

В.М. Шатохін<sup>1</sup>, Є.А. Яковлєв<sup>2</sup>, Г.М. Левенко<sup>2</sup>, З.В. Гончарова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Харківський національний університет будівництва та архітектури, Україна

<sup>2</sup>Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Україна

## ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БРУСА НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ

У статті встановлено, що будь-який стрічковий фундамент, а іноді і плитний фундамент можна розглядати як балку на пружній основі. Виявлено, що з розрахунком балки – стрічкового фундаменту проблем практично не виникає через те, що навантаження на стрічковий фундамент як правило рівномірно розподілене, а значить і фундамент поводить, як абсолютно жорстка балка. Відзначається, що при розгляді ділянки фундаменту з нерівномірно прикладеним навантаженням можуть виникнути деякі проблеми. Проведено дослідження напружено-деформованого стану бруса на пружній основі та наведено його розрахунок.

**Ключові слова:** балка, пружна основа, напружено-деформований стан.

### Постановка проблеми

На основі аналізу досвіду малоповерхового будівництва, як втім і будь-якого іншого, виявлено що, балки на пружній основі зустрічаються набагато частіше, ніж це можна припустити. Саме це спонукає розглядати будь-який стрічковий фундамент, а іноді і плитний фундамент, як балку на пружній основі. Виходячи із цього, при розрахунку балки стрічкового фундаменту проблем практично не виникає з тієї простої причини, що навантаження на стрічковий фундамент як правило рівномірно розподілене, а значить і фундамент поводить, як абсолютно жорстка балка, а отже, додаткових розрахунків не вимагає. Особливої уваги набуває розгляд ділянки плитного фундаменту, як балки або стрічкового фундаменту з нерівномірно прикладеним навантаженням, оскільки можуть виникнути деякі проблеми.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

На сьогодні існує багато публікацій щодо досліджень використання балки з пружною основою в сфері будівництва та застосування особливостей методу розрахунку напружено-деформованого стану в сфері проектування. Як відомо, з класичної механіки ґрунтів, при додатку навантаження до гнучкої плити її центр дає осадку в 1,24–1,57 разів більшу, ніж краї [1]. Відзначимо, що зазначений ефект можна пояснити за контурною роботою основи і нерівномірною його жорсткістю в центральній і периферійній зоні плитного фундаменту [2–5].

Слід відмітити, що на сьогоднішній день в більшості випадків за основу аналітичного рішення

задачі про взаємодію балки з пружною основою застосовується метод Б.Н. Жемочкіна [6], в якому поєднано інженерний підхід і суворі рішення теорії пружності. Як свідчать дослідження, метод засновано на заміні континуального завдання про взаємодію фундаментної балки з ґрунтовою основою, дискретним, з обмеженим числом розрахункових ділянок в межах балки і апроксимації плавної кривої реактивних тисків ступінчастою з постійним значенням в межах окремої ділянки. Такі спрощення дозволяють розраховувати різноманітні інженерні завдання про взаємодію балок і плит, в тому числі зі складною геометрією з заданим ступенем точності, минаючи складні диференціальні і інтегральні обчислення [6].

Цікавим є той факт, що в повній мірі можливості даного методу були розкриті інженерами другої половини ХХ століття, а його широкому розповсюдженню і практичному застосуванню в області будівельних і геотехнічних розрахунків сприяли відносна простота та універсальність. У зв'язку з цим, метод було рекомендовано до використання в популярній навчальній літературі із залізобетонних конструкцій і фундаментобудування, а виконані на його основі дослідження змінили уявлення про роботу рандбалок і перемичок, несучих цегляних стін. Як відомо, за результатами розрахунку методом Б.Н. Жемочкіна спроектовано і побудовано багато складних об'єктів будівництва [1–7].

У зв'язку з повсюдним поширенням доступних програмних комплексів для розрахунку задач будівельної механіки чисельними методами істотно зменшилося застосування методів на основі аналітичних рішень. Між тим, потенціал методу до кінця

не вичерпано, і тому можна зустріти приклади [7–10] його використання для аналітичного розрахунку задач теорії пружності та верифікації результатів чисельних розрахунків.

