

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до практичних занять і самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«ВИЩА МАТЕМАТИКА»

МОДУЛЬ 2

Інтегральне числення. Диференціальні рівняння.
Ряди. Операційне числення

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
за спеціальністю 126 – Інформаційні системи та технології)*

Харків – ХНУМГ ім. О. М. Бекетова – 2021

Методичні рекомендації до практичних занять і самостійної роботи з навчальної дисципліни «Вища математика». Модуль 2 : Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Ряди. Операційне числення (для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спец. 126 – Інформаційні системи та технології) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : А. В. Якунін. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2021. – 105 с.

Укладач канд. техн. наук, доц. А. В. Якунін

Рецензент

Ю. В. Ситникова, кандидат педагогічних наук, доцент кафедри вищої математики Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою вищої математики, протокол № 3 від 13.09.2021.

Методичні рекомендації розроблені відповідно до програми дисципліни «Вища математика» для студентів спеціальності 126 – Інформаційні системи та технології та відображають навчальний матеріал другого модуля. У методичних рекомендаціях розміщені теми лекційних і практичних занять відповідно до робочої програми з посиланнями на рекомендовані джерела (джерело, сторінки); питання для самодіагностики; задачі для проміжних рейтингових індивідуальних завдань; критерії оцінювання під час поточного, проміжного та підсумкового контролю. Методичні рекомендації доповнено довідковим матеріалом. У кінці наведено список рекомендованих джерел.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1 ЗМІСТ ТЕОРЕТИЧНОЇ ЧАСТИНИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	7
1.1 Рекомендації щодо роботи з теоретичним матеріалом	7
1.2 Теми лекційних занять з посиланнями на рекомендовані джерела	10
1.3 Теми теоретичного матеріалу для самостійного опрацювання з посиланнями на рекомендовані джерела	17
2 ЗМІСТ ПРАКТИЧНОЇ ЧАСТИНИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	19
2.1 Рекомендації щодо роботи на практичних заняттях	19
2.2 Теми та цілі практичних занять з посиланнями на рекомендовані джерела	21
3 ЗАДАЧІ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ	25
3.1 Загальні рекомендації щодо виконання рейтингових індивідуальних завдань	25
3.2 Рейтингове індивідуальне завдання № 1 Інтегральне числення та його застосування	27
3.3 Рейтингове індивідуальне завдання № 2 Диференціальні рівняння	36
3.4 Рейтингове індивідуальне завдання № 3 Числові ряди	50
3.5 Рейтингове індивідуальне завдання № 4 Степеневі ряди. Ряди Фур'є	56
3.6 Рейтингове індивідуальне завдання № 5 Перетворення Лапласа та його основні властивості	63
3.7 Рейтингове індивідуальне завдання № 6 Операційний метод розв'язування диференціальних рівнянь	68

4 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	73
4.1 Питання до змістового модуля 2.1 Інтегральне числення. Диференційні рівняння	73
4.2 Питання до змістового модуля 2.2 Ряди	77
4.3 Питання до змістового модуля 2.3 Операційне числення	79
5 КОНТРОЛЬ І КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ	81
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ	86
ДОДАТКИ	88
Додаток А Невизначений інтеграл	88
Додаток Б Визначений інтеграл і його застосування	93
Додаток В Диференціальні рівняння	95
Додаток Г Функції багатьох змінних	98
Додаток Д Ряди	101
Додаток Е Операційне числення	102

ВСТУП

Розвиток наукових досліджень і наукоємних технологій обумовлює зростання ролі математичної підготовки в сучасній інженерній освіті. Усвідомлене використання математичного інструментарію – це фундамент розв’язування багатьох прикладних задач. Математика виступає мовою інших наук, що дає зручні та плідні засоби опису різноманітних процесів. Також вона слугує невід’ємною складовою загальної культури та підвищує інтелектуальний потенціал особистості. Зазначене обґрунтовує важливість і необхідність вивчення дисципліни «вища математика» у систематизованій формі з подальшим активним застосуванням математичних методів у прикладних дослідженнях.

Мета дисципліни – забезпечити належну фундаментальну математичну підготовку студентів та сформувані у них знання та вміння застосовувати її для аналізу різноманітних явищ з орієнтацією на сфери професійної діяльності. Завдання дисципліни – допомогти студентам засвоїти основи математичного апарату, необхідного для розв’язування теоретичних і практичних задач, виробити вміння та навички математичного дослідження прикладних об’єктів, прищепити студентам потребу та озброїти вміннями самостійно вивчати наукові джерела з математики та її прикладних застосувань, сприяти розвитку логічного та алгоритмічного мислення.

Навчальний процес з дисципліни «вища математика» для студентів Навчально-наукового інституту енергетичної, інформаційної та транспортної інфраструктури, що навчаються за спеціальністю 126 – Інформаційні системи та технології триває два семестри на першому курсі навчання. На лекціях викладається теоретичний матеріал, на практичних заняттях студенти одержують додаткові пояснення теоретичних положень дисципліни, докладно опановують основні методи, підходи та засоби розв’язування математичних задач.

Важливою формою засвоєння математичного апарату є самостійна робота студентів, місце і роль якої постійно зростає. Вона включає самостійне опрацювання теоретичного матеріалу ряду тем, неперервні зусилля над виконанням домашніх поточних і проміжних індивідуальних завдань, проведення самоконтролю, творчі пошуки поза межами, передбаченими програмою дисципліни.

Основні форми самостійної роботи студентів:

- організаційно-методична робота в бібліотеці та в рамках інших інформаційних середовищ, конспектування навчального матеріалу згідно з тематичним планом програми дисципліни, опрацювання підручників і посібників, довідників і словників, ознайомлення з можливостями комп'ютерних математичних засобів;
- опрацювання лекційного матеріалу;
- підготовка до практичних занять;
- самостійне вивчення окремих тем і питань, спираючись на рекомендовані джерела;
- виконання поточних домашніх завдань;
- виконання проміжних рейтингових індивідуальних завдань;
- підготовка до проміжного контролю;
- підготовка до підсумкового контролю;
- опрацювання конкретних проблемних питань для звертання за консультацією викладача.

Результативність навчального процесу забезпечується ефективною системою контролю, яка включає в себе усне або письмове опитування, перевірку виконання поточних домашніх завдань, захист типових проміжних індивідуальних завдань, перевірку виконання модульних контрольних робіт і проходження підсумкового контролю за кожний модуль.

Методичні рекомендації надають необхідну інформацію про зміст, форми та особливості організації навчального процесу в розрізі практичних занять і самостійної роботи. Вони доповнені довідковим матеріалом, що містить основні формули та таблиці, необхідні для розв'язування задач. Запропоновано проміжні рейтингові індивідуальні завдання для самостійного розв'язування, мета яких – навчити розв'язувати основні задачі, що становлять певний мінімум згідно вимог програми дисципліни.

Рекомендації сприятимуть активному опануванню методикою розв'язування практичних задач та формуванню математичних і організаційних компетенцій. Активна навчальна робота з вищої математики є запорукою успішного засвоєння програмного матеріалу та створення фундаменту для вивчення спеціальних дисциплін і досягнення професійної майстерності та самореалізації.

1 ЗМІСТ ТЕОРЕТИЧНОЇ ЧАСТИНИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1.1 Рекомендації щодо роботи з теоретичним матеріалом

Основна форма аудиторних занять з вищої математики – лекція. Вона розвиває у студентів інтерес до знань, привертає увагу до структури та наповнення системи математичних понять. На лекції викладають базовий зміст навчального матеріалу, проводять аналіз категорій, понять і математичних методів, повідомляють новітні досягнення, ставлять проблеми, розставляють акценти, висвітлюють факти з історії науки, дають інформацію для роздумів і т. ін. Дидактична мета лекції полягає в тому, щоб зорієнтувати студентів у проблематиці відповідного розділу програми, окреслити загальну схему його побудови та закласти підґрунтя для подальшого засвоєння навчальної інформації, тобто забезпечити усвідомлене сприйняття ними навчального матеріалу, його первинне осмислення і формування початкових уявлень про відповідні математичні об'єкти. Крім того, на лекції можуть бути більш докладно розглянуті окремі питання навчального розділу, що не достатньо повно висвітлені в рекомендованих посібниках.

Проте в сучасних умовах лекцію не можна розглядати як головне джерело знань, а тим паче – як основну форму їх засвоєння. Визначальну роль у засвоєнні дисципліни відіграє наступна самостійна діяльність кожного студента над навчальними посібниками, іншими навчально-методичними і науковими джерелами, Виконання практичних робіт, самостійне розв'язування задач і вправ потребує від кожного напруження інтелектуальних і духовних сил із залученням додаткового до лекційного теоретичного і практичного матеріалу.

Задача лекційного курсу з вищої математики – сформувати уявлення про математику як струнку впорядковану й обґрунтовану систему теоретичних і практичних знань з високим рівнем абстракції та великою глибиною теоретичних положень. Успішне опанування курсу вищої математики вимагає від студентів високої культури абстрактного мислення, засвоєння і вироблення спеціальних методів наукового пізнання, вмінь і навичок аналітико-синтетичної діяльності, зокрема:

– виділяти суттєві та несуттєві сторони інформації, спільні та відмінні ознаки й особливості математичних об'єктів, їхні взаємозв'язки та відношення до інших явищ і процесів;

– виявляти і засвоювати загальні та специфічні закономірності виділеного класу об'єктів;

– розглядати виділений об'єкт з різних боків, подумки охоплювати його в цілому багатогранні;

– засвоювати інформацію не на рівні уявлень, а на рівні чітких понять, правил і законів;

– структурувати, систематизувати й узагальнювати отриману інформацію, проводити пошук нових сфер застосування сформованих знань;

– використовувати одержані знання для розв'язування практичних і прикладних задач з орієнтацією на фахові спрямування;

– застосовувати сучасні обчислювальні засоби, користуватися таблицями, довідниками та пошуковими системами;

– проводити наукові дослідження з певних конкретних проблем, займатися прикладною науково-дослідною роботою.

До лекції потрібно завчасно готуватися, уважно на ній слухати, вникати в суть і обов'язково конспектувати. Записи в конспекті повинні бути упорядковані, виглядати чисто й акуратно, що дозволить уникнути численних помилок, які відбуваються через недбалі та безладні записи. Якщо якась частина лекції залишиться все ж не засвоєною, то потрібно прикласти додаткові зусилля по оволодінню незрозумілою інформацією при підготовці до практичних занять і наступної лекції, а також наприкінці вивчення відповідного розділу.

З метою роз'яснення складних для розуміння конкретних моментів можна звертатися за консультацією до викладача. При цьому в своїх запитаннях студент повинен точно вказати, у чому полягають труднощі. Якщо він не розібрався в поясненнях, доведенні теореми чи у виведенні формули за лекціями або посібником, то потрібно вказати, яке використовувалося джерело, конкретні його сторінки, де розглядається це питання, і що саме викликало труднощі.

Важливим елементом пізнавальної діяльності з опанування теоретичного матеріалу служить вміння опрацьовувати лекції, навчальну та спеціальну математичну літературу. Можна вказати наступні два основні етапи роботи над теоретичною інформацією:

а) перше ознайомче читання з виділенням в інформації змістовно закінчених розділів, кожен з яких спочатку корисно оглянути в цілому, намагаючись ухопити його суть, головну логічну схему, основні положення та ключові поняття. Одночасно потрібно встановити, які відомі поняття, визначення і символи використовуються в даному розділі, та вичленити нову інформацію. Визначення нових понять треба добре зрозуміти. Далі доцільно усвідомити сенс і суть наведених теорем та їх наслідків, що приводяться у цьому розділі. При першому читанні корисно виділити мало зрозумілі місця, наприклад, підкреслити або позначити знаком питання. У результаті пізнавальної діяльності має бути сформоване загальне уявлення про навчальний матеріал розділу на рівні найбільш значущих, ключових положень і понять та взаємозв'язків між ними;

б) повторне читання повинно бути глибоким і вдумливим та супроводжуватись обов'язковим письмовим виконанням усіх перетворень і міркувань, у тому числі пропущених у тексті для скорочення записів. При цьому потрібно прагнути зрозуміти логіку доведення, його основні передумови та ідеї, з'ясувати, що є головним у доведенні, на яких основних положеннях воно будується. Потрібно домогтись точного уявлення про те, в якому місці доведення використано кожне припущення теореми, скласти загальну схему її доведення. Корисно подумки відтворити найбільш трудомісткі моменти, провести систематизацію та узагальнення вивченої інформації, зв'язати її з попереднім матеріалом, проаналізувати можливі наслідки і застосування. Треба чітко з'ясувати і завчити основні поняття, властивості та правила, яким підкоряються відповідні математичні об'єкти, теореми, що обслуговують головні поняття та їх взаємозв'язки, основні застосування даної теорії.

Треба звернути увагу, що недостатність засвоєння того чи іншого теоретичного блоку інколи з'ясується лише при вивченні наступного навчального матеріалу. Тоді потрібно повернутися назад і повторно опрацювати погано вивчений розділ. Коли виникають значні складнощі у розумінні теоретичних питань або при розв'язуванні задач, треба знову повторно розглянути відповідний матеріал, залучаючи додаткові джерела та, при необхідності, консультуючись з викладачем.

1.2 Теми лекційних занять з посиланнями на рекомендовані джерела

Змістовий модуль 2.1 Інтегральне числення. Диференційні рівняння

Тема 2.1.1 Невизначений інтеграл (2 год)

Первісна функція та невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних інтегралів. Безпосереднє інтегрування. Методи інтегрування: заміна змінної та інтегрування частинами. Інтегрування раціональних функцій.

У додатку А подана основна інформація щодо невизначеного інтеграла.

Література: [4, с. 4–32] або [9, с. 330–362], або [10, с. 7–32].

Теми рефератів:

1. Невизначений інтеграл і його геометричний зміст. Основні методи інтегрування та нестандартні підходи.

2. Інтегрування дробово-лінійних ірраціональностей.

3. Інтегрування тригонометричних виразів.

Тема 2.1.2 Визначений інтеграл (2 год)

Визначений інтеграл та його основні властивості. Формула Ньютона – Лейбниця. Інтегрування частинами і заміна змінної у визначеному інтегралі. Невласний інтеграл по нескінченному проміжку (першого роду).

У додатку Б подана основна інформація щодо невизначеного інтеграла та його геометричних застосувань.

Література: [4, с. 41–62] або [9, с. 365–391], або [10, с. 40–57].

Теми рефератів:

1. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею. Диференціювання інтеграла за параметром.

2. Невласні інтеграли від необмежених функцій та їх геометричний зміст.

3. Ознаки збіжності невластних інтегралів.

Тема 2.1.3 Геометричні застосування визначеного інтеграла (2 год)

Площа плоскої фігури. Довжина дуги кривої. Об'єм тіла обертання.

Література: [4, с. 70–79, 85–92, 96–101] або [9, с. 401–408], або [10, с. 57–69].

Теми рефератів:

1. Площа плоскої фігури в полярній системі координат.
2. Площа плоскої області, обмеженої параметричними лініями.
3. Площа поверхні обертання.

Тема 2.1.4 Диференціальні рівняння першого порядку (2 год)

Поняття про звичайне диференціальне рівняння. Порядок рівняння. Загальний і частинний розв'язки та їх геометричний зміст. Початкові та граничні умови. Задачі, які приводять до диференціальних рівнянь. Рівняння з відокремлюваними змінними. Рівняння першого порядку з однорідною правою частиною. Лінійні рівняння першого порядку.

У додатку В подана основна інформація щодо звичайних диференціальних рівнянь.

Література: [4, с. 149–175] або [9, с. 421–435, 446–450], або [10, с. 69–88].

Теми рефератів:

1. Економічні задачі, що зводяться до диференціальних рівнянь першого порядку.
2. Задачі на складання диференціальних рівнянь.
3. Геометричний зміст диференціальних рівнянь першого порядку. Їх наближене розв'язування числовим методом Ейлера.

Тема 2.1.5 Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку (2 год)

Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Структура загального розв'язку. Метод Ейлера. Характеристичне рівняння. Побудова загального розв'язку однорідного диференціального рівняння у випадку дійсних різних, дійсних кратних і комплексно спряжених коренів характеристичного рівняння. Розв'язування задачі Коші.

Література: [4, с. 186–196] або [9, с. 451–453, 460–465, 470–472], або [10, с. 88–96].

Теми рефератів:

1. Диференціальні рівняння другого порядку, що допускають його зниження.
2. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку з використанням

гіперболічних функцій.

3. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння вище другого порядку.

Тема 2.1.6 Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку (2 год)

Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами і з правою частиною спеціального вигляду. Відшукування частинного розв'язку, що відповідає вигляду правої частини. Розв'язування задачі Коші. Системи двох лінійних диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами.

Література: [4, с. 197–221, 227–230, 235–243] або [9, с. 473–477, 483–491], або [10, с. 96–113].

Теми рефератів:

1. Побудова загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку методом варіації довільних сталих.

2. Застосування лінійних диференціальних рівнянь для дослідження електричних ланцюгів.

3. Розв'язування функціональних рівнянь зведенням до диференціальних рівнянь.

Тема 2.1.7 Диференціальні рівняння з частинними похідними.

Методи розв'язування задач математичної фізики (2 год)

Диференціальне рівняння з частинними похідними та його розв'язок. Початкові та граничні умови. Крайові задачі. Рівняння математичної фізики. Класифікація лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з частинними похідними. Рівняння коливаний струни, рівняння поширення тепла у стержні. Методи розв'язування задач математичної фізики.

У додатку Г подана основна інформація щодо функцій багатьох змінних.

Література: [2, с. 231–283] або [5, с. 337–365].

Теми рефератів:

1. Диференціальне рівняння з частинними похідними, що розв'язуються в квадратурах.

2. Різницький метод розв'язування задач математичної фізики.

3. Розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь з

частинними похідними.

Змістовий модуль 2.2 Ряди

Тема 2.2.1 Числовий ряд. Достатні ознаки збіжності знакододатних рядів (2 год)

Числовий ряд, члени ряду, часткові суми. Збіжність і розбіжність ряду. Сума ряду. Залишок ряду. Необхідна ознака збіжності та достатня ознака розбіжності. Властивості дій з рядами.

Достатні ознаки збіжності знакододатних рядів. Інтегральна ознака Коші. Еталонні ряди: ряд геометричної прогресії та узагальнений гармонічний ряд. Основна ознака порівняння. Гранична ознака порівняння. Ознака Даламбера. Радикальна ознака Коші.

Література: [5, с. 4–27] або [9, с. 493–505], або [10, с. 163–178].

Теми рефератів:

1. Найпростіші дії над рядами. Множення рядів.
2. Подвійні ряди та ознаки їх збіжності.
3. Знаходження сум числових рядів.

Тема 2.2.2 Знакозмінні ряди (2 год)

Знакозмінні ряди. Знакопочергові ряди. Ознака Лейбниці. Достатня ознака збіжності знакозмінного ряду. Абсолютна й умовна збіжність.

Література: [5, с. 27–33] або [9, с. 505–509], або [10, с. 179–184].

Теми рефератів:

1. Дослідження знакозмінних рядів на абсолютну та умовну збіжність.
2. Науковий внесок Лейбниці Г. В. у теорію рядів та інші галузі математики.
3. Наближене обчислення сум знакопочергових рядів.

Тема 2.2.3 Степеневі ряди. Область збіжності (2 год)

Функціональний ряд. Область збіжності функціонального ряду. Рівномірна збіжність. Ознака Веєрштраса. Степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності степеневого ряду. Область збіжності степеневого ряду.

Література: [5, с. 33–45] або [9, с. 512–521], або [10, с. 184–193].

Теми рефератів:

1. Різні види збіжності функціонального ряду.
2. Узагальнені степеневі ряди.
3. Степеневі ряди на комплексній площині.

Тема 2.2.4 Розвинення функцій у степеневі ряди (2 год)

Ряди Тейлора і Маклорена. Розвинення функцій у степеневі ряди.

У додатку Д наведені основні стандартні розвинення функцій у степеневі ряди.

Література: [5, с. 46–55] або [9, с. 521–527], або [10, с. 193–203].

Теми рефератів:

1. Знаходження сум степеневих рядів за допомогою диференціальних рівнянь.
2. Науковий внесок Тейлора Б. у теорію рядів та інші галузі математики.
3. Науковий внесок Маклорена К. у теорію рядів та інші галузі математики.

Тема 2.2.5 Застосування степеневих рядів до наближених обчислень (2 год)

Наближене обчислення значень функцій. Наближене обчислення визначених інтегралів. Наближене розв'язування диференціальних рівнянь.

Література: [5, с. 56–62] або [9, с. 527–531], або [10, с. 204–210].

Теми рефератів:

1. Застосування степеневих рядів до обчислень границь.
2. Застосування степеневих рядів до наближеного знаходження невизначених інтегралів.
3. Застосування степеневих рядів до наближеного розв'язування інтегральних рівнянь.

Тема 2.2.6 Тригонометричні ряди Фур'є – 2 год.

Ортогональність функцій. Приклади ортогональних систем функцій. Розвинення періодичних функцій у тригонометричний ряд Фур'є. Умови збіжності ряду Фур'є.

Література: [5, с. 66–88] або [9, с. 538–549], або [10, с. 210–221].

Теми рефератів:

1. Розвинення в ряд Фур'є неперіодичних функцій. Ряди Фур'є в наближених обчисленнях.
2. Комплексна форма ряду Фур'є.
3. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є та його властивості.

Змістовий модуль 2.3 Операційне числення

Тема 2.3.1 Перетворення Лапласа та його основні властивості (2 год)

Оператор Лапласа. Оригінал і зображення. Таблиці операційного числення. Основні властивості перетворення Лапласа. Основні оригінали та їхні зображення. Приклади знаходження зображень.

У додатку Е подана основна інформація щодо властивостей перетворення Лапласа та відповідності «оригінал – зображення».

Література: [2, с. 76–83] або [3, с. 4–18].

Теми рефератів:

1. Двостороннє перетворення Лапласа та його властивості.
2. Перетворення Мелліна як мультиплікативна версія двостороннього перетворення Лапласа.
3. Знаходження зображень за Лапласом із використанням комплексних чисел.

Тема 2.3.2 Обернення перетворення Лапласа. Операційний метод розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем (2 год)

Обернення перетворення Лапласа. Відшукання оригіналу зображення, що має вигляд раціонального дробу. Операційний метод розв'язування лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Операційний метод розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

Література: [2, с. 88–95] або [3, с. 19–29].

