсипала букви, а потім зібрала в довільному порядку. Знайти ймовірність того, що у нього знову склалося слово «КНИГА».

Розв'язання

Ця задача вже розглядалася (див. приклад 4). Наведемо другий варіант розв'язання, використовуючи основні теореми теорії ймовірностей.

Щоб в порядку появи букв склалося слово «КНИГА», першою повинна з'явитися буква «К». Ймовірність такої події становить $P(\hat{E}) = \frac{1}{5}$, оскільки з п'яти можливих результатів тільки один сприяє появі букви «К». Припустимо, що ця подія відбулася. Тоді ймовірність того, що з чотирьох букв, що залишилися, наступною з'явиться «Н», визначається як $P_K(H) = \frac{1}{4}$. Аналогічно обчислюється ймовірність послідовної появи букв «И, Г і А»: $P_{K \cdot H}(И) = \frac{1}{3}$; $P_{K \cdot H \cdot И}(Г) = \frac{1}{2}$; $P_{K \cdot H \cdot И \cdot Г}(А) = 1$. За теоремою про ймовірність добутку залежних подій знайдемо шукану ймовірність: $P(K \cdot H \cdot И \cdot Г \cdot А) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{120}$.

1.4 Формула повної ймовірності та формула Байєса

Якщо в умовах експерименту подія A з'являється спільно з однією з повної групи несумісних подій (гіпотез) H_i ($i \in \{1, 2, \dots, n\}$), то середня ймовірність події A визначається за *формулою повної* (середньою) *ймовірності*:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P_{H_i}(A / H_i), \quad (9)$$

де $P(H_i)$ – ймовірність гіпотези H_i ;

$P(A / H_i)$ – умовна ймовірність події A при здійсненні гіпотези H_i .

Якщо відома апріорна ймовірність гіпотез $P(H_i)$, і відомо, що подія A відбулася, то апостеріорна ймовірність гіпотез обчислюється за *формулою Байєса*:

$$P(H_j / A) = \frac{P(H_j) \cdot P(A / H_j)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A / H_i)} \quad (10)$$

Приклад 9

На склад надходить продукція з трьох фабрик. Частка продукції першої фабрики становить 20 %, другої – 46 %, третьої – 34 %. Відомо, що середній відсоток нестандартних виробів для першої фабрики становить 3 %, другої – 2 %, третьої – 1 %. Знайти ймовірність того, що: а) навмання взятий виріб виявиться нестандартним; б) виріб, виготовлений на першій фабриці, виявився нестандартним; в) виріб, виготовлений на другій фабриці, виявився стандартним; г) визначити, на якій фабриці найімовірніше було виготовлено виріб, якщо він виявився стандартним?

Розв'язання

а) Навмання узятий виріб може бути виготовлений або на першій фабриці (гіпотеза H_1), або на другій (гіпотеза H_2), або на третій (гіпотеза H_3). Всі гіпотези несумісні і складають повну групу. Ймовірність кожної гіпотези визначається приведенням відсоткової частки продукції відповідної фабрики в безрозмірну величину, тобто діленням заданої за умовами частки на 100 %. Так, $P(H_1) = 0,2$; $P(H_2) = 0,46$; $P(H_3) = 0,34$. Аналогічно визначається умовна ймовірність події A (виріб є нестандартним): $P(A/H_1) = 0,03$; $P(A/H_2) = 0,02$; $P(A/H_3) = 0,01$. Тепер, використовуючи формулу (9), можна отримати шукану повну ймовірність події A :

$$\begin{aligned} P(A) &= \sum_{i=1}^3 P(H_i) \cdot P(A / H_i) = P(H_1) \cdot P(A / H_1) + P(H_2) \cdot P(A / H_2) + P(H_3) \cdot P(A / H_3) = \\ &= 0,2 \cdot 0,03 + 0,46 \cdot 0,02 + 0,34 \cdot 0,01 = 0,0186. \end{aligned}$$

б) Відомо, що подія A вже відбулася. Потрібно визначити апостеріорну ймовірність гіпотези H_1 . Шукану ймовірність знайдемо за формулою Байєса:

$$P(H_1 / A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A / H_1)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A / H_i)} = \frac{P(H_1) \cdot P(A / H_1)}{P(A)} = \frac{0,2 \cdot 0,03}{0,0186} \approx 0,3226.$$

в) За умовою завдання виріб виявився стандартним, тобто в прийнятих нами позначеннях відбулася подія \bar{A} . Необхідно знайти апостеріорну ймовірність гіпотези H_2 .

$$\text{За формулою Байєса: } P(H_2 / \bar{A}) = \frac{P(H_2) \cdot P(\bar{A} / H_2)}{P(\bar{A})}$$

Події A і \bar{A} є протилежними. З урахуванням (5) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,0186 = 0,9814$. Аналогічного обчислюємо умовну ймовірність події за умови, що здійснилася гіпотеза H_2 : $P(\bar{A} / H_2) = 1 - P(A / H_2) = 1 - 0,02 = 0,98$.

Підставляючи знайдену ймовірність у формулу Байєса, отримаємо шукану ймовірність:

$$P(H_2 / \bar{A}) = \frac{P(H_2) \cdot P(\bar{A} / H_2)}{P(\bar{A})} = \frac{0,46 \cdot 0,98}{0,9814} \approx 0,4593.$$

г) Щоб визначити, на якій фабриці найімовірніше було виготовлено стандартний виріб, необхідно порівняти між собою апостеріорні ймовірності гіпотез: $P(H_1 / \bar{A})$, $P(H_2 / \bar{A})$, $P(H_3 / \bar{A})$. Найбільша з цих ймовірностей визначає шукану фабрику. Одна з вказаних ймовірностей була тільки що визначена, а саме: $P(H_2 / \bar{A}) = 0,4593$. Аналогічно визначимо інші апостеріорні ймовірності гіпотез: $P(H_1 / \bar{A}) = 0,1977$; $P(H_3 / \bar{A}) = 0,3430$. Найбільша апостеріорна ймовірність відповідає другій гіпотезі. Отже, стандартний виріб найімовірніше був виготовлений на другій фабриці.

Повторення експерименту

Формула Бернуллі. Якщо робиться n незалежних випробувань, у кожному з яких подія A з'являється з однаковою ймовірністю p , то ймовірність того, що в цих випробуваннях подія A відбудеться рівно k разів (байдуже в якій послідовності), визначається за формулою:

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}. \quad (11)$$

Локальна теорема Лапласа. Якщо робиться n незалежних випробувань, у кожному з яких подія A з'являється з однаковою ймовірністю p , то ймовірність того, що в цих випробуваннях подія A відбудеться рівно k разів (байдуже в якій послідовності), може бути оцінена (тим точніше, чим більше n) за формулою:

$$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x), \quad (12)$$

де $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ – функція Гауса, або щільність стандартного нормального розподілу;

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} \text{ – аргумент функції Гауса;}$$

$q = (1 - p)$ – ймовірність протилежної події.

У додатку А наведена таблиця значень функції $\varphi(x)$ від позитивного аргументу x . Функція Гауса – парна, тому значення функції від негативного аргументу визначається як $\varphi(-x) = \varphi(x)$.

Інтегральна теорема Лапласа. Якщо робиться n незалежних випробувань, у кожному з яких подія A з'являється з однаковою ймовірністю p , то ймовірність того, що в цих випробуваннях подія A відбудеться не менше рівно k_1 разів і не більше k_2 разів (байдуже в якій послідовності), може бути оцінена (тим точніше, чим більше n) за формулою:

$$P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \quad (13)$$

де $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ – функція Лапласа, або інтегральна функція стандартного

нормального розподілу;

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} \text{ і } x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} - \text{аргументи інтегральної функції розподілу;}$$

$q = (1 - p)$ – ймовірність протилежної події.

У додатку В наведена таблиця значень функції $\Phi(x)$ від позитивного аргументу x . Функція Лапласа – непарна, тому значення функції від негативного аргументу визначаються як $\Phi(-x) = -\Phi(x)$.

Найімовірніше число настання події. Якщо в кожному з n незалежних випробуваннях подія з'являється з однаковою ймовірністю p , то найімовірніше число настання події k_0 в цих випробуваннях (байдуже в якій послідовності) визначається за допомогою подвійної нерівності:

$$np + p - 1 \leq k_0 \leq np + p. \quad (14)$$

Приклад 10

Робиться 5 пострілів у мішень з імовірністю кожного влучення 0,7. Яка ймовірність того, що буде: а) точно 3 влучення; б) не менше 4 влучень; в) не більше 3 влучень.

Розв'язання

а) Проводиться $n = 5$ незалежних випробувань з постійною ймовірністю ($p = 0,7$) появи події в кожному з них. Ймовірність того, що буде точно $k = 3$ влучень, обчислюється за формулою Бернуллі (11):

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot 0,7^3 (1 - 0,7)^2 = 0,3087.$$

б) Подію A , яка полягає в тому, що при 5 пострілах буде не менше 4 влучень, можна розглядати як суму двох несумісних подій: B (4 влучення з 5 пострілів) і C (5 влучень з 5 пострілів). Ймовірності двох останніх подій визначаються за формулою Бернуллі:

$$P(B) = P_5(4) = C_5^4 \cdot 0,7^4 (1 - 0,7)^1 = 0,36015;$$

$$P(C) = P_5(5) = C_5^5 \cdot 0,7^5 (1 - 0,7)^0 = 0,16807.$$

Шукану ймовірність визначимо за теоремою про ймовірність суми двох подій:

$$P(A) = P(B) + P(C) = 0,36015 + 0,16807 = 0,52822.$$

б) Міркуючи так само, як і в попередній задачі, можна обчислити ймовірність події (не більше трьох влучень з п'яти пострілів), як суму ймовірностей чотирьох несумісних подій: $P_5(0) + P_5(1) + P_5(2) + P_5(3)$. Проте задача розв'язується простіше, якщо врахувати, що події A (не менше чотирьох влучень з п'яти пострілів) і \bar{A} (не більше трьох влучень з п'яти пострілів) є протилежними. Тоді:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,52822 = 0,47178.$$

Приклад 11

Ймовірність влучення в мішень при одному пострілі дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що при 100 пострілах мішень буде уражена: а) рівно 75 разів; б) не менше 75 разів.

