

О.О. Воронков, О.В. Байструк, А.А. Данилюк

Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ВИСОТ ЗОВНІШНІХ ГЕОДЕЗИЧНИХ ЗНАКІВ

У статті розглянуто методичний підхід до визначення висот зовнішніх геодезичних знаків, який базується на математичному оптимізаційному апараті. Розглянуто принцип побудови оптимізаційної моделі задачі під час будівництва зовнішніх геодезичних знаків в умовах, коли має бути забезпечена їхня пряма видимість.

Ключові слова: геодезичний знак, оптимізація, моделювання.

Постановка проблеми

Розрахунок висот геодезичних знаків на стадії проектування виконують за топографічними картами масштабу 1:100 000 (1–2 класу) та більш крупного масштабу. Витрати на зведення геодезичних знаків у середньому складають 50–60 % від усіх витрат на створення геодезичної мережі, тому виникає необхідність приділяти велику увагу до вибору місць побудови знаків, які забезпечують їхню щонайменшу висоту [1].

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Завдяки відкритому доступу до геопорталу Державних геодезичних мереж (ДГМ), що розроблений у науково-дослідному інституті геодезії і картографії [2], кожен користувач має змогу в режимі online отримати доступ до відомостей про державну геодезичну референцну систему координат УСК-2000, а отже дістати необхідну інформацію про технічні характеристики геодезичних пунктів державної геодезичної мережі України. Це сприяє спостереженню науковцями за станом пунктів геодезичної мережі та проведенню досліджень у цій сфері. Проаналізовані публікації І. Тревого, П. Романишина, А. Телятника, І. Зайця, А. Бондара, О. Кучера, Є. Ількова, М. Галярника [3, 4, 5, 6, 7] щодо моніторингу стану пунктів геодезичної мережі України. У статті [8] розглянуті відомі методи оптимізації та надано оцінку можливості їхнього застосування під час проектування реальних мереж.

Аналіз наукових праць дозволяє зробити висновок про актуальність проблеми з розрахунку висот геодезичних знаків не тільки під час побудови нових, але й для відтворення та корегування існуючих геодезичних знаків. У той же час можна заключити, що використання оптимізаційних методів для розв'язання подібних задач не є традиційним. Це зумовлено тим, що у минулі часи

використання оптимізаційного математичного апарату було обмежено, окрім складності побудови оптимізаційної моделі, ще й трудностю її розв'язання. Проте, у нинішній час проблема розв'язання та дослідження оптимізаційної моделі істотно полегшена завдяки розвитку програмного забезпечення та наявності спеціалізованих програм.

Постановка задачі

Метод, пропонується у даній статті, є поданням методичного підходу, до обґрунтування висот зовнішніх геодезичних знаків. Задача полягає у побудові оптимізаційної моделі щодо мінімізації витрат з побудови, відтворення та корегування зовнішніх геодезичних знаків шляхом визначення їхніх оптимальних висот.

Виклад основного матеріалу дослідження

У зв'язку із великим значенням геодезичних мереж для формування єдиної системи координат на території України встановлені зовнішні геодезичні знаки. Відповідно до [9]: «Зовнішній геодезичний знак – це споруда над центром геодезичного пункту для забезпечення взаємної видимості між пунктами, а також проходження візирного променя на потрібній висоті над поверхнею землі та іншими перешкодами». Отже пункти геодезичних мереж мають надійно закріплюватися на місцевості, незмінність їхнього розташування має забезпечуватись протягом тривалого часу. Для цього пункти планових державних геодезичних мереж закріплюють на місцевості спеціальними геодезичними спорудами, тобто зовнішніми геодезичними знаками, які містять підземну частину – власно центр геодезичного пункту, та зовнішню частину – споруду геодезичного знаку.

Тип центру, що закладають у ґрунт, визначають за фізико-географічними умовами місцевості, зокрема, властивостями ґрунту та глибиною його

промерзання.

Зовнішні геодезичні знаки використовують для виконання лінійних вимірів та вимірювання кутів під час побудови мережі. Вони обов'язково обладнані візирним пристроєм, який потрібен для вимірювання кутів, а також пристроями для розміщення приладів, зокрема, інструментальним столиком, а також платформою, призначеною для спостерігача. Тип зовнішнього знаку обирають залежно від висоти, на якій потрібно розмістити вимірювальний прилад під час виконання робіт та розрізняють за такими типами як тур, піраміда, простий сигнал та складний сигнал. Тури являють собою стовпи, зведені з камення, цегли, бетону або залізобетону (рис. 1).