Теми рефератів:

1. Відшукання оригіналу зображення з використанням комплексних чисел.
2. Знаходження оригіналу зображення з використанням основних теорем операційного числення.

3. Науковий внесок Хевісайда О. в розробку операційного числення.

Тема 2.3.3 Розв'язування диференціальних рівнянь із запізнюванням (2 год)

Знаходження зображення оригіналу, що містить запізнювання. Відшукування оригіналу зображення у випадку наявності запізнювань. Розв'язування диференціальних рівнянь з правою частиною, що містить запізнювання.

Література: [3, с. 13–15, 29–31].

Теми рефератів:

1. Знаходження зображення оригіналу, що містить запізнювання.

2. Розв'язування диференціальних рівнянь із запізнілим аргументом.

3. Розв'язування систем диференціальних рівнянь із правою частиною, що містить запізнювання.

Тема 2.3.4 Згортка функцій. Розв'язування інтегральних та інтегро-диференціальних рівнянь (2 год)

Зображення інтеграла від оригіналу. Згортка функцій та її зображення. Одиначна імпульсна дельта-функція Дірака $\delta(t)$ та її зображення. Розв'язування інтегральних та інтегро-диференціальних рівнянь.

Література: [2, с. 97–108] або [3, с. 31–38].

Теми рефератів:

1. Одиначні функції Хевісайда і Дірака. Поняття про узагальнені функції.

2. Інтеграл Дюамеля та його застосування.

3. Розв'язування інтегральних та інтегро-диференціальних рівнянь, що містять запізнювання.

Тема 2.3.5 Застосування операційного числення до прикладних задач (2 год)

Розв'язування операційним методом задач теоретичної електротехніки. Застосування операційного числення до розв'язування задач математичної фізики.

Література: [2, с. 108–112, 276–279] або [3, с. 38–43].

Теми рефератів:

1. Михайло Левінштейн і його книга «Операційне числення в задачах електротехніки».
2. Перетворення Фур'є в задачах електротехніки.
3. Застосування операційного числення до розв'язування крайових задач для лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними.

1.3 Теми теоретичного матеріалу для самостійного опрацювання з посиланнями на рекомендовані джерела

Змістовий модуль 2.1 Інтегральне числення. Диференційні рівняння

Тема 2.1.1 Інтегрування різних класів функцій (6 год)

Інтегрування лінійних ірраціональностей. Інтегрування тригонометричних виразів. Інтегрування виразів, що містять квадратний корінь із суми чи різниці квадратів.

Література: [4, с. 31–41] або [9, с. 356–362], або [10, с. 32–39].

Тема 2.1.2 Невласні інтеграли від необмежених функцій (другого роду). Ознаки збіжності невластних інтегралів (4 год)

Невласні інтеграли від необмежених функцій. Геометричний зміст. Ознаки збіжності невластних інтегралів першого та другого роду. Ознаки порівняння. Еталонні (стандартні) інтеграли.

Література: [4, с. 63–71] або [9, с. 388–394].

Тема 2.1.3 Фізичні та економічні застосування визначеного інтеграла (4 год)

Робота змінної сили. Маса, статичні моменти, моменти інерції та координати центра мас. Застосування визначеного інтеграла в економічних задачах.

Література: [4, с. 107–123] або [9, с. 409–411].

Тема 2.1.4 Матричний метод розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь (4 год)

Матричний метод розв'язування однорідних систем лінійних диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами. Розв'язування неоднорідних систем методом варіації довільних сталих.

Література: [4, с. 222–227, 231–236] або [9, с. 491–493].

Тема 2.1.5 Розв'язування диференціальних рівнянь з частинними похідними методом сіток (2 год)

Розв'язування диференціальних рівнянь з частинними похідними методом сіток. Основні поняття теорії різницевих схем: апроксимація, стійкість і збіжність. Сучасні комп'ютерні пакети числових методів.

Література: [2, с. 279–282].

Змістовий модуль 2.2 Ряди

Тема 2.2.1 Степеневі ряди на комплексній площині (2 год)

Степеневі ряди на комплексній площині. Функції комплексної змінної як суми комплексних степеневих рядів. Формули Ейлера.

Література: [5, с. 62–66] або [9, с. 534–536].

Тема 2.2.2 Розвинення в ряд Фур'є неперіодичних функцій. Комплексна форма ряду Фур'є (4 год)

Розвинення в ряд Фур'є неперіодичних функцій. Парне та непарне періодичне продовження. Ряд Фур'є в комплексній формі.

Література: [5, с. 84–90] або [9, с. 549–553].

Змістовий модуль 2.3 Операційне числення

Тема 2.3.1 Математичне моделювання динаміки систем у змінних «вхід – вихід» (2 год)

Застосування операційного числення для моделювання динаміки систем у змінних «вхід – вихід». Передаточна, перехідна та імпульсна перехідна функції.

Література: [2, с. 112–114] або [3, с. 44–46].

2 ЗМІСТ ПРАКТИЧНОЇ ЧАСТИНИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

2.1 Загальні рекомендації щодо роботи на практичних заняттях

Глибоке володіння математичним апаратом, що дозволяє чітко формулювати та ефективно вирішувати фахові проблеми, формується шляхом вироблення вмінь і навичок розв'язування задач і вправ, що охоплюють відповідний матеріал. На практичних заняттях студенти опановують основні методи, алгоритми та прийоми розв'язування математичних задач, а також одержують додаткові пояснення теоретичних положень дисципліни. Студенти мають можливість закріпити і поглибити знання, здобуті на лекціях і роботою з посібниками, домогтися їх осмисленого застосування в різних умовах, проявити індивідуальні досягнення та особисті якості.

На практичних заняттях переважно вирішуються такі дидактичні завдання:

- оволодіння спеціальними математичними знаннями, їх трансформація в уміння та навички, інтелектуальний розвиток;
- формування основ наукового світогляду;
- підготовка до практичної діяльності;
- виховання самостійності, ініціативності, наполегливості та творчого підходу до поставлених задач.

Звичайно на практичних заняттях спочатку проводиться коротке обговорення й аналіз найбільш складних моментів у поточному домашньому завданні. Потім здійснюється актуалізація нового теоретичного матеріалу, виділяються головні положення та фіксуються основні твердження та формули. Далі висвітлюються тема і мета заняття та ставляться завдання по засвоєнню нової теми. Для їх розв'язування дозволяється використовувати будь-які додаткові джерела: конспекти лекцій, довідники, графічні схеми, інформаційні таблиці, ресурси Інтернет, допомогу викладача чи іншого студента.

Студент повинен з користю і без втрат використовувати час практичного заняття, працювати з максимальною інтенсивністю, проявляти самостійність, активність, допитливість і наполегливість.

При проведенні практичних занять студент повинен суворо виконувати весь обсяг необхідної домашньої підготовки, що включає

в себе:

- попереднє опрацювання відповідного теоретичного матеріалу з виділенням основних положень і незрозумілих моментів;
- самостійне вивчення методичних рекомендацій щодо постановки завдань, розв'язування типових задач і вправ;
- виконання поточного домашнього завдання та відповідних задач з проміжного індивідуального завдання.

Для ефективного засвоєння програмного матеріалу студенту потрібно багато часу відводити на розв'язування задач і вправ за кожним розділом, відпрацьовувати вміння та навички з вирішення завдань базового рівня як на практичних заняттях, так і в позааудиторній самостійній роботі, приділяти увагу як виробленню стійких навичок, так і творчим моментам.

У ході вивчення відповідного матеріалу студент повинен:

- виробляти вміння розв'язувати базові математичні задачі та зводити розв'язки до практично прийняттого результату;
- розвивати логічне і алгоритмічне мислення;
- набувати навичок математичного дослідження прикладних питань з фахової сфери (застосування математичних засобів для постановки і розв'язування практичних задач, вибір оптимального способу розв'язання, інтерпретація та предметна оцінка отриманих результатів);

– вчитися застосовувати сучасні обчислювальні засоби, а також користуватися таблицями, довідниками та пошуковими системами.

Потрібно акцентувати, що вміння успішно розв'язувати задачі на пройдений матеріал є необхідною, але недостатньою умовою гарного знання теорії, оскільки часто правильний розв'язок задачі одержується в результаті застосування механічно завчених формул, без розуміння суті справи. Тому важливим моментом розв'язання слугує всебічний аналіз та інтерпретація задачі та її розв'язку, можливі зміни вхідних даних і форми подання результатів та інші узагальнення.

Якщо в процесі розв'язування задач виникають питання, вирішити які самостійно не вдається (незрозумілість термінів, позначень, постановки окремих завдань та ін.), то студент може звернутися за консультацією до викладача. При цьому свої запитання він повинен ставити максимально конкретно: точно вказати місце виникнення ускладнень, їхній характер, свій погляд і передбачуваний план вирішення проблеми.

2.2 Теми та цілі практичних занять з посиланнями на рекомендовані джерела

Змістовий модуль 2.1 Інтегральне числення. Диференційні рівняння

Тема 2.1.1 Невизначений інтеграл (2 год)

Невизначений інтеграл. Безпосереднє інтегрування. Заміна змінної. Інтегрування частинами. Інтегрування раціональних функцій.

Мета. Засвоїти поняття первісної та невизначеного інтеграла. Виробити вміння і навички застосування основних методів інтегрування – заміна змінної та інтегрування частинами. Ознайомитись з основними підходами до інтегрування раціональних функцій.

Література: [6, с. 225–233] або [7, с. 179–206], або [11, с. 235–252, 260, 261].

Тема 2.1.2 Визначений інтеграл (2 год)

Мета. Засвоїти поняття визначеного інтеграла. Виробити вміння та навички застосування методів знаходження визначеного інтеграла. Ознайомитись з поняттям невласного інтеграла з нескінченними межами інтегрування.

Література: [6, с. 240–248] або [7, с. 235–239, 267], або [11, с. 263–267, 269–274, 276].

Тема 2.1.3 Геометричні застосування визначеного інтеграла (2 год)

Мета. Виробити вміння та навички застосування інтегрального числення до геометричних задач: знаходження площі плоскої області, довжини дуги кривої та об'єму тіла обертання.

Література: [6, с. 252–263] або [11, с. 278–283, 288–290].

Тема 2.1.4 Диференціальні рівняння першого порядку (2 год)

Мета. Засвоїти поняття звичайного диференціального рівняння, початкових та межових умов. Виробити вміння та навички знаходження загального та частинного розв'язку диференціального рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними, з однорідною правою частиною та лінійного.

Література: [6, с. 269–277] або [8, с. 3, 4, 7–13, 15–18], або [11, с. 294–307].

*Тема 2.1.5 Лінійні однорідні диференціальні рівняння
другого порядку (2 год)*

Мета. Усвідомити структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами та виробити вміння та навички знаходження його загального та частинного розв'язку у випадку дійсних різних, дійсних кратних і комплексно спряжених коренів характеристичного рівняння.

Література: [6, с. 285, 286] або [8, с. 34, 35], або [11, с. 313, 314, 322, 323].

*Тема 2.1.6 Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння
другого порядку (2 год)*

Мета. Усвідомити структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Виробити вміння та навички знаходження частинного розв'язку, що відповідає структурі правої частини спеціального вигляду. Сформувати вміння та навички знаходити загальний розв'язок і частинний розв'язок, що відповідає початковим умовам.

Література: [6, с. 286–288] або [8, с. 35–40], або [11, с. 315–324].

*Тема 2.1.7 Системи лінійних диференціальних рівнянь
першого порядку (2 год)*

Мета. Засвоїти поняття системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку. Виробити вміння та навички знаходження загального та частинного розв'язку системи методом зведення її до одного диференціального рівняння вищого порядку.

Література: [6, с. 289, 290] або [8, с. 42–44], або [11, с. 324–331].

Змістовий модуль 2.2 Ряди

Тема 2.2.1 Числовий ряд. Достатні ознаки збіжності знакододатних рядів (2 год)

Мета. Засвоїти поняття числового ряду та його суми. Виробити вміння та навички дослідження на збіжність знакододатного ряду.

Література: [6, с. 291–296] або [11, с. 401–411, 415, 416].

Тема 2.2.2 Знакозмінні ряди (2 год)

Мета. Засвоїти поняття знакозмінного та знакочергового ряду, абсолютної та умовної збіжності. Виробити вміння та навички дослідження на абсолютну та умовну збіжність знакозмінного ряду.

Література: [6, с. 296, 297] або [11, с. 411–415, 417, 418].

Тема 2.2.3 Степеневі ряди. Область збіжності (2 год)

Мета. Засвоїти поняття функціонального ряду та його області збіжності. Виробити вміння та навички знаходження інтервалу, радіуса та області збіжності степеневих рядів.

Література: [6, с. 299–302] або [11, с. 419–426, 429].

Тема 2.2.4 Розвинення функцій у степеневі ряди (2 год)

Мета. Засвоїти поняття ряду Тейлора та ряду Маклорена. Виробити вміння та навички знаходження розвинення функцій у степеневі ряди.

Література: [6, с. 304, 305] або [11, с. 430].

Тема 2.2.5 Застосування степеневих рядів до наближених обчислень (2 год)

Мета. Виробити вміння та навички наближеного обчислення значень функцій, наближеного знаходження визначених інтегралів і наближеного розв'язування диференціальних рівнянь.

Література: [6, с. 306, 307] або [11, с. 430].

Тема 2.2.6 Тригонометричні ряди Фур'є (2 год)

Мета. Засвоїти поняття ортогональності функцій та ряду Фур'є. Усвідомити умови збіжності ряду Фур'є. Виробити вміння та навички знаходження розвинення періодичних функцій у тригонометричний ряд Фур'є.

Література: [6, с. 308–310] або [8, с. 128–132, 134–136], або [11, с. 431–442].

Змістовий модуль 2.3 Операційне числення

Тема 2.3.1 Перетворення Лапласа та його основні властивості (2 год)

Мета. Засвоїти поняття перетворення Лапласа. Усвідомити його основні властивості. Виробити вміння та навички знаходження для оригіналу його зображення.

Література: [3, с. 46, 47, 51] або [8, с. 74, 75], або [11, с. 451–456, 459].

Тема 2.3.2 Обернення перетворення Лапласа (2 год)

Мета. Виробити вміння та навички знаходження оригіналу для зображення, що має вигляд раціонального дробу.

Література: [3, с. 47, 48, 52, 53] або [8, с. 86, 87], або [11, с. 458–460].

Тема 2.3.3 Операційний метод розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем (2 год)

Мета. Виробити вміння та навички розв'язування операційним методом лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами та їх систем.

Література: [3, с. 48–51, 53–55] або [8, с. 79–84, 87–90], або [11, с. 460].

Тема 2.3.4 Розв'язування диференціальних рівнянь із запізнюванням (2 год)

Мета. Виробити вміння та навички знаходження зображення оригіналу, що містить запізнювання, та розв'язування операційним методом диференціальних рівнянь з правою частиною, що містить запізнювання.

Література: [3, с. 55–57] або [8, с. 78, 79].

Тема 2.3.5 Згортка функцій. Розв'язування інтегральних та інтегро-диференціальних рівнянь (2 год)

Мета. Засвоїти поняття згортки функцій та одиничної імпульсної дельта-функції Дірака. Виробити вміння розв'язування операційним методом інтегральних та інтегро-диференціальних рівнянь.

Література: [3, с. 52] або [8, с. 75, 76, 96, 97].

3 ЗАДАЧІ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

3.1 Загальні рекомендації щодо виконання рейтингових індивідуальних завдань

Ефективне засвоєння знань і формування математичної компетентності студентів відбувається в три етапи:

– *початковий* передбачає введення нових понять і усвідомлення їхньої суті та значення, встановлення зв'язків з уже відомими поняттями;

– *базовий* полягає в опануванні дій з новими поняттями та виробленні відповідних умінь і практичних навичок, розвитку здатності швидко аналізувати ситуації, що стосуються цих понять;

– *творчий* відображається в дослідницькій діяльності, що формує власне бачення процесу розв'язування та потребує нестандартних підходів.

Виконання рейтингових індивідуальних завдань є важливою складовою базового етапу математичної підготовки та передбачає деякі елементи творчого підходу. Вони мусять спонукати студента опанувати методикою розв'язування практичних задач, набути певних математичних компетенцій, активізувати самостійність і підвищувати математичну культуру.

При виконанні проміжного рейтингового індивідуального завдання (РІЗ) студенту, перш за все, потрібно повторити відповідний теоретичний матеріал. Для вироблення вмінь і навичок розв'язування задач можна звернутися до розгляду наведених в рекомендованих джерелах [1; 2; 5; 7; 9] прикладів розв'язання типових завдань. Проте ефективне виконання завдань РІЗ вимагає від студента не тільки відповідних теоретичних знань і вміння їх застосовувати, але й певної креативності. При цьому розв'язування задач у типових випадках повинно виконуватись на рівні навичок – без помилок і впевнено.

При виконанні проміжного рейтингового індивідуального завдання та оформленні письмового звіту студент повинен додержуватись наступних правил і вимог:

а) ураховуючи свої індивідуальні особливості та можливості, спрогнозувати реальний час для самостійного виконання даного РІЗ та виробити план-графік своєї роботи;

б) перед розв'язуванням кожної задачі треба привести повністю

її умову;

в) проаналізувати умову та можливі шляхи вирішення задачі, вибрати з них найкращий і скласти короткий план розв'язування;

г) подавати розв'язання задач необхідно ретельно та чітко, у тій же послідовності, в якій вони вказані в РІЗ, строго зберігаючи їх задану нумерацію;

д) помилкові записи треба не стирати і замазувати коректором, а закреслювати кожний такий запис горизонтальною лінією;

е) розв'язання задач повинно супроводжуватись короткими та достатньо повними поясненнями, що включають стислі теоретичні викладки й основні формули, та необхідними графічними ілюстраціями; забороняється використання не прийнятих у нашій країні позначень – треба вивчати прийняту у нашому середовищі математичну мову;

ж) обчислення потрібно наводити повністю та розташовувати у строгому порядку, відділяючи допоміжні обчислення від основних; у проміжних обчисленнях не треба використовувати наближені значення; використання обчислювальних можливостей комп'ютерних програм допускається тільки для самоперевірки;

и) рисунки можна виконувати «від руки», проте акуратно та чітко, із зазначенням одиниць масштабу, координатних осей; позначення в тексті розв'язання повинні відповідати позначенням на рисунках; коли необхідне особливо ретельне зображення, то необхідно користуватися відповідними креслярськими інструментами чи застосовувати комп'ютерні засоби;

к) розв'язання задачі повинно доводитись до відповіді, що вимагається умовою, і подаватись, за можливості, у загальному вигляді з виведенням результуючої формули, в яку потім підставляють конкретні числові значення; одержані остаточні результати потрібно виділяти рамкою чи підкреслювати;

л) одержану відповідь треба оцінити, виходячи з фізичного, геометричного чи іншого практичного змісту задачі (наприклад, перевірити розмірність і правдоподібність); розв'язати задачу декількома способами, якщо це можливо, і порівняти отримані результати; при можливості виконати пряму перевірку відповіді;

м) наприкінці звіту про виконане РІЗ необхідно привести список опрацьованих джерел.

Для закріплення вмінь і навичок потрібно розв'язати аналогічні задачі з інших варіантів РІЗ.

Звіт за РІЗ підлягає захисту, на якому викладач перевіряє самостійність виконання роботи.

Коли виникають складнощі при виконанні РІЗ, можна звернутися з конкретними запитаннями за консультацією викладача.

Під час підсумкового контролю за модуль студент може користуватися своїми звітами за РІЗи.

3.2 Рейтингове індивідуальне завдання № 1 Інтегральне числення та його застосування

Задача 1. Знайти невизначені інтеграли і одержані результати перевірити диференціюванням.

Примітка. Докладно розписувати відповідні обчислення (заміна змінної, інтегрування частинами, розвинення на елементарні дроби, знаходження похідних).