**Мета** статті полягає у проведенні дослідження напружено-деформованого стану бруса на пружній основі і та порівнянні отриманих результатів з теоретичними розрахунками по напруженням та прогинам, а також встановленні залежності між зовнішнім навантаженням  $F_i$  експериментальними та розрахунковими (теоретичними) значеннями  $B_x$ ,  $V_y$ ,  $\theta_z$ .

### Викладення основного матеріалу

Для більш кращого, розуміння роботи балки на пружній основі проведемо випробування і розглянемо три види обпирання балки які мають однаковий перетин, проліт, матеріал і навантаження:

1. Одно пролітна – статично визначена балка на двох опорах.
2. Одно пролітна – статично визначена балка на двох опорах, яка знаходиться в контакті по всій довжині з пружною основою.
3. Балка лежить на пружній основі без опор (опори прибрані).

На рис. 1 зображено три розрахункові схеми балок з вихідними даними. Матеріал балки дюралюміній марки Д-16 з модулем поздовжньої пружності  $E = 70000$  МПа.

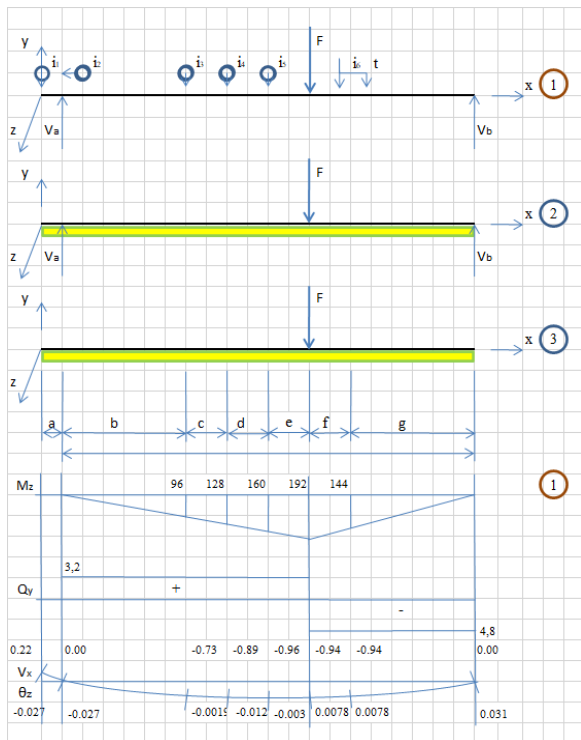


Рис. 1. Розрахункові схеми балок

Для проведення експериментальних досліджень в чотирьох перетинах  $i_1, i_3, i_4, i_5$  встановлено

індикатори годинникового типу для визначення прогинів балки з ціною поділки 0,01 мм. У перетині  $i_2$  над лівою опорою жорстко закріплений консольний стержень довжиною  $N = 100$  мм, який є катетом прямокутного трикутника.

Величину другого катета  $\Delta i_2$  вимірює встановлений індикатор годинникового типу для визначення кута повороту перетину з ціною поділки 0,002 мм. та з прямокутника, де відомо два катета  $\text{tg}\theta_z = \Delta i_2 / N$ . Тоді  $\theta_z = \text{arctg}\theta_z$  - кут повороту в радіанах при відомих двох катетах. У перетині  $i_6$  встановлений механізм важеля тензометр  $t_1$  з базою  $L = 20$  мм. і коефіцієнтом збільшення  $k = 1200$  для вимірювання малих лінійних переміщень  $\Delta l$  в будь-якій контурній точці поперечного перерізу.

Треба зазначити, що для вимірювання деформацій тензометричним методом на бічній поверхні бруса в контурних точках перетинів, на нейтральній осі бруса і в відомих координатах точки наклеєні тензометричні дровтові датчики і датчики розеточного типу (рис. 2).