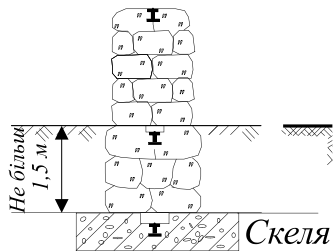


Рис. 1. Зовнішній геодезичний знак тур

Їх зводять безпосередньо над маркою, яку закладають у скелю. Тури застосовують у тих випадках, коли видимість навколо є відкритою із землі за всіма напрямками та глибина скельного ґрунту не перевищує 1,5 м. Під час вимірювань геодезичний прилад встановлюють безпосередньо над маркою на верхній площадці тура.

У разі, коли є видимість із землі на сусідні пункти, для здійснення вимірів можна скористатись інструментальним штативом, який розміщують над центром знаку. У цьому випадку застосовують прості піраміди (рис. 2). Призначенням пірамід є закріплення візирного циліндру 1 та фіксація центру геодезичного пункту. Висота пірамід зазвичай не перевищує 5–10 м, причому за конструкцією на пунктах державної геодезичної мережі застосовують три- або чотиригранні піраміди, які можуть бути дерев'яними або металевими.

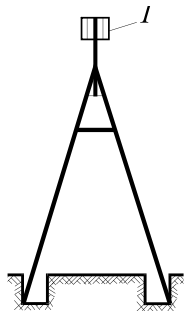


Рис. 2. Зовнішній геодезичний знак піраміда:

1 - візирний циліндр

Такі зовнішні геодезичні знаки, як прості сигнали, (рис. 3) застосовують у тому разі, якщо виконання вимірів потребує підняття вимірювального приладу на висоту до 4–10 м. За будовою простий сигнал містить дві піраміди, що ізолювані одна від одної. Внутрішня піраміда 2 містить підставку для розміщення вимірювального приладу 4. Внутрішню піраміду зазвичай будують тригранною. Зовнішня піраміда 3 містить візирний циліндр 1 та площадку для розміщення спостерігача 5, її, як правило, будують чотиригранною. Прості сигнали можуть виконувати з деревини або металу, а за конструкцією їх будують розбірними або постійними.

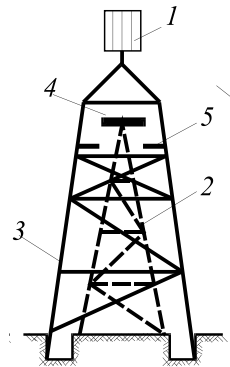


Рис. 3. Зовнішній геодезичний знак простий сигнал:

1 - візирний циліндр; 2 - внутрішня піраміда;
3 - зовнішня піраміда; 4 - столик для приладів;
5 - площадка для спостерігача

Якщо виконання вимірів потребує підняття вимірювального приладу на висоту, що перевищує 10 м, застосовують складні сигнали (рис. 4). Конструкція складних сигналів відрізняється від конструкції простих тим, що внутрішня піраміда складного сигналу 2, яка містить столик 4 для розміщення приладу, спирається не на землю, а на основні опори сигналу 3 на відстані за висотою 6 м від площадки для спостерігача 5.

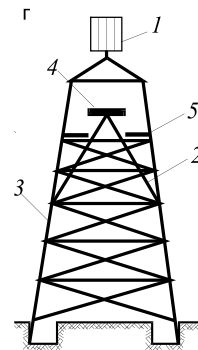


Рис. 4. Зовнішній геодезичний знак складний сигнал: 1 - візирний циліндр; 2 - внутрішня піраміда;

3 - зовнішня піраміда; 4 - столик для приладів;
5 - площадка для спостерігача

Конструкцію геодезичних центрів пунктів триангуляції та полігонометрії 1 та 2 розрядів так само обирають залежно від фізико-географічних умов місцевості, де розміщені ці пункти. Зокрема, на рис. 5 наведено конструкцію геодезичного центру для місцевості із сезонним промерзанням ґрунтів.