Номер в-га	Завдання		
	1.1	1.2	1.3
1	2	3	4
1	$\int \frac{(5x-1)dx}{8+2x-x^2}$	$\int (x^2-8x)\ln x dx$	$\int \frac{(2x^2+9)dx}{x(x^2-6x+5)}$
2	$\int \frac{(3x+4)dx}{x^2+5x+4}$	$\int (3x-1)\cos x dx$	$\int \frac{(2x-5)dx}{x(x^2+2x-8)}$
3	$\int \frac{(3x-4)dx}{x^2-5x-6}$	$\int x^2 \arctg 4x dx$	$\int \frac{(3x^2-8)dx}{(x^2-4x+8)x}$
4	$\int \frac{(5x-2)dx}{x^2+2x+10}$	$\int (x+2)\ln x dx$	$\int \frac{(2x^2+x)dx}{(x-1)(x^2-5x+4)}$
5	$\int \frac{(4x-5)dx}{x^2+5x-14}$	$\int \frac{\ln x}{x^2} dx$	$\int \frac{(4x^2+3)dx}{x(x^2+4x-12)}$
6	$\int \frac{(3x+8)dx}{x^2+4x+4}$	$\int x \cdot 10^{3x} dx$	$\int \frac{(x^2+2x)dx}{(x+1)(x^2-4x+8)}$

1	2	3	4
7	$\int \frac{(5x-4)dx}{x^2+6x+13}$	$\int x^2 \sin 6x dx$	$\int \frac{(4x-7)dx}{(x+1)(x^2+x-12)}$
8	$\int \frac{(4x+5)dx}{x^2-6x+18}$	$\int (x-4)e^{-x/2} dx$	$\int \frac{(5x^2+4x)dx}{(x-2)(x^2+x-6)}$
9	$\int \frac{(6x-1)dx}{x^2+6x+9}$	$\int \operatorname{arctg} \frac{x}{5} dx$	$\int \frac{(3x+5)dx}{(x-1)(x^2-2x+5)}$
10	$\int \frac{(4x+5)dx}{x^2-8x+20}$	$\int x \cdot 3^{2x} dx$	$\int \frac{(2x^2+3x)dx}{(x+1)(x^2-2x-3)}$
11	$\int \frac{(6-7x)dx}{x^2+2x-3}$	$\int x^2 \cos 5x dx$	$\int \frac{(3x-8)dx}{(x-2)(x^2-4x+5)}$
12	$\int \frac{(4-3x)dx}{x^2+4x-5}$	$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$	$\int \frac{(4x^2+9)dx}{(x+1)(x^2-6x+8)}$
13	$\int \frac{(5-8x)dx}{x^2-3x-10}$	$\int x \operatorname{arctg} 2x dx$	$\int \frac{(4x+1)dx}{x(x^2-6x+25)}$
14	$\int \frac{(3+8x)dx}{x^2-6x+9}$	$\int \arcsin \frac{x}{4} dx$	$\int \frac{(x^2+6x)dx}{(x+1)(x^2-x-2)}$
15	$\int \frac{(3-7x)dx}{x^2+2x-8}$	$\int (6x-1) \ln x dx$	$\int \frac{(x^2+8)dx}{x(x^2+10x+29)}$
16	$\int \frac{(4x-7)dx}{x^2+8x+16}$	$\int (6x+1) \sin 2x dx$	$\int \frac{(2x-3)dx}{x(x^2-4x+20)}$
17	$\int \frac{(5x+4)dx}{x^2+8x+20}$	$\int (3x-1) \cos 2x dx$	$\int \frac{(2x^2-3x)dx}{(x-1)(x^2+x-6)}$

1	2	3	4
18	$\int \frac{(4x-9)dx}{x^2-5x-6}$	$\int \sqrt{x} \ln x dx$	$\int \frac{(x^2-4)dx}{x(x^2+8x+32)}$
19	$\int \frac{(5x-2)dx}{x^2+9x-10}$	$\int \arccos 3x dx$	$\int \frac{(3x^2+4)dx}{x(x^2-2x+5)}$
20	$\int \frac{(4x+7)dx}{x^2-8x+16}$	$\int (3x+4)e^{-x} dx$	$\int \frac{(x^2-8x)dx}{(x+1)(x^2+5x+4)}$
21	$\int \frac{(3x+10)dx}{x^2+4x+13}$	$\int \sqrt{x^3} \ln x dx$	$\int \frac{(4x^2-1)dx}{(x-1)(x^2+5x-6)}$
22	$\int \frac{(5x-6)dx}{x^2+8x+16}$	$\int x^2 \arctg x dx$	$\int \frac{(6x^2-1)dx}{x(x^2-6x+34)}$
23	$\int \frac{(3x+8)dx}{x^2-6x+25}$	$\int \arctg \frac{x}{3} dx$	$\int \frac{(x^2+9x)dx}{(x+1)(x^2-x-12)}$
24	$\int \frac{(3x-10)dx}{x^2+6x+9}$	$\int (4x+1)e^{-2x} dx$	$\int \frac{(3x^2-5)dx}{x(x^2-8x+20)}$
25	$\int \frac{(4x+5)dx}{x^2-8x+25}$	$\int (4-x) \sin 3x dx$	$\int \frac{(x^2-2x+4)dx}{(x-1)(x^2-6x+5)}$
26	$\int \frac{(2-7x)dx}{x^2+8x+52}$	$\int (2-x)e^{-3x} dx$	$\int \frac{(4x^2-3)dx}{x(x^2-3x-10)}$
27	$\int \frac{(4-3x)dx}{x^2+4x-5}$	$\int (4x-1)e^{-2x} dx$	$\int \frac{(3x+8)dx}{(x-1)(x^2-4x+3)}$
28	$\int \frac{(5-6x)dx}{x^2-3x-10}$	$\int (x-3)e^{-x} dx$	$\int \frac{(4x^2-5x+1)dx}{x(x^2-12x+40)}$
29	$\int \frac{(6+7x)dx}{x^2-8x-9}$	$\int (2x-1) \cos \frac{x}{2} dx$	$\int \frac{(6x-5)dx}{x(x^2+12x+45)}$

1	2	3	4
30	$\int \frac{(3-10x)dx}{x^2-8x+12}$	$\int (3x^2-8x)\ln x dx$	$\int \frac{(6x-1)dx}{x(x^2+14x+53)}$

Задача 2. Обчислити визначені інтеграли.

Примітка. Докладно розписувати відповідні обчислення (заміна змінної, інтегрування частинами, розвинення на елементарні дроби). Результат округлити до четвертого знака після коми.

Номер в-та	Завдання	
	2.1	2.2
1	2	3
1	$\int_3^4 x \ln(x-2) dx$	$\int_{-4}^{-2} \frac{(3x-10)dx}{x^2+8x+20}$
2	$\int_0^2 x e^{-2x} dx$	$\int_{-1}^2 \frac{(3x-4)dx}{x^2-4x+20}$
3	$\int_1^e x^3 \ln x dx$	$\int_{-2}^0 \frac{(4x+7)dx}{x^2+8x+25}$
4	$\int_0^{\pi} x \sin \frac{x}{2} dx$	$\int_0^4 \frac{(5x-2)dx}{x^2-12x+40}$
5	$\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$	$\int_0^4 \frac{(5-6x)dx}{x^2-4x+40}$
6	$\int_{3/2}^2 \operatorname{arctg}(2x-3) dx$	$\int_2^3 \frac{(3x+4)dx}{x^2+8x-9}$
7	$\int_1^2 (4x-1)\ln x dx$	$\int_{-1}^1 \frac{(6x-1)dx}{x^2+6x+25}$
8	$\int_{1/4}^1 \arcsin \sqrt{x} dx$	$\int_2^4 \frac{(5x+4)dx}{x^2-6x+18}$

1	2	3
9	$\int_1^3 \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$	$\int_3^5 \frac{(5x-2)dx}{x^2+4x-12}$
10	$\int_0^1 (4x+1)e^{-2x} dx$	$\int_{-2}^1 \frac{(5x-4)dx}{x^2+6x+18}$
11	$\int_{-2}^{-1} \ln \frac{x-1}{x} dx$	$\int_2^4 \frac{(4x+1)dx}{x^2+7x-8}$
12	$\int_{1/4}^{1/2} \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$	$\int_{-2}^0 \frac{(2x-3)dx}{x^2+8x+32}$
13	$\int_1^2 \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx$	$\int_3^5 \frac{(2-3x)dx}{x^2-6x-16}$
14	$\int_0^{1/2} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x}} dx$	$\int_2^4 \frac{(3-2x)dx}{x^2-9x-10}$
15	$\int_0^1 xe^{-4x} dx$	$\int_1^3 \frac{(4x+5)dx}{x^2+11x+10}$
16	$\int_0^{\pi} (4x+\pi) \cos \frac{x}{2} dx$	$\int_3^5 \frac{(2-3x)dx}{x^2+5x-14}$
17	$\int_0^{1/2} \arccos 2x dx$	$\int_{-1}^2 \frac{(5x-3)dx}{x^2+4x+8}$
18	$\int_1^4 \ln(x+2) dx$	$\int_3^4 \frac{(5x-6)dx}{x^2-5x-14}$
19	$\int_{-1}^0 (x+1)e^{2x} dx$	$\int_3^5 \frac{(9-4x)dx}{x^2-7x-18}$
20	$\int_{1/2}^1 \frac{\arcsin(1-x)}{\sqrt{x}} dx$	$\int_{-3}^2 \frac{(5x-7)dx}{x^2-4x+29}$

1	2	3
21	$\int_0^{\pi/8} x \sin 4x dx$	$\int_{-4}^0 \frac{(8-5x)dx}{x^2+4x+40}$
22	$\int_0^1 x e^{3x} dx$	$\int_2^4 \frac{(2-3x)dx}{x^2-11x+10}$
23	$\int_1^3 \arctg \sqrt{x} dx$	$\int_{-4}^0 \frac{(6x-1)dx}{x^2+12x+40}$
24	$\int_1^e (2x-e) \ln x dx$	$\int_0^2 \frac{(4x-5)dx}{x^2+9x+8}$
25	$\int_1^3 x \arctg \sqrt{x} dx$	$\int_0^2 \frac{(4x+3)dx}{x^2-4x+40}$
26	$\int_0^1 (6x-1) e^{x/2} dx$	$\int_2^5 \frac{(3x+8)dx}{x^2-12x+45}$
27	$\int_{-2}^{-1} x \ln \frac{x-1}{x} dx$	$\int_{-2}^4 \frac{(4x-3)dx}{x^2-2x+50}$
28	$\int_0^1 \frac{\arctg x}{(1+x)^2} dx$	$\int_3^4 \frac{(4x+1)dx}{x^2-2x-15}$
29	$\int_0^{1/2} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} dx$	$\int_{-1}^2 \frac{(6x-7)dx}{x^2-2x-24}$
30	$\int_2^3 \frac{\ln(x-1)}{x^2} dx$	$\int_{-1}^2 \frac{(6x-5)dx}{x^2+3x-40}$

Задача 3. Плошка область D задана рівняннями ліній, що її обмежують. Необхідно:

1. Зобразити область D у декартовій прямокутній системі координат Oxy .

2. Подати область D як правильну в напрямку осі Oy , при необхідності розбиваючи її на правильні частини, і зробити

відповідний рисунок. Обчислити площу плоскої області D , застосовуючи визначений інтеграл за змінною x .

3. Подати область D як правильну в напрямку осі Ox , при необхідності розбиваючи її на правильні частини, і зробити відповідний рисунок. Обчислити площу плоскої області D , застосовуючи визначений інтеграл за змінною y .

Примітка. Результат округлити до четвертого знака після коми.

Номер в-та	Область D
1	2
1	$x^2 + y - 4 = 0; x^2 - 2x - y = 0$
2	$y = (x - 2)^2; 4x - y - 8 = 0$
3	$y = -x^2 + 2x + 2; x + y + 2 = 0$
4	$y = \sqrt{1 - x^2}; x - y - 1 = 0; y = 1$
5	$y = 4x^2 - 12x + 4; 4x - y - 8 = 0$
6	$x = (y - 2)^2; x = 4y - 8$
7	$y^2 = 4 - x; x + 3y = 0$
8	$x = 4 - y^2; x - y - 2 = 0$
9	$y = (x - 1)^2; y^2 = x - 1$
10	$y^2 = 2x + 1; x - y - 1 = 0$
11	$xy = 3; y = 3\sqrt{x}; x = 4$
12	$y = (2/3)x^2; y = -2x^2 + 8x$
13	$y = 2x^2 - 8x + 6; y = x^2 - 3x$
14	$y = x^2 - 2x + 1; 2x - y + 1 = 0$
15	$y = x^2 + 4x; y = x + 4$
16	$y = (2/3) \cdot x^2; y = 2x^2 - 4x$
17	$y = \sqrt{x}; x + y - 2 = 0; y = 0$
18	$y = x^2 - 2x; y = -x^2 + 2x + 6$

1	2
19	$y = -x^2 - 6x + 7; \quad y = -2x + 2$
20	$y = 2x - x^2 + 3; \quad y = x^2 - 4x + 3$
21	$x = 4 - y^2; \quad x = (1/3)(y - 2)^2$
22	$y = x^2 - 6x + 9; \quad x - y - 1 = 0$
23	$y = 4 - x^2; \quad y = x^2 - 2x$
24	$y = -4x + 16; \quad xy = 12$
25	$x = 4 - (y - 1)^2; \quad x = y^2 - 4y + 3$
26	$xy = 4; \quad y = 5 - x$
27	$xy = 6; \quad y = x - 1; \quad x = 6$
28	$y = x^3; \quad x + y = 2; \quad y = 0$
29	$xy = 4; \quad x - y = 0, \quad y = 4$
30	$xy = 4; \quad y = x^2/2; \quad x = 4$

Задача 4. Користуючись означенням невласного інтеграла з нескінченним проміжком інтегрування, обчислити невласний інтеграл чи встановити його розбіжність.

Примітка. Докладно розписувати відповідні обчислення (заміна змінної, інтегрування частинами, розвинення на елементарні дроби, знаходження границь). Значення збіжного інтеграла округлити до четвертого знака після коми.

Но- мер в-та	Інтеграл	Но- мер в-та	Інтеграл
1	2	3	4
1	$\int_e^{+\infty} \frac{\ln x \, dx}{x^2}$	16	$\int_{-2}^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 8}}$
2	$\int_6^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 6x + 8}$	17	$\int_0^{+\infty} e^{-x} \cos 2x \, dx$

1	2	3	4
3	$\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$	18	$\int_1^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{x+3}}$
4	$\int_{1/3}^{+\infty} \frac{dx}{(1+9x^2)\sqrt{\arctg 3x}}$	19	$\int_0^{+\infty} \frac{e^x dx}{1+e^x}$
5	$\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$	20	$\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln^2 x - 1)}$
6	$\int_0^{+\infty} e^{-x} \sin 3x dx$	21	$\int_0^{+\infty} x e^{-2x} dx$
7	$\int_0^{+\infty} \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$	22	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$
8	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$	23	$\int_{-3}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$
9	$\int_e^{+\infty} \frac{dx}{(2x-e)\ln(2x-e)}$	24	$\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$
10	$\int_1^{+\infty} \frac{e^x dx}{e^{2x}-1}$	25	$\int_{-2}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+5}$
11	$\int_{1/4}^{+\infty} \frac{\arctg^2 4x dx}{1+16x^2}$	26	$\int_e^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x^3}$
12	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2-4x+13}$	27	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$
13	$\int_4^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x-3}$	28	$\int_0^{+\infty} e^{-3x} \cos x dx$
14	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3+x}$	29	$\int_1^{+\infty} \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x}-1}}$

1	2	3	4
15	$\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{(x^2 + 25)^3}}$	30	$\int_{e^2}^{+\infty} \frac{\ln^2 x dx}{x}$

3.3 Рейтингове індивідуальне завдання № 2 Диференціальні рівняння

Задача 1. Знайти загальний розв'язок (загальний інтеграл) диференціального рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними в одній із форм: явній, неявній або параметричній.

Примітка. Докладно розписувати обчислення відповідних інтегралів.

Номер в-та	Завдання
1	2
1	$x dx - y dy = x^2 y dy - x y^2 dx$
2	$\sqrt{9 + y^2} dx = x^2 y dy$
3	$x dx + y dy = x^2 y dy + x y^2 dx$
4	$(e^{3x} + 1) dy + y e^{3x} dx = 0$
5	$(e^{2x} + 1) dy + y^2 e^x dx = 0$
6	$y(9 + e^x) dy - e^x dx = 0$
7	$2x dx - 2y dy = x^2 y dy - x y^2 dx$
8	$(e^x + 4) dy - y^2 e^x dx = 0$
9	$(3 + e^x) y y' = e^x$
10	$\sqrt{9 + y^2} + y y' \sqrt{1 - x^2} = 0$
11	$6x dx - 2y dy = 2x^2 y dy - 3x y^2 dx$
12	$6x dx - y dy = x^2 y dy - 3x y^2 dx$
13	$x \sqrt{y^2 + 1} + y' \sqrt{1 - x^2} = 0$
14	$(1 + e^{2x}) y y' = e^x$

1	2
15	$2xdx - ydy = x^2 ydy - xy^2 dx$
16	$x\sqrt{9+y^2} + yy'\sqrt{4+x^2} = 0$
17	$\sqrt{16+y^2} dx - ydy = x^2 ydy$
18	$x\sqrt{4+y^2} dx + y\sqrt{9+x^2} dy = 0$
19	$y'y\sqrt{1-x^2} + x\sqrt{4-y^2} = 0$
20	$x\sqrt{9-y^2} dx + y\sqrt{4+x^2} dy = 0$
21	$\sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0$
22	$x\sqrt{4+y^2} dx - y\sqrt{1+x^2} dy = 0$
23	$(1+e^x)y' = e^x \sqrt{y}$
24	$y \ln y + xy' = 0$
25	$\sqrt{1-x^2} y' + xy^2 - 4x = 0$
26	$4(x^2 y + y)dy + \sqrt{4+y^2} dx = 0$
27	$\sqrt{4+y^2} + yy'\sqrt{16-x^2} = 0$
28	$\sqrt{9+y^2} dx + 4(x^2 y + y)dy = 0$
29	$y(1 + \ln y) + xy' = 0$
30	$2xy^2 + 2x + \sqrt{4-x^2} y' = 0$

Задача 2. Знайти загальний розв'язок (загальний інтеграл) диференціального рівняння першого порядку з однорідною правою частиною (однорідного рівняння) в одній із форм: явній, неявній або параметричній.

Примітка. Докладно розписувати обчислення відповідних інтегралів.

Номер в-та	Завдання	Номер в-та	Завдання
1	2	3	4
1	$y' = \frac{y^2}{x^2} + 3\frac{y}{x}$	16	$xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$
2	$xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y$	17	$xy' = \frac{3y^2 + xy}{y + 2x}$
3	$2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x}$	18	$xy' = 3\sqrt{x^2 - y^2} + y$
4	$y' = \frac{x + 2y}{2x - y}$	19	$xy' = \frac{y^2 - xy}{2y + x}$
5	$3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x}$	20	$y' = \frac{x + y}{x - y}$
6	$xy' = -x \operatorname{ctg} \frac{y}{x} + y$	21	$y' = \frac{y^2}{x^2} - 8\frac{y}{x}$
7	$y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 9$	22	$y' = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - 6xy}$
8	$xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y$	23	$4y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x}$
9	$y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 4$	24	$y' = \frac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy}$
10	$y' = \frac{8x^2 + xy}{x^2 - y^2}$	25	$3y' = \frac{y^2}{x^2} + 7\frac{y}{x}$
11	$y' = \frac{3y + 2x}{2y + x}$	26	$y' = \frac{y^2 + x^2}{xy - x^2}$
12	$xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$	27	$xy' = 2\sqrt{4x^2 + y^2} + y$
13	$x^2 y' = y^2 - xy + x^2$	28	$y' = \frac{3y + 4x}{2y + x}$

1	2	3	4
14	$y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{x^2 - xy}$	29	$xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$
15	$y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy}$	30	$y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{x^2 + xy}$

Задача 3. Розв'язати задачу Коші для лінійного диференціального рівняння першого порядку. (Знайти частинний розв'язок $y_K = y_K(x)$ диференціального рівняння, що задовольняє вказаним початковим умовам). Задачу розв'язати двома способами:

- методом варіації довільних сталих (методом Лагранжа);
- за допомогою підстановки Бернуллі.

Обчислити значення $\tilde{y} = y_K(\tilde{x})$ отриманого розв'язку в заданій точці \tilde{x} . Результат округлити до чотирьох значущих знаків.

Примітка. Докладно розписувати обчислення відповідних інтегралів. Не використовувати розв'язки у комплексній формі.

Номер в-та	Завдання
1	2
1	$y' + y/x = -(2/x) \ln x, y(1) = 1; \tilde{x} = e$
2	$y' + y \operatorname{tg} x = 3 \sin x, y(\pi/4) = 0; \tilde{x} = \pi/3$
3	$(x^2 - 1)y' - 2xy = x(x^2 - 1), y(0) = 3; \tilde{x} = 2$
4	$xy' - y = x^2 \sin x, y(\pi/2) = 1; \tilde{x} = \pi$
5	$xy' + 2y = 6xe^{-x}, y(0) = 1; \tilde{x} = 1$
6	$y' + y \operatorname{ctg} x = 4 \cos x, y(\pi/2) = 2; \tilde{x} = \pi/4$
7	$y' - 4y/x = x^4 e^{-x}, y(1) = 0; \tilde{x} = 2$
8	$y' + 2y/x = x^3, y(1) = -1; \tilde{x} = 2$
9	$(x^2 + 1)y' - 2xy = (x^2 + 1)^2, y(1) = 2; \tilde{x} = 2$
10	$y' + y/(3x) = 2/x, y(1) = 1; \tilde{x} = 2$
11	$y' + 2xy = xe^{-x^2}, y(0) = 1; \tilde{x} = 1$

1	2
12	$(1+x)y' - y = e^x(1+x)^2, y(0) = 1; \tilde{x} = 1$
13	$xy' - 3y = x^4 e^{-2x}, y(1) = -e^{-2}; \tilde{x} = -1$
14	$y' - 4xy = -4x^3, y(0) = -1/2; \tilde{x} = 1$
15	$(1+x^3)y' - 3x^2 y = x^2(1+x^3), y(0) = 0; \tilde{x} = 1$
16	$y' - 3y/x = -2/x^2, y(1) = 1; \tilde{x} = 2$
17	$y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x, y(\pi/4) = 0; \tilde{x} = \pi/6$
18	$xy' - y = 5x^2, y(2) = 4; \tilde{x} = 1$
19	$(x+1)y' - 2y = e^x(x+1)^3, y(0) = 1; \tilde{x} = 1$
20	$y' + y/(2x) = 2\sqrt{x} \sin x, y(\pi) = 0; \tilde{x} = \pi/2$
21	$y' + y/x = (1/x)e^{-x}, y(-1) = e; \tilde{x} = 2$
22	$x^3 y' - x^2 y = -12, y(1) = 4; \tilde{x} = 2$
23	$y' + y/(2x) = 3x, y(1) = 0; \tilde{x} = 2$
24	$x^2 y' + (1-2x)y = x^2, y(1) = 1; \tilde{x} = 2$
25	$y' + 2xy = -2x^3, y(1) = 1/e; \tilde{x} = 0$
26	$y' - 2xy = -x^3, y(0) = 3; \tilde{x} = 1$
27	$(1-x^2)y' - xy = x(1-x^2), y(0) = -1; \tilde{x} = 1/2$
28	$y' - 2y \operatorname{ctg} x = 6 \cos x, y(\pi/3) = 0; \tilde{x} = \pi/6$
29	$y' - y/x = -(1/x) \ln x, y(1) = 1; \tilde{x} = e$
30	$y' + y \operatorname{tg} x = 6 \sin x, y(\pi/6) = -1; \tilde{x} = \pi/4$

Задача 4. Знайти загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами і правою частиною спеціального вигляду. Задачу розв'язати методом невизначених коефіцієнтів за виглядом правої частини.

Примітка. Не використовувати розв'язки у комплексній формі.