Розв'язання

а) За умови задачі проводиться $n = 100$ незалежних випробувань з однаковою ймовірністю появи події (влучення в мішень) $p = 0,8$. Ймовірність влучення в мішень рівно 75 разів при 100 пострілах ($P_{100}(75)$) теоретично можна обчислити за формулою Бернуллі. Проте при $n > 10$ користуватися формулою Бернуллі недоцільно із-за невиправдано великих обчислювальних витрат. Визначимо шукану ймовірність за допомогою локальної теореми Лапласа. Для цього заздалегідь обчислимо такий вираз:

$$\sqrt{npq} = \sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot (1 - 0,8)} = 4,$$

а потім аргумент функції Гауса:

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} = \frac{75 - 100 \cdot 0,8}{4} = -1,25.$$

У додатку А знайдемо значення функції $\varphi(1,25) = 0,1826$. Через парність функції Гауса $\varphi(-1,25) = \varphi(1,25) = 0,1826$. Остаточо, за локальною теоремою

Лапласа $\left(P_n(m) = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}} \right)$ знайдемо шукану ймовірність:

$$P_{100}(75) = \frac{\varphi(-1,25)}{\sqrt{npq}} = \frac{0,1826}{4} = 0,0456.$$

б) Скористаємося інтегральною теоремою Лапласа при $n = 100$; $p = 0,8$; $q = 0,2$; $k_1 = 75$; $k_2 = 100$:

$$\begin{aligned} P_n(k_1, k_2) &= P(75; 100) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1) = \Phi\left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{100 - 100 \cdot 0,8}{4}\right) - \Phi\left(\frac{75 - 100 \cdot 0,8}{4}\right) = \Phi(5) - \Phi(-1,25). \end{aligned}$$

З урахуванням того, що функція Лапласа є непарною функцією, останній вираз слід перетворити так:

$$\Phi(5) - \Phi(-1,25) = \Phi(5) + \Phi(1,25),$$

а потім у додатку В знайдемо відповідні значення функції. В результаті отримаємо:

$$P(75; 100) = \Phi(5) - \Phi(-1,25) = 0,5 - 0,3944 = 0,8944.$$

Приклад 12

Ймовірність того, що пасажир запізниться на потяг, дорівнює 0,02. Знайти найімовірніше число тих, що запізняться на потяг, якщо загальне число пасажирів становить 855.

Розв'язання

Проводиться $n = 855$ незалежних випробувань з постійною ймовірністю ($p = 0,02$) появи події A (запізнення пасажирів на потяг) в кожному з них. Найімовірніше число настання події A визначається за допомогою подвійної нерівності (14):

$$\begin{aligned}np + p - 1 &\leq k_o \leq np + p; \\855 \cdot 0,02 + 0,02 - 1 &\leq k_o \leq 855 \cdot 0,02 + 0,02; \\16,12 &\leq k_o \leq 17,12.\end{aligned}$$

Найімовірніше число настання подій – це ціла величина. У діапазоні (14) знаходиться одне ціле число, якщо тільки твір np не є цілим. Тому шукане число $k_o = 17$.

Приклад 13

Скільки потрібно узяти деталей, щоб серед них найімовірніше число стандартних деталей дорівнювало 50, якщо ймовірність вибору навмання бракованою деталлю становить 0,1?

Розв'язання

Ймовірність того, що деталь є стандартною, визначимо як ймовірність протилежної події: $p = 1 - 0,1 = 0,9$. Для визначення шуканої величини n (загальна кількість деталей, серед яких найімовірніше знаходяться 50 придатних) скористаємося формулою найімовірнішого числа появ подій (14), підставивши в неї $k_o = 50$ і $p = 0,9$:

$$n \cdot 0,9 + 0,9 - 1 \leq 50 \leq n \cdot 0,9 + 0,9.$$

Розв'яжемо двосторонню нерівність відносно n :

$$\begin{cases} n \cdot 0,9 + 0,9 - 1 \leq 50, \\ 50 \leq n \cdot 0,9 + 0,9; \end{cases} \quad \begin{cases} n \cdot 0,9 \leq 50,1, \\ n \cdot 0,9 \leq 49,1; \end{cases}$$
$$\begin{cases} n \leq 55,5, \\ n \leq 54,5; \end{cases} \quad 54,5 \leq n \leq 55,5.$$

Шукане рішення є цілою величиною, тому $n = 55$.

1.5 Випадкові величини та математична статистика

Випадкові величини

Випадковою величиною називають величину, яка в результаті експерименту приймає заздалегідь невідоме значення.

Дискретною випадковою величиною називають випадкову величину, можливі значення якої належать до ліченої множини (скінченної або нескінченної).

Неперервною випадковою величиною називають випадкову величину, можливі значення якої належать до неперервної множини (обмеженої або необмеженої).

Закон розподілу – це вичерпна характеристика випадкової величини, що встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкової величини і відповідними ймовірностями.

Закон розподілу дискретної випадкової величини може бути заданий у вигляді *ряду розподілу* або *інтегральної функції розподілу*.

Ряд розподілу – таблиця, що складається з двох рядків. У першому рядку перераховуються всі можливі значення випадкової величини в порядку їх зростання, а в другій – відповідна ймовірність:

x_i	x_1	x_2	\dots	x_n
p_i	p_1	p_2	\dots	p_n

Властивість ряду розподілу для будь-якої дискретної випадкової величини:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1. \quad (15)$$

Інтегральна функція розподілу випадкової величини X – це така функція $F(x)$, яка при кожному значенні свого аргументу x чисельно дорівнює ймовірності того, що випадкова величина X опиниться менше значення аргументу x :

$$F(x) = P\{X < x\}. \quad (16)$$

Аналітичний запис інтегральної функції розподілу $F(x)$

Закон розподілу неперервної випадкової величини може бути заданий *інтегральною функцією розподілу* (16) або *щільністю розподілу*.

Щільність розподілу ймовірності є першою похідною від інтегральної функції розподілу:

$$f(x) = \frac{dF}{dx}. \quad (17)$$

Властивості щільності розподілу такі:

$$f(x) \geq 0; \quad (18)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1. \quad (19)$$

Інтегральна функція розподілу $F(x)$ може бути виражена через щільність розподілу (зворотне перетворення):

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt. \quad (20)$$

Властивості інтегральної функції розподілу:

$$F(-\infty) = 0; \quad (21)$$

$$F(\infty) = 1; \quad (22)$$

$$\text{якщо } x_2 > x_1, \text{ то } F(x_2) \geq F(x_1). \quad (23)$$

Ймовірність влучення неперервної випадкової величини на задану ділянку $[\alpha, \beta)$:

$$P\{\alpha \leq X < \beta\} = F(\beta) - F(\alpha) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx. \quad (24)$$

Основні числові характеристики:

– математичне сподівання дискретної випадкової величини:

$$m_x = M[X] = \sum_{i=1}^n x_i p_i ; \quad (25)$$

– математичне сподівання неперервної випадкової величини:

$$m_x = M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx ; \quad (26)$$

– дисперсія дискретної випадкової величини:

$$D_x = D[X] = \sum (x_i - m_x)^2 p_i ; \quad (27)$$

– дисперсія неперервної випадкової величини:

$$D_x = D[X] = \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2 p_i ; \quad (28)$$

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} ; \quad (29)$$

– середнє квадратичне відхилення дискретної випадкової величини:

$$\alpha_2 = M[X^2] = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i ; \quad (30)$$

– другий початковий момент неперервної випадкової величини:

$$\alpha_2 = M[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx . \quad (31)$$

Формула зв'язку дисперсії з другим початковим моментом і математичним очікуванням:

$$D_x = \alpha_2 - m_x^2 . \quad (32)$$

Приклад 13

Схожість насіння оцінюється ймовірністю 0,8. Розглядається випадкова величина X – число насінин, що зійшли, серед п'яти посіяних. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу. Побудувати графік інтегральної функції розподілу $F(x)$. Знайти математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення σ_x випадкової величини X . Знайти також ймовірність влучення випадкової величини X в інтервал значень $(-5; 3,5)$.

Розв'язання

Випадкова величина X в умовах цієї задачі може приймати одне з числових значень: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Для побудови ряду розподілу залишається визначити тільки відповідні ймовірності. У різних задачах ці ймовірності визначаються за різними методиками, розглянутими в попередніх розділах курсу. В умовах цієї задачі найбільш доцільним способом визначення шуканих ймовірностей є формула Бернуллі (11), в якій $n = 5$; $p = 0,8$. Підставляючи замість k послідовно всі можливі значення випадкової величини, отримаємо відповідні ймовірності: для $x_1 = 0$ – $p_1 = 0,00032$; для $x_2 = 1$ – $p_2 = 0,0064$; для $x_3 = 2$ – $p_3 = 0,0512$; для $x_4 = 3$ – $p_4 = 0,2048$; для

$x_5 = 4 - p_5 = 0,4096$; для $x_6 = 5 - p_6 = 0,32768$. Шуканий ряд розподілу має вигляд:

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	0,000 32	0,006 4	0,051 2	0,204 8	0,408 6	0,327 68

Ряд розподілу містить вичерпну інформацію про випадкову величину, тому його можна використовувати для знаходження відповідей на решту питань задачі. Зокрема – для побудови графіка інтегральної функції $F(x)$.

Під час побудови графіка $F(x)$ вісь абсцис розбивається можливими значеннями випадкової величини на $(n + 1)$ діапазон: 1-й діапазон – $x^I \leq 0$; 2-й – $0 < x^II \leq 1$; 3-й – $1 < x^III \leq 2$; 4-й – $2 < x^IV \leq 3$; 5-й – $3 < x^V \leq 4$; 6-й – $4 < x^VI \leq 5$; 7-й – $3 < x^VII$. У кожному з таких діапазонів функція $F(x)$ має постійне значення (рис. 1).

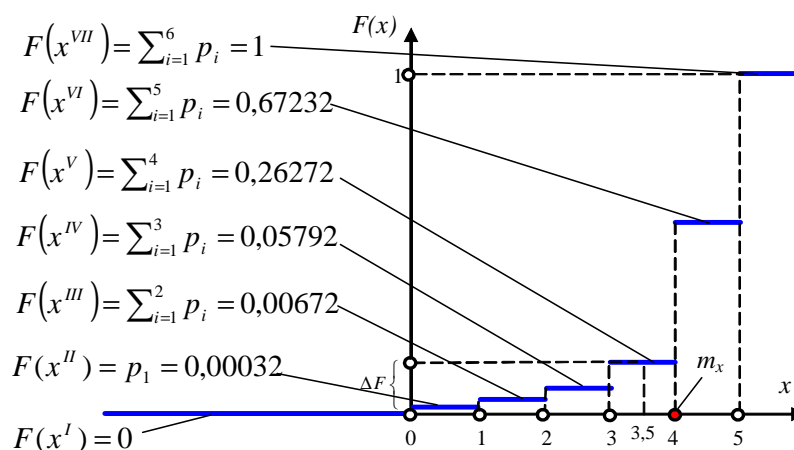


Рисунок 1 – Графік інтегральної функції розподілу $F(x)$

Математичне сподівання m_x випадкової величини X визначається за формулою (25) при $n = 6$:

$$\begin{aligned}
 m_x &= \sum_{i=1}^6 x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + x_4 p_4 + x_5 p_5 + x_6 p_6 = \\
 &= 0 \cdot 0,00032 + 1 \cdot 0,0064 + 2 \cdot 0,0512 + 3 \cdot 0,2048 + \\
 &\quad + 4 \cdot 0,4096 + 5 \cdot 0,32768 = 4.
 \end{aligned}$$

Математичне сподівання m_x є числовою характеристикою випадкової величини X , лежить в області визначення останньою і зображується крапкою на осі абсцис (див. рис. 1).

Дисперсія D_x випадкової величини X визначається за формулою (27), якщо $n = 6$:

$$\begin{aligned}
 D_x &= \sum_{i=1}^6 (x_i - m_x)^2 p_i = (0 - 4)^2 0,00032 + (1 - 4)^2 0,0064 + (2 - 4)^2 0,0512 + \\
 &\quad + (3 - 4)^2 0,2048 + (4 - 4)^2 0,4096 + (5 - 4)^2 0,32768 = 0,8.
 \end{aligned}$$

Середнє квадратичне відхилення випадкової величини X визначається за формулою (29): $\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{0,8} \approx 0,8944$.