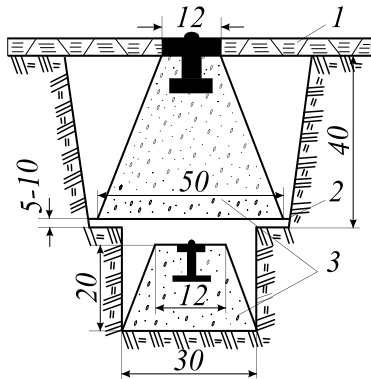


Рис. 5. Центр-репер геодезичних мереж згущення (розміри у см): 1 - асфальт або поверхня землі; 2 - шар цементного розчину; 3 - бетонні моноліти

На забудованих територіях з метою забезпечення надійності збереження пунктів полігонометрії їх закріплюють стінними знаками (рис. 6). Окрім цього, пункти геодезичних мереж згущення іноді розміщують також на дахах будівель.

Так само потребують закріплення на місцевості лінії геодезичного нівелювання усіх класів. Їх розташовують з інтервалом, що не перевищує 5 км, шляхом створення постійних реперів, які можуть бути ґрунтовими, скельними або стінними. Причому на лініях нівелювання I та II класів, а також у вузлових геодезичних пунктах закладають фундаментальні репери. Ці репери розкривають тільки під час повторного нівелювання. Їх зазвичай розташовують з інтервалом 50–60 км, причому, на відстані 50–150 м від фундаментального репера закладають репер-супутник.

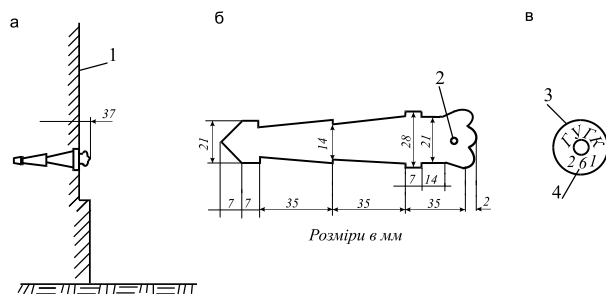


Рис. 6. Стінна марка: а – закріплення марки в стіні; б – загальний вигляд; в - вигляд спереду; 1 – стіна; 2 – отвір; 3 – назва організації; 4 – номер марки

Ґрунтовий репер, будову якого наведено на рис. 7, за конструкцією складається із залізобетонного пілона 1 та бетонної плити (якоря) 2. У верхній

частині пілона розміщують зацементовану марку. Ця марка за конструкцією аналогічна до марки планових геодезичних мереж. Марка має напівсферичний виступ, верхній точці якої відповідає висота. Марку ґрунтового реперу розташовують на глибині, що не менша за 0,5 м від земної поверхні, а основу якорю розташовують на 0,5 м нижче за найбільшу глибину промерзання ґрунту.

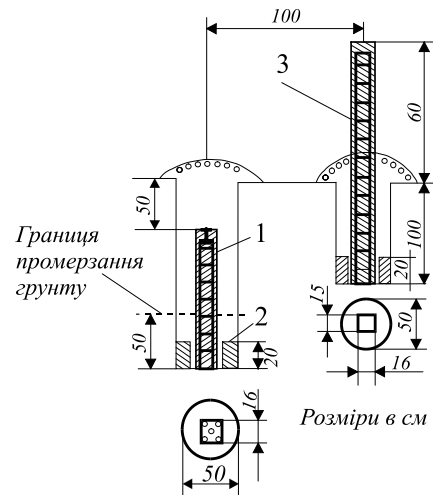


Рис. 7. Ґрунтовий репер: 1 - залізобетонний пілон; 2 - якір; 3 - розпізнавальний стовп

Стінні репери закладають у кам'яні, бетонні і залізобетонні споруди, які для їхньої міцності мають бути побудовані за 7–8 років до закладання у них знаків. Конструкція стінного реперу аналогічна конструкції стінного геодезичного знаку. Відмітка належить до вищої точки диска знаку, яка виступає.

Порядок та вимоги щодо рекогносцирування та закладання центрів геодезичних пунктів, а також спорудження геодезичних знаків регламентує третій розділ Інструкції з топографічного знімання [10]. Зокрема, у пункті 3.5 цієї інструкції вказано: «Між двома суміжними пунктами має бути забезпечена видимість із землі».

Але, будівництво геодезичних знаків потребує витрачання чи малих коштів. Тому з метою скорочення фінансових витрат побудуємо математичну модель оптимізації висоти зовнішніх геодезичних знаків.