Номер в-га	Завдання	
	4.1	4.2
1	2	3
1	$y'' + 3y' + 2y = -6x^2$	$y'' + 6y' + 13y = 12\cos 2x$
2	$y'' - 2y' + 10y = 3\cos 3x$	$y'' + 4y' + 4y = 9e^{-2x}$
3	$y'' + 4y = 8x^2 - 5x$	$y'' + 2y' - 3y = 8e^x$
4	$y'' - 4y' + 4y = 4\sin 6x$	$y'' + 9y = 9x^2 - 4$
5	$y'' + y' - 6y = 2e^{-2x}$	$y'' - 4y' + 8y = 20\cos 2x$
6	$y'' + 4y = 8x^2 - 12$	$y'' - 4y' + 13y = 4\sin x$
7	$y'' + 2y' + 5y = 6\sin 2x$	$y'' - 3y' + 2y = 12e^{2x}$
8	$y'' - 4y' = 24x^2 + 2x$	$y'' + y = -3\sin x + 2\cos x$
9	$y'' + 2y' + 10y = 4\sin 3x$	$y'' + 2y' + y = 18e^{-x}$
10	$y'' - 4y' + 4y = -4x^2$	$y'' + y' - 2y = 6e^{-2x}$
11	$y'' + 4y = 3\cos 2x$	$y'' + 3y' + 2y = -2e^{-2x}$
12	$y'' + 3y' - 10y = 20x^2$	$y'' + 2y' + 5y = -2\sin 2x$
13	$y'' - 4y' = 2x^2 + 3x$	$y'' + 3y' - 28y = -2e^{4x}$
14	$y'' + y = \sin 3x + 2\cos 3x$	$y'' - 2y' - 24y = 18e^{-4x}$
15	$y'' + y = 2\cos x - 3\sin x$	$y'' - 5y' - 6y = 8e^{-x}$
16	$y'' - 4y' + 8y = 8x^2$	$y'' + 3y' - 10y = -12e^{2x}$
17	$y'' - 8y' + 16y = 32x^2$	$y'' + 6y' + 13y = 3\sin 3x$
18	$y'' + 2y' + 5y = 10\cos 2x$	$y'' - 4y' + 3y = -4e^x$
19	$y'' + 2y' - 15y = 12x^2$	$y'' - 6y' + 9y = 4e^{3x}$
20	$y'' + 8y' + 16y = 16x^2$	$y'' - 2y' - 8y = 8e^{-2x}$
21	$y'' + 6y' + 9y = 24x^2$	$y'' + 4y' = 12e^{-4x}$
22	$y'' + y = 6x^2 - 5$	$y'' + 2y' = 8\cos 2x$
23	$y'' + 4y' + 4y = 3\cos 2x$	$y'' + 6y' + 9y = 16e^x$

1	2	3
24	$y'' - 5y' + 6y = 18x^2$	$y'' - 4y' + 4y = 12\sin 2x$
25	$y'' + 2y' - 8y = -8x^2$	$y'' - 4y' + 8y = 2\sin 2x$
26	$y'' - 2y' - 3y = 3x^2 + x$	$y'' - 9y = 8e^{-3x}$
27	$y'' + 2y' + 17y = 6\cos x$	$y'' - 4y' = 8e^{4x}$
28	$y'' - 8y' + 17y = 8\sin x$	$y'' - 2y' = 18e^{2x}$
29	$y'' - 6y' + 9y = 9x^2$	$y'' + y = \sin 4x + 2\cos 4x$
30	$y'' + 16y = 32x^2 + 6x$	$y'' + 2y' + 5y = 17\cos 2x$

Задача 5. Розв'язати задачу Коші. (Знайти частинний розв'язок $y_K = y_K(x)$ диференціального рівняння, який задовольняє вказаним початковим умовам).

Обчислити значення $\tilde{y} = y_K(\tilde{x})$ отриманого розв'язку в заданій точці \tilde{x} . Результат округлити до чотирьох значущих знаків.

Примітка. Загальний розв'язок знаходити методом невизначених коефіцієнтів за виглядом правої частини. Не використовувати розв'язки у комплексній формі.

Номер в-та	Завдання	
	5.1	5.2
1	2	3
1	$y'' - 8y' = 0,$ $y(0) = -4, y'(0) = 2; \tilde{x} = 1$	$y'' + 9y = 12\sin 3x,$ $y(0) = 0, y'(0) = 2; \tilde{x} = \pi/3$
2	$y'' + 4y' + 20y = 0,$ $y(0) = -1, y'(0) = 2; \tilde{x} = \pi$	$y'' + 6y' + 25y = 26e^{3x},$ $y(0) = 3, y'(0) = -6; \tilde{x} = \pi/4$
	$y'' + 81y = 0,$ $y(0) = -6, y'(0) = 1; \tilde{x} = 2$	$y'' + 10y' + 25y = 12e^{-5x},$ $y(0) = 1, y'(0) = 2; \tilde{x} = 2/5$
4	$y'' + 6y' + 45y = 0,$ $y(0) = 0, y'(0) = -4; \tilde{x} = \pi$	$y'' + 3y' = 6e^{-3x},$ $y(0) = -1, y'(0) = 4; \tilde{x} = 1/3$

1	2	3
5	$y'' - 16y' + 64y = 0,$ $y(0) = 1, y'(0) = -2; \tilde{x} = 1$	$y'' + 3y' - 4y = 68\cos 4x,$ $y(0) = -3, y'(0) = 2; \tilde{x} = \pi/4$
6	$y'' + 14y' + 53y = 0,$ $y(0) = 0, y'(0) = 4; \tilde{x} = \pi$	$y'' + 10y' + 25y = 25x,$ $y(0) = 0, y'(0) = 2; \tilde{x} = 2/5$
7	$y'' + 18y' + 81y = 0,$ $y(0) = 3, y'(0) = 1; \tilde{x} = -1$	$y'' + 3y' + 2y = 6\sin x,$ $y(0) = 3, y'(0) = -4; \tilde{x} = \pi/2$
8	$y'' + 16y' + 80y = 0,$ $y(0) = 4, y'(0) = 0; \tilde{x} = \pi$	$y'' + 9y = 12\cos 3x,$ $y(0) = -3, y'(0) = 2; \tilde{x} = \pi/3$
9	$y'' - 16y' + 100y = 0,$ $y(0) = -4, y'(0) = 6; \tilde{x} = \pi$	$y'' - 9y' + 18y = 18\sin 3x,$ $y(0) = 3, y'(0) = -2; \tilde{x} = \pi/3$
10	$y'' - 16y' + 68y = 0,$ $y(0) = -2, y'(0) = 4; \tilde{x} = \pi$	$y'' + 2y' = 6x^2 - 4x - 1,$ $y(0) = 3, y'(0) = -2; \tilde{x} = 1$
11	$y'' - 100y = 0,$ $y(0) = 3, y'(0) = 2; \tilde{x} = -1$	$y'' - 2y' + 10y = 50x^2 + 6,$ $y(0) = 3, y'(0) = -2; \tilde{x} = \pi/3$
12	$y'' + 4y' - 32y = 0,$ $y(0) = 3, y'(0) = -2; \tilde{x} = 1$	$y'' + 4y' - 12y = 8\sin 2x,$ $y(0) = 0, y'(0) = 2; \tilde{x} = \pi/2$
13	$y'' - 10y' - 24y = 0,$ $y(0) = 0, y'(0) = -4; \tilde{x} = 1$	$y'' - y' = 2x^2 - 4x - 6,$ $y(0) = 4, y'(0) = -3; \tilde{x} = 1$
14	$y'' - 12y' + 36y = 0,$ $y(0) = 5, y'(0) = 0; \tilde{x} = -1$	$y'' - 6y' + 9y = -9x^2 - 6x,$ $y(0) = -1, y'(0) = 2; \tilde{x} = 1/3$
15	$y'' + 12y' + 52y = 0,$ $y(0) = 2, y'(0) = 0; \tilde{x} = \pi$	$y'' - 7y' + 6y = 12\sin x,$ $y(0) = -3, y'(0) = 0; \tilde{x} = \pi/2$
16	$y'' - 10y' = 0, y(0) = -4,$ $y'(0) = 3; \tilde{x} = -1$	$y'' - y' - 2y = 2e^{-x},$ $y(0) = 4, y'(0) = -1; \tilde{x} = 1$
17	$y'' - 18y' + 81y = 0,$ $y(0) = 4, y'(0) = -1; \tilde{x} = -1$	$y'' - 2y' + 2y = 2x^2 + 6,$ $y(0) = -5, y'(0) = 0;$ $\tilde{x} = \pi/2$

1	2	3
18	$y'' - 16y' + 64y = 0,$ $y(0) = 0, y'(0) = -2; \tilde{x} = -1$	$y'' - 3y' + 2y = 10e^{-x},$ $y(0) = 2, y'(0) = -4; \tilde{x} = 1$
19	$y'' + 16y' + 100y = 0,$ $y(0) = 1, y'(0) = -6; \tilde{x} = \pi$	$y'' + 5y' = -25\cos 5x,$ $y(0) = 3, y'(0) = 0; \tilde{x} = \pi/5$
20	$y'' + 20y' + 100y = 0,$ $y(0) = -6, y'(0) = 1; \tilde{x} = -1$	$y'' - 5y' = 10x^2 - 3x + 2,$ $y(0) = 0, y'(0) = -2; \tilde{x} = 2/5$
21	$y'' + 4y' - 21y = 0,$ $y(0) = 3, y'(0) = 0; \tilde{x} = -1$	$y'' + 4y = 12\cos 2x,$ $y(0) = 3, y'(0) = -4; \tilde{x} = \pi/2$
22	$y'' + 4y' + 40y = 0,$ $y(0) = 5, y'(0) = -2; \tilde{x} = \pi$	$y'' - 4y' - 5y = 12e^{-x},$ $y(0) = -4, y'(0) = 0; \tilde{x} = 1$
23	$y'' + 6y' = 0,$ $y(0) = 7, y'(0) = -1; \tilde{x} = 1$	$y'' + 6y' + 13y = 169x,$ $y(0) = 2, y'(0) = -3; \tilde{x} = \pi/2$
24	$y'' - 14y' + 49y = 0,$ $y(0) = -3, y'(0) = 0; \tilde{x} = -1$	$y'' + 2y' = 8e^{-2x},$ $y(0) = 0, y'(0) = 3; \tilde{x} = 1$
25	$y'' - 12y' + 52y = 0,$ $y(0) = 0, y'(0) = -4; \tilde{x} = \pi$	$y'' + 5y' + 6y = 26\sin 2x,$ $y(0) = 3, y'(0) = -2; \tilde{x} = \pi$
26	$y'' + 18y' + 85y = 0,$ $y(0) = 0, y'(0) = 6; \tilde{x} = \pi$	$y'' - 8y' + 16y = 6e^{4x},$ $y(0) = 3, y'(0) = -2; \tilde{x} = 1/4$
27	$y'' - 20y' + 100y = 0,$ $y(0) = 1, y'(0) = -5; \tilde{x} = -1$	$y'' + y = 2\sin x - 6\cos x,$ $y(0) = 3, y'(0) = -2; \tilde{x} = \pi/2$
28	$y'' - 16y' + 80y = 0,$ $y(0) = -6, y'(0) = 2; \tilde{x} = \pi$	$y'' - 9y = 12e^{-3x},$ $y(0) = 3, y'(0) = -2; \tilde{x} = 1/3$
29	$y'' + 16y' + 68y = 0,$ $y(0) = 0, y'(0) = -6; \tilde{x} = \pi$	$y'' - 4y' = 6e^{4x},$ $y(0) = 4, y'(0) = 2; \tilde{x} = 1/4$
30	$y'' - 4y' + 68y = 0,$ $y(0) = 3, y'(0) = -8; \tilde{x} = \pi$	$y'' - 4y' + 3y = 4\sin 3x,$ $y(0) = -4, y'(0) = 6; \tilde{x} = \pi/3$

Задача 6. Методом вилучення (зведенням до одного диференціального рівняння вищого порядку) розв'язати задачу Коші для неоднорідної системи лінійних диференціальних рівнянь (знайти частинний розв'язок заданої диференціальної системи, який задовольняє вказаним початковим умовам).

Примітка. Не використовувати розв'язки у комплексній формі. Лінійне неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку з правою частиною спеціального вигляду розв'язувати за допомогою методу невизначених коефіцієнтів за виглядом правої частини.

Номер в-та	Завдання
1	2
1	$\begin{cases} x' = 4x - 8y + 2 \cos t \\ y' = -8x + 4y \end{cases} \quad x(0) = 2; y(0) = 3$
2	$\begin{cases} x' = 4x - y \\ y' = 3x - y + 4 \sin t \end{cases} \quad x(0) = -4; y(0) = 0$
3	$\begin{cases} x' = x + 2y - 3e^{2t} \\ y' = 4x - y \end{cases} \quad x(0) = 0; y(0) = 5$
4	$\begin{cases} x' = 3x + y - 4t \\ y' = -5x - 3y \end{cases} \quad x(0) = -1; y(0) = 0$
5	$\begin{cases} x' = 5x + 3y - 2e^{-3t} \\ y' = -3x - 5y \end{cases} \quad x(0) = 3; y(0) = -2$
6	$\begin{cases} x' = 4x - 3y \\ y' = 3x - 2y + 4 \cos t \end{cases} \quad x(0) = 4; y(0) = 0$
7	$\begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = 2x + y - 4 \sin 2t \end{cases} \quad x(0) = 4; y(0) = 1$
8	$\begin{cases} x' = 6x + 3y - 2e^{-t} \\ y' = -8x - 5y \end{cases} \quad x(0) = 1; y(0) = -1$
9	$\begin{cases} x' = 2x + 8y \\ y' = x + 4y - e^{2t} \end{cases} \quad x(0) = 3; y(0) = -4$
10	$\begin{cases} x' = x + 2y - 4e^{-t} \\ y' = 3x + 6y \end{cases} \quad x(0) = 1; y(0) = -3$

1	2
11	$\begin{cases} x' = x - y + 2 \cos 3t \\ y' = -4x + y \end{cases} \quad x(0) = -3; y(0) = -1$
12	$\begin{cases} x' = x - y + 3 \sin 3t \\ y' = -4x + 4y \end{cases} \quad x(0) = -2; y(0) = 0$
13	$\begin{cases} x' = 8x - 9y \\ y' = 7x - 8y + e^{-2t} \end{cases} \quad x(0) = 0; y(0) = -2$
14	$\begin{cases} x' = 12x - 11y + 3 \\ y' = 13x - 12y \end{cases} \quad x(0) = -2; y(0) = 1$
15	$\begin{cases} x' = 7x - 5y + 2e^{-t} \\ y' = 10x - 7y \end{cases} \quad x(0) = -1; y(0) = 2$
16	$\begin{cases} x' = -x - 2y \\ y' = 3x + 4y + 2t \end{cases} \quad x(0) = 2; y(0) = 0$
17	$\begin{cases} x' = x + 2y - 4 \sin 2t \\ y' = 4x + 3y \end{cases} \quad x(0) = 2; y(0) = -6$
18	$\begin{cases} x' = 11x - 10y + 2t \\ y' = 12x - 11y \end{cases} \quad x(0) = -1; y(0) = 2$
19	$\begin{cases} x' = 9x - 8y + 3e^{-t} \\ y' = 10x - 9y \end{cases} \quad x(0) = -1; y(0) = -3$
20	$\begin{cases} x' = x + 4y \\ y' = x + y - 6 \cos 2t \end{cases} \quad x(0) = -3; y(0) = 1$
21	$\begin{cases} x' = 10x - 9y + e^{2t} \\ y' = 11x - 10y \end{cases} \quad x(0) = -1; y(0) = 1$
22	$\begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = x + 3y - 4 \sin 3t \end{cases} \quad x(0) = 0; y(0) = -4$
23	$\begin{cases} x' = -5x + 2y \\ y' = x - 6y + 2 \cos 3t \end{cases} \quad x(0) = 2; y(0) = -3$
24	$\begin{cases} x' = x + 2y - 3 \sin 2t \\ y' = 2x - y \end{cases} \quad x(0) = 4; y(0) = -3$

1	2
25	$\begin{cases} x' = 3x - 2y + 4e^{-2t} \\ y' = 2x + 8y \end{cases} \quad x(0) = -2; y(0) = 4$
26	$\begin{cases} x' = 3x + 4y \\ y' = 4x - 3y + 2e^{4t} \end{cases} \quad x(0) = -1; y(0) = 5$
27	$\begin{cases} x' = -x + 8y \\ y' = x + y - 3 \cos 4t \end{cases} \quad x(0) = 3; y(0) = -1$
28	$\begin{cases} x' = 4x + 2y + 3t \\ y' = 4x + 6y \end{cases} \quad x(0) = -3; y(0) = 2$
29	$\begin{cases} x' = x + 4y - 3e^{4t} \\ y' = 2x + 3y \end{cases} \quad x(0) = 2; y(0) = -3$
30	$\begin{cases} x' = 5x + 8y \\ y' = 3x + 3y - 4 \cos 3t \end{cases} \quad x(0) = -1; y(0) = 4$

Задача 7. Перевірити, що задана функція двох змінних $u = u(x, y)$ слугує частинним розв'язком зазначеного диференціального рівняння з частинними похідними.

Номер в-та	Завдання
1	2
1	$u = y \ln(x^2 - y^2); \quad \frac{1}{x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u}{y^2}$
2	$u = x^y; \quad \frac{x}{y} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\ln x} \frac{\partial u}{\partial y} = 2u$
3	$u = x \operatorname{arctg}(y/x); \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u$
4	$u = \sqrt{x} \sin(y/x); \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u}{2}$
5	$u = xy + xe^{y/x}; \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = xy + u$

1	2
6	$u = \sqrt{2xy + y^2}; \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{x + 2y}{u}$
7	$u = e^{-x-3y} \sin(x + 3y); \quad 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
8	$u = \ln(x/y) + x^3 - y^3; \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3u - 3 \ln \frac{x}{y}$
9	$u = y \sin(x^2 - y); \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2u}{y} - 4x^2 u$
10	$u = y/(x^2 - y^2); \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = -u$
11	$u = \cos y + (y - x) \sin y; \quad (x - y) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial u}{\partial y}$
12	$u = \operatorname{arctg}(2x - y); \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$
13	$u = x \cdot \sin xy + \cos xy; \quad x \frac{\partial u}{\partial x} - y \frac{\partial u}{\partial y} = x \sin xy$
14	$u = x^y y^x; \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u(x + y + \ln u)$
15	$u = y/(y^2 - 16x^2); \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 16 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$
16	$u = \arcsin(x/(x + y)); \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$
17	$u = e^{x/y} \ln y; \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u}{\ln y}$
18	$u = \frac{x^2 + y^2}{x - y}; \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2(x + y)}{x - y}$

1	2
19	$u = (x^2 + y^2) \operatorname{tg}(x/y); \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2u$
20	$u = (2x + 3y)/(x^2 + y^2); \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + u = 0$
21	$u = e^{x/y}; \quad y \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} = 0$
22	$u = x \ln(y/x); \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u$
23	$u = y \ln(x^2 - y^2); \quad y \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$
24	$u = y^2/(3x) + \arcsin(xy); \quad x^2 \frac{\partial u}{\partial x} - xy \frac{\partial u}{\partial y} + y^2 = 0$
25	$u = y^2 \sin(x^2 - y^2); \quad y^2 \frac{\partial u}{\partial x} + xy \frac{\partial u}{\partial y} = 2xu$
26	$u = xy \cos(x - y); \quad x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{(2 - xy)u}{y}$
27	$u = e^{x/y^2}; \quad 2x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$
28	$u = \arcsin((x - y)/(x + y)); \quad x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$
29	$u = xe^{-y/x}; \quad x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$
30	$u = 2e^{-x^2/y}; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{u}{2y}$

3.4 Рейтингове індивідуальне завдання № 3 Числові ряди

Задача 1. Користуючись означенням, дослідити на збіжність числовий ряд та у разі збіжності знайти його суму. Для кожного ряду знайти третю часткову суму S_3 .

Примітка. Усі обчислення проводити з точністю до чотирьох десяткових знаків після коми.

Номер в-та	Ряд	Номер в-та	Ряд
1	2	3	4
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-1)(4n+3)}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 2^n}{14^n}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{24^n}$	17	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+7)}$
3	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n + 5^n}{40^n}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{20^n}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+5)}$
5	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(4n-3)(4n+1)}$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n - 3^n}{24^n}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{20^n}$	21	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$
7	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n-3)(2n-1)}$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 3^n}{42^n}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{36^n}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{30^n}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+3)(4n+7)}$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 6^n}{30^n}$

1	2	3	4
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 3^n}{15^n}$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$
12	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-5)(2n-3)}$	27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n - 3^n}{48^n}$
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{14^n}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+5)(3n+8)}$
14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 2^n}{28^n}$	29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$
15	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(2n+9)}$	30	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n - 2^n}{36^n}$

Задача 2. Дослідити на збіжність знакододатні числові ряди. Для ряду із завдання 2.1 знайти третю часткову суму S_3 .

Примітка. Усі обчислення проводити з точністю до чотирьох десяткових знаків після коми.

Номер в-та	Завдання		
	2.1	2.2	2.3
1	2	3	4
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n-2}}{5^n(n^4+1)}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{2n+1}\right)^n$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n}}{n^2}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^2 3n}{(2n)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{3^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(1/n)}{n^3}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+1}{\sqrt{3^n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{5n}\right)^{n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln 6n}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{9^n(n+1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^{n^3} \frac{2}{n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{-1/n}}{n^2}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{\sqrt{2n^2+1}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arcsin}^{3n} \frac{1}{2^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\pi n/3)}{n\sqrt{4n+1}}$

1	2	3	4
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{5^n}}{2n^2+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(1/n)}{n^4+3n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)\sqrt{\ln(n+4)}}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}\sqrt{n}}{4n^2-1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^{2n}(n+1)}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[6]{2n^3+3}}{3n^2-n\sqrt{n}+8}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+1}}{3^n+4^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{8n^2+4n+1}}{2n^3-n+8}$	$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{n}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^n+2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} 3^{2n} \operatorname{tg}^n \frac{\pi}{4n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln(3n+7)}}{3n+7}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{(2n-1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{n}\right)^{2n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^4 2n}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{e^n n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{2n^3+2n}}{3n^2-n+6}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{3n}}{(2n-1)^n}$
12	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sqrt[3]{3n-1}}{(n-1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{6n^3+n}}{\sqrt[5]{(3n-1)^4}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^{4n} \frac{1}{2n}$
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n}{4\sqrt{n^2+4}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^{2n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n}} \sin \frac{\pi}{3n}$
14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n-2}}{(2n+1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n}\right)^{n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^2(6n-1)}{6n-1}$
15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^6(n+7)}{n+7}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{4n-1}\right)^{n^2}$
16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{4n-1}}{\sqrt[3]{n^5+4}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^4 7n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} (1+1/n)^{n^3}$
17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+n}}{3^{2n+5}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+3n}}{4\sqrt{(6n-5)^5}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} n(e^{1/n}-1)$
18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n}{\sqrt[5]{2n^2+1}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(2n+3)}$	$\sum_{n=1}^{\infty} n^{2n} \operatorname{tg}^n \frac{\pi}{3n}$

1	2	3	4
19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}}{5^n + 2n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^2(5n-3)}{5n-3}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 5n + 3}{3n^2 - 2} \right)^n$
20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^{n/2}}{\sqrt[3]{n^2 + 4n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{n-1}{n} \right)^{n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3n}}{(3n-1)^5}$
21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1}}{n^4 \sqrt{3^n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^{2n^3} \frac{\pi}{3^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{(n^2 + 2n)^3}}{(2n-1)^4}$
22	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n-1}}{n!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 6n}}{\sqrt[7]{(5n-3)^{10}}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2n+5} \right)^{n^2}$
23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - 2}{(2n)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \sin^{2n} \frac{\pi}{n^4}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{-2/n}}{n^3}$
24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(2n^2 - 1)}{n!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^{2n}(n+3)}{(n+3)^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n^3 + n + 1}}{n^3 - n + 4}$
25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8n^3 - 1}{(2n)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3(n+8)}{n+8}$	$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{n^4}$
26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{(3n)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n^5}$
27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sqrt[3]{n}}{3^n + 4^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^{3n} \frac{n+1}{n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 - n + 2}{8n^2 + 3n + 4} \right)^n$
28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+4}}{(2n)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arcsin}^{3n} \frac{\pi}{4n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3n^2}$
29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1} n}{(2n)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+1)/n)^{n^2}}{3^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(1+1/n)}{n^2 + 1}$
30	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2}{3^{n+1} \sqrt[4]{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \sin^{3n} \frac{\pi}{n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln 9n}}$

Задача 3. Дослідити на абсолютну й умовну збіжність знакопочергові числові ряди. Для ряду із завдання 3.1 знайти третій його член з точністю до чотирьох десяткових знаків після коми.