Ймовірність попадання випадкової величини в заданий інтервал значень від $x_1 = -5$ до $x_2 = 2,7$ можна визначити двома способами:

а) за допомогою графіка інтегральної функції $F(x)$:

$P(-5 < X < 3,5) = F(3,5) - F(-5) = 0,26272 - 0 = 0,26272$!. На рисунку 1 цій ймовірності відповідає відрізок ΔF .

б) за допомогою основних теорем теорії ймовірності, як ймовірність складної події:

$$P(-5 < X < 3,5) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0,00032 + 0,0064 + 0,0512 + 0,2048 = 0,26272.$$

Приклад 14

Неперервна випадкова величина X задана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin [0; 1]; \\ cx & \text{при } x \in [0; 1]. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c , математичний вираз інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік щільності розподілу $f(x)$ і графік інтегральної функції розподілу $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середнє квадратичне відхилення σ_x і ймовірність попадання випадкової величини в інтервал $(0; 0,5)$.

Розв'язання

Постійна величина c визначається за допомогою 2-ої властивості щільності розподілу (19). Обчислюється визначний інтеграл в нескінчених межах від заданої функції щільності розподілу $f(x)$ і прирівнюється одиниці. Отримане рівняння розв'язується відносно постійної c .

Оскільки задана $f(x)$ – кусково-неперервна функція, то інтеграл від неї розпадається на три інтеграли:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^0 0 \cdot dx + \int_0^1 c x dx + \int_1^{\infty} 0 \cdot dx = 0 + \left. \frac{cx^2}{2} \right|_0^1 + 0 = \frac{c}{2}.$$

Прирівнюючи отриманий вираз одиниці, отримуємо рівняння $\frac{c}{2} = 1$, з якого $c = 2$.

З урахуванням знайденої константи щільність розподілу набуде вигляду:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin [0; 1]; \\ 2x & \text{при } x \in [0; 1]. \end{cases}$$

Математичний вираз інтегральної функції розподілу $F(x)$ знаходиться за допомогою зворотного перетворення (20), перетворення здійснюється для кожного «відрізка» функції $F(x)$ окремо:

$$\text{якщо } x \leq 0 \quad F(x) = \int_{-\infty}^x 0 \cdot dt = 0;$$

$$\text{якщо } 0 < x \leq 1 \quad F(x) = \int_{-\infty}^0 0 \cdot dt + \int_0^x 2t \cdot dt = 0 + t^2 \Big|_0^x = x^2;$$

$$\text{якщо } 1 < x \quad F(x) = \int_{-\infty}^0 0 \cdot dt + \int_0^1 2t \cdot dt + \int_1^x 0 \cdot dt = 0 + t^2 \Big|_0^1 + 0 = 1.$$

$$\text{Остаточно отримуємо: } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq 0; \\ x^2, & \text{якщо } 0 < x \leq 1; \\ 1, & \text{якщо } x > 1. \end{cases}$$

Графіки $f(x)$ і $F(x)$ будуються за методиками, відомими в «Математичному аналізі». В умовах цієї задачі шукані графіки $f(x)$ і $F(x)$ мають вигляд, що показаний на рисунку 2 і рисунку 3.

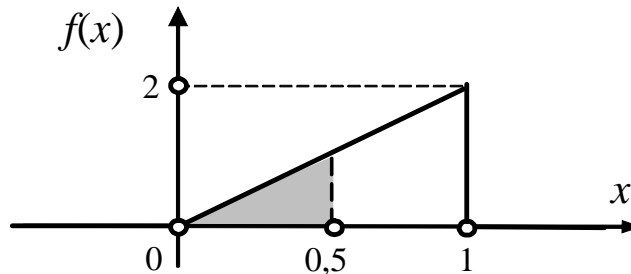


Рисунок 2 – Графік щільності розподілу $f(x)$

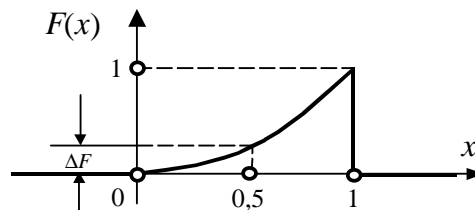


Рисунок 3 – Графік інтегральної функції розподілу $F(x)$

Математичне сподівання m_x неперервної випадкової величини X визначається за формулою (26). Інтеграл від кусково-неперервної функції $f(x)$ в нескінченних межах розпадається на три інтеграли відповідно до числа «кусків» підінтегральної функції:

$$\begin{aligned} m_x &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 \cdot dx + \int_0^1 x \cdot 2x dx + \int_1^{\infty} x \cdot 0 \cdot dx = \\ &= 0 + \frac{2x^3}{3} \Big|_0^1 + 0 = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Дисперсію D_x неперервної випадкової величини X доцільно визначати за допомогою формули (32), для чого заздалегідь знаходять другий початковий момент за формулою (31):

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx = \int_{-\infty}^0 x^2 \cdot 0 \cdot dx + \int_0^1 x^2 \cdot 2x dx + \int_1^{\infty} x^2 \cdot 0 \cdot dx = \\ &= 0 + \frac{2x^4}{4} \Big|_0^1 + 0 = \frac{1}{2}; \end{aligned}$$

$$D_x = \alpha_2 - m_x^2 = \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{18}.$$

Середньоквадратичне відхилення випадкової величини X визначається за формулою (29):

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{\frac{1}{18}} = \frac{\sqrt{2}}{6} \approx 0,2357.$$

Ймовірність влучення неперервної випадкової величини в заданий інтервал значень від $x_1 = 0$ до $x_2 = 0,5$ можна визначити двома способами: а) за допомогою інтегральної функції; б) за допомогою щільності розподілу.

а) $P(0 < X < 0,5) = F(0,5) - F(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 0^2 = \frac{1}{4}$. На рисунку 3 цій ймовірності відповідає відрізок осі ΔF .

б) $P(-5 < X < 3,5) = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx = \int_0^{\frac{1}{2}} 2xdx = x^2 \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$. На рисунку 2 цій ймовірності відповідає площа, що виділена сірим фоном.

Приклад 15

Неперервна випадкова величина X задана інтегральною функцією розподілу

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq 0; \\ c(1 - \cos x), & \text{якщо } 0 < x \leq \pi; \\ 1, & \text{якщо } x > \pi. \end{cases}$$

Знайти значення константи c , математичний вираз щільності розподілу $f(x)$. Побудувати графік інтегральної функції розподілу $F(x)$ і графік щільності розподілу $f(x)$. Визначити математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середнє квадратичне відхилення σ_x і ймовірність попадання випадкової величини в інтервал $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Розв'язання

Постійна величина c визначається за допомогою 2-ої властивості інтегральної функції розподілу (22): $F(\infty) = 1$. В умовах задачі рівність (22) еквівалентна рівності $F(\pi) = 1$. Замінюючи в останній рівності $F(\pi)$ відповідним значенням, отримаємо рівняння

$$c(1 - \cos \pi) = 1,$$

з якого $c = 0,5$.

Щільність розподілу ймовірності $f(x)$ визначається як похідна від $F(x)$:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq 0; \\ 0,5 \cdot \sin x, & \text{якщо } 0 < x \leq \pi; \\ 0, & \text{якщо } x > \pi. \end{cases}$$

Графіки $f(x)$ і $F(x)$ будуються за методиками, відомими в «Математичному аналізі». В умовах цієї задачі шукані графіки $F(x)$ і $f(x)$ мають вигляд, що показаний на рисунку 4 і рисунку 5.

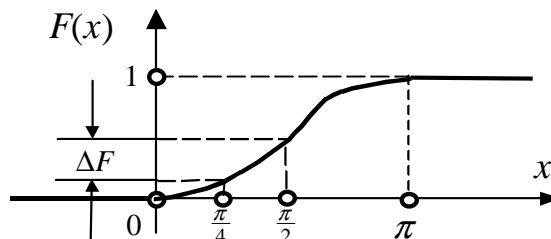


Рисунок 4 – Графік інтегральної функції розподілу $F(x)$

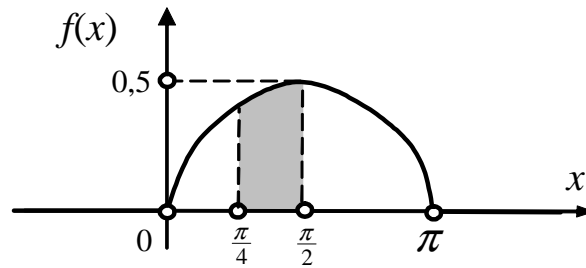


Рисунок 5 – Графік щільності розподілу $f(x)$

Математичне сподівання m_x випадкової величини X (через симетричність закону розподілу) дорівнює $0,5\pi$. Цього ж значення можна набути за формулою (29). При цьому інтеграл від кусково-неперервної функції $f(x)$ в нескінченних межах розпадається на три інтеграли відповідно до числа «кусків» підінтегральної функції:

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 \cdot dx + \int_0^{\pi} x \cdot 0,5 \sin x dx + \int_{\pi}^{\infty} x \cdot 0 \cdot dx = \\ = \int_0^{\pi} x \cdot 0,5 \sin x dx .$$

Інтегруючи по частинах (за формулою $\int_0^{\pi} U dV = UV|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} V dU$), отримуємо:

$$m_x = 0,5 \int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx = -0,5x \cos x|_0^{\pi} - 0,5 \int_0^{\pi} (-\cos x) dx = \\ = -0,5 \cos x|_0^{\pi} + 0,5 \sin x|_0^{\pi} = 0,5\pi .$$

Дисперсію D_x випадкової величини X доцільно визначати за допомогою формули (32), для чого спочатку визначають другий початковий момент:

$\alpha_2 = 0,5 \int_0^{\pi} x^2 \cdot \sin x dx$. Інтегруючи двічі по частинах, знаходимо:

$$\alpha_2 = 0,5 \int_0^{\pi} x^2 \cdot \sin x dx = 0,5(\pi^2 - 4) .$$

$$\text{Тоді } D_x = \alpha_2 - m_x^2 = 0,5(\pi^2 - 4) - (0,5\pi)^2 \approx 0,4649 .!$$

Середньоквадратичне відхилення випадкової величини X визначається за формулою (30):

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{0,4649} \approx 0,6818 .!$$

Ймовірність попадання випадкової величини в заданий інтервал значень від $x_1 = \frac{\pi}{4}$ до $x_2 = \frac{\pi}{2}$ можна визначити двома способами: а) за допомогою інтегральної функції; б) за допомогою щільності розподілу.

А) $P\left(\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{2}\right) = F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0,5(1 - \cos\frac{\pi}{2}) - 0,5(1 - \cos\frac{\pi}{4}) = 0,3536 .!$ На рисунку 4 цій ймовірності відповідає відрізок осі ΔF .

б) $P\left(\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{2}\right) = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 0,5 \sin x dx = -0,5 \cos x|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 0,3536 .!$ На рисунку 5 цій ймовірності відповідає площа, виділена сірим фоном.

2 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

У методичних рекомендаціях наведено 210 індивідуальних завдань для контрольної роботи. Завдання розбиті на 30 варіантів – по 7 завдань, що мають однакову складність і охоплюють всі розділи курсу. Кожен здобувач повинен виконати завдання одного з варіантів і оформити їх у вигляді контрольної роботи.