Сутність розв'язання варіаційних задач за допомогою оптимізаційних методів збігається до пошуку такого розв'язку \bar{X} , що перетворює на екстремум певний критерій ефективності. Цей критерій виражають залежністю від елементів шуканого розв'язку \bar{X} та називають цільовою функцією $F(x)$. Одночасно зауважимо, що оптимізаційні математичні методи дають не аналітичну, а алгоритмічну форму розв'язання варіаційних задач, тобто дають не формулу, яка виражає остаточний результат, а вказують

обчислювальну процедуру, що призводить до отримання розв'язку задачі.

Відомо, що оптимальним є рішення щонайкраще за певних умов. Математичний оптимізаційний апарат дає дуже ефективні рішення за умови адекватності математичної оптимізаційної моделі для розв'язання варіаційних задач, тобто таких, що мають множину припустимих рішень. У загальному випадку оптимізаційна модель містить математичний вираз цільової функції та обмежувальні умови, що накладають на елементи розв'язку. Її формують наступним чином: знайти екстремум

$$F = \bar{C}^T \bar{X} \rightarrow \text{extr} \quad (1)$$

за умови

$$\bar{A}\bar{X} \leq \bar{B}, \quad \bar{X} \geq 0, \quad (2)$$

де \bar{X} - вектор розв'язку; \bar{A} - вектор вимог задачі; \bar{B} - вектор обмежень.

Побудуємо оптимізаційну модель. З цією метою запишемо спочатку цільову функцію, яка являє собою сумарні витрати на будівництво геодезичних знаків. Виходячи з того, що витрати зростають прямо пропорційно до квадрату висоти геодезичного знаку, цільова функція має вигляд:

$$F = c_1 x_1^2 + c_2 x_2^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

де x_1, x_2 - висоти першого та другого зовнішніх геодезичних знаків, відповідно, м; c_1, c_2 - коефіцієнти вартості зведення одиниці висоти, грош.од.

Для формування системи обмежень розглянемо ситуацію, коли між двома пунктами, що розділені певною перешкодою, потрібно встановити безпосередню видимість. Схематичне розташування геодезичних знаків, які потрібно встановити, подано на рисунку 8.

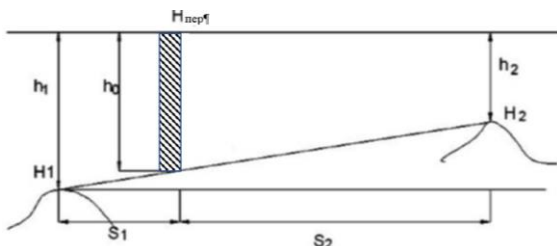


Рис. 8. Схематичне розташування зовнішніх геодезичних знаків, що потрібно встановити

Відомі позначки рельєфу на цих пунктах H_1 і H_2 та відмітка перешкоди $H_{пер}$. Також відомі відстані від першого і другого пунктів до перешкоди S_1 і S_2 .

Завдання полягає у визначенні таких висот знаків x_1 та x_2 , які забезпечать безпосередню видимість за мінімальних сумарних витрат на будівництво знаків.

Перш за все, опишемо математично умову забезпечення безпосередньої видимості. Очевидно, що існує нескінченна множина різних пар висот знаків, які спроможні забезпечити безпосередню видимість. Однією з таких можливостей є вихід на горизонт перешкоди. У цьому випадку потрібно побудувати знаки з висотами h_1 і h_2 на першому і другому пунктах відповідно. З подібності трикутників, що утворені висотами h_1, h_2 та h_0 і відстанями S_1 та S_2 , запишемо співвідношення:

$$\frac{h_1 - h_0}{S_1} = \frac{h_1 - h_2}{S_1 + S_2}, \quad (4)$$

звідки виразимо висоту перешкоди h_0 :

$$h_0 = \frac{h_1 S_1 + h_2 S_2 - h_1 S_1 + h_2 S_1}{S_1 + S_2} = \frac{h_2 S_2 - h_1 S_1}{S_1 + S_2}. \quad (5)$$

Для забезпечення безпосередньої видимості візирний промінь має проходити над перешкодою на висоті, що не менша за h_0 над прямою, яка проходить через позначки пунктів H_1 та H_2 .