Номер в-та	Завдання	
	3.1	3.2
1	2	3
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt[3]{4n}}{\sqrt{2n^2 + n + 2}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^4}{5n^4 + 3}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n+1)}{\sqrt{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{n+2}}{2n^3 + 1}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 5^{2n}}{3^{2n-1} \sqrt[4]{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 4^n}{(2n)!}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(3n+1)2^{2n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{n}}{n+6}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n \sqrt[3]{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arcsin \frac{1}{n}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt[5]{n^3}}{3n^4 + n + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (n^2 + 9)}{(2n+1)!}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln 3n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arcsin^{2n} \frac{1}{\sqrt{n}}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt[4]{n^4 - 1}}{(3n+1)^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^2 + 4)}{\sqrt{6^n}}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln^n(2n+1)}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{n^5}}{n^2 - 2n + 5}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^2}{8n^4 + 2n + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \arcsin \frac{\pi}{6n^2}$

1	2	3
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{n}}{(3n-1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{n^9}}{2n^3 + 5}$
12	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 4^n n}{(n+3)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(7n+2) \ln(7n+2)}$
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+3)^{2n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (3n+1)!}{(2n+5)^2}$
14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (3n+5)}{3^{2n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(5n+2) \ln(5n+2)}$
15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{(4n+2)^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 3^{4n-1}}{(2n+1)!}$
16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 3^{2n}}{(2n+1)^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^3+8)}{n(n^2+4)}$
17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{2^{2n} + n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n^2 - 1}{5n^2 + 1}$
18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (5n+1)}{\sqrt{n^2 + n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(3n-2) 5^{\sqrt{n}}}$
19	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2^n + 5)}{n^2 + 4}$
20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln 2n}{3^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{3n}$
21	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin^3 \frac{\pi}{n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n+7)}{\sqrt{n} (3n-1)}$
22	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{\pi}{6n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (n+3)}{\sqrt[3]{4n^2+7}}$
23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{n+3}}{(2n+1)n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (5n+2)}{\sqrt[4]{n^5+1}}$

1	2	3
24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{3n}}{(2n)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{2n^2 + 1}}{3n - 1}$
25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^2}{\sqrt{2n^6 + 1}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{2n^4 + 3}}{6n - 1}$
26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt[3]{n^2 + 9}}{2n^2 - 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$
27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^{3n} (2n - 1)}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n + 1) \ln^7 (n + 1)}$
28	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{2^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n^2 + 4}}{(2n - 1)!}$
29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt[3]{n^3 - 1}}{\sqrt{4n^4 + 9}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin^4 \frac{\pi}{n}$
30	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \sqrt{\ln 7n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^{2n-1} n!}$

3.5 Рейтингове індивідуальне завдання № 4

Степеневі ряди. Ряди Фур'є

Задача 1. Знайти радіус, інтервал і область збіжності степеневого ряду.

Номер в-та	Ряд	Номер в-та	Ряд
1	2	3	4
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{4n} x^{2n-1}}{n(n+1)}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n} (x-3)^n}{\sqrt{n+2}}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{3n}}{8^n (n+4)}$	17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+3}}{n 25^n}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{5n}}{(3n+4)^n}$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n+3}}{4^n n^3}$

1	2	3	4
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{2^n + 7^n}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x-1)^n}{\sqrt[4]{n}}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 3n)^n x^n$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x+4)^{2n}}{n^3 + 2}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{3n-1}}{2^{3n} \sqrt{n}}$	21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 (x-4)^{3n}}{27^n}$
7	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-2)^{3n-1}}{n \ln^2 n}$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{4n}}{n^2 + 1}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 x^n}{(3n)!}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{3^n (n+1)}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{9^n n^2}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n \sqrt[3]{n^3}}{4n-1}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n (x+5)^{3n}}{n!}$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n (n^2 + 1) x^{2n}}{n+1}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 (x+3)^n}{n+1}$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n} (x+1)^{2n-1}}{n!}$
12	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-5)^n}{\sqrt{n^2 + 1}}$	27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x-7)^{2n}}{\sqrt[3]{n+1}}$
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x-3)^{2n}}{(2n)!}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^{3n}}{n^2 + 3n}$
14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-4)^{3n}}{n \sqrt{\ln 3n}}$	29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{3n-2}}{(n+1) \ln(n+1)}$
15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{16^n (x+2)^{2n}}{\sqrt{4n-1}}$	30	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)x^{5n}}{(n+1)\sqrt{n}}$

Задача 2. Розвинути дану функцію в ряд Маклорена. Знайти область збіжності отриманого ряду.

Номер в-та	Функція $f(x)$	Номер в-та	Функція $f(x)$
1	2	3	4
1	$\frac{x^4}{\sqrt[3]{8-x}}$	16	$\frac{3}{1+x-2x^2}$
2	$x^3\sqrt{9-16x}$	17	$x^2 \ln(1+2x-3x^2)$
3	$\frac{x^3}{4+x^2}$	18	$\frac{6x}{12+x-x^2}$
4	$(1+x)e^{-x}$	19	$\sqrt{x} \ln(1+x-2x^2)$
5	$\frac{x^5}{\sqrt{9+x^2}}$	20	$\frac{6}{8+2x-x^2}$
6	$\sqrt{x} \sin \sqrt{x^3}$	21	$x^3(e^{x^2}-1)$
7	$x^2 \operatorname{arctg}(x/2)$	22	$x^2 \ln(1+x-2x^2)$
8	$x^3(\cos 2x-1)$	23	$x^2 \sin^2 x$
9	$x^2(x+\ln(1-x))$	24	$x(1-\cos \sqrt{x})$
10	$x^2 \sqrt{16-3x}$	25	$\ln(1-x-6x^2)$
11	$\frac{x^6}{\sqrt{4+x^2}}$	26	$\frac{3x}{2-x-x^2}$
12	$x \cos x^3$	27	$\sin x - x \cos x$
13	$\frac{x^4}{\sqrt{4-5x}}$	28	$\frac{x^5}{\sqrt[4]{16-3x}}$
14	$x^2(\operatorname{arctg} x - x)$	29	$x^2(e^x - e^{-x})$
15	$(1+x^2)e^{-2x}$	30	$x^3 \ln(x^2+3x+2)$

Задача 3. Наближено обчислити даний визначений інтеграл з граничною абсолютною похибкою $\varepsilon = 0,001$, розкладаючи підінтегральну функцію в степеневий ряд і потім інтегруючи його почленно.

Примітка. Усі проміжні обчислення проводити з точністю до п'яти десяткових знаків після коми (з двома запасними десятковими знаками).

Номер в-та	Интеграл	Номер в-та	Интеграл
1	2	3	4
1	$\int_0^1 \frac{e^{-x^2/4} - 1}{x^2} dx$	16	$\int_0^{0,5} \frac{\sqrt{1+x^3} - 1}{x} dx$
2	$\int_0^{1/2} \frac{x - \arctg x}{x^2} dx$	17	$\int_0^{0,2} \frac{e^{-x^2} - 1}{x} dx$
3	$\int_0^{0,4} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx$	18	$\int_0^{1/2} \frac{\sin x^2}{x} dx$
4	$\int_0^{0,5} \frac{\sin x^3}{x^2} dx$	19	$\int_0^{1/2} \frac{\arctg x^2}{x^2} dx$
5	$\int_0^{1/4} \frac{\cos \sqrt{x} - 1}{x} dx$	20	$\int_0^{1/2} \frac{e^{-x^3} - 1}{x^2} dx$
6	$\int_0^{0,4} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$	21	$\int_0^{1/4} \frac{\ln(1+\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$
7	$\int_0^1 e^{-x^2/2} \sqrt{x} dx$	22	$\int_0^{1/4} \sqrt{x} \cos x^2 dx$
8	$\int_0^{0,5} \frac{1 - \cos x^3}{x^5} dx$	23	$\int_0^{1/4} \frac{e^{-2x^2} - 1}{x\sqrt{x}} dx$
9	$\int_0^{1/4} \sqrt{x} \arctg x^2 dx$	24	$\int_0^{1/8} \sqrt[3]{x^2} \ln(1+x^2) dx$
10	$\int_0^{1/4} \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{1+x^2}}$	25	$\int_0^{1/8} \frac{\cos 2x - 1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$
11	$\int_0^1 \sqrt{x} \sin x^2 dx$	26	$\int_0^{1/4} \sqrt{x} (\cos x - 1) dx$
12	$\int_0^{1/8} \sqrt[3]{x} e^{-4x} dx$	27	$\int_0^{1/4} \sqrt{x} e^{-2x} dx$

1	2	3	4
13	$\int_0^{3/4} \frac{1 - \cos x^3}{x^4} dx$	28	$\int_0^{1/4} \frac{\arctg x}{\sqrt{x}} dx$
14	$\int_0^{1/4} \sqrt{x^3} \sin x dx$	29	$\int_0^1 x \sqrt[3]{1 + x^2/4} dx$
15	$\int_0^{1/2} \frac{\ln(1 + x^3)}{x^2} dx$	30	$\int_0^{0,4} \frac{\sin x^2}{x^2} dx$

Задача 4. Знайти k перших членів розвинення в ряд Тейлора

$$y = y(x_0) + y'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{y''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \dots +$$

$$+ \frac{y^{(k-1)}(x_0)}{(k-1)!} \cdot (x - x_0)^{k-1} + \dots$$

в околі початкової точки x_0 частинного розв'язку $y = y(x)$ заданого диференціального рівняння, що задовольняє вказаним початковим умовам.

Номер в-та	Завдання	Номер в-та	Завдання
1	2	3	4
1	$y'' = xy, y(1) = -1, y'(1) = 2, k = 4$	16	$y' = y \sin x + y^2, y(0) = -1, k = 3$
2	$y' = x^2 - y^4, y(2) = -1, k = 3$	17	$y'' = x/y', y(1) = 2, y'(1) = -1, k = 4$
3	$y' = (3 - 2x)/y, y(2) = 1, k = 3$	18	$y' = x^4 - y^2, y(-1) = 1, k = 3$
4	$y'' = yy' - x^2, y(1) = 2, y'(1) = 1, k = 4$	19	$y' = y^3 - 2xy, y(2) = -1, k = 3$
5	$y' = 2 \cos x - y^2, y(0) = 1, k = 3$	20	$y'' = y^2 + e^x, y(0) = -1, y'(0) = 2, k = 4$

1	2	3	4
6	$y' = ye^x - e^y,$ $y(0) = 0, k = 3$	21	$y' = y^2 + 3xy,$ $y(-2) = 1, k = 3$
7	$y' = e^x - y^3, y(0) = -1,$ $k = 3$	22	$y' = (1 + y)/(2 - x^2),$ $y(-1) = 1, k = 3$
8	$y' = x^2 + y^3,$ $y(2) = -1, k = 3$	23	$y'' = xy - (y')^2, y(2) = 1,$ $y'(2) = -1, k = 4$
9	$y' = e^y + xy, y(-1) = 0,$ $k = 3$	24	$y'' = 2x - (y')^2, y(1) = 2,$ $y'(1) = -1, k = 4$
10	$y' = x^2 y,$ $y(2) = -1, k = 3$	25	$y' = 3e^y + x^2 y,$ $y(-1) = 0, k = 3$
11	$y' = x^2 y - y^3,$ $y(-1) = -1, k = 3$	26	$y'' = xy + 4\sqrt{y'}, y(-1) = 2,$ $y'(-1) = 1, k = 4$
12	$y' = 2\sqrt{x + y} - y^3,$ $y(0) = 1, k = 3$	27	$y'' = y^2 - 2\sqrt{y'}, y(1) = 2,$ $y'(1) = 1, k = 4$
13	$y' = xy - \ln y, y(3) = 1,$ $k = 3$	28	$y'' = y'/\cos x, y(0) = 1,$ $y'(0) = 1, k = 4$
14	$y' = \sin x - y^3, y(0) = 1,$ $k = 3$	29	$y'' = (y')^3 - y \cos x,$ $y(0) = 2, y'(0) = 1, k = 4$
15	$y' = x^3 - y^3, y(-1) = 1,$ $k = 3$	30	$y' = 3e^y + x^2 y, y(-1) = 0,$ $k = 3$

Задача 5.

Варіанти № 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28: Розвинути в ряд Фур'є періодичну функцію $y = f(x)$, що задана на відрізку $[-\pi; \pi]$ довжиною в період $T = 2\pi$. Побудувати на окремих рисунках в одному масштабі графік даної функції $y = f(x)$ і графік суми $y = S(x)$ одержаного її розвинення на відрізку $[-3\pi; 3\pi]$. Знайти значення $S(0)$ і $S(\pi/2)$.

Варіанти № 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29: Розвинути в ряд Фур'є за синусами неперіодичну функцію $y = f(x)$, що задана на відрізку $[0;l]$, спочатку продовжуючи її непарним способом на симетричний відрізок $[-l;l]$, а потім довизначаючи до періодичної функції з періодом $T = 2l$. Побудувати на окремих рисунках в одному масштабі графік продовженої періодичної непарної функції $y = f_*(x)$ і графік суми $y = S(x)$ одержаного її розвинення на відрізку $[-3l;3l]$. Знайти значення $S(l/2)$ і $S(l)$.

Варіанти № 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30: Розвинути в ряд Фур'є за косинусами неперіодичну функцію $y = f(x)$, що задана на відрізку $[0;l]$, спочатку продовжуючи її парним способом на симетричний відрізок $[-l;l]$, а потім довизначаючи до періодичної функції з періодом $T = 2l$. Побудувати на окремих рисунках в одному масштабі графік продовженої періодичної парної функції $y = f_*(x)$ і графік суми $y = S(x)$ одержаного її розвинення на відрізку $[-3l;3l]$. Знайти значення $S(0)$ і $S(l/2)$.

Номер в-та	Функція	Номер в-та	Функція
1	2	3	4
1	$\begin{cases} \pi, & -\pi < x < 0; \\ 2x - \pi, & 0 < x < \pi \end{cases}$	16	$\begin{cases} x - \pi, & -\pi < x < 0; \\ \pi, & 0 < x < \pi \end{cases}$
2	$\begin{cases} 2x, & 0 \leq x < 1; \\ 3 - x, & 1 \leq x < 2 \end{cases}$	17	$(\pi - 2x)/4, 0 < x < \pi$
3	$x \sin x, x \in (0; \pi)$	18	$x/2, x \in (0; 2)$
4	$\begin{cases} x + \pi, & -\pi < x < 0; \\ x - 2\pi, & 0 < x < \pi \end{cases}$	19	$\begin{cases} x, & -\pi < x \leq 0; \\ \pi - x, & 0 < x < \pi \end{cases}$
5	$\cos(x/2), x \in (0; \pi)$	20	$\begin{cases} x + 3\pi, & -\pi < x < 0; \\ x - \pi, & 0 < x < \pi \end{cases}$
6	$1 - \sin x, 0 < x < \pi/2$	21	$x^2/\pi^2, x \in (0; \pi)$

1	2	3	4
7	$\begin{cases} x+3\pi, & -\pi < x < 0; \\ \pi, & 0 < x < \pi \end{cases}$	22	$\begin{cases} -1, & -\pi < x < 0; \\ \sin(x/2), & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$
8	$\begin{cases} x, & 0 < x < 2; \\ 4-x, & 2 \leq x < 4 \end{cases}$	23	$\sin(x/2), x \in (0; \pi)$
9	$1 - \cos x, 0 < x < \pi/2$	24	$\pi \sin x, x \in (0; \pi/2)$
10	$\begin{cases} x/\pi, & -\pi \leq x < 0; \\ -1, & 0 < x < \pi \end{cases}$	25	$ x - 2x, -\pi < x < \pi$
11	$\begin{cases} x, & 0 \leq x < 1; \\ 2-x, & 1 \leq x < 2 \end{cases}$	26	$x^2/\pi^2, x \in (0; \pi/2)$
12	$x \cos x, x \in (0; \pi)$	27	$x \cos(x/2), x \in (0; \pi)$
13	$\begin{cases} -2\pi, & -\pi < x \leq 0; \\ 2x, & 0 < x < \pi \end{cases}$	28	$ \pi - 2x , x \in (-\pi; \pi)$
14	$\begin{cases} x, & 0 < x < 3; \\ 6-x, & 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$	29	$\begin{cases} 2x, & 0 < x < 2; \\ 6-x, & 2 \leq x < 4 \end{cases}$
15	$x \sin(x/2), x \in (0; \pi)$	30	$\begin{cases} x^2, & 0 < x < 1; \\ 2x - x^2, & 1 < x < 2 \end{cases}$

3.6 Рейтингове індивідуальне завдання № 5

Перетворення Лапласа та його основні властивості

Задача 1. Використовуючи тотожні перетворення оригіналів і властивість лінійності, на основі таблиці відповідності оригіналів та їх зображень знайти зображення $F(p)$ вказаної функції $f(t)$. Результат записати без використання функцій комплексної змінної у вигляді єдиного дробу.

Номер в-га	Завдання	
	1.1	1.2
1	2	3
1	$f(t) = t e^{-2t} - 2e^{2t} \cos 3t - 3$	$f(t) = 5e^{3t} + \sin 2t \cos 6t$
2	$f(t) = 3t \sin 2t - e^{3t} - 3$	$f(t) = 3e^{-4t} + \cos 3t \cos 5t$
3	$f(t) = e^{2t} \cos 2t - 3t \sin 2t$	$f(t) = e^{3t} \sin^2 2t - 6t$
4	$f(t) = 2e^{2t} \sin t - 3 \cos 2t$	$f(t) = t^2 \cos^2 3t - 4$
5	$f(t) = 4t e^{-2t} - \sin 4t - 1$	$f(t) = t^2 \sin^2 3t + 3$
6	$f(t) = 2e^{-t} \cos t - t \cdot \sin 2t$	$f(t) = e^{2t} \cos^2 3t - 2t$
7	$f(t) = e^{-2t} \sin t - 2t \cdot \sin 3t$	$f(t) = e^{2t} \sin^2 3t - 3$
8	$f(t) = 2e^{3t} \cos t - 3 \sin 2t$	$f(t) = t^2 \sin^2 4t + 2t$
9	$f(t) = 3e^{-3t} \sin 2t - 2t + 2$	$f(t) = e^t \cos 3t - \sin 3t \cos 7t$
10	$f(t) = 2e^{-t} \sin 4t - t \cdot \sin t$	$f(t) = t^2 \cos^2 4t + 6$
11	$f(t) = 2t \sin 3t - 3 \cos t$	$f(t) = e^{-t} \sin 4t - 2 \sin 5t \sin t$
12	$f(t) = 2t \cos 3t - 2t + 2$	$f(t) = 4e^{-3t} - 6 \sin 2t \cos 3t$
13	$f(t) = e^{2t} \cos 2t - t \cdot \sin 2t$	$f(t) = 2e^{3t} + \sin 2t \cos 4t$
14	$f(t) = e^{-2t} \cos t + 4t \cdot \cos 2t$	$f(t) = 3e^{-4t} + \cos 3t \cos 5t$
15	$f(t) = 3e^{-2t} \cos 3t - 4t^2$	$f(t) = 4e^{-t} \sin^2 3t - 4t$
16	$f(t) = e^{-6t} \cos 2t - 3t \cdot \sin 2t$	$f(t) = 2t^2 \cos^2 6t + 3t$
17	$f(t) = e^{-2t} \cos t + 4t \cdot \sin 3t$	$f(t) = 6t^2 \sin^2 5t - 2t$
18	$f(t) = 3t^2 + 4 \sin 3t \cdot \sin 5t$	$f(t) = e^{-2t} \cos^2 3t + 6t$
19	$f(t) = 4t^2 - 6 \sin 5t \cdot \cos 9t$	$f(t) = 2e^{6t} \sin^2 3t - 3$
20	$f(t) = 2t \cos 3t - 2t \sin t - 3$	$f(t) = t^2 \sin^2 8t + 3e^{-2t}$
21	$f(t) = e^{-2t} \cos t - t \cdot \sin 4t$	$f(t) = t e^{-4t} - \sin 4t \cos 6t$
22	$f(t) = 2t e^{3t} - \sin 4t + 3$	$f(t) = t^2 \cos^2 4t - 5e^{-4t}$
23	$f(t) = 3t \cos 2t - \sin 3t$	$f(t) = t e^{-3t} - 2 \sin 5t \sin 7t$

1	2	3
24	$f(t) = t^2 \cos^2 4t - 3$	$f(t) = 4e^{-3t} - 2 \sin 2t \cos 8t$
25	$f(t) = 6t^3 - 2 \sin 2t \cdot \cos 6t$	$f(t) = e^{-2t} \cos 4t - 3t \sin 3t$
26	$f(t) = 3t - 4 \cos 2t \cdot \cos 4t$	$f(t) = e^{-3t} \sin 4t - 2t \sin 3t$
27	$f(t) = 8t^2 + 6 \cos 3t \cdot \cos 7t$	$f(t) = 2e^{4t} \cos 2t - 3 \sin 2t$
28	$f(t) = 4t \sin t - t \cdot \cos 3t$	$f(t) = 6e^{-3t} \sin 3t - 4t^2$
29	$f(t) = 6t e^{4t} - 2 \sin 4t \cdot \sin 6t$	$f(t) = e^{-2t} \cos 5t + 4t \cos 3t$
30	$f(t) = 2t e^{-4t} + \cos 8t \cdot \sin 4t$	$f(t) = 4e^{-2t} \cos 8t - 6t^2$

Задача 2. Розкладаючи спочатку правильний раціональний дріб у суму елементарних дробів, а потім застосовуючи лінійність перетворення Лапласа і таблицю відповідності оригіналів та їх зображень, знайти оригінал $f(t)$ за його зображенням $F(p)$. Результат записати без використання функцій комплексної змінної.