При виконанні контрольної роботи слід суворо дотримуватися наведених правил:

1. Контрольна робота виконується в окремому учнівському зошиті.
2. Розв'язанню кожної задачі повинна передувати її умова.
3. Послідовність вирішення задач висловлювати докладно і акуратно.
4. Пояснення до розв'язання задач не повинні допускати двоякого тлумачення.
5. Розрахунково-графічна робота, що виконана не за своїм варіантом, до захисту не допускається.

2.1 Для вибору варіанта

Варіант контрольної роботи кожним здобувачем визначається відповідно до номера його залікової книжки. Для визначення варіанту необхідне число, що утворюється двома останніми цифрами номера залікової книжки, поділити на 30. При цьому залишок від ділення визначить варіант контрольної роботи. Наприклад:

– номеру залікової книжки 200675 відповідає варіант **15** ($75 : 30 = 2$ і залишок 15);

– номеру 99107 відповідає варіант **7** ($07 : 30 = 0$ і залишок 7).

При отриманні нульового залишку вибирається варіант **30**.

3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Варіант 1

1. Здобувач знає 15 з 25 питань програми курсу. Знайти ймовірність того, що здобувач знає: *a)* всі три запропонованих йому питання; *б)* одне з трьох питань.

2. Три стрільці провели по одному пострілу в ціль. Ймовірність ураження цілі першим стрільцем дорівнює 0,7; другим – 0,8; третім – 0,9. Знайти ймовірність того, що ціль уразить: *a)* тільки один стрілець; *б)* хоча би один стрілець.

3. З 18 стрільців 5 влучають в мішень з імовірністю 0,8; 7 – з імовірністю 0,5; 6 – з імовірністю 0,6. Навмання вибраний стрілець зробив постріл, але в мішень не влучив. До якої групи найімовірніше належить цей стрілець?

4. Схожість насіння іржі складає 90 %. Чому дорівнює ймовірність того, що з 7 посіяних насінин зійде: *a)* п'ять; *б)* не менше чотирьох? Знайти найімовірніше число насінин, що зійшли, з 7 посаджених.

5. Частка виробів вищого сорту становить 31 %. Знайти найімовірніше число виробів вищого сорту у випадково відібраній партії з 75 виробів. Визначити: *a)* ймовірність найімовірнішого числа; *б)* ймовірність того, що виробів вищого сорту опиниться більше 30.

6. У цеху працюють сім чоловіків і три жінки. За табельними номерами навмання відібрано 3 людини. Розглядається випадкова величина X – число чоловіків серед відібраних. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -2; \\ c & \text{при } -2 \leq x \leq 3; \\ 0 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Знайти значення постійної величини c і побудувати

графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень. $P(-1 \leq X < 3)$.

Варіант 2

1. З автовокзалу відправилися два автобуси в аеропорт. Ймовірність своєчасного прибуття кожного автобуса в аеропорт дорівнює 0,95. Знайти ймовірність того, що: *a)* обидва автобуси прибудуть вчасно; *б)* обидва автобуси запізняться; *в)* тільки один автобус прибуде вчасно.

2. У коробці містяться 7 стандартних і 2 нестандартних деталі. Витягуються навмання по одній 2 деталі. Знайти ймовірність того, що: *a)* обидві деталі виявляться стандартними; *б)* перша – стандартна, а друга – нестандартна.

3. У трьох однакових за виглядом коробках знаходяться олівці різної твердості. У першій коробці – 6 олівців твердих і 4 олівці напівтвердих; у другій – відповідно 7 і 3; у третій – 6 і 5. З навання вибраної коробки узяли один олівець, який виявився напівтвердим. Яка ймовірність того, що олівець знаходився: а) у першій коробці; б) у другій; в) у третій?

4. Знайти найімовірніше число настання ясних днів протягом першої декади вересня, якщо за даними багаторічних спостережень відомо, що у вересні в середньому буває 11 непогожих днів. Визначити: а) ймовірність найімовірнішого числа ясних днів; б) ймовірність того, що ясних днів буде не менше шести.

5. Гральна кістка підкинута 100 разів. Знайти ймовірність того, що: а) 5 очок випадуть 50 разів; б) 6 очок випадуть не більше 50 разів.

6. Робочий обслуговує три верстати. Ймовірність того, що упродовж години уваги робочого зажадає перший верстат, дорівнює 0,8; другий – 0,6; третій – 0,5. Розглядається випадкова величина X – число верстатів, що зажадали уваги робочого упродовж години. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0; \\ cx^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 2; \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і

побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність звеличення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 1)$.

Варіант 3

1. З трьох гармат проведено залп в ціль. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі з першої гармати дорівнює 0,6; другої – 0,6; третьої – 0,9. Знайти ймовірність того, що в ціль: а) влучить тільки один снаряд; б) влучать два снаряди.

2. Дві команди, по 20 спортсменів в кожній, проводять жеребкування для присвоєння спортсменам номерів. Два брати входять до складу різних команд. Знайти ймовірність того, що обидва брати братимуть участь у змаганнях під номером 18.

3. У групі 10 стрільців. Для п'яти з них ймовірність влучення в ціль дорівнює 0,8; для трьох – 0,5; для двох – 0,25. Постріл один із стрільців дав влучення. Яка ймовірність того, що цей постріл зроблений стрільцем: першої групи; другої; третьої?

4. Ймовірність виграшу за облігацією позики дорівнює 0,25. Яка ймовірність виграти 6 з 6 придбаних облігацій? Яка ймовірність виграти хоча би по одній з 8 облігацій?

5. Ймовірність виготовлення нестандартної деталі дорівнює 0,05. Скільки деталей буде в партії, щоб найімовірніше число нестандартних деталей в ній було 63. Знайти ймовірність того, що серед 100 деталей опиняться: а) 20 нестандартних; б) не більш 20 нестандартних.

6. Три здобувачі складають іспит. Ймовірність скласти іспит для першого здобувача дорівнює 0,95; для другого – 0,9; для третього – 0,85. Розглядається випадкова величина X – число здобувачів, що склали іспит. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1; \\ cx - \frac{1}{2} & \text{при } 1 \leq x \leq 2; \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Знайти значення постійної величини c і побудувати

графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(-0,5 \leq X < 1,5)$.

Варіант 4

1. Ймовірність хоча би одного влучення в ціль при двох пострілах дорівнює 0,99. Знайти ймовірність влучення в ціль при одному пострілі.

2. Два стрільці провели по одному пострілу в ціль. Ймовірність ураження цілі першим стрільцем дорівнює 0,9; другим – 0,8. Знайти ймовірність того, що ціль: а) уразить тільки один стрілець; б) вразять обидва стрільці.

3. Електролампи виготовляють три заводи. Перший завод виготовляє 45 % всіх ламп, другий – 40 %, третій – 15 %. Продукція першого заводу містить 70 % стандартних ламп, другого – 80 %, третього – 81 %. Яка ймовірність того, що придбана через магазин лампа виявиться стандартною? Яка ймовірність того, що лампа, що виявилася стандартною, виготовлена: а) на першому заводі; б) на другому; в) на третьому?

4. Ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,515. Яка ймовірність того, що серед 10 новонароджених будуть: а) 4 дівчинки; б) не менш 7 хлопчиків?

5. Число коротких волокон в партії бавовни складає 25 % від загального числа волокон. Скільки волокон буде в пучку, якщо найімовірніше число коротких волокон в нім – 114? Визначити ймовірність того, що в пучку з 200 волокон виявляться короткими: а) точно 100 волокон; б) від 100 до 200.

6. З п'яти карток з буквами «З, А, К, О, Н» вибирають одну за іншою до першої голосної. Розглядається випадкова величина X – число вийнятих карток. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0,5; \\ cx - 0,5 & \text{при } 0,5 \leq x \leq 1,5; \\ 1 & \text{при } x > 1,5. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(1 \leq X < 1,5)$.

Варіант 5

1. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,2. Стрілянина припиняється при першому влученні. Знайти ймовірність того, що буде проведено рівно шість пострілів.

2. З повного набору кісток доміно навмання беруться дві. Знайти ймовірність того, що їх можна приставити одну до одної.

3. У піраміді знаходяться 8 гвинтівок, дві з яких – без оптичного прицілу. Ймовірність влучення в ціль з гвинтівки з прицілом дорівнює 0,8; без прицілу – 0,4. Яка ймовірність того, що постріл з навмання узяті гвинтівки дасть влучення? Яка є ймовірність пострілу з гвинтівки з прицілом, якщо постріл був влучним?

4. До магазину увійшли 12 покупців. Ймовірність зробити покупку для кожного покупця дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що покупку зроблять: а) 4 покупці; б) не більше трьох покупців.

5. Посіяно 28 насінин з ймовірністю схожості кожної 0,8. Знайти найімовірніше число насінин, що зійшли. Визначити ймовірність того, що зійде: а) точно 20 насінин; б) не менше 20 та не більше 25 насінин.

6. З десяти карток з цифрами 0, 1, ..., 9 вибирають навмання три. Розглядається випадкова величина X – число вибраних карток з цифрами менше 5. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin [-1; 1]; \\ cx^2 & \text{при } x \in [-1; 1]. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 1)$.

Варіант 6

1. У ящику знаходяться 12 тенісних м'ячів, серед них 6 нових. Для першої гри навмання беруть 3 м'ячі, після гри їх повертають назад. Знайти ймовірність того, що після другої гри м'ячів, якими не грали, не залишиться.

2. Ймовірність виграти по одному квитку лотереї дорівнює 0,3. Яка ймовірність, маючи 5 квитків, виграти: а) по двох; б) хоча би по одному?

3. Серед 10 стрільців – два майстри спорту, що вражають 10 мішеней з 10; один першорозрядник, що вражає 9 з 10; чотири другорозрядники, що вражають 8 з 10; три новачки, що вражають по 7 мішеней з 10. Яка ймовірність того, що викликаний навмання стрілець уразить підряд 3 мішені? Яка ймовірність того, що постріл зробив першорозрядник, якщо стрілець уразив 3 мішені?

4. У майстерні працюють 12 моторів. Ймовірність того, що в цей момент мотор працює з повним навантаженням, дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що в цей момент з повним навантаженням працюють: а) не менше 10 моторів; б) 3 мотори.

5. На верстаті виготовили 90 деталей. Чому дорівнює ймовірність виготовлення на цьому верстаті деталі 1-го сорту, якщо найімовірніше число таких деталей в даній партії дорівнює 82? Знайти ймовірність того, що в цій партії деталей 1-го сорту опиняться: а) точно 80; б) не менше 80.

6. В урні – п'ять однакових куль з цифрами 1, 2, 3, 4, 5. Витягують три кулі. Розглядається випадкова величина X – число витягнутих куль з непарними цифрами. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0; \\ cx & \text{при } 0 \leq x \leq 2; \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$
 Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0,5 \leq X < 1)$.

Варіант 7

1. Ймовірність одного влучення в ціль при залпі з двох гармат дорівнює 0,46. Знайти ймовірність влучення в ціль першою гарматою при одному пострілі, якщо для другого ця ймовірність становить 0,7.

2. З цифр 1, 2, 3, 4, 5 вибирається навмання одна, а з тих, що залишилися – інша. Знайти ймовірність того, що буде вибрана непарна цифра: а) перший раз; б) другий раз; в) обидва рази.