Таким чином, безпосередню видимість над перешкодою у напрямку 1 - 2 забезпечує будь-яка пара висот зовнішніх геодезичних знаків з висотами x_1 і x_2 , які задовольняють умові:

$$S_1 x_1 + S_2 x_2 \geq S_2 h_1 + S_1 h_2. \quad (6)$$

Очевидно, що права частина нерівності (6) містить постійні величини, а отже дорівнює певній константі, яку позначимо B_{12} :

$$B_{12} = S_2 h_1 + S_1 h_2. \quad (7)$$

Величини h_1 та h_2 можна визначити з вихідних даних наступним чином:

$$h_1 = H_{пер} - H_1 + a + v_1; \quad (8)$$

$$h_2 = H_{пер} - H_2 + a + v_2, \quad (9)$$

де H_1, H_2 і $H_{пер}$ - висоти основ першого і другого геодезичних пунктів та перешкоди відповідно; a - припустима висота візирного променя над перешкодою, що визначається за інструкцією [10]; v_1 та v_2 - поправки за кривизну Землі та рефракцію.

Поправки за кривизну Землі та рефракцію визначають за формулою

$$v = \frac{1-k}{2R} S^2 = 0,0675S^2, \quad (10)$$

де k – коефіцієнт рефракції; R – радіус Землі; S – відстань від перешкоди до геодезичного пункту.

Тоді нерівність (6) набуде наступного вигляду:

$$S_2x_1 + S_1x_2 \geq B_{12} \quad (8)$$

Отже, умовою безпосередньої видимості над перешкодою є вираз (8), що містить дві змінні, а отже задача має нескінченну множину рішень. У той самий час вираз (8) є обмеженням, що накладається на елементи розв'язку x_1 та x_2 . Додамо ще обмеження на невід'ємність елементів розв'язку і отримаємо остаточно оптимізаційну модель, реалізовану у наступному вигляді:

знайти значення змінних x_1 та x_2 , які обертають на \min цільову функцію

$$F = c_1x_1^2 + c_2x_2^2 \rightarrow \min$$

за умов

$$\begin{aligned} S_2x_1 + S_1x_2 &\geq B_{12} \\ x_1 &\geq 0, \\ x_2 &\geq 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Слід зауважити, що оскільки при мінімізації візирний промінь не повинен проходити над перешкодою вище, ніж це необхідно, нерівність (11) можна замінити строгою рівністю:

$$\begin{aligned} S_2x_1 + S_1x_2 &= B_{12} \\ x_1 &\geq 0, \\ x_2 &\geq 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Отримана оптимізаційна модель (11) містить цільову функцію, яка являє собою квадратичну форму, та лінійні обмеження. Така модель є моделлю квадратичного програмування, тобто належить до класу моделей нелінійного програмування, але є їхнім частковим випадком та найпростішою з нелінійних. Це зумовлено властивістю квадратичних моделей [11], яка полягає у тім, що оскільки в задачі квадратичного програмування множина припустимих рішень є опуклою, то, якщо цільова функція угнута, будь-який локальний максимум є глобальним, а якщо цільова функція опукла, то будь-який локальний мінімум також є глобальним.

Останніми роками розроблено низку ефективних методів розв'язання задач квадратичного програмування. Як наприклад, у роботі [12] пропонується нову методику розв'язання задачі неопуклого квадратичного програмування, що ґрунтується на використанні опуклих та угнутих опорних функцій у

сполученні із класичною теорією двоїстості. У статті [13] подано метод лінійного розв'язання задачі квадратичного програмування, у роботі [14] пропонується метод, який застосовує безпосередньо теорему Куна-Такера, тобто визначення сідлової точки.

Висновки

1. У статті досить детально розглянуто типи та структури зовнішніх геодезичних знаків, визначено особливості їх розміщення та будівництва.

2. Обґрунтовано необхідність вирішення задачі оптимізації висот геодезичних знаків, що, поперше пов'язано з фінансовими витратами на їх будівництво та реконструкцію.

3. Розглянутий у статті підхід до визначення висот зовнішніх геодезичних знаків, який використовує математичний апарат вирішення оптимізаційних задач є дієвим ефективним підходом, та дозволяє чисельно обґрунтувати мінімальну необхідну і достатню висоту зовнішніх геодезичних знаків.

4. Використання розглянутого підходу до визначення висот зовнішніх геодезичних знаків дозволяє оптимізувати фінансові витрати на їх зведення, що є суттєвим.