Номер в-та	Завдання	
	2.1	2.2
1	2	3
1	$F(p) = \frac{p+1}{p(p^2-4p+13)}$	$F(p) = \frac{p}{(p-1)(p+2)^2}$
2	$F(p) = \frac{p-2}{(p+1)(p^2-2p+26)}$	$F(p) = \frac{4-p+p^2}{p^3-p^2}$
3	$F(p) = \frac{p+4}{p(p^2-8p+17)}$	$F(p) = \frac{1}{(p-1)^2(p+2)}$
4	$F(p) = \frac{p^2-4}{p(p^2+8p-9)}$	$F(p) = \frac{p}{p^3+1}$
5	$F(p) = \frac{1}{p(p^2-4p-5)}$	$F(p) = \frac{2p+3}{p^3+4p^2+5p}$
6	$F(p) = \frac{1}{p(p^2-12p+40)}$	$F(p) = \frac{1}{p^2(p^2+1)}$

1	2	3
7	$F(p) = \frac{p^2 + 6}{p(p^2 + 6p + 18)}$	$F(p) = \frac{4 - p}{(p - 2)^3}$
8	$F(p) = \frac{p + 3}{p(p^2 - 6p + 10)}$	$F(p) = \frac{3p + 10}{(p + 1)(p + 2)^2}$
9	$F(p) = \frac{1}{p(p^2 + 7p - 8)}$	$F(p) = \frac{p + 2}{p^3 - 1}$
10	$F(p) = \frac{4p + 5}{(p - 2)(p^2 + 4p + 5)}$	$F(p) = \frac{p^2 + 1}{p(p^2 - 9p - 10)}$
11	$F(p) = \frac{p}{(p - 5)(p^2 + 9)}$	$F(p) = \frac{2p - 1}{(p + 3)(p - 2)^2}$
12	$F(p) = \frac{p^2 - 1}{(p^2 + 4)(p^2 + 25)}$	$F(p) = \frac{1}{p(p - 2)(p + 4)}$
13	$F(p) = \frac{p - 1}{(p^2 + 1)(p^2 + 64)}$	$F(p) = \frac{p^2 + p}{(p + 2)^2(p + 3)}$
14	$F(p) = \frac{3p + 1}{(p - 1)(p + 3)(p - 4)}$	$F(p) = \frac{p^3 + 2}{(p^2 + 4)(p^2 + 36)}$
15	$F(p) = \frac{p^3}{(p^2 + 1)(p^2 + 49)}$	$F(p) = \frac{p^2 + 5}{p^3 - 6p^2 + 8p}$
16	$F(p) = \frac{p + 5}{(p + 1)(p^2 - 2p + 5)}$	$F(p) = \frac{p}{(p^2 + 9)(p^2 + 1)}$
17	$F(p) = \frac{1}{(p - 2)(p^2 + 9)}$	$F(p) = \frac{2p + 1}{(p - 1)^2(p + 3)}$
18	$F(p) = \frac{p}{(p - 3)(p^2 + 16)}$	$F(p) = \frac{3p + 1}{p^3 + 4p^2 + 4p}$
19	$F(p) = \frac{p^2}{(p^2 + 9)(p^2 + 4)}$	$F(p) = \frac{3p^2 + 1}{p^3 - p}$

1	2	3
20	$F(p) = \frac{5p}{(p-2)(p^2-2p+2)}$	$F(p) = \frac{p^2}{(p+2)(p^2+25)}$
21	$F(p) = \frac{p^2-4p}{p^3-8}$	$F(p) = \frac{3p^2+7}{(p+3)^2(p-1)}$
22	$F(p) = \frac{p^3}{p^4-5p^2-36}$	$F(p) = \frac{3p+4}{p(p^2-8p+20)}$
23	$F(p) = \frac{p^3+p}{p^4-16}$	$F(p) = \frac{p^2-1}{p(p^2-4p+20)}$
24	$F(p) = \frac{p^2}{p^4+5p^2+4}$	$F(p) = \frac{p+2}{(p-2)(p^2+4)}$
25	$F(p) = \frac{p^2-3p+6}{p^3+27}$	$F(p) = \frac{1}{p+2p^2+p^3}$
26	$F(p) = \frac{1}{(p+2)(p^2+4p+3)}$	$F(p) = \frac{p^2-8p}{p^3+8}$
27	$F(p) = \frac{1}{(p-1)(p^2+4p+5)}$	$F(p) = \frac{p^3-p^2}{p^4-81}$
28	$F(p) = \frac{1}{(p-4)(p^2-5p+4)}$	$F(p) = \frac{p^2+9}{p(p^2+2p-3)}$
29	$F(p) = \frac{p^3-2p^2}{(p+2)^2(p^2+4)}$	$F(p) = \frac{p+3}{p(p^2-4p+3)}$
30	$F(p) = \frac{4p^3-3p^2}{p^4-3p^2-4}$	$F(p) = \frac{1}{(p-1)(p^2-9)}$

3.7 Рейтингове індивідуальне завдання № 6 Операційний метод розв'язування диференціальних рівнянь

Задача 1. Методом операційного числення розв'язати задачу Коші для лінійного диференціального рівняння другого порядку (знайти частинний розв'язок заданого диференціального рівняння, який задовольняє вказаним початковим умовам). Результат записати без використання функцій комплексної змінної.

Номер в-га	Завдання	
	1.1	1.2
1	2	3
1	$x'' - 3x' - 10x = 6e^{2t} \cos 3t;$ $x(0) = -4; x'(0) = 2$	$x'' + 4x' + 8x = -3e^{2t};$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
2	$x'' + 2x' - 3x = 6\sin 2t;$ $x(0) = 2; x'(0) = -1$	$x'' + 6x' + 10x = 4e^{-3t};$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
3	$x'' - 4x' + 29x = 10e^{2t};$ $x(0) = 2; x'(0) = -2$	$x'' + 16x = 6t;$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
4	$x'' + 5x' + 6x = 2\sin 2t;$ $x(0) = -2; x'(0) = 4$	$x'' - 2x' + 17x = 6t;$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
5	$x'' + 2x' = 4e^{-2t} \cos t;$ $x(0) = 3; x'(0) = 2$	$x'' + 2x' + 10x = 4t;$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
6	$x'' + 4x' + 13x = 2te^{-2t};$ $x(0) = -3; x'(0) = 1$	$x'' - 4x' = 6\sin 4t;$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
7	$x'' + 4x' + 20x = 6t;$ $x(0) = 4; x'(0) = -2$	$x'' + 2x' - 3x = 3\cos 2t;$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
8	$x'' - 4x' - 5x = 4e^{-t} \cos 2t;$ $x(0) = -2; x'(0) = -4$	$x'' + 4x = -3te^{2t};$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
9	$x'' - 9x = 4e^{-3t} \sin 3t;$ $x(0) = 4; x'(0) = -3$	$x'' + 16x = 2te^{4t};$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$

1	2	3
10	$x'' + 2x' - 24x = 2e^{-3t} \cos 2t$; $x(0) = 1$; $x'(0) = 4$	$x'' - 6x' + 18x = 3te^{-t}$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
11	$x'' - 5x' + 6x = 2e^{2t} \sin 2t$; $x(0) = 6$; $x'(0) = 3$	$x'' - 4x' + 8x = 4te^{3t}$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
12	$x'' - 6x' + 10x = 6te^{3t}$; $x(0) = -2$; $x'(0) = 1$	$x'' - 2x' = 6e^{-t} \sin 4t$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
13	$x'' + 2x' + 17x = 8t$; $x(0) = 2$; $x'(0) = 6$	$x'' - x = 4e^{-3t} \cos 4t$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
14	$x'' - 2x' - 3x = 6e^{3t} \sin 2t$; $x(0) = 3$; $x'(0) = -2$	$x'' + 4x = 3te^{-4t}$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
15	$x'' + 4x = 4te^{-3t}$; $x(0) = -3$; $x'(0) = 2$	$x'' - x' - 6x = 4e^{3t} \sin 2t$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
16	$x'' - 4x' - 5x = 4e^{-t} \sin 4t$; $x(0) = 2$; $x'(0) = 1$	$x'' - 8x' + 20x = 6t$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
17	$x'' - 4x = 12e^{-t} \cos 4t$; $x(0) = -3$; $x'(0) = -2$	$x'' - 8x' + 25x = 4te^{2t}$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
18	$x'' - x' - 6x = 12e^{-2t} \cos 2t$; $x(0) = 2$; $x'(0) = -3$	$x'' + 6x' + 25x = 2te^{-t}$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
19	$x'' - 9x = 2e^{-3t} \sin 3t$; $x(0) = 4$; $x'(0) = -3$	$x'' + 10x' + 26x = 3t$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
20	$x'' + 4x' + 5x = 2te^t$; $x(0) = 3$; $x'(0) = -1$	$x'' - 6x' + 9x = 3e^{-3t} \sin t$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
21	$x'' - 4x' + 13x = 2te^{-3t}$; $x(0) = 2$; $x'(0) = 3$	$x'' + 4x' + 4x = 8e^{-3t} \cos 2t$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$
22	$x'' + 2x' = 4e^{-2t} \cos 2t$; $x(0) = -3$; $x'(0) = 2$	$x'' - 6x' + 18x = 6t$; $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$

1	2	3
23	$x'' + 4x' - 12x = 6e^{-2t} \sin 2t;$ $x(0) = 1; x'(0) = -3$	$x'' + 25x = 2te^{-4t};$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
24	$x'' + 5x' - 14x = 2e^{-4t} \cos t;$ $x(0) = -3; x'(0) = -1$	$x'' - 2x' + 26x = 3te^{-2t};$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
25	$x'' - 4x = 12e^{-2t} \sin 2t;$ $x(0) = 2; x'(0) = -4$	$x'' - 8x' + 20x = 4te^{-2t};$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
26	$x'' - x' - 6x = 12e^{3t} \cos 2t;$ $x(0) = 2; x'(0) = -5$	$x'' + 16x = 2te^{4t};$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
27	$x'' + 4x' + 4x = 3e^{-2t} \cos t;$ $x(0) = 3; x'(0) = 2$	$x'' - 2x' + 5x = 6t;$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
28	$x'' + 6x' + 10x = 6te^{-2t};$ $x(0) = -2; x'(0) = 3$	$x'' - 6x' + 8x = 6te^{3t};$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
29	$x'' + 6x' - 7x = 6e^{-t} \sin 2t;$ $x(0) = -2; x'(0) = 6$	$x'' + 9x = 2te^{3t};$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$
30	$x'' + 9x = 6te^{-3t};$ $x(0) = 3; x'(0) = -4$	$x'' - x' - 2x = 4e^{-2t} \cos 4t;$ $x(0) = 0; x'(0) = 0$

Задача 2. Методом операційного числення розв'язати задачу Коші для неоднорідної системи лінійних диференціальних рівнянь (знайти частинний розв'язок заданої диференціальної системи, який задовольняє вказаним початковим умовам). Результат записати без використання функцій комплексної змінної.

Номер в-га	Завдання
1	2
1	$\begin{cases} x' = -3x - y \\ y' = x - y + 2t \end{cases} \quad x(0) = 2; y(0) = 3$
2	$\begin{cases} x' = -x + 3y \\ y' = 3x - y + 3t \end{cases} \quad x(0) = -4; y(0) = 0$

1	2
3	$\begin{cases} x' = x + 4y + 3e^{-2t} \\ y' = x - 2y \end{cases} \quad x(0) = 0; y(0) = 5$
4	$\begin{cases} x' = -5x + 2y \\ y' = -2x - y + 6t \end{cases} \quad x(0) = -1; y(0) = 0$
5	$\begin{cases} x' = -x + 3y - e^t \\ y' = x + y \end{cases} \quad x(0) = 3; y(0) = -2$
6	$\begin{cases} x' = 7x + 2y - 2t \\ y' = -9x - 2y \end{cases} \quad x(0) = 4; y(0) = 0$
7	$\begin{cases} x' = -2x - 6y \\ y' = -x - y + 6t \end{cases} \quad x(0) = 4; y(0) = 1$
8	$\begin{cases} x' = -3x - 4y \\ y' = x + y + 6e^{-t} \end{cases} \quad x(0) = 1; y(0) = -1$
9	$\begin{cases} x' = -5x + 2y + 4e^{2t} \\ y' = 4x - 3y \end{cases} \quad x(0) = 3; y(0) = -2$
10	$\begin{cases} x' = 2x + 4y \\ y' = 3x + 6y - 3t \end{cases} \quad x(0) = 1; y(0) = 6$
11	$\begin{cases} x' = x + 5y - 2e^{2t} \\ y' = -2x - 5y \end{cases} \quad x(0) = 1; y(0) = -1$
12	$\begin{cases} x' = 7x - 2y \\ y' = 4x - 2y - 2t \end{cases} \quad x(0) = 6; y(0) = 0$
13	$\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = 3x + 2y - 3 \end{cases} \quad x(0) = 0; y(0) = 1$
14	$\begin{cases} x' = 2x - y - 3e^{-t} \\ y' = x + 2y \end{cases} \quad x(0) = -2; y(0) = 1$

1	2
15	$\begin{cases} x' = 2x - y + 2te^{-2t} \\ y' = 4x - 3y \end{cases} \quad x(0) = -4; y(0) = 3$
16	$\begin{cases} x' = x - 2y \\ y' = -x - 2\cos 3t \end{cases} \quad x(0) = 2; y(0) = 0$
17	$\begin{cases} x' = 6x - 10y \\ y' = x - y + 3te^{2t} \end{cases} \quad x(0) = 2; y(0) = -6$
18	$\begin{cases} x' = 2x + y + 2e^{-t} \\ y' = x + 2y - 3e^{-t} \end{cases} \quad x(0) = 6; y(0) = 2$
19	$\begin{cases} x' = -3x - y \\ y' = 5x - y + 6e^{-2t} \end{cases} \quad x(0) = -1; y(0) = 2$
20	$\begin{cases} x' = 4x - y + 3t \\ y' = -2x + 3y - 2 \end{cases} \quad x(0) = 1; y(0) = 0$
21	$\begin{cases} x' = 4x - 5y - 2t \\ y' = 2x - 2y + 3t \end{cases} \quad x(0) = -1; y(0) = 0$
22	$\begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = 7x - 3y - 4t \end{cases} \quad x(0) = 0; y(0) = -2$
23	$\begin{cases} x' = -x + 2y \\ y' = 4x + y - 4te^{-2t} \end{cases} \quad x(0) = 0; y(0) = 7$
24	$\begin{cases} x' = x + 2y + 2e^{-t} \\ y' = 2x + y - 4e^{-t} \end{cases} \quad x(0) = 0; y(0) = 1$
25	$\begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = 2x - y + 4t \end{cases} \quad x(0) = 2; y(0) = 1$
26	$\begin{cases} x' = 4x + 6y + 4t \\ y' = 4x + 2y - 1 \end{cases} \quad x(0) = 1; y(0) = 5$

1	2
27	$\begin{cases} x' = -x + y - e^{-2t} \\ y' = x - y + 2e^{-2t} \end{cases} \quad x(0) = 5; y(0) = 1$
28	$\begin{cases} x' = x - y + 2t \\ y' = 5x - y - t \end{cases} \quad x(0) = 0; y(0) = 5$
29	$\begin{cases} x' = 6x - 2y - e^{2t} \\ y' = 5x - y - 3e^{2t} \end{cases} \quad x(0) = 4; y(0) = 0$
30	$\begin{cases} x' = -x + 5y + 4e^{3t} \\ y' = -x + 3y \end{cases} \quad x(0) = 6; y(0) = -4$

4 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Після вивчення кожної теми студенту рекомендується відтворити по пам'яті означення ключових термінів, виведення основних формул, формулювання та ідеї доведення теорем, їх геометричний, фізичний та інший прикладний зміст. Наведені далі питання для самодіагностики мають служити студенту підмогою в повторенні, закріпленні та перевірці міцності засвоєння вивченого матеріалу.

За необхідності потрібно ще раз уважно розібратися в теоретичних викладках, розв'язати додатково декілька задач відповідної тематики та повторно відповісти на питання для самоконтролю. При сумнівах у правильності відповідей на питання для самоперевірки студент може також звернутися за консультацією до викладача.

4.1 Питання до змістового модуля 2.1 Інтегральне числення. Диференціальні рівняння

1. Дайте означення первісної для даної функції. Наведіть приклади.
2. Що називається невизначеним інтегралом? У чому полягає його геометричний зміст?
3. Які основні властивості невизначеного інтеграла?

4. Як перевірити правильність виконання операції інтегрування?
5. У чому полягає спосіб безпосереднього інтегрування?
6. У яких формах реалізується метод заміни змінної в невизначеному інтегралі?
7. Наведіть формулу методу інтегрування частинами в невизначеному інтегралі. Коли доречно застосовувати цей метод?
8. Наведіть типові випадки застосування інтегрування частинами і вкажіть відповідні рекомендації.
9. Наведіть стандартний вигляд многочлена $P_n(x)$ n -го степеню.
10. Як розкладається многочлен з дійсними коефіцієнтами на прості дійсні множники?
11. Що називається раціональним дробом? За якої умови раціональний дріб є правильним? Неправильним?
12. Як подати неправильний раціональний дріб у вигляді суми цілої частини і правильного дробу?
13. Які правильні раціональні дроби називаються елементарними (найпростішими)?
14. Який вигляд має розклад правильного раціонального дробу на суму найпростіших дробів?
15. Які методи застосовуються для знаходження коефіцієнтів цього розкладу? У чому суть методу невизначених коефіцієнтів і методу окремих значень? Дайте рекомендації щодо їх застосування.
16. Як інтегруються елементарні дроби різних типів?
17. Як інтегруються правильні раціональні дроби у наступних випадках: а) корені знаменника дійсні й прості; б) корені знаменника дійсні, але деякі з них кратні; в) корені знаменника – дійсні (можливо, кратні) і прості комплексно спряжені?
18. Що таке інтегральна сума? Який її геометричний та економічний зміст?
19. Що називається визначеним інтегралом? У чому полягає його геометричний і фізичний зміст?
20. Сформулюйте необхідну умову інтегрованості функції.
21. У чому полягає достатня умова інтегрованості?

22. Наведіть формулу Ньютона – Лейбниця, що встановлює зв'язок між визначеним і невизначеним інтегралами.
23. Сформулюйте основні властивості визначеного інтеграла.
24. Якою подвійною нерівністю задається оцінка визначеного інтеграла?
25. Що називається середнім інтегральним значенням функції на відрізку? Сформулюйте теорему про середнє інтегральне. У чому полягає її геометричний зміст?
26. Як здійснюється заміна змінної у визначеному інтегралі?
27. Наведіть формулу інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
28. Що таке невластий інтеграл на необмеженому проміжку? У чому полягає його геометричний зміст?
29. Яка плоска область називається правильною (стандартною) в напрямку осі Oy ? Осі Ox ? Просто правильною?
30. Як знаходиться площа правильної в напрямку осі Oy плоскої області? Правильної в напрямку осі Ox області?
31. Як знаходиться довжина дуги плоскої лінії у випадку, коли лінія задана явно в прямокутних координатах?
32. Як знаходиться об'єм тіла обертання?
33. Що таке диференціальне рівняння? Як визначається його порядок?
34. Що називається розв'язком диференціального рівняння? Що таке інтегральна крива диференціального рівняння?
35. Що називається загальним розв'язком диференціального рівняння? Частинним розв'язком? Який їх геометричний зміст?
36. Що таке початкові та межові (крайові, граничні) умови? Як ставиться початкова задача (задача Коші)? Крайова задача?
37. Що таке особливий розв'язок диференціального рівняння?
38. Як для ДР першого порядку формулюється теорема Коші про існування та єдиність розв'язку? У чому її геометричний зміст?
39. Що таке диференціальне рівняння з відокремлюваними змінними?
40. Яка функція називається однорідною k -го порядку однорідності? Що таке диференціальне рівняння з однорідною правою частиною (однорідне рівняння)?

41. За допомогою якої підстановки однорідне рівняння зводиться до рівняння з відокремлюваними змінними?
42. Яке диференціальне рівняння першого порядку називається лінійним однорідним? Лінійним неоднорідним?
43. Як будується розв'язок ЛНДР першого порядку методом варіації довільної сталої?
44. Як розв'язується ЛНДР першого порядку методом Бернуллі?
45. Яка система функцій $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ ($n \geq 2$) називається лінійно залежною? Лінійно незалежною?
46. Яка структура загального розв'язку ЛОДР другого порядку?
47. Що таке характеристичне рівняння для ЛОДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами?
48. За якими формулами будується загальний розв'язок ЛОДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами в залежності від виду коренів характеристичного рівняння?
49. Яка структура загального розв'язку ЛНДР другого порядку?
50. У чому полягає принцип суперпозиції розв'язків ЛНДР?
51. Для ЛНДР що таке права частина спеціального вигляду?
52. Як методом невизначених коефіцієнтів будується частинний розв'язок ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами, що відповідає правій частині спеціального вигляду?
53. Який вигляд має нормальна система лінійних ДР першого порядку зі сталими коефіцієнтами? Наведіть матричний запис однорідної та неоднорідної систем.
54. У чому полягає метод вилучення розв'язування однорідної СЛДР? Як розв'язується неоднорідна СЛДР цим методом?
55. Дайте означення диференціального рівняння з частинними похідними (ДРЧП). Що таке загальний і частинний розв'язки ДРЧП?
56. Що таке початкова задача (задача Коші) для ДРЧП?
57. Укажіть основні типи межових (граничних) умов і відповідні типи крайових задач.
58. Яка задача математичної фізики називається коректно поставленою?
59. Який загальний вигляд лінійного ДРЧП другого порядку?
60. Дайте класифікацію лінійних ДРЧП другого порядку.