3. Верстати А, В, С проводять відповідно 25 %, 30 %, 40 % всіх виробів. При цьому брак на першому верстаті складає 5 %, на другому – 4 %, на третьому – 2 %. Яка ймовірність того, що випадково вибраний виріб виявиться бракованим? Яка ймовірність того, що виріб виготовлений на верстаті А, виявиться дефектним?

4. Ймовірність влучення снаряда в ціль дорівнює 0,3. Випущено 5 снарядів. Яка ймовірність того, що в ціль влучать: а) 3 снаряди; б) не менше двох снарядів?

5. Монета підкинута 40 разів. Знайти ймовірність того, що герб випаде: а) у 25 випадках; б) не більше 26 разів. Визначити найімовірніше число випадіння герба.

6. З п'яти карток з буквами «О, О, К, Р, У, К» вибирають одну за іншою, поки не з'явиться картка з буквою «К». Розглядається випадкова величина X – число вийнятих карток. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0; \\ cx^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 2; \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 1)$.

Варіант 8

1. Король Артур проводить рицарський турнір, в якому серед 8 лицарів беруть участь 2 близнюки. Учасники чотирьох поєдинків першого туру вибираються навмання. Яка ймовірність, що в першому турі близнята битимуться один з одним?

2. У магазин надійшла партія взуття одного фасону та розміру, але різного кольору. Партія складається з: 40 пар взуття чорного кольору, 26 – коричневого, 22 – червоного, 12 – жовтого. Яка ймовірність того, що навмання узятя коробка опиниться з взуттям червоного або жовтого кольору?

3. Деталь, яка оброблялася одним з трьох інструментів, була визнана непридатною. Знайти ймовірність того, що деталь оброблялася другим інструментом, якщо ймовірність появи браку після обробки першим інструментом дорівнює 0,2, другим – 0,4, третім – 0,6.

4. Ймовірність влучення снаряда в ціль дорівнює 0,3. Випущено 8 снарядів. Яка ймовірність хоча би одного влучення в ціль?

5. З партії, в якій частка першосортних деталей становить 80 %, відібрано 60 деталей. Визначити ймовірність того, що серед відібраних число першосортних деталей становить: а) точно 49; б) не менше 48, але більше 40. Знайти найімовірніше число першосортних деталей у відібраній партії.

6. Є п'ять квитків вартістю 1 гривня, 3 квитки вартістю 3 гривни і 2 квитки вартістю 5 гривень. Вибирають навмання два квитки. Розглядається випадкова величина X – сумарна вартість вийнятих квитків. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0; \\ cx & \text{при } 0 \leq x \leq 3; \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і

побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 1)$.

Варіант 9

1. У коробці знаходяться 9 нових тенісних м'ячів. Для гри беруть три м'ячі. Після гри м'ячі повертають в коробку. Яка ймовірність, що після трьох ігор в коробці не залишиться м'ячів, якими не грали?

2. У групі 25 здобувачів. З них відмінно навчаються 5 осіб, добре – 12, задовільно – 6; слабо – 2. Знайти ймовірність того, що випадково викликаний здобувач буде відмінником або добре успішним.

3. В урні знаходяться 3 кулі білого або чорного кольорів. Всі припущення про первинний склад урни – рівно ймовірні. Проведено 4 випробування, що полягають у вийманні кожного разу по одній кулі з подальшим поверненням її до урни. В результаті випробувань з'явилися кулі: чорна – біла – біла – біла. Знайти апостеріорні ймовірності різних складів урни.

4. Ймовірність зупинки упродовж години одного з 8 верстатів дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що упродовж години: а) зупиниться 2 верстати; б) працюватимуть без зупинки не менше 6 верстатів.

5. Стрілець зробив 30 пострілів з ймовірністю влучення при кожному 0,3. Знайти найімовірніше число влучень. Визначити ймовірність того, що буде: а) 8 влучень; б) не менше 10 влучень.

6. При розподілі на роботу випускників інституту з'ясувалося, що кожен четвертий одружений. На підприємство «А» послано трьох випускників. Розглядається випадкова величина X – число одружених випускників, серед посланих на підприємство «А». Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin [0; 1]; \\ cx(1-x) & \text{при } x \in [0; 1] \end{cases}$. Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0,5 \leq X < 1)$.

Варіант 10

1. Ймовірність того, що стрілець, зробивши постріл, виб'є 10 очок, дорівнює 0,4; 9 очок – 0,3; менше 9 очок – 0,3. Знайти ймовірність того, що стрілець при одному пострілі виб'є не менш 9 очок.

2. Багаторічними спостереженнями встановлено, що в даному районі у вересні 10 днів бувають дощовими. Яка ймовірність того, що з трьох перших днів місяця жоден не буде дощовим?

3. Одну і ту ж операцію виконують робочі 3-го, 4-го та 5-го розрядів. При цьому робочий 5-го розряду припускає 2 % браку, 4-го розряду – 3 %, 3-го розряду – 5 %. При перевірці чергової деталі вона виявилася бракованою. Яка ймовірність того, що її виготовив робочий 4-го розряду, якщо з 10 осіб, що виконують дану операцію, двоє мають 5-й розряд, п'ятеро – 4-й, троє – 3-й?

4. Схожість насіння складає 90 %. Знайти ймовірність того, що з 4 посіяних насінин зійдуть: а) три; б) не менше трьох.

5. Фабрика випускає в середньому 70 % продукції 1-го сорту. Чому дорівнює ймовірність того, що в партії з 1 000 виробів число першосортних становить: а) точно 680?; б) від 680 до 700? Знайти найімовірніше число першосортних деталей в цій партії.

6. Ймовірність хоча би одного влучення в мішень в результаті двох пострілів дорівнює 0,96. Розглядається випадкова величина X – число влучень в результаті трьох пострілів. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -1; \\ c(x+1) & \text{при } -1 \leq x \leq 1; \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і

побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 1)$.

Варіант 11

1. При реєстрації 420 учасників зборів виявилось, що початковою буквою прізвища у десяти учасників була «А», у шістьох – «Е», у дев'яти – «І», у дванадцяти – «О», у п'яти – «У», у трьох – «Ю». У решти учасників прізвище починалося з приголосної букви. Знайти ймовірність того, що прізвище, вибраного навмання учасника зборів, починається з голосної букви.

2. Робочий обслуговує 3 верстати, що працюють незалежно один від одного. Ймовірність того, що упродовж години перший верстат зажадає уваги робочого, дорівнює 0,9; другий – 0,8; третій – 0,85. Знайти ймовірність того, що упродовж години зажадають уваги: а) всі верстати; б) два верстати.

3. З першого верстата на збірку поступає 40 % всіх деталей, з другого – 30 %, третього – 20 %, з четвертого – 10 %. Серед деталей з першого верстата – 0,1 % бракованих, з другого – 0,2 %, з третього – 0,25 %, з четвертого – 0,5 %. На збірку поступила бракована деталь. Яка ймовірність того, що вона поступила з другого верстата?

4. Ймовірність виграти по одному з 6-ти квитків лотереї дорівнює 0,15. Яка ймовірність виграти: а) за двома квитками; б) не менше ніж за трьома квитками?

5. Ймовірність того, що окремий виріб буде стандартним, дорівнює 0,62. Визначити ймовірність того, що в партії з 800 виробів опиняться: а) 520 стандартних; б) від 500 до 700 стандартних. Знайти найімовірніше число нестандартних виробів в цій партії.

6. Баскетболіст закидає м'яч в корзину з ймовірністю 0,3. Розглядається випадкова величина X – число закинутих м'ячів в результаті трьох кидків. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin [-1; 1] \\ cx^4 & \text{при } x \in [-1; 1] \end{cases}$. Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(-0,5 \leq X < 0,5)$.

Варіант 12

1. На електростанції працює 15 змінних інженерів, з яких три – жінки. У зміну зайнято три людини. Знайти ймовірність того, що у випадково вибрану зміну працюватимуть не менше двох чоловіків.

2. Верстат-автомат штампує деталі. Ймовірність того, що за зміну не буде випущено жодної бракованої деталі, дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що не буде браку протягом: а) двох змін; б) трьох змін.

3. Є 10 однакових урн, з яких в 9-и знаходиться дві чорні та дві білі кулі, а в одній п'ять білих і одна чорна куля. З навмання узятій урни витягують білу кулю. Яка ймовірність того, що куля витягнута з урни, що містила 5 білих куль?

4. Ймовірність виготовлення нестандартної деталі дорівнює 0,05. Знайти ймовірність того, що з п'яти навмання узятих деталей стандартними будуть: а) 4 деталі; б) не менше 4 деталей.

5. Визначити ймовірність того, що число хлопчиків серед 1 000 новонароджених становить: а) точно 480; б) більше 480, але менше 540. Знайти найімовірніше число хлопчиків з 1 000 новонароджених. Ймовірність народження хлопчика прийняти рівною 0,515.

6. З автовокзалу відправилися три автобуси. Ймовірність своєчасного прибуття кожного автобуса в кінцевий пункт призначення відповідно дорівнює 0,7; 0,8; 0,9. Розглядається випадкова величина X – число автобусів, прибулих вчасно. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2; \\ cx - 1 & \text{при } 2 \leq x \leq 4; \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(3 \leq X < 4)$.

Варіант 13

1. Підприємство в середньому випускає 21 % продукції вищого сорту та 70 % продукції першого сорту. Знайти ймовірність того, що випадково взятий виріб виявиться першого або вищого сорту.

2. Три здобувачі складають іспит. Ймовірність скласти іспит для першого здобувача становить 0,95; для другого – 0,9; для третього – 0,85. Знайти ймовірність того, що іспит складуть: а) два здобувачі; б) всі три здобувачі.

3. Ймовірність влучення при кожному пострілі для трьох стрільців відповідно дорівнює 0,8; 0,75; 0,65. При одночасному пострілі всіх трьох стрільців виявилось 2 влучення. Знайти ймовірність того, що промахнувся третій стрілець.

4. На автобазі – 12 автомашин. Ймовірність виходу на лінію кожної з них дорівнює 0,8. Знайти ймовірність нормальної роботи автобазы, якщо для цього необхідно мати на лінії не менш 8 автомашин.

5. Посаджено 400 дерев. Ймовірність того, що дерево приживеться, дорівнює 0,8. Визначити ймовірність того, що приживеться: а) 330 дерев; б) не менше 330, але не більше 350 дерев. Знайти найімовірніше число дерев, що прижилися.

6. В урні – 4 білих і 10 чорних куль. З урни послідовно виймають кулі, поки не буде вийнята чорна куля. Розглядається випадкова величина X – число вийнятих куль. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin [0; 1]; \\ cx & \text{при } x \in [0; 1] \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0,5 \leq X < 1)$.

Варіант 14

1. Для виробничої практики 30 здобувачам надано 15 місць в Павлограді; 8 – в Дніпрі; 7 – у Запоріжжі. Яка ймовірність того, що два певні здобувача потраплять на практику в одне місто?

2. Три здобувачі складають іспит. Ймовірність скласти іспит для першого здобувача становить 0,8; для другого – 0,65; для третього – 0,7. Знайти ймовірність того, що іспит здасть: а) хоча би один здобувач; б) тільки один здобувач.

3. Третя частина однієї з трьох партій є другорядною, решта деталей у всіх партіях – першого сорту. Деталь, що взята з однієї партії, виявилася першосортною. Знайти ймовірність того, що деталь була взята з партії, яка має другорядні деталі.