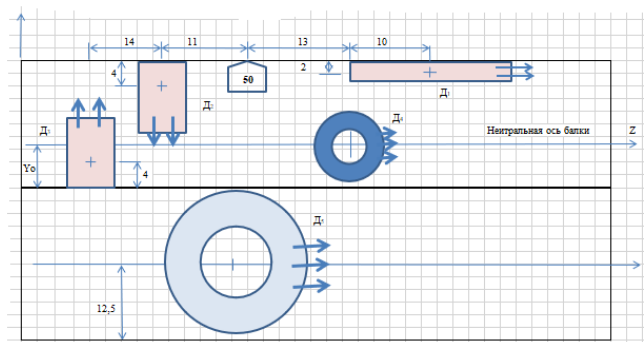


Рис. 2. Поперечний переріз бруса з розташуванням датчиків

Замір ОВД (одиниць відносної деформації) здійснюється, включивши датчики за мостовою схемою, а для збільшення точності вимірів включено температурний компенсаційний опір для зменшення впливу при замірах зміни навколишньої температури. В іншу діагональ моста включаємо для реєстрації ОВД мікроконтролер Arduino-UNOR3, який дозволить перекласти на язык програмування JavaScript сигнали від периферійних пристроїв та передати на ноутбук, представивши їх у вигляді графіків залежності, зовнішнє навантаження  $F$  – напружено-деформований стан (НДС) балки  $B_x, V_y, \theta_z$ .

Розглянемо першу розрахункову схему балки, записавши вирази та рівняння НДС для написання і чисельної реалізації програмного забезпечення на мові JavaScript. Проілюструємо викладене у наступній послідовності, розташували брус в позитивну чверть декартової системи координат:

- Визначаємо опорні реакції:

$$\begin{aligned} \sum M_b=0; V_a \cdot l - F \cdot (f+g)=0; V_a &= F \cdot (f+g) / l; \\ \sum M_a=0; -V_b \cdot l + F \cdot (b+c+d+e) &= 0; V_b = F \cdot (b+c+d+e) / l; \\ \text{Перевірка:} \\ \sum F_y=0; V_a + V_b - F &= 0; \end{aligned}$$

- Розбиваємо брус на ділянки і записуємо рівняння  $M_z$  і  $Q_y$ :

$$\begin{aligned} 0 \leq x_1 \leq a; M_{z1} &= 0; \\ Q_{y1} &= 0; \\ a \leq x_2 \leq a + b; M_{z2} &= V_a \cdot (x_2 - a); \\ Q_{y2} &= V_a; \\ a + b \leq x_3 \leq a + b + c; M_{z3} &= V_a \cdot (x_3 - a); \\ Q_{y3} &= V_a; \\ a + b + c \leq x_4 \leq a + b + c + d; M_{z4} &= V_a \cdot (x_4 - a); \\ Q_{y4} &= V_a; \\ a + b + c + d \leq x_5 \leq a + b + c + d + e; M_{z5} &= V_a \cdot (x_5 - a); \\ Q_{y5} &= V_a; \\ a + b + c + d + e \leq x_6 \leq a + b + c + d + e + f; \\ M_{z6} &= V_a \cdot (x_6 - a) - F \cdot (x_6 - a - b - c - d - e); \\ Q_{y6} &= V_a - F; \\ a + b + c + d + e + f \leq x_7 \leq a + b + c + d + e + f + g; \\ M_{z7} &= V_a \cdot (x_7 - a) - F \cdot (x_7 - a - b - c - d - e); \\ Q_{y7} &= V_a - F; \end{aligned}$$

- Будуємо епюри  $M_z$  і  $Q_y$  та визначаємо правильність побудованих епюр:

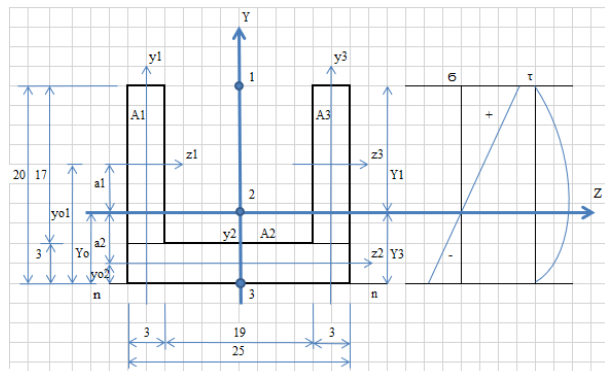


Рис. 3. Поперечний перетин бруса та побудовані епюри

- Визначаємо положення головних осей інерції і геометричні характеристики перерізу:

$A$  – площа поперечного перерізу;

$y_0$  – відстань від допоміжної осі n-n до головної осі інерції  $Z$ ;

$W_z$  – момент опору перерізу;

$I_z$  – осьовий момент інерції перерізу (рис. 3).

$$A_1 = A_3 = 1,7 \cdot 0,3 = 0,51 \text{ см}^2$$

$$A_2 = 2,5 \cdot 0,3 = 0,75 \text{ см}^2$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 0,51 + 0,51 + 0,75 = 1,77 \text{ см}^2$$

$$y_1 = y_3 = 1,7 / 2 + 0,3 = 1,15 \text{ см}^2$$

$$y_2 = 0,15 \text{ см}^2$$

$$S_1 = S_3 = A_1 \cdot y_1 = 0,51 \cdot 1,15 = 0,59 \text{ см}^3$$

$$S_2 = A_2 \cdot y_2 = 0,75 \cdot 0,15 = 0,11 \text{ см}^3$$

$$y_0 = (S_1 + S_2 + S_3) / (A_1 + A_2 + A_3) = (0,59 + 0,11 + 0,59) / 1,77 = 0,73 \text{ см}$$

$$W_1 = W_3 = 0,3 \cdot 1,7 \cdot 1,7 / 6 = 0,15 \text{ см}^3$$

$$W_2 = 2,5 \cdot 0,3 \cdot 0,3 / 6 = 0,04 \text{ см}^3$$

$$a_1 = a_3 = y_1 - y_0 = 1,15 - 0,73 = 0,42 \text{ см}$$

$$a_2 = a_3 = y_0 - 0,15 = 0,73 - 0,15 = 0,58 \text{ см}$$

$$W_z = 2(W_1 + A_1 \cdot a_1) + W_2 + A_2 \cdot a_2 = 2 \cdot (0,15 + 0,51 \cdot 0,42) + (0,04 + 0,75 \cdot 0,58) = 1,2 \text{ см}^3$$

$$I_1 = I_3 = 0,3 \cdot 1,7 \cdot 1,7 / 12 = 0,12 \text{ см}^4$$

$$I_2 = 2,5 \cdot 0,3 \cdot 0,3 / 12 = 0,01 \text{ см}^4$$

$$I_z = (J_1 + A_1 \cdot a_1^2) \cdot 2 + (J_2 + A_2 \cdot a_2^2) = (0,12 + 0,51 \cdot 0,42^2) \cdot 2 + (0,01 + 0,75 \cdot 0,58^2) = 0,69 \text{ см}^4$$

$$Y_1 = Y_{mac} = 2 - y_0 = 2 - 0,73 = 1,27 \text{ см}$$

$$Y_3 = 2 - Y_1 = 2 - 1,27 = 0,73 \text{ см}$$

$$S_{z2} = (A_1 \cdot a_1) \cdot 2 + A_2 \cdot (-a_2) = (0,51 \cdot 0,42) \cdot 2 + 0,75 \cdot (-0,58) = -0,02 \text{ см}^3$$

$$S_{z1} = S_{z3} = 0;$$

$$b_\tau = 2,5 \text{ см}$$

- Визначаємо небезпечний перетин. Необхідно зауважити, що за небезпечний перетин приймаємо, перетин, де зусилля  $M_z$  та  $Q_y$  найбільші. Отже, таким перетином є перетин під силою  $F$ :

$$\sigma_{mac} = \frac{M_{z5}}{W_z}; \sigma_{x1} = \frac{M_{z5} \cdot Y_1}{I_z}; \quad (1)$$

$$\sigma_{x2} = \frac{M_{z5} \cdot 0}{I_z} = 0; \sigma_{x3} = \frac{M_{z5} \cdot Y_3}{I_z};$$

$$\tau_{x,y} = \frac{Q_y \cdot S_a}{b_\tau \cdot I_z}; \tau_{x,y1} = \frac{Q_y \cdot S_{z1}}{b_\tau \cdot I_z} = \tau_{x,y3} = \frac{Q_y \cdot S_{z3}}{b_\tau \cdot I_z} = 0;$$

(2)

$$\tau_{x,y2} = \frac{Q_y \cdot S_{z2}}{b_\tau \cdot I_z}.$$

Визначивши величини нормальних і дотичних напружень, будуємо епюри  $\sigma_x$  та  $\tau_{x,y}$ .