Наведіть відповідний канонічний вигляд лінійного ДРЧП другого порядку кожного типу.

61. Як формулюється перша крайова задача для однорідного одновимірною хвильового рівняння? Як розв'язується ця задача методом відокремлення змінних?

4.2 Питання до змістового модуля 2.2 Ряди

1. Що називається числовим рядом, частковою сумою, загальним членом, сумою, залишком ряду?
2. У чому полягає необхідна ознака збіжності та відповідна достатня ознака розбіжності ряду?
3. Сформулюйте властивості дій з рядами.
4. Який числовий ряд називається знакододатним?
5. У чому полягає інтегральна ознака Коші? Як оцінюються сума і залишок збіжного знакододатного ряду, спираючись на інтегральну ознаку?
6. При яких умовах збігаються і розбігаються найпоширеніші еталонні ряди – узагальнений гармонічний ряд і ряд геометричної прогресії?
7. Сформулюйте основну ознаку порівняння.
8. У чому полягає гранична ознака порівняння? Як треба підбирати відповідний еталонний ряд?
9. Сформулюйте ознаку Даламбера.
10. Коли краще застосовувати ознаку Даламбера, щоб не натрапити на випадок невизначеності?
11. У чому полягає радикальна ознака Коші?
12. Коли краще застосовувати радикальну ознаку, щоб не натрапити на випадок невизначеності?
13. Який числовий ряд називається знаковмінним?
14. Що таке знакопочерговий ряд (ряд Лейбниця)?
15. У чому полягає ознака Лейбниця збіжності знакопочергового ряду?
16. Як оцінюються сума і залишок збіжного знакопочергового ряду, спираючись на ознаку Лейбниця?
17. Який знаковмінний ряд називається абсолютно збіжним? Умовно збіжним?
18. Сформулюйте достатню ознаку збіжності знаковмінного ряду.

19. В якому порядку краще досліджувати знакозмінний ряд на абсолютну й умовну збіжність?
20. Що називається функціональним рядом? Що таке його точка збіжності і точка розбіжності? Область збіжності?
21. Який функціональний ряд називається абсолютно збіжним?
22. Що називається рівномірною нормою функції, яка неперервна на відрізку?
23. Що називається рівномірною відстанню між функціями, які неперервні на відрізку?
24. Який функціональний ряд називається рівномірно збіжним?
25. У чому полягає ознака Вейерштрасса рівномірної збіжності функціонального ряду?
26. Сформулюйте властивості рівномірно збіжних функціональних рядів.
27. Який функціональний ряд називається степеневим?
28. У чому полягає теорема Абеля про збіжність степеневого ряду?
29. Що таке інтервал збіжності степеневого ряду? Чим область збіжності може відрізнятися від інтервалу збіжності?
30. Яким може бути радіус збіжності степеневого ряду?
31. Як досліджується збіжність степеневого ряду на кінцях інтервалу збіжності?
32. Сформулюйте властивості степеневих рядів.
33. Який вигляд мають ряди Тейлора і Маклорена?
34. У чому полягає теорема про єдиність розвинення функції в ряд Тейлора?
35. Сформулюйте теореми про умови існування й збіжності ряду Тейлора.
36. Які основні способи побудови розвинення функцій у ряди Тейлора і Маклорена?
37. Наведіть приклади застосування степеневих рядів до наближених обчислень значень функцій, визначених інтегралів і розв'язування диференціальних рівнянь.
38. Які недоліки розвинення функцій у степеневі ряди?
39. Що називається скалярним добутком функцій, які неперервні на відрізку?
40. Що називається середньо квадратичною відстанню між функціями, які неперервні на відрізку?
41. Яка пара функцій називається ортогональною на відрізку?

42. Яка система функцій називається ортогональною на відрізку?
43. Що називається рядом Фур'є за тригонометричною системою функцій?
44. Як обчислюються коефіцієнти Фур'є для 2π -періодичної функції?
45. Сформулюйте теорему Діріхле, що виражає достатню ознаку розвинення функції в ряд Фур'є.
46. Як записується неповний ряд Фур'є для 2π -періодичної парної функції? Для 2π -періодичної непарної функції? За якими формулами обчислюються коефіцієнти Фур'є в цих випадках?
47. Як записується ряд Фур'є для періодичної функції з довільним періодом $T = 2l$, $l > 0$? За якими формулами обчислюються коефіцієнти Фур'є в цьому випадку?
48. Як будується парне (непарне) періодичне продовження функції, що задана на відрізку $[0; l]$? Як записується відповідний ряд косинусів (ряд синусів)? За якими формулами обчислюються коефіцієнти такого розвинення?
49. Як записується ряд Фур'є в амплітудно-фазовій формі?
50. Що називається гармонічним аналізом? Що таке гармоніка, хвильове число, амплітуда, початкова фаза?

4.3 Питання до змістового модуля 2.3 Операційне числення

1. Яка функція називається оригіналом? Наведіть приклади оригіналів і функцій, що не є оригіналами.
2. Дайте означення перетворення (оператора) Лапласа. Що таке зображення оригіналу?
3. Сформулюйте теорему єдиності перетворення Лапласа.
4. Як веде себе будь-яке зображення на нескінченності?
5. У чому полягає властивість лінійності оператора Лапласа?
6. Що таке одинична ступінчаста функція Хевісайда? Яке її зображення?
7. У чому полягає теорема про згасання оригіналу?
8. Сформулюйте теорему подібності (зміни масштабу).
9. Який зв'язок між похідною зображення й оригіналом?
10. Як знаходиться зображення похідних оригіналу?

11. Сформулюйте правило знаходження оригіналу для зображення у вигляді раціонального дроби на основі таблиці відповідності оригіналів та їх зображень.
12. За якою схемою здійснюється розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем методом операційного числення?
13. Сформулюйте теорему запізнювання (про зсув аргументу в оригіналі).
14. Сформулюйте правило знаходження оригіналу із запізнюваннями для зображення, що містить експоненціальні множники вигляду e^{-bp} , на основі таблиці відповідності оригіналів та їх зображень з використанням теореми запізнювання.
15. За якою схемою здійснюється розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем у випадку наявності запізнювань?
16. Як знаходиться зображення інтеграла від оригіналу?
17. Дайте означення згортки функцій. Як знаходиться її зображення?
18. Що називається інтегральним рівнянням?
19. Що називається інтегро-диференціальним рівнянням?
20. За якою схемою здійснюється розв'язування інтегральних та інтегро-диференціальних рівнянь?
21. Що таке одинична імпульсна дельта-функція Дірака? Яке її зображення?
22. Який зв'язок між одиничними функціями Дірака і Хевісайда?
23. Наведіть приклади розрахунку перехідних процесів у електричних ланцюгах за допомогою операційного числення.
24. Наведіть приклади розв'язання задач математичної фізики за допомогою операційного числення.
25. Яким диференціальним рівнянням описується аперіодична ланка (інерційна ланка першого порядку)? Що таке стала часу і коефіцієнт підсилення аперіодичної ланки?
26. Наведіть приклад аперіодичної ланки у вигляді електричного ланцюга. Наведіть вираз для передаточної функцій аперіодичної ланки.

5 КОНТРОЛЬ І КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

Результативність вивчення вищої математики забезпечується ефективною системою контролю, яка включає в себе усне та письмове опитування студентів за змістом лекцій, перевірку виконання поточних домашніх завдань, перевірку із захистом виконання проміжних рейтингових індивідуальних завдань, перевірку виконання проміжних модульних контрольних робіт у письмовій формі, тестування у віртуальному освітньому середовищі на платформі MOODLE і підсумкове оцінювання за кожний семестр у формі письмового екзамену за екзаменаційними білетами, що охоплюють усі теми семестрового курсу. До підсумкового контролю допускають студентів, які набрали більше половини балів за кожний змістовий модуль, що забезпечує досягнення кожним студентом мінімальних рівнів за кожним запланованим результатом навчання.

Контроль успішності та якості навчання здійснюється з використанням методів і засобів, що визначаються Університетом і розробляються та контролюються відповідними службами. Оцінка знань студента за модуль в цілому включає три виміри (табл. 5.1): кількість балів за стобальною системою; оцінка за національною шкалою (за традиційною п'ятибальною системою в термінах «відмінно» – «незадовільно»); літерна оцінка за шкалою ЄКТС.

Таблиця 5.1 – Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ЄКТС
	для екзамену	
90–100	Відмінно	A
82–89	Добре	B
74–81		C
64–73	Задовільно	D
60–63		E
35–59	Незадовільно з можливістю повторного складання	FX
0–34	Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	F

Рейтинг студента з вищої математики протягом семестру в будь-який звітний момент часу дорівнює поточній сумі балів, набраних у процесі навчання, а на завершальному етапі – повній сумі балів, яка проставляється в заліково-екзаменаційну відомість.

Основні критерії оцінювання знань і вмінь студентів відображені в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2 – Критерії оцінювання знань і вмінь студентів

Оцінка			Вимоги
Сума балів	Оцінка ЄКТС	Оцінка за нац. шкалою	
1	2	3	4
90–100	A	Відмінно	Вільне володіння теоретичним матеріалом у повному обсязі: означення понять та їх ґрунтовне тлумачення, формулювання теорем та їх доведення, формулювання правил та їх обґрунтування, знання формул та обґрунтування їх застосування. Вільне застосування теоретичних знань до розв’язування задач і аналізу одержаних розв’язків в об’ємі 90–100 % від запропонованих задач. Відсутність суттєвих помилок при обчисленнях і побудовах креслень, грамотне й акуратне виконання всіх розрахунків і креслень
82–89	B	Добре	Володіння основним теоретичним матеріалом у повному обсязі: означення понять та їх тлумачення, формулювання теорем та їх доведення, формулювання правил та їх обґрунтування, знання формул та обґрунтування їх застосування. Застосування теоретичних знань до розв’язання задач і аналізу одержаних розв’язків в об’ємі 82–89 % від запропонованих задач. Наявність неістотних помилок при обчисленнях і побудовах креслень, які не впливають на загальний результат роботи (помилки при округленні чисел, неточність у побудові точок і ліній, відсутність позначень на кресленнях тощо)

Продовження таблиці 5.2

1	2	3	4
74–81	С	Добре	<p>Володіння основним теоретичним матеріалом у повному обсязі: означення понять та їх тлумачення, формулювання теорем та їх доведення, формулювання правил та їх обґрунтування, знання формул та обґрунтування їх застосування. Припускаються деякі помилки по другорядним питанням курсу. Застосування теоретичних знань до розв'язування задач і аналізу одержаних розв'язків в об'ємі 74–81 % від запропонованих задач</p>
64–73	D	Задовільно	<p>Орієнтація в теоретичному матеріалі: означення понять без їх повного тлумачення, формулювання теорем без повного доведення, формулювання правил без їх обґрунтування, знання формул без обґрунтування їх застосування. Застосування теоретичних знань до розв'язування задач без аналізу одержаних розв'язків в об'ємі 64–73 % від запропонованих задач. Наявність помилок, які суттєво не впливають на остаточний результат</p>
60–63	E	Задовільно	<p>Орієнтація в теоретичному матеріалі: означення понять без їх повного тлумачення, формулювання теорем без повного доведення, формулювання правил без їх обґрунтування, знання формул без обґрунтування їх застосування. Застосування теоретичних знань до розв'язування задач без аналізу одержаних розв'язків в об'ємі 60–63 % від запропонованих задач</p>

Закінчення таблиці 5.2

1	2	3	4
35–59	FX	Незадовільно	Початкове ознайомлення з теоретичним матеріалом. Слабке володіння основним програмним матеріалом, грубі помилки в формулюванні теорем, правил і при розв'язуванні задач. Застосування теоретичних знань до розв'язування задач без аналізу одержаних розв'язків в об'ємі 35–59 % від запропонованих задач. Допущені принципові помилки в обчисленнях: переплутані формули, креслення не відповідають розрахункам, порушена послідовність виконання операцій, розв'язання виконано вкрай недбало тощо
0–34	F	Незадовільно	Початкове ознайомлення з теоретичним матеріалом. Невміння застосовувати теоретичні знання до розв'язування задач. Недостатній об'єм знань, вмій і навичок призводить до розв'язування з суттєвими похибками до 34 % від запропонованих задач

Під час поточного контролю знань оцінюються системність та активність роботи на практичних заняттях і лекціях, наполегливість, креативність і загальна якість виконання поточних домашніх завдань. Для оперативної самодіагностики студентів використовуються навчальні тести у віртуальному освітньому середовищі на платформі MOODLE.

Завданням проміжного контролю за кожний змістовий модуль є перевірка ступеню розуміння та засвоєння відповідного матеріалу, сформованості вмій і навичок самостійно розв'язувати задачі, що відображають зміст теоретичних положень. Під час проміжного контролю оцінюються якість виконання проміжних рейтингових індивідуальних завдань та якість виконання письмових модульних контрольних робіт. Контрольне тестування у віртуальному освітньому середовищі на платформі MOODLE спрямоване на

закріплення та перевірку засвоєння базових положень дисципліни та відповідного математичного апарату.

На кожній проміжній контрольній роботі студент отримує індивідуальний білет, що складається з декількох задач. Виконувати пропущені з поважних чи неповажних причин контрольні роботи або повторно їх передавати для підвищення оцінки студент може на додаткових заняттях згідно з розкладом чи за індивідуальним графіком за наявності допуску деканату та викладача.

У рамках рейтингового індивідуального завдання студент мусить надати результати розрахунків у письмовому вигляді, відповісти на запитання усно або письмово. Якість виконання перевіряється викладачем і остаточно визначається під час захисту у вигляді співбесіди зі студентом. Оцінюються: знання відповідних теоретичних положень і формул, кількість розв'язаних задач, самостійність і своєчасність виконання, якість розв'язання кожної задачі, вміння розв'язувати подібні задачі та приклади. Якщо робота не одержала позитивної оцінки або виявлені окремі суттєві недоліки, то потрібно здійснити відповідні виправлення та доповнення, а потім повторно пред'явити роботу для перевірки і співбесіди.

Кожний контрольний тест за змістовий модуль у віртуальному освітньому середовищі на платформі MOODLE розрахований на одну академічну годину та передбачає здійснення декількох спроб з випадковим вибором завдань. Використовуються, в основному, тестові завдання у закритій формі різних типів: вибір правильної відповіді, встановлення відповідності між об'єктами та їхніми властивостями, вставка числового значення.

Підсумковий контроль знань за модуль проводиться у формі письмового екзамену, метою якого є перевірка засвоєння студентом програмного матеріалу в цілому, розуміння логіки та взаємозв'язків між окремими розділами, здатності творчого застосування накопичених знань для розв'язування практичних задач. Означення, теореми, правила повинні формулюватися точно і з розумінням їх суті. Розв'язування задач повинно виконуватись упевнено та без помилок. Кожне розв'язання має оформлюватись стисло, ретельно та чітко з необхідними коментарями та з дотриманням вимог щодо ведення записів і прийнятих позначень.

Перелік екзаменаційних завдань, що відображають зміст програми дисципліни, та критерії їх оцінювання визначаються кафедрою та заздалегідь доводяться до відома студентів.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Архіпова О. С. Посібник для розв'язання типових завдань з курсу «Вища математика» / О. С. Архіпова, В. П. Протопопова, Є. С. Пахомова. – Харків : ХНАМГ, 2008 р. – 210 с. – Існує електронна версія. (Режим доступу : <http://eprints.kname.edu.ua/6656/>, вільний).

2. Бізюк В. В. Спеціальні розділи вищої математики для електротехніків / В. В. Бізюк, А. В. Якунін. – Харків : ХНАМГ, 2008. – 300 с. – Існує електронна версія. (Режим доступу : <http://eprints.kname.edu.ua/5934/>, вільний).

3. Бізюк В. В. Елементи операційного числення [Електронний ресурс] : конспект лекцій для студентів першого курсу денної та заочної форм навчання освітнього рівня «бакалавр» за спеціальністю 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / В. В. Бізюк, А. В. Якунін ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2021. – 59 с. – Режим доступу : <http://eprints.kname.edu.ua/57508/>, вільний.

4. Вища математика для електротехніків : у 3 модулях. Модуль 2 : Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Операційне числення. Елементи варіаційного числення / С. О. Станішевський, А. В. Якунін, А. О. Володченко ; Харків. нац. акад. міськ. госп-ва. – Харків : ХНАМГ, 2010. – 350 с. – Існує електронна версія. (Режим доступу : <http://eprints.kname.edu.ua/16600/>, вільний).

5. Вища математика для електротехніків : у 3 модулях. Модуль 3 : Числові та функціональні ряди. Функції декількох змінних. Елементи теорії поля. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Рівняння математичної фізики / В. В. Бізюк, А. В. Якунін ; Харків. нац. акад. міськ. госп-ва. – Харків : ХНАМГ, 2011. – 383 с. – Існує електронна версія. (Режим доступу : <http://eprints.kname.edu.ua/21652/>, вільний).

6. Вища математика : збірник задач / В. П. Дубовик, І. І. Юрик, І. П. Вовкодав та ін. ; За ред. В. П. Дубовика, І. І. Юрика. – Київ : А.С.К., 2005. – 480 с. – Існує електронна версія. (Режим доступу : <http://194.44.152.155/elib/local/sk642773.pdf>, вільний).

7. Вища математика : збірник задач : у 2 ч. Ч. 1 : Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення: навч. посібник / Х. І. Гаврильченко, С. П. Полушкін, П. С. Кропив'янський та ін. ;

За заг. ред. д-ра техн. наук, проф. П. П. Овчинникова. – Київ : Техніка, 2003. – 279 с. – Існує електронна версія. (Режим доступу : http://msk.edu.ua/s-k/vfn/downloads/vmat_z1.djvu, вільний).

8. Вища математика : збірник задач : у 2 ч. Ч. 2 : Звичайні диференціальні рівняння. Операційне числення. Ряди. Рівняння мат. фізики. Стійкість за Ляпуновим. Елементи теорії ймовірностей і мат. статистики. Методи оптимізації і задачі керування. Варіаційне числення. Числові методи : Навч. посібник / П. П. Овчинников. П. С. Кропив'янський, С. П. Полушкін та ін. ; За заг. ред. П. П. Овчинникова. – Київ : Техніка, 2003. – 376 с. – Існує електронна версія. (Режим доступу : http://msk.edu.ua/s-k/vfn/downloads/vmat_z2.djvu, вільний).

9. Дубовик В. П. Вища математика / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – Київ : Ігнатекс – Україна, 2013. – 648 с. – Існує електронна версія. (Режим доступу : <http://dspace.nuft.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/10062/1/56.pdf>, вільний).

10. Колосов А. І. Конспект лекцій з дисципліни «Вища математика» : у 2-х модулях. Модуль 2 : Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Функції багатьох змінних. Ряди [Електронний ресурс] / А. І. Колосов, А. В. Якунін ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – 227 с. – Режим доступу : <http://eprints.kname.edu.ua/46338/>, вільний.

11. Кривуца В. Г. Вища математика. Практикум / В. Г. Кривуца, В. В. Барковський, Н. В. Барковська. – Київ : ЦУЛ, 2003. – 536 с. – Існує електронна версія. (Режим доступу : <https://www.twirpx.com/file/469631/>, вільний).

12. Станішевський С. О. Завдання з вищої математики і приклади їх розв'язання (Модуль 2) / С. О. Станішевський, Ю. Є. Печеніжський ; Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. – Харків : ХНАМГ, 2010. – 125 с. – Існує електронна версія. (Режим доступу : <http://eprints.kname.edu.ua/21115/>, вільний).

13. Ряди та їх застосування : Методичні рекомендації та дидактичні матеріали до самостійної роботи з дисципліни «Вища математика» / С. О. Станішевський, С. М. Мордовцев, А. В. Якунін, Л. О. Бистрова, В. С. Ситникова ; Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. – Харків : ХНАМГ, 2009. – 123 с. – Існує електронна версія. (Режим доступу : <http://eprints.kname.edu.ua/16023/>, вільний).