4. Очікується прибуття трьох судів з бананами. Статистика показує, що в 1 % випадків вантаж бананів псується в дорозі. Знайти ймовірність того, що із зіпсованим вантажем прибудуть: а) три судна; б) не менше двох.

5. Ймовірність випуску електролампи з дефектом дорівнює 0,03. Знайти найімовірніше число бездефектних ламп в партії з 200 штук. Визначити: а) ймовірність найімовірнішого числа бездефектних ламп; б) ймовірність того, що в цій партії число бездефектних ламп не перевищує десяти.

6. Ймовірність влучення в ціль при пострілі з першої гармати становить 0,6; для другої – 0,7. Розглядається випадкова величина X – число влучень в результаті двох пострілів з першої гармати та одного – з другої. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0; \\ cx & \text{при } 0 \leq x \leq 3; \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і

побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(1 \leq X < 2)$.

Варіант 15

1. Для 12 робочих виділені путівки в чотири будинки відпочинку: 3 – в перший; 3 – в другій; 2 – в третій; 4 – в четвертий. Яка ймовірність того, що три певних робочих поїдуть в один будинок відпочинку?

2. Десять мисливців проводять за чергою по одному пострілу в мішень до першого влучення. Ймовірність влучення в мішень для перших п'яти мисливців дорівнює 0,4; для інших п'яти – 0,7. Знайти ймовірність того, що мішень уразить: а) п'ятий мисливець; б) сьомий мисливець.

3. У команді спортсменів – 4 лижники, 6 бігунів і 10 велосипедистів. Ймовірність виконати норму майстра спорту для лижника дорівнює 0,2; для бігуна – 0,15; для велосипедиста – 0,1. Викликаний навмання спортсмен виконав норму. Визначити ймовірність того, що був викликаний бігун.

4. Схожість насіння складає 70 %. Яка ймовірність того, що з 10 посіяних насінин зійдуть: а) вісім; б) принаймні, вісім?

5. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,4. Знайти найімовірніше число промахів при 320 пострілах. Визначити ймовірність того, що при 320 пострілах виявиться: а) 120 влучень; б) не менше 120 влучень.

6. Проводиться вибірка трьох карт з преферансової колоди (32 карти). Розглядається випадкова величина X – число королів у вибірці. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1; \\ cx & \text{при } 1 \leq x \leq 4; \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Знайти значення постійної величини c і побудувати

графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(1 \leq X < 4)$.

Варіант 16

1. На 30-и однакових жетонах написані 30 двозначних чисел від 11 до 40. Жетони знаходяться в пакеті і ретельно перемішані. Яка ймовірність вийняти навмання жетон з номером, кратним 3 або 2?

2. Робочий встановлює в механізм дві однакові деталі, беручи їх випадковим чином з десяти наявних. Серед деталей – дві нестандартні. Механізм не працюватиме, якщо обидві встановлені деталі виявляться нестандартними. Знайти ймовірність того, що механізм працюватиме.

3. Телеграфне повідомлення складається з сигналів «крапка» і «тире». Статистичні властивості перешкод такі, що спотворюється в середньому 40 % повідомлень типу «крапка» та 65 % – типу «тире». Відомо, що серед сигналів «крапка» і «тире» зустрічаються в співвідношенні 5 : 3. Знайти ймовірність того, що прийнято правильний сигнал, якщо прийнятий сигнал є: а) «крапкою»; б) «тире».

4. Схожість насіння складає 70 %. Знайти ймовірність того, що з 8 посіяних насінин зійдуть: а) три; б) не менше трьох.

5. Схожість насіння оцінюється ймовірністю 0,75. Визначити ймовірність того, що з 500 посіяних насінин не зійде: а) точно 130; б) не більше 130. Знайти найімовірніше число насінин, що зійде.

6. З колоди з 36 картами вибирають навмання 3. Розглядається випадкова величина X – число тузів серед вийнятих карт. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -1; \\ cx + \frac{1}{3} & \text{при } -1 \leq x \leq 2; \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 1)$.

Варіант 17

1. Кинуто дві гральні кістки. Чому дорівнює ймовірність того, що хоча би на одній з них випаде 5 очок?

2. Робочий обслуговує 3 верстати. Ймовірність того, що упродовж години перший верстат зажадає уваги робочого, дорівнює 0,8; другий – 0,6; третій – 0,5. Знайти ймовірність того, що упродовж години уваги робочого: а) не зажадає жоден верстат; б) зажадають два верстати.

3. В тирі є 5 гвинтівок, ймовірність влучення з яких дорівнює відповідно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Постріл з навмання узятій гвинтівки дав промах. З якої гвинтівки найімовірніше був зроблений постріл?

4. Ймовірність того, що покупцеві необхідне взуття 40-го розміру, дорівнює 0,3. Знайти ймовірність того, що з п'яти перших покупців взуття цього розміру буде необхідне: а) одному; б) принаймні, одному.

5. Ймовірність виготовлення нестандартної деталі дорівнює 0,1. Знайти найімовірніше число стандартних серед 150 деталей. Визначити ймовірність того, що серед 200 деталей буде: а) 30 нестандартних; б) не більше ніж 30 нестандартних.

6. Гральна кістка кинута 2 рази. Розглядається випадкова величина X – сума очок, що випала. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin [-1; 1]; \\ cx^4 & \text{при } x \in [-1; 1]. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 0,5)$.

Варіант 18

1. У майстерні 2 мотори працюють незалежно один від одного. Ймовірність виходу з ладу протягом зміни першого мотора дорівнює 0,1; другого – 0,15. Знайти ймовірність того, що упродовж зміни обидва мотори будуть працездатні.

2. Серед 50 ламп – 3 нестандартні. Знайти ймовірність того, що дві взяті лампи виявляться нестандартними.

3. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі з гвинтівки з прицілом становить 0,9; без прицілу – 0,7. Зроблено 4 постріли з наважання узятої гвинтівки, якими виявилися три влучення та один промах. Знайти ймовірність того, що постріл зроблений з гвинтівки: а) з прицілом; б) без прицілу.

4. Ймовірність того, що наважання взята деталь є нестандартною, дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що серед 5 деталей не менше 4 будуть стандартними.

5. При штампуванні металевих клем виходять 90 % придатних. Знайти найімовірніше число придатних клем з 900 відібраних. Визначити ймовірність того, що серед відібраних виявиться: а) 105 бракованих; б) не менше 105 та не більше 110 бракованих.

6. Три спортсмени беруть участь у відбіркових змаганнях. Ймовірність зарахування в збірну команду першого спортсмена дорівнює 0,8; другого – 0,7; третього – 0,6. Розглядається випадкова величина X – число спортсменів, що потрапили в збірну. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -2; \\ c(x+2) & \text{при } -2 \leq x \leq 2; \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і

побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 1)$.

Варіант 19

1. Три стрільці стріляють в ціль незалежно один від одного. Ймовірність влучення в ціль для першого стрільця становить 0,6; другого – 0,7; третього – 0,75. Знайти ймовірність, принаймні, одного попадання в ціль, якщо кожен стрілець зробить по одному пострілу?

2. У ящику серед 100 зовні однакових деталей – 80 стандартних. Узято дві деталі. Знайти ймовірність можливих при цьому результатів.

3. Серед деталей, що поступають на збірку, з першого верстата – 0,1 % бракованих, з другого – 0,2 %, з третього – 0,25 %, з четвертого – 0,5 %. Продуктивності верстатів співвідносяться як 4:3:2:1 відповідно. Деталь, що поступила на збірку, виявилася стандартною. Знайти ймовірність, що вона виготовлена: а) на першому верстаті; б) на четвертому верстаті.

4. У бавовні 70 % довгих волокон. Яка ймовірність того, що серед 10 взятих наважання волокон не менше восьми виявляться довгими?

5. Ймовірність того, що покупцеві необхідне взуття 41-го розміру, дорівнює 0,2. Знайти найімовірніше число покупців взуття 41-го розміру з 750.

Яка ймовірність того, що з 750 покупців зажадають взуття 41-го розміру:
а) 140 осіб; б) не більше 140.

6. Завод в середньому випускає 40 % виробів зі знаком якості. Вибираються навмання 4 вироби. Розглядається випадкова величина X – число виробів зі знаком якості серед вибраних. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin [0; 1]; \\ cx(1+x) & \text{при } x \in [0; 1] \end{cases}$. Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 0,5)$.

Варіант 20

1. У грошово-речовій лотереї на 1000 квитків доводиться 24 грошових і 10 речових виграшів. Купується два квитки. Яка ймовірність виграти: а) хоча би за одним квитком; б) за першим квитком – гроші, а за другим – речі.

2. Хай ймовірність того, що покупцеві необхідне взуття 41-го розміру, дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що п'ять перших покупців зажадають взуття 41-го розміру.

3. Ймовірність влучення в ціль з першої гармати становить 0,7; з другої – 0,85; з третьої – 0,8. З навмання вибраної гармати зроблено по цілі 2 постріли, з яких один дав влучення. З якої гармати найімовірніше зроблено постріл?

4. Ймовірність ремонту телевізора упродовж гарантійного терміну дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що упродовж гарантійного терміну з 6 телевізорів ремонт зажадають: а) не більше два; б) хоча би два.

5. Ймовірність настання події A в кожному випробуванні дорівнює 0,8. Знайти найімовірніше число настання події A при 100 випробуваннях. Визначити ймовірність того, що при 100 випробуваннях, подія A відбудеться: а) 75 разів; б) не менше 75 та не більше 85 разів.

6. Троє мисливців одночасно проводять по одному пострілу у вепра. Ймовірність влучення для першого мисливця становить 0,2; для другого – 0,4; для третього – 0,6. Розглядається випадкова величина X – число влучень. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -1; \\ c(x+1) & \text{при } -1 \leq x \leq 2; \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її

графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 1)$.

Варіант 21

1. Прилад складається з трьох вузлів, що працюють незалежно один від одного. Несправність хоча би одного вузла виводить прилад з ладу. Ймовірність безвідмовної роботи упродовж доби першого вузла становить 0,9; другого – 0,95; третього – 0,85. Знайти ймовірність того, що упродовж доби прилад працюватиме безвідмовно.

2. У мішку змішано 30 % катушок з нитками білого кольору та 70 % – червоного. Знайти ймовірність того, що вийняті навмання дві катушки будуть з нитками одного кольору.

3. Агрегат складається з двох деталей першого типу, трьох – другого і п'яти – третього. Вихід з ладу кожної деталі відбувається незалежно від роботи інших і приводить до виходу з ладу всього агрегату. Ймовірність виходу з ладу деталі першого типу за зміну становить 0,03; другого – 0,02; третього – 0,01. Відомо, що агрегат вийшов з ладу. До якого типу найімовірніше належить деталь, що спричинила вихід з ладу всього агрегату?

4. Знайти ймовірність того, що в сім'ї, яка має 6 дітей, не менше двох дівчаток. Ймовірності народження дівчинки і хлопчика прийняти однаковими.

5. Ймовірність запізнення пасажира на потяг становить 0,02. Знайти найімовірніше число пасажирів з 85 таких, що запізнилися. Визначити ймовірність того, що число пасажирів, що запізнилися: а) буде точно 5; б) не перевищить 5.