Визначаємо переміщення за методом початкових параметрів. Складаємо рівняння прогинів  $V_y$  та кутів повороту  $\theta_z$  для останньої ділянки балки:

$$\begin{aligned} a + b + c + d + e + f \leq x_7 \leq a + b + c + \\ d + e + f + g; \\ V_y = V_0 + \theta_0 x_7 / EI_z + M_{z0} x_7^2 / 2! EI_z + Q_{y0} x_7^3 / 3! EI_z + V_a (x_7 - \\ a)^3 / 3! EI_z - F (x_7 - a - b - c - d - e)^3 / 3! EI_z; \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_z = \theta_0 + M_{z0} x_7 / EI_z + Q_{y0} x_7^2 / 2! EI_z + V_a x_7^2 / 2! EI_z - \\ F x_7^2 / 2! EI_z; \quad (2) \end{aligned}$$

Невідомі початкові параметри  $V_0$ ,  $\theta_0$ ,  $M_{z0}$ ,  $Q_{y0}$  визначаються за умови закріплення балки. Використовуючи відомі значення прогинів на опорах  $a$ ,  $b$ , які дорівнюють нулю, запишемо з рівняння (1) такі вирази:

$$\begin{aligned} 0 \leq x_1 \leq a: \\ V_{y_{x=a}} = V_0 + \theta_0 x_1 / EI_z + M_{z0} x_1^2 / 2! EI_z + Q_{y0} x_1^3 / 3! EI_z = 0; \quad (3) \end{aligned}$$

$$a + b + c + d + e + f \leq x_7 \leq a + b + c + d + e + f + g;$$

$$V_{y_{x=a+l}} = V_0 + \theta_0 x_7 / EI_z + M_{z_0} x_7^2 / 2! EI_z + Q_{y_0} x_7^3 / 3! EI_z +$$

$$V_a x_7^3 / 3! EI_z - F x_7^3 / 3! EI_z = 0; \quad (4)$$

Вирішуючи спільно рівняння (3) та (4) знаходимо невідомі початкові параметри  $V_0, \theta_0$ , які дорівнюють:

$$\theta_0 = (M_{z_0} x_1^2 / 2! EI_z + Q_{y_0} x_1^3 / 3! EI_z - M_{z_0} x_7^2 / 2! EI_z -$$

$$\frac{Q_{y_0} x_7^3}{3! EI_z} - \frac{V_a x_7^3}{3! EI_z} + F x_7^3 / 3! EI_z) / (-x_1 + x_7); \quad (5)$$

$$V_0 = -\theta_0 x_1 - M_{z_0} x_1^2 / 2! EI_z - Q_{y_0} x_1^3 / 3! EI_z; \quad (6)$$

Невідомі геометричні початкові параметри  $\text{при } x_1 = 0, M_{z_0}, Q_{y_0}$  знаходимо з епюр згинального моменту  $M_{z_0}$  та поперечної сили  $Q_{y_0}$ , які дорівнюють нулю.

Складаємо рівняння  $V_y$ - прогибів та  $\theta_z$ - кутів повороту по ділянках:

$$0 \leq x_2 \leq a$$

$$V_y = V_0 + \frac{\theta_0 x_1}{EI_z} + \frac{M_{z_0} x_1^2}{2! EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_1^3}{3! EI_z};$$

$$\theta_z = \theta_0 + \frac{M_{z_0} x_1}{EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_1^2}{2! EI_z};$$

$$a \leq x_2 \leq a+b$$

$$V_y = V_0 + \frac{\theta_0 x_2}{EI_z} + \frac{M_{z_0} x_2^2}{2! EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_2^3}{3! EI_z} + \frac{V_a (x_2 - a)^3}{3! EI_z};$$

$$\theta_z = \theta_0 + \frac{M_{z_0} x_2}{EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_2^2}{2! EI_z} + \frac{V_a (x_2 - a)^2}{2! EI_z};$$