Література

1. Куштин И.Ф. *Геодезія : учеб.-практ. пос. – Москва : «Издательство ПРИОР», 2001. – 448 с.*
2. *Державна геодезична мережа України [Електронний ресурс] / Державна служба України з питань геодезії, картографії та кадастру. Науково-дослідний інститут геодезії і картографії. – Режим доступу: <http://dgm.gki.com.ua/>*
3. Романишин П.О. *Розвиток астрономо-геодезичної мережі України / П.О. Романишин, А.О. Телятник, І.М. Заєць // Вісник геодезії та картографії. – Київ, 1994. – № 1.*
4. Бондар А.Л. *Стан та основні напрями розвитку державної геодезичної мережі України / А.Л. Бондар, І.М. Заєць, О.В. Кучер // Вісник геодезії та картографії. – Київ, 2001. – № 3.*
5. *Про державний земельний кадастр : Закон України від 16.10.2012 р. № 5462-VI // Відомості Верховної Ради України. – 2012. – № 8. – ст. 61.*
6. Заєць І. *Особливості загального вирівнювання державної геодезичної мережі України / І. Заєць // Геодезія і геодинаміка: Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 2013. – Вип. 1 (25). – С. 43–50.*
7. *Моніторинг стану пунктів геодезичної мережі України з використанням соціальних мереж [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://ena.lp.edu.ua/bitstream/ntb/34313/1/06_35-37.pdf*
8. Michal, Ondrej. (2016). *OPTIMIZATION METHODS IN GEODETIC NETWORKS / 16th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2016, www.sgem.org, SGEM2016 Conference Proceedings, ISBN 978-619-7105-59-9 / ISSN 1314-2704, June 28 - July 6, 2016, Book2 Vol. 2, 479–486 pp.*

9. Геодезичний енциклопедичний словник / За редакцією В. Литинського. – Львів: Євровіт, 2001. – 668 с.
10. Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5 000, 1:2 000, 1:1 000 та 1:500, (ГКНТА-2.04-02-98) / Укргеодезкартографія, 1999 р. Документ з0393-98, поточна редакція. – Режим доступу : <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0393-98/>
11. Экономико-математические методы : эл. учеб. [Электронный ресурс]. – Режим доступу : <http://www.math.mrsu.ru/text/courses/method/kvadraticnoe-programmirovaniye.htm>
12. Теория и методы решения задач невыпуклого квадратичного программирования [Электронный ресурс]. – Режим доступу : https://www.rfbr.ru/rffi/ru/project_search/o_73804
13. Татаренко С.И. Линейное решение задачи квадратичного программирования / С.И. Татаренко // Программные продукты и системы. – 2014. – № 3(107), С. 36–40. – Режим доступу : <https://cyberleninka.ru/article/n/lineynoe-reshenie-zadachi-kvadraticnogo-programmirovaniya>

References

1. Kushtin I.F. Geodeziya : ucheb.-prakt. pos. – Moskva : «Izdatel'stvo PRIOR», 2001. – 448 s.
2. Derzhavna heodezychna merezha Ukrainy [Elektronnyi resurs] / Derzhavna sluzhba Ukrainy z pytan heodezii, kartohrafiï ta kadastru. Naukovo-doslidnyi instytut heodezii i kartohrafiï. – Rezhym dostupu: <http://dgm.gki.com.ua/>
3. Romanyshyn P.O. Rozvytok astronomo-heodezychnoi merezhi Ukrainy / P.O. Romanyshyn, A.O. Teliatnyk, I.M. Zaiets // Visnyk heodezii ta kartohrafiï. – Kyiv, 1994. – № 1.
4. Bondar A.L. Stan ta osnovni napriamy rozvytku derzhavnoi heodezychnoi merezhi Ukrainy / A.L. Bondar, I.M. Zaiets, O.V. Kucher // Visnyk heodezii ta kartohrafiï. – Kyiv, 2001. – № 3.
5. Pro derzhavnyi zemelnyi kadastr : Zakon Ukrainy vid 16.10.2012 r. № 5462–VI // Vidomosti Verkhovnoi Rady Ukrainy. – 2012. – № 8. – st. 61.
6. Zaiets I. Osoblyvosti zahalnoho vyrivniuvannia derzhavnoi heodezychnoi merezhi Ukrainy / I. Zaiets // Heodeziia i heodynamika: Suchasni dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva. – Lviv, 2013. – Вуп. 1 (25). – S. 43–50.
7. Monitorynh stanu punktiv heodezychnoi merezhi Ukrainy z vykorystanniam sotsialnykh merezh [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu : http://ena.lp.edu.ua/bitstream/ntb/34313/1/06_35-37.pdf
8. Michal, Ondrej. (2016). OPTIMIZATION METHODS IN GEODETIC NETWORKS / 16th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM

- 2016, www.sgem.org, SGEM2016 Conference Proceedings, ISBN 978-619-7105-59-9 / ISSN 1314-2704, June 28 - July 6, 2016, Book2 Vol. 2, 479–486 pp.
9. Heodezychnyi entsyklopedychnyi slovnyk / Za redaktsiieiu V. Litynskoho. – Lviv: Yevrosvit, 2001. – 668 s.
10. Instruktisiia z topohrafichnoho znimannia u masshtabakh 1:5 000, 1:2 000, 1:1 000 ta 1:500, (HKNTA-2.04-02-98) / Ukrheodezkartohrafiia, 1999 r. Dokument z0393-98, potochna redaktsiia. – Rezhym dostupu : <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0393-98/>
11. Ehkonomiko-matematicheskie metody : ehl. ucheb. [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu : <http://www.math.mrsu.ru/text/courses/method/kvadraticnoe-programmirovaniye.htm>
12. Teoriya i metody resheniya zadach nevypuklogo kvadraticnogo programmirovaniya. [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu : https://www.rfbr.ru/rffi/ru/project_search/o_73804
13. Tatarenko S.I. Linejnoe reshenie zadachi kvadraticnogo programmirovaniya / S.I. Tatarenko // Programmnye produkty i sistemy. – 2014. – № 3(107), S. 36–40. – Rezhym dostupu : <https://cyberleninka.ru/article/n/lineynoe-reshenie-zadachi-kvadraticnogo-programmirovaniya>

Рецензент: д-р техн. наук, проф. К.О. Метешкін, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Україна.

Автор: ВОРОНКОВ Олександр Олександрович кандидат економічних наук, доцент, доцент каф. земельного адміністрування та геоінформаційних систем, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail – voronkov.oleksii@kname.edu.ua

Автор: БАЙСТРУК Олександра Володимирівна студентка будівельного факультету, спеціальності геодезія та землеустрій, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail – oleksandra.baistruk@kname.edu.ua

Автор: ДАНИЛЮК Антон Анатолійович студент будівельного факультету, спеціальності геодезія та землеустрій, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail – Anton.Danylyuk@kname.edu.ua

MATHEMATICAL MODELING OF OPTIMAL HEIGHTS OF EXTERNAL GEODESIC SIGNS

O. Voronkov, O. Baistruk, A. Danylyuk

O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Ukraine

Due to the great importance of geodetic networks for the formation of a unified coordinate system on the territory of Ukraine, external geodetic signs have been established, which need to be restored and further developed. At the design stage, the calculation of the heights of geodetic signs is performed on topographic maps. The cost of erection of geodetic signs on average is 50 - 60% of the total cost of creating a geodetic network, so there is a need to pay close attention to the choice of places to build signs that provide their optimal height. The article presents a methodical approach to determining the heights of external geodetic signs, based on the mathematical apparatus used for

modeling and solving optimization problems. The principle of construction of the optimization model of the problem during the design of external geodetic signs in the conditions when their direct visibility should be provided is considered. The article considers in detail the types and structures of external geodetic signs, identifies the features of their location and construction. The resulting optimization model includes objective function, which is a quadratic form, and line restriction. This model is a model of quadratic programming, that belongs to a class of nonlinear programming models, but have their particular case and the simplest of nonlinear. This is because property quadratic model, which consists in the fact that since the problem of quadratic programming set of feasible solutions is convex, then, if the objective function is concave, any local maximum is global, and if the objective function is convex, then any local minimum is also global. The necessity of solving the problem of optimizing the heights of geodetic signs is substantiated, which is still connected with the financial costs for their construction and reconstruction. It is concluded that the approach to determining the heights of external geodetic signs presented in the article, which uses a mathematical apparatus for solving optimization problems, is an effective and efficient approach, and allows to numerically justify the minimum required and sufficient height of external geodetic signs. Using the present approach to the determination of geodetic heights external signs to optimize the financial costs of their construction, which is essential.

Keywords: geodetic sign, optimization, modeling.