6. З 16 лотерейних квитків – виграшних 4. Придбано 3 квитки. Розглядається випадкова величина X – число програшних квитків серед придбаних. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin [0; 2]; \\ c(2-x) & \text{при } x \in [0; 2]. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 1)$.

Варіант 22

1. При виготовленні деталі заготівка має пройти чотири операції. Знайти ймовірність виготовлення стандартної деталі, якщо ймовірність браку на першій операції дорівнює 0,02; на другій – 0,01; на третій – 0,02; на четвертій – 0,03.

2. Два стрільці роблять по одному пострілу в ціль. Ймовірність влучення для першого стрільця дорівнює 0,7; для другого – 0,8. Знайти ймовірність того, що в ціль: а) влучать обидва стрільці; б) влучить лише один.

3. Троє мисливців одночасно вистрілили у вепра, який в результаті був убитий однією кулею. Як повинні мисливці розділити вепра вагою 140 кг, якщо ймовірність влучення кожного мисливця дорівнює відповідно 0,8; 0,6 і 0,3?

4. Ймовірність виграти за квитком лотереї дорівнює 0,15. Знайти ймовірність виграшу не менше ніж за двома квитками з шести.

5. Ймовірність правильного спрацьовування автомата при опусканні монети дорівнює 0,03. Знайти найімовірніше число випадків правильного спрацьовування автомата при опусканні 150 монет. Визначити ймовірність того, що число випадків правильного спрацьовування виявиться: а) рівним 140; б) менше ніж 140.

6. Серед 20 виробів – 15 першого сорту та 5 другого. Вибираються навмання 4 вироби. Розглядається випадкова величина X – число першосортних виробів у вибірці. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 4; \\ cx - 2 & \text{при } 4 \leq x \leq 6; \\ 1 & \text{при } x > 6. \end{cases}$$
 Знайти значення постійної величини c і

побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(4 \leq X < 5)$.

Варіант 23

1. Ймовірність померти на 61-му році життя дорівнює 0,09. Яка ймовірність того, що з трьох осіб у віці 60 років через рік: а) всі три будуть живі; б) принаймні, один буде живий?

2. У мішку змішані тенісні м'ячі, серед яких 30 % білого і 70 % жовтого кольорів. Знайти ймовірність того, що вийняті навмання два м'ячі будуть різного кольору.

3. У приймачі є 14 транзисторів двох типів. З них 6 – першого типу, 8 – другого. Ймовірність виходу з ладу упродовж гарантійного терміну транзистора першого типу дорівнює 0,002; другого – 0,004. Приймач виходить з ладу в результаті виходу з ладу будь-якого транзистора. Відомо, що упродовж гарантійного терміну приймач вийшов з ладу. Яка ймовірність того, що цьому сприяв вихід з ладу транзистора першого типу?

4. Зроблено 15 пострілів. Знайти ймовірність руйнування об'єкту, якщо для цього необхідно не менше трьох влучень. Ймовірність влучення при кожному пострілі становить 0,4.

5. Ймовірність влучення в ціль при кожному пострілі становить 0,8. Знайти найімовірніше число влучень і ймовірність такого результату стрілянини при 90 пострілах. Визначити ймовірність не менше 809 влучень при 90 пострілах.

6. Підводний човен атакує корабель, випускаючи по ньому 4 торпеди. Ймовірність враження кожною торпедою дорівнює 0,4. Розглядається випадкова величина X – число влучень в корабель. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin [-2; 2]; \\ c & \text{при } x \in [-2; 2] \end{cases}$. Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(-1 \leq X < 2)$.

Варіант 24

1. Проведено залп у ціль з 2-х гармат. Ймовірність влучення з першої гармати становить 0,85; з другої – 0,91. Знайти ймовірність ураження цілі.

2. Ймовірність влучення в ціль при скиданні бомби дорівнює 0,7. Ймовірність того, що бомба не вибухне, дорівнює 0,08. Знайти ймовірність руйнування об'єкту, якщо буде скинута одна бомба.

3. На першому заводі серед кожних 100 виробів виявляється в середньому 90 першосортних; на другому – 95; на третьому – 85. У магазині продукція заводів поставляється в співвідношенні 5 : 3: 2. Яка ймовірність того, що куплений виріб виготовлений на першому заводі, якщо він виявився першосортним?

4. Ймовірність виготовлення стандартної деталі дорівнює 0,9. Яка ймовірність того, що серед 10 деталей виявиться не менше двох бракованих?

5. На факультеті – 620 здобувачів. Ймовірність того, що здобувач не здасть сесію, дорівнює 0,04. Знайти найімовірніше число здобувачів, що не здадуть сесію. Визначити ймовірність того, що сесію здадуть: а) 590 здобувачів; б) не менше 600 здобувачів.

6. Гра полягає в накиданні кілець на гілку. Гравець отримує 5 кілець і кидає їх до першого накидання, ймовірність якого для кожного кидка дорівнює 0,3. Розглядається випадкова величина X – число невитрачених кілець. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0; \\ cx & \text{при } 0 \leq x \leq 5; \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(2 \leq X < 4)$.

Варіант 25

1. Робочий обслуговує 3 верстати. Ймовірність того, що упродовж години перший верстат не зажадає уваги робочого, дорівнює 0,9; другий – 0,8; третій – 0,85. Знайти ймовірність того, що упродовж години уваги робочого зажадають: а) всі верстати; б) жоден з верстатів.

2. Здобувач знає 40 з 50 питань програми. Знайти ймовірність того, що здобувач знає два запропонованих йому на іспиті питання.

3. На двох верстатах виготовляються однакові деталі. Ймовірність виготовлення деталі вищого сорту на першому верстаті дорівнює 0,92; на другому – 0,8. Продуктивність першого верстата в 3 рази вище за продуктивність другого. Навмання взята деталь виявилася вищого сорту. Яка ймовірність того, що вона була виготовлена на другому верстаті?

4. Ймовірність влучення в ціль дорівнює 0,3. Робиться 6 пострілів. Знайти ймовірність не менше чотирьох влучень.

5. Якщо в середньому лівші становлять 1 %, яка ймовірність того, що серед 200 осіб виявиться: а) 4 лівші; б) не більше за 4 лівші. Знайти серед 200 осіб найімовірніше число таких, що є лівшами.

6. У речовій лотереї розігруються дві речі вартістю 10 гривень і одна вартістю 30 гривень. Суб'єкт А купує одного квитка вартістю 1 гривня. Всього продано 50 квитків. Розглядається випадкова величина X – сума чистого виграшу для суб'єкта А. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1; \\ cx^3 & \text{при } 1 \leq x \leq 2; \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(1 \leq X < 1,5)$.

Варіант 26

1. Робочий обслуговує 4 верстати. Ймовірність того, що упродовж години перший верстат не зажадає уваги робочого, дорівнює 0,7; другий – 0,8;

третій – 0,9; четвертий – 0,85. Знайти ймовірність того, що упродовж години уваги робочого зажадає, принаймні, один верстат.

2. З 37 деталей, серед яких є 6 з дефектом, беруть навмання три. Знайти ймовірність того, що всі вони виявляться без дефекту.

3. У групі 20 здобувачів : 12 хлопців і 8 дівчат. До семінару підготувалися тільки 5 хлопців і 6 дівчат. Навмання викликаний здобувач виявився невідповідним. Яка ймовірність того, що це була дівчина?

4. Зроблено 10 пострілів. Ймовірність влучення при кожному пострілі становить 0,2. Знайти ймовірність не менше п'яти влучень.

5. В середньому на кожних 100 вирощених кавунів доводиться один вагою більше 10 кг. Знайти ймовірність того, що серед 400 кавунів виявиться вагою більше 10 кг: а) три кавуни; б) не менше трьох. Знайти також найімовірніше число таких кавунів серед 400 вирощених.

6. Професор викликав через старосту на консультацію трьох здобувачів з семи, що відстають. Староста забув прізвища, що були названі професором, і послав трьох здобувачів навмання. Розглядається випадкова величина X – число здобувачів, що були послані старостою та співпадають із запрошеними професором. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -3; \\ cx + \frac{3}{5} & \text{при } -3 \leq x \leq 2; \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і

побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \leq X < 1)$.

Варіант 27

1. У групі здобувачів 28 осіб. Серед них 20 здобувачів старше 19 років і 8 здобувачів старше за 22 роки. Яка ймовірність того, що навмання обраний здобувач з групи виявиться: а) старше 19 років або старше за 22 роки; б) старше 19 років, але не старше за 22 роки; в) старше за 22 роки?

2. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,6. Знайти ймовірність одного влучення при трьох пострілах.

3. У правій кишені – три монети по 25 копійок і 4 монети по 5 копійок, а в лівій – шість монет по 25 копійок. З правої кишені в ліву навмання перекладаються п'ять монет. Знайти ймовірність витягання навмання з лівої кишені (після перекладання) монети вартістю 25 копійок. Який варіант перекладання монет є найбільш імовірним, якщо навмання витягнута з лівої кишені монета виявилася вартістю 25 копійок?

4. Підводний човен атакує корабель, випускаючи по ньому послідовно 4 торпеди. Ймовірність враження кожною торпедою становить 0,4. Знайти ймовірність того, що корабель буде знищений, якщо для цього необхідно не менше двох влучень.

5. Ймовірність випуску свердла підвищеної крихкості дорівнює 0,02. Свердла укладаються в коробки по 100 штук. Знайти найімовірніше число свердел підвищеної крихкості в коробці. Визначити ймовірність того, що в коробці свердел підвищеної крихкості: а) не виявиться; б) виявиться не більше трьох.

6. Ймовірність виготовлення нестандартного виробу дорівнює 0,6. Контролер бере з партії виріб і перевіряє його якість. Якщо виріб виявляється нестандартним, то виробничий процес зупиняється. Якщо виріб виявляється стандартним, то контролер бере наступний і так далі, але перевіряє не більше 5 виробів. Розглядається випадкова величина X – число перевірених виробів. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin [-2; -1]; \\ c(x+2) & \text{при } x \in [-2; -1]. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(-1,5 \leq X < -1)$.

Варіант 28

1. З ретельно перемішаних кісточок доміно навмання береться одна. Яка ймовірність того, що сума очок на ній дорівнює: а) 12-и; б) 6-и?

2. Ймовірність ураження цілі при чотирьох пострілах дорівнює 0,991 9. Знайти ймовірність ураження цілі при одному пострілі.

3. Ймовірність вступу до вишу випускника середньої школи дорівнює 0,6; технікуму – 0,7; підготовчого відділення – 0,8. Серед кожних 100 абітурієнтів – 50 випускників середньої школи, 25 – технікуму і 25 – підготовчого відділення. Випадково вибраний абітурієнт поступив у виш. Яка ймовірність того, що абітурієнт був випускником: а) середньої школи; б) технікуму; в) підготовчого відділення?

4. У партії 10 деталей. Ймовірність того, що деталь стандартна, дорівнює 0,5. Визначити ймовірність того, що в цій партії не менше 5 деталей виявляться стандартними.

5. На ткацькій фабриці відбувається 10 обривів нитки на 100 веретен в годину. Визначити ймовірність того, що упродовж години на 80 веретенах відбудеться: а) 8 обривів нитки; б) від 6 до 8 обривів. Знайти найімовірніше число обривів нитки в годину на 80 веретенах.