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Невизначений інтеграл

Таблиця А.1 – Основні властивості невизначеного інтеграла

№ з/п	Словесне формулювання	Аналітичний запис
1	Похідна невизначеного інтеграла дорівнює підінтегральній функції	$\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$
2	Диференціал невизначеного інтеграла дорівнює підінтегральному виразу	$d\left(\int f(x) dx\right) = f(x) dx$
3	Невизначений інтеграл від диференціала функції дорівнює сумі цієї функції та довільної сталої	$\int dF(x) = F(x) + C$
4	Невизначений інтеграл від алгебраїчної суми функцій дорівнює такій же сумі невизначених інтегралів від окремих доданків	$\int (f(x) + g(x) - h(x)) dx =$ $= \int f(x) dx + \int g(x) dx -$ $- \int h(x) dx$
5	Сталий множник, відмінний від нуля, можна виносити за знак невизначеного інтеграла	$\int a f(x) dx = a \int f(x) dx ;$ $a = \text{const} \neq 0$
6	Змінна інтегрування може бути не тільки незалежною змінною, а й довільною неперервно диференційованою функцією	$\int f(x) dx = F(x) + C \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \int f(u) du = F(u) + C,$ $u = u(x)$

Таблиця А.2 – Основні методи інтегрування

№ з/п	Словесне формулювання	Аналітичний запис
1	Заміна змінної у формі «відшукування похідної (диференціалу)»	$\int f(x) dx = \int g(\varphi(x))\varphi'(x) dx =$ $= \left \begin{array}{l} u = \varphi(x); \\ du = \varphi'(x) dx \end{array} \right = \int g(u) du =$ $= G(u) + C = \left u = \varphi(x) \right = G(\varphi(x)) + C$
2	Заміна змінної у формі безпосередньої підстановки	$\int f(x) dx = \left \begin{array}{l} x = \varphi(u); \\ dx = \varphi'(u) du \end{array} \right =$ $= \int f(\varphi(u))\varphi'(u) du = H(u) + C =$ $= \left u = \varphi^{-1}(x) \right = H(\varphi^{-1}(x)) + C$
3	Інтегрування частинами	$\int u dv = uv - \int v du$

Таблиця А.3 – Основні невизначені інтеграли

№ з/п	Формула	№ з/п	Формула
1	2	3	4
1	$\int 0 du = C$	5	$\int \sin u du = -\cos u + C$
2	$\int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ ($\alpha \neq -1$)	6	$\int \cos u du = \sin u + C$
2а	$\int du = u + C$	7	$\int \frac{du}{\cos^2 u} = \operatorname{tg} u + C$
2б	$\int \frac{du}{\sqrt{u}} = 2\sqrt{u} + C$	8	$\int \frac{du}{\sin^2 u} = -\operatorname{ctg} u + C$
2в	$\int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u} + C$	9	$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$ ($a > 0$)

Закінчення таблиці А.3

1	2	3	4
3	$\int \frac{du}{u} = \ln u + C$	10	$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + b}} = \ln \left u + \sqrt{u^2 + b} \right + C$ ($b \neq 0$)
4	$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$ ($a > 0; a \neq 1$)	11	$\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{u}{a} + C$ ($a \neq 0$)
4a	$\int e^u du = e^u + C$	12	$\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{u-a}{u+a} \right + C$ ($a > 0$)

Таблиця А.4 – Додаткові невизначені інтеграли

№ з/п	Формула
1	2
1	$\int \frac{du}{\sin u} = \ln \left \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right + C$
2	$\int \frac{du}{\cos u} = \ln \left \operatorname{tg} \left(\frac{u}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right + C$
3	$\int \operatorname{tg} u du = -\ln \cos u + C$
4	$\int \operatorname{ctg} u du = \ln \sin u + C$
5	$\int \operatorname{sh} u du = \operatorname{chu} + C$
6	$\int \operatorname{chu} du = \operatorname{shu} + C$
7	$\int \frac{du}{\operatorname{ch}^2 u} = \operatorname{th} u + C$
8	$\int \frac{du}{\operatorname{sh}^2 u} = -\operatorname{cth} u + C$
9	$\int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{1}{2} a^2 \ln \left u + \sqrt{u^2 \pm a^2} \right + C$ ($a \neq 0$)

Закінчення таблиці А.4

1	2
10	$\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{1}{a} u \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{1}{2} a^2 \arcsin \frac{u}{a} + C \quad (a > 0)$
11	$\int e^{au} \sin bu du = \frac{-b e^{au} \cos bu + a e^{au} \sin bu}{a^2 + b^2} + C$ $(a \neq 0; b \neq 0)$
12	$\int e^{au} \cos bu du = \frac{a e^{au} \cos bu + b e^{au} \sin bu}{a^2 + b^2} + C$ $(a \neq 0; b \neq 0)$

Таблиця А.5 – Інтегрування елементарних дробів третього та четвертого типів

Тип	Формула
1	2
3	$\int \frac{Ax + B}{x^2 + px + q} dx = \frac{A}{2} \int \frac{2x + p + 2B/A - p}{x^2 + px + q} dx =$ $= \frac{A}{2} \int \frac{2x + p}{x^2 + px + q} dx + \frac{2B - Ap}{2} \int \frac{dx}{x^2 + px + q} =$ $= \left \begin{array}{l} u = x^2 + px + q \\ du = (2x + p) dx \end{array} \right = \frac{A}{2} \int \frac{du}{u} + \frac{2B - Ap}{2} \times$ $\times \int \frac{dx}{(x + p/2)^2 + q - p^2/4} = \left \begin{array}{l} z = x + p/2 \\ dz = dx \end{array} \right = \frac{A}{2} \ln u +$ $+ \frac{2B - Ap}{2} \int \frac{dz}{z^2 + \frac{4q - p^2}{4}} = \frac{A}{2} \ln(x^2 + px + q) + \frac{2B - Ap}{2} \times$ $\times \frac{2}{\sqrt{4q - p^2}} \arctg \frac{2z}{\sqrt{4q - p^2}} + C = \frac{A}{2} \ln(x^2 + px + q) +$ $+ \frac{2B - Ap}{\sqrt{4q - p^2}} \arctg \frac{2x + p}{\sqrt{4q - p^2}} + C, \quad D = p^2 - 4q < 0$

Закінчення таблиці А.5

1	2
4	$\int \frac{Ax+B}{(x^2+px+q)^k} dx = \left x^2+px+q = (x+p/2)^2+a^2; \right.$ $u = x+p/2; x = u-p/2; dx = du \left = \frac{A}{2} \int \frac{2u du}{(u^2+a^2)^k} + \right.$ $+ \frac{2B-Ap}{2} \int \frac{du}{(u^2+a^2)^k} = -\frac{A}{2(k-1)} \cdot \frac{1}{(u^2+a^2)^{k-1}} +$ $+ (2B-Ap)/2 I_k,$ <p>де $I_k = \int \frac{du}{(u^2+a^2)^k} = \frac{1}{2a^2(k-1)} \cdot \frac{u}{(u^2+a^2)^{k-1}} +$</p> $+ \frac{2k-3}{2a^2(k-1)} I_{k-1}, \quad k > 1; \quad I_1 = \int \frac{du}{u^2+a^2} = \frac{1}{a} \cdot \arctg \frac{u}{a} + C$

Таблиця А.6 – Стандартні підстановки

№ з/п	Підстановка
1	$\int R(x, (ax+b)^{\alpha_1}, (ax+b)^{\alpha_2}, \dots, (ax+b)^{\alpha_k}) dx =$ $= \left ax+b = u^n; x = u^n - b/a; dx = (n/a) u^{n-1} du \right =$
2	$\int R(x, \sqrt{a^2-x^2}) dx =$ $= \left x = a \sin u; dx = a \cos u du; \sqrt{a^2-x^2} = a \cos u \right =$
3	$\int R(x, \sqrt{x^2-a^2}) dx =$ $= \left x = \frac{a}{\cos u}; dx = \frac{a \sin u du}{\cos^2 u}; \sqrt{x^2-a^2} = \frac{a \sin u}{\cos u} \right =$
4	$\int R(x, \sqrt{a^2+x^2}) dx =$ $= \left x = a \operatorname{tg} u; dx = \frac{a du}{\cos^2 u}; \sqrt{a^2+x^2} = \frac{a}{\cos u} \right =$

ДОДАТОК Б

Визначений інтеграл і його застосування

Таблиця Б.1 – Обчислення визначеного інтеграла

Формула Ньютона – Лейбніця	$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big _a^b = F(b) - F(a)$
Заміна змінної	$\int_a^b f(x) dx = \left \begin{array}{l} x = \varphi(t), \quad dx = \varphi'(t) dt \\ \varphi(\alpha) = a, \quad \varphi(\beta) = b \end{array} \right = \int_{\alpha}^{\beta} f[\varphi(t)] \varphi'(t) dt$
Інтегрування частинами	$\int_a^b u dv = uv \Big _a^b - \int_a^b v du$

Таблиця Б.2 – Геометричні застосування визначеного інтеграла

Об'єкт, геометрична характеристика	Розрахункова формула
1	2
Площа плоскої фігури:	
а) криволінійна трапеція: $D: y = y(x), \quad y(x) \geq 0,$ $x = a, \quad x = b, \quad y = 0;$	а) $S = \int_a^b y(x) dx;$
б) область правильна в напрямку осі $Oy:$ $D: y = y_1(x), \quad y = y_2(x),$ $y_1(x) \leq y_2(x), \quad x = a, \quad x = b, \quad a \leq b;$	б) $S = \int_a^b [y_2(x) - y_1(x)] dx;$
в) область правильна в напрямку осі $Ox:$ $D: x = x_1(y), \quad x = x_2(y),$ $x_1(y) \leq x_2(y), \quad y = c, \quad y = d, \quad c \leq d$	в) $S = \int_c^d [x_2(y) - x_1(y)] dy$

Закінчення таблиці Б.2

1	2
<p>Довжина дуги плоскої лінії:</p> <p>а) явно задана лінія: $L: y = y(x), \quad a \leq x \leq b;$</p> <p>б) параметрично задана лінія: $L: \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}, \quad \alpha \leq t \leq \beta$</p>	<p>а) $l = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2(x)} dx;$</p> <p>б) $l = \int_\alpha^\beta \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)} dt$</p>
<p>Об'єм тіла обертання:</p> <p>а) $D: y = y(x) \geq 0, \quad y = 0,$ $x = a, \quad x = b,$ вісь обертання – $Ox;$</p> <p>б) $D: x = x(y) \geq 0, \quad x = 0,$ $y = c, \quad y = d,$ вісь обертання – Oy</p>	<p>а) $V_x = \pi \int_a^b y^2(x) dx;$</p> <p>б) $V_y = \pi \int_c^d x^2(y) dy$</p>

ДОДАТОК В

Диференціальні рівняння

Таблиця В.1 – Інтегрування деяких типів диференціальних рівнянь першого порядку

Тип рівняння	Метод розв'язування
Найпростіше ДР першого порядку: $y' = f(x)$	Проінтегрувати праву частину: $y = \int f(x)dx + C$
ДР з відокремленими змінними: $M(x)dx + N(y)dy = 0$	Почленно проінтегрувати: $\int M(x)dx + \int N(y)dy = C$
ДР з відокремлюваними змінними: $M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0$	«Відокремити» змінні, ділячи обидві частини рівняння на $M_2(x)N_1(y)$, а потім проінтегрувати: $\int \frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \int \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy = C$
Однорідне ДР першого порядку: $y' = f(x, y),$ де $f(tx, ty) = f(x, y), t \in R$	Застосувати заміну: $y = u(x) \cdot x = ux, \quad y' = u'x + u$
Лінійне ДР першого порядку: $y' + p(x)y = q(x)$	Застосувати заміну: $y = u(x) \cdot v(x) = uv,$ $y' = u'v + uv'$
ДР Бернуллі: $y' + p(x)y = q(x)y^n$ $(n \neq 0, n \neq 1)$	Застосувати заміну: $y = u(x) \cdot v(x) = uv,$ $y' = u'v + uv'$

‘Таблиця В.2 – Диференціальні рівняння другого порядку, що допускають зниження порядку

Повне ДР II порядку $F(y'', y', y, x) = 0$ ДОПУСКАЮТЬ зниження порядку наступні неповні ДР		
$y'' = f(x)$	$F(y'', y', x) = 0$ НЕМАЄ y	$F(y'', y', y) = 0$ НЕМАЄ x
Заміна	Заміна	Заміна
$y' = z; y'' = \frac{dz}{dx}$	$y' = p(x); y'' = \frac{dp}{dx}$	$y' = p(y); y'' = p \frac{dp}{dy}$
$\frac{dz}{dx} = f(x)$	$F\left(\frac{dp}{dx}, p, x\right) = 0$	$F\left(p \frac{dp}{dy}, p(y), y\right) = 0$

Таблиця В.3 – ЛОДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами

Характеристичне рівняння $k^2 + pk + q = 0$		ЛОДР $y'' + py' + qy = 0$
Дискримінант характеристичного рівняння	Корені характеристичного рівняння	Загальний розв'язок ЛОДР \bar{y}
$D > 0$	$k_1 \neq 0; k_2 \neq 0$	$C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$
	$k_1 = -k_2 = k$	$C_1 e^{kx} + C_2 e^{-kx}$
	$k_1 = 0; k_2 \neq 0$	$C_1 + C_2 e^{k_2 x}$
$D = 0$	$k_1 = k_2 = k$	$(C_1 + C_2 x) e^{kx}$
$D < 0$	$k_{1,2} = \pm \beta i$	$C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x$
	$k_{1,2} = \alpha \pm \beta i$	$e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

Таблиця В.4 – ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами і з правою частиною спеціального вигляду

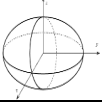

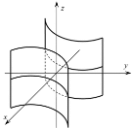
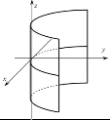
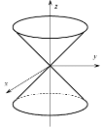
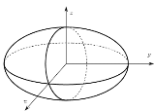
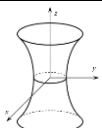
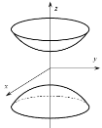
ЛНДР $y'' + py' + qy = f(x)$		
Вигляд правої частини $f(x)$ та відповідне характеристичне число z	Відповідність коренів k_1, k_2 характеристичного рівняння характеристичному числу z	Вигляд частинного розв'язку неоднорідного рівняння y_*
Ae^{ax} , $z = a + 0i = a$	$k_{1,2} \neq z$	$\tilde{A}e^{ax}$
	$k_1 = z; k_2 \neq z$	$\tilde{A}e^{ax} \cdot x$
	$k_1 = k_2 = z$	$\tilde{A}e^{ax} \cdot x^2$
$P_n(x)$, $z = 0 + 0i = 0$	$k_{1,2} \neq z$	$\tilde{P}_n(x)$
	$k_1 = z; k_2 \neq z$	$\tilde{P}_n(x) \cdot x$
$P_n(x) \cdot e^{ax}$, $z = a + 0i = a$	$k_1 \neq z; k_2 \neq z$	$\tilde{P}_n(x) \cdot e^{ax}$
	$k_1 = z; k_2 \neq z$	$\tilde{P}_n(x) \cdot e^{ax} \cdot x$
	$k_1 = k_2 = z$	$\tilde{P}_n(x) \cdot e^{ax} \cdot x^2$
$A \cos bx + B \sin bx$, $z = 0 + bi = bi$	$k_{1,2} \neq z$	$\tilde{A} \cos bx + \tilde{B} \sin bx$
	$k_1 = z; k_2 \neq z$	$(\tilde{A} \cos bx + \tilde{B} \sin bx)x$
$e^{ax}[A \cos bx + B \sin bx]$, $z = a + bi$	$k_{1,2} \neq z$	$e^{ax}[\tilde{A} \cos bx + \tilde{B} \sin bx]$
	$k_1 = z; k_2 \neq z$	$e^{ax}x[\tilde{A} \cos bx + \tilde{B} \sin bx]$
$e^{ax}[P_n(x) \cos bx + Q_m(x) \sin bx]$, $z = a + bi$	$k_{1,2} \neq z$	$e^{ax}[\tilde{P}_s(x) \cos bx + \tilde{Q}_s(x) \sin bx]$
	$k_1 = z; k_2 \neq z$	$e^{ax}x[\tilde{P}_s(x) \cos bx + \tilde{Q}_s(x) \sin bx]$

Тут $\tilde{P}_n(x)$, $\tilde{P}_s(x)$ і $\tilde{Q}_s(x)$ – многочлени з невизначеними коефіцієнтами; $s = \max(n, m)$.

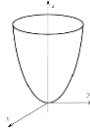
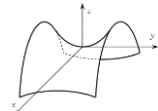
ДОДАТОК Г

Функції багатьох змінних

Таблиця Г.1 – Поверхні другого порядку

Поверхня, канонічне рівняння	Схематичне зображення
1	2
<p>Сфера:</p> $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$	
<p>Еліптичний циліндр:</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	
<p>Гіперболічний циліндр:</p> $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	
<p>Параболічний циліндр:</p> $y^2 = 2px$	
<p>Конус:</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$	
<p>Еліпсоїд:</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$	
<p>Однопорожнинний гіперboloїд:</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$	
<p>Двопорожнинний гіперboloїд:</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$	

Закінчення таблиці Г.1

1	2
<p>Еліптичний параболоїд:</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$	
<p>Гіперболічний параболоїд:</p> $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$	

Таблиця Г.2 – Диференціальне числення функцій багатьох змінних

Поняття або співвідношення	Позначення або формула
1	2
Функція n змінних	$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(\vec{x}) = f(M)$
Функції двох і трьох змінних	$z = f(x, y); u = f(x, y, z)$
Повний приріст	$\Delta u = f(x_1 + \Delta x_1, \dots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, \dots, x_n)$
Частинний приріст за змінною x_k	$\Delta_{x_k} u = f(x_1, \dots, x_k + \Delta x_k, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_n)$
Частинна похідна	$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n); \frac{\partial u}{\partial x_k} = \lim_{\Delta x_k \rightarrow 0} \frac{\Delta_{x_k} u}{\Delta x_k}$
	$z = f(x, y); \frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta_x z}{\Delta x}; \frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta_y z}{\Delta y}$
Повний диференціал	$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n); du = \sum_{i=1}^n \frac{\partial u}{\partial x_i} dx_i$
	$z = f(x, y); dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$

Закінчення таблиці Г.2

1	2
Частинний диференціал за змінною x_k	$d_{x_k} u = \frac{\partial u}{\partial x_k} dx_k$
Формула для похідної складеної функції	$z = f(x, y), \quad x = x(u, v), \quad y = y(u, v)$ $\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial u}; \quad \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial v}$
Похідна за напрямом	$u = f(x, y, z); \quad \frac{\partial u}{\partial l} = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta_l u}{\Delta l};$ $\vec{l} = \vec{l} \cdot \vec{l}_0; \quad \vec{l}_0 = (\cos \alpha; \cos \beta; \cos \gamma),$ $ \vec{l}_0 = 1; \quad \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1;$ $\frac{\partial u}{\partial l} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma$
Гradient	$u = f(x, y, z); \quad \text{grad } u = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k};$ $\frac{\partial u}{\partial l} = \text{grad } u \cdot \vec{l}_0 = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma$
Рівняння дотичної площини до поверхні	$S: F(x, y, z) = 0; \quad M_0(x_0, y_0, z_0);$ $F'_x(M_0)(x - x_0) + F'_y(M_0)(y - y_0) + F'_z(M_0)(z - z_0) = 0$
Рівняння нормальної прямої до поверхні	$S: F(x, y, z) = 0; \quad M_0(x_0, y_0, z_0);$ $\frac{x - x_0}{F'_x(M_0)} = \frac{y - y_0}{F'_y(M_0)} = \frac{z - z_0}{F'_z(M_0)}$

ДОДАТОК Д

Ряди

Таблиця Д.1 – Розвинення основних елементарних функцій у ряд Маклорена

Формула
$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots \quad (-\infty; \infty)$
$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots \quad (-\infty; \infty)$
$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots \quad (-\infty; \infty)$
$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \dots + \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!}x^n + \dots \quad (-1; 1)$
$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^n x^n + \dots \quad (-1; 1)$
$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2 \cdot 4}x^2 + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-3)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n}x^n + \dots \quad [-1; 1]$
$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + \dots \quad (-1; 1)$
$\ln \frac{1+x}{1-x} = 2 \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \dots \right) \quad (-1; 1)$
$\operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \dots \quad (-1; 1]$
$\operatorname{arcsin} x = x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{(2n-3)!}{(2n-2)!} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \dots \quad [-1; 1]$

ДОДАТОК Е

Операційне числення

Таблиця Е.1 – Правила операційного числення

№ з/п	Операція, властивість	Оригінал $f(t)$	Зображення $F(p)$
1	2	3	4
1	Лінійність	$C_1 f_1(t) \pm \pm C_2 f_2(t)$	$C_1 F_1(p) \pm \pm C_2 F_2(p)$
2	Зміщення аргументу зображення (затухання оригіналу)	$e^{-at} f(t)$	$F(p + a)$
3	Зміна масштабу (подібність)	$f(at),$ $a > 0$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$
4	Зміщення аргументу оригіналу (запізнювання оригіналу)	$f(t - b) \times$ $\times \eta(t - b),$ $b > 0$	$e^{-bp} F(p)$
5	Диференціювання зображення	$t^n f(t)$	$(-1)^n F^{(n)}(p)$
5а	Перша похідна зображення	$t f(t)$	$-F'(p)$
6	Зображення похідних оригіналу	$f^{(n)}(t)$	$p^n F(p) - p^{n-1} f(0) -$ $- p^{n-2} f'(0) - \dots -$ $- p f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$
6а	Зображення першої похідної оригіналу	$f'(t)$	$pF(p) - f(0)$
6б	Зображення другої похідної оригіналу	$f''(t)$	$p^2 F(p) - pf(0) - f'(0)$
7	Зображення інтеграла від оригіналу	$\int_0^t f(u) du$	$\frac{1}{p} F(p)$

Закінчення таблиці Е.1

1	2	3	4
8	Згортання оригіналів (множення зображень)	$\int_0^t f_1(u) \times f_2(t-u) du$	$F_1(p)F_2(p)$
9	Інтеграл Дюамеля	$\int_0^t f'(u) \times \varphi(t-u) du + f(0)\varphi(t)$	$pF(p)\Phi(p)$

Таблиця Е.2 – Основні оригінали та їх зображення

№ з/п	Оригінал $f(t)$	Зображення $F(p)$
1	2	3
1	$\eta(t) = \begin{cases} 1, & t > 0; \\ 0, & t < 0, \end{cases}$	$\frac{1}{p}$
2	$\eta(t-b) = \begin{cases} 1, & t > b \\ 0, & t < b \end{cases}$	$e^{-bp} \cdot \frac{1}{p}$
3	e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$
4	$\sin bt$	$\frac{b}{p^2 + b^2}$
5	$\cos bt$	$\frac{p}{p^2 + b^2}$
6	$e^{-at} \sin bt$	$\frac{b}{(p+a)^2 + b^2}$
7	$e^{-at} \cos bt$	$\frac{p+a}{(p+a)^2 + b^2}$

Закінчення таблиці Е.2

1	2	3
8	t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
8a	t	$\frac{1}{p^2}$
8б	t^2	$\frac{2}{p^3}$
9	$t \eta(t-b)$	$e^{-bp} \left(b \cdot 1/p + 1/p^2 \right)$
10	$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$
10a	te^{-at}	$\frac{1}{(p+a)^2}$
11	$t \sin bt$	$\frac{2pb}{(p^2 + b^2)^2}$
12	$t \cos bt$	$\frac{p^2 - b^2}{(p^2 + b^2)^2}$
13	$\frac{1}{2b^3} (\sin bt - bt \cos bt)$	$\frac{1}{(p^2 + b^2)^2}$
14	$\delta(t)$	1
15	$\delta(t-b)$	e^{-bp}
16	$\delta^{(n)}(t)$	p^n
16a	$\delta'(t)$	p

Виробничо-практичне видання

Методичні рекомендації

до практичних занять і самостійної роботи
з навчальної дисципліни

**«ВИЩА МАТЕМАТИКА»
МОДУЛЬ 2**

**Інтегральне числення. Диференціальні рівняння.
Ряди. Операційне числення**

(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 126 – Інформаційні системи та технології)

Укладач **Якунін** Анатолій Вікторович

Відповідальний за випуск *С. М. Мордовцев*
За авторською редакцією
Комп'ютерне верстання *А. В. Якунін*

План 2020, поз. 121М

Підп. до друку 03.11.2021. Формат 60 × 84/16
Електронний документ. Ум. друк. арк. 6,0

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017.