$$a + b \leq x_3 \leq a+b+c$$

$$V_y = V_0 + \frac{\theta_0 x_3}{EI_z} + \frac{M_{z_0} x_3^2}{2! EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_3^3}{3! EI_z} + \frac{V_a (x_3 - a)^3}{3! EI_z};$$

$$\theta_z = \theta_0 + \frac{M_{z_0} x_3}{EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_3^2}{2! EI_z} + \frac{V_a (x_3 - a)^2}{2! EI_z};$$

$$a + b + c \leq x_4 \leq a+b+c+d$$

$$V_y = V_0 + \frac{\theta_0 x_4}{EI_z} + \frac{M_{z_0} x_4^2}{2! EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_4^3}{3! EI_z} + \frac{V_a (x_4 - a)^3}{3! EI_z};$$

$$\theta_z = \theta_0 + \frac{M_{z_0} x_4}{EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_4^2}{2! EI_z} + \frac{V_a (x_4 - a)^2}{2! EI_z};$$

$$a + b + c + d \leq x_5 \leq a+b+c+d+e$$

$$V_y = V_0 + \frac{\theta_0 x_5}{EI_z} + \frac{M_{z_0} x_5^2}{2! EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_5^3}{3! EI_z} + \frac{V_a (x_5 - a)^3}{3! EI_z};$$

$$\theta_z = \theta_0 + \frac{M_{z_0} x_5}{EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_5^2}{2! EI_z} + \frac{V_a (x_5 - a)^2}{2! EI_z};$$

$$a + b + c + d + e \leq x_6 \leq a+b+c+d+e+f$$

$$V_y = V_0 + \frac{\theta_0 x_6}{EI_z} + \frac{M_{z_0} x_6^2}{2! EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_6^3}{3! EI_z} + \frac{V_a (x_6 - a)^3}{3! EI_z} - \frac{F (x_6 - a)^3}{3! EI_z};$$

$$\theta_z = \theta_0 + \frac{M_{z_0} x_6}{EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_6^2}{2! EI_z} + \frac{V_a (x_6 - a)^2}{2! EI_z} - \frac{F (x_6 - a)^2}{2! EI_z};$$

$$a + b + c + d + e + f \leq x_7 \leq a+b+c+d+e+f+g$$

$$V_y = V_0 + \frac{\theta_0 x_7}{EI_z} + \frac{M_{z_0} x_7^2}{2! EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_7^3}{3! EI_z} + \frac{V_a (x_7 - a)^3}{3! EI_z} - \frac{F (x_7 - a)^3}{3! EI_z};$$

$$\theta_z = \theta_0 + \frac{M_{z_0} x_7}{EI_z} + \frac{Q_{y_0} x_7^2}{2! EI_z} + \frac{V_a (x_7 - a)^2}{2! EI_z} - \frac{F (x_7 - a)^2}{2! EI_z};$$

Будуємо епюри  $V_y$  і  $\theta_z$ .

Проводимо випробування бруса по розрахунковій схемі №1.

Результати випробувань представимо в таблиці 1-2.

Таблиця 1.

Результати випробувань на ділянках 1-3

F	Ділянка № 1				Ділянка № 2				Ділянка № 3			
	i1 0 см		i2 5 см		i3 35 см		i4 45 см					
	Екс плуа таці йне	Розр ахун кове	Екс плуа таці йне	Розр ахун кове	Екс плуа таці йне	Розр ахун кове	Екс плуа таці йне	Розр ахун кове	Екс плуа таці йне	Розр ахун кове	Екс плуа таці йне	Розр ахун кове
с и л а	V	θ	V	θ	V	θ	V	θ	V	θ	V	θ
	у 1 м	1	у 1 м	1	у 1 м	1	у 2 м	2	у 2 м	2	у 3 м	3
к г	с	р	р	с	р	р	с	р	с	р	с	р
	м	а	а	м	а	а	м	а	м	а	м	а
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	6	3	0	0	3	4	8	7	0	4	3
	3	3	0	0	3	3	4	7	0	4	3	1

Таблиця 2.

Результати випробувань на ділянках