6. Ймовірність того, що в бібліотеці необхідна здобувачу книга вільна, дорівнює 0,3. Розглядається випадкова величина X – число бібліотек, які відвідав здобувач у пошуках потрібної книги, якщо в місті є чотири бібліотеки. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1; \\ c(x-1) & \text{при } 1 \leq x \leq 5; \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і

побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(2 \leq X < 4)$.

Варіант 29

1. Кидають дві гральні кістки. Яка ймовірність того, що сума очок на верхніх гранях кісток виявиться менше восьми?

2. Ймовірність того, що перший з чотирьох верстатів протягом години не зажадає уваги робочого, дорівнює 0,7; другий – 0,4; третій – 0,3. Ймовірність того, що протягом години хоча би один верстат зажадає уваги робочого, дорівнює 0,982. Знайти ймовірність того, що четвертий верстат протягом години не зажадає уваги робочого.

3. В батареї три гармати. Можливість зробити перший постріл однакова для кожної гармати. Ймовірність влучення в ціль для першої гармати дорівнює 0,8; для другої – 0,85; для третьої – 0,9. Після першого пострілу снаряд попав в ціль. Яка ймовірність того, що постріл був зроблений: а) з першої гармати; б) з другої; в) з третьої?

4. Ймовірність появи події A в кожному з 18 незалежних випробуваннях дорівнює 0,2. Знайти ймовірність появи події A , принаймні, 3 рази.

5. Дві робітниці фарбують вироби в червоний колір, три – в зелений. Знайти найімовірніше число виробів, забарвлених в зелений колір, серед 600 випадково відібраних. Визначити ймовірність того, що з 600 випадково відібраних виробів, виявиться червоних: а) 240 виробів; б) від 228 до 264 виробів.

6. Розрив зв'язку відбувся на одній з п'яти ланок телефонного кабелю. Монтер послідовно перевіряє ланки на предмет розриву. Розглядається випадкова величина X – число перевірених ланок до виявлення розриву, якщо ймовірність розриву однакова для всіх ланок. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0; \\ cx^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 1; \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Знайти значення постійної величини c і побудувати

графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0,5 \leq X < 0,8)$.

Варіант 30

1. У студентській групі 10 дружинників: 7 хлопців і 3 дівчини. Знайти ймовірність того, що з трьох дружинників, вибраних навмання, двоє будуть дівчатами та один хлопцем.

2. Два стрільці роблять по одному пострілу в ціль. Ймовірність влучення для першого стрільця становить 0,6; для другого – 0,8. Знайти ймовірність того, що влучить: а) тільки перший стрілець; б) тільки один стрілець.

3. Товарознавець перевіряє взуття, що поступило з павлоградської, київської та харківської взуттєвих фабрик. Відомо, що кількість взуття з Павлограда поступає в два рази менше, ніж з Києва, а з Києва – в три рази менше, ніж з Харкова. Ймовірність виявлення браку для взуття павлоградської фабрики дорівнює 0,04; київської – 0,02; харківської – 0,1. Навмання узята пара взуття виявилася бракованою. Знайти ймовірність того, що вона виготовлена на харківській фабриці.

4. Робочий обслуговує 6 верстатів. Ймовірність того, що верст упродовж години зажадає уваги робочого, дорівнює 0,3. Яка ймовірність того, що упродовж години не менше п'яти верстатів зажадають уваги робочого?

5. Ймовірність випуску нестандартного виробу дорівнює 0,1. Чому дорівнює ймовірність того, що в партії з 2000 виробів число нестандартних виробів виявиться: а) точно 201; б) не менше 220. Знайти найімовірніше число нестандартних виробів серед 2000 випущених.

6. Є п'ять різних ключів, з яких тільки один підходить до замку. Розглядається випадкова величина X – число спроб відкрити замок. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x .

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2; \\ cx^2 - \frac{1}{3} & \text{при } 2 \leq x \leq 4; \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і

побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x , дисперсію D_x , середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(2 \leq X < 3)$.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1969. – 576 с.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М. : Высшая школа, 2002, 1972. – 368 с.
3. Гмурман В. Е. Руководство по решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1979. – 400 с.
4. Гмурман В. Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику / В. Е. Гмурман. – М. : Высшая школа, 1965. – 407 с.
5. Самойленко М. І. Теорія ймовірностей / М. І. Самойленко, О. Б. Костенко, А. І. Кузнецов. – Харків : ХНАМГ, 2008. – 194 с.
6. Самойленко Н. И. Теория вероятностей / Н. И. Самойленко, А. Б. Костенко, А. И. Кузнецов. – Харків : НТМТ, ХНАГХ, 2008. – 200 с.

ДОДАТОК А

Значення функції $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

x	+ 0,00	+ 0,01	+ 0,02	+ 0,03	+ 0,04	+ 0,05	+ 0,06	+ 0,07	+ 0,08	+ 0,09
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3652	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3032	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0789	0,0774	0,0759	0,0745	0,0731	0,0718	0,0705	0,0692	0,0680	0,0668
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001

ДОДАТОК В

Значення функції $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,43	0,1664	0,86	0,3061	1,29	0,4015	1,72	0,4573	2,30	0,4893
0,01	0,0040	0,44	0,1700	0,87	0,3078	1,30	0,4032	1,73	0,4582	2,32	0,4898
0,02	0,0080	0,45	0,1736	0,88	0,3106	1,31	0,4049	1,74	0,4591	2,34	0,4904
0,03	0,0120	0,46	0,1772	0,89	0,3133	1,32	0,4066	1,75	0,4599	2,36	0,4909
0,04	0,0160	0,47	0,1808	0,90	0,3159	1,33	0,4082	1,76	0,4608	2,38	0,4913
0,05	0,0199	0,48	0,1844	0,91	0,3186	1,34	0,4099	1,77	0,4616	2,40	0,4918
0,06	0,0239	0,49	0,1879	0,92	0,3211	1,35	0,4115	1,78	0,4625	2,42	0,4922
0,07	0,0279	0,50	0,1915	0,93	0,3238	1,36	0,4131	1,79	0,4633	2,44	0,4927
0,08	0,0319	0,51	0,1950	0,94	0,3264	1,37	0,4147	1,80	0,4641	2,46	0,4931
0,09	0,0359	0,52	0,1985	0,95	0,3289	1,38	0,4162	1,81	0,4649	2,48	0,4934
0,10	0,0398	0,53	0,2019	0,96	0,3315	1,39	0,4177	1,82	0,4656	2,50	0,4938
0,11	0,0438	0,54	0,2054	0,97	0,3340	1,40	0,4192	1,83	0,4665	2,52	0,4941
0,12	0,0478	0,55	0,2086	0,98	0,3365	1,41	0,4207	1,84	0,4671	2,54	0,4945
0,13	0,0517	0,56	0,2123	0,99	0,3389	1,42	0,4222	1,85	0,4678	2,56	0,4948
0,14	0,0557	0,57	0,2157	1,00	0,3413	1,43	0,4236	1,86	0,4686	2,58	0,4951
0,15	0,0596	0,58	0,2190	1,01	0,3438	1,44	0,4251	1,87	0,4693	2,60	0,4953
0,16	0,0636	0,59	0,2224	1,02	0,3461	1,45	0,4265	1,88	0,4699	2,62	0,4956
0,17	0,0675	0,60	0,2257	1,03	0,3485	1,46	0,4279	1,89	0,4706	2,64	0,4959
0,18	0,0714	0,61	0,2291	1,04	0,3508	1,47	0,4292	1,90	0,4713	2,66	0,4961
0,19	0,0753	0,62	0,2324	1,05	0,3531	1,48	0,4306	1,91	0,4719	2,68	0,4963
0,20	0,0793	0,63	0,2357	1,06	0,3554	1,49	0,4319	1,92	0,4726	2,70	0,4965
0,21	0,0832	0,64	0,2389	1,07	0,3577	1,50	0,4332	1,93	0,4732	2,72	0,4967
0,22	0,0871	0,65	0,2422	1,08	0,3599	1,51	0,4345	1,94	0,4738	2,74	0,4969
0,23	0,0910	0,66	0,2454	1,09	0,3621	1,52	0,4357	1,95	0,4744	2,76	0,4971
0,24	0,0948	0,67	0,2486	1,10	0,3643	1,53	0,4370	1,96	0,4750	2,78	0,4973
0,25	0,0987	0,68	0,2517	1,11	0,3665	1,54	0,4382	1,97	0,4756	2,80	0,4974
0,26	0,1026	0,69	0,2549	1,12	0,3686	1,55	0,4394	1,98	0,4761	2,82	0,4975
0,27	0,1064	0,70	0,2580	1,13	0,3708	1,56	0,4406	1,99	0,4767	2,84	0,4977
0,28	0,1103	0,71	0,2611	1,14	0,3729	1,57	0,4418	2,00	0,4772	2,86	0,4979
0,29	0,1141	0,72	0,2640	1,15	0,3749	1,58	0,4429	2,02	0,4783	2,88	0,4980
0,30	0,1179	0,73	0,2673	1,16	0,3770	1,59	0,4441	2,04	0,4793	2,90	0,4981
0,31	0,1217	0,74	0,2703	1,17	0,3790	1,60	0,4452	2,06	0,4803	2,92	0,4982
0,32	0,1255	0,75	0,2734	1,18	0,3810	1,61	0,4463	2,08	0,4812	2,94	0,4984
0,33	0,1293	0,76	0,2764	1,19	0,3830	1,62	0,4474	2,10	0,4821	2,96	0,4985
0,34	0,1331	0,77	0,2794	1,20	0,3849	1,63	0,4484	2,12	0,4830	2,98	0,4986
0,35	0,1368	0,78	0,2823	1,21	0,3869	1,64	0,4495	2,14	0,4838	3,00	0,4986
0,36	0,1406	0,79	0,2862	1,22	0,3883	1,65	0,4505	2,16	0,4846	3,20	0,4993
0,37	0,1443	0,80	0,2881	1,23	0,3907	1,66	0,4515	2,18	0,4854	3,40	0,4997
0,38	0,1480	0,81	0,2910	1,24	0,3925	1,67	0,4525	2,20	0,4861	3,60	0,4998
0,39	0,1517	0,82	0,2939	1,25	0,3944	1,68	0,4535	2,22	0,4868	3,80	0,4999
0,40	0,1554	0,83	0,2967	1,26	0,3962	1,69	0,4545	2,24	0,4875	4,00	0,5
0,41	0,1591	0,84	0,2995	1,27	0,3980	1,70	0,4554	2,26	0,4881	4,50	0,5
0,42	0,1628	0,85	0,3023	1,28	0,3997	1,71	0,4564	2,28	0,4887	5,00	0,5

Електронне навчальне видання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до організації самостійної роботи, проведення практичних занять
і виконання розрахунково-графічної роботи
з навчальної дисципліни

«ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА: ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА. МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ»

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти всіх форм
навчання зі спеціальностей 281 – Публічне управління та
адміністрування, 073 – Менеджмент)*

Укладач **ШТЕЛЬМА** Ольга Миколаївна

Відповідальний за випуск *М. В. Булаєнко*
За авторською редакцією
Комп'ютерне верстання *О. М. Штельма*

План 2022, поз. 247М

Підп. до друку 20.03.2023. Формат 60 × 84/16.
Ум. друк. арк. 2,8.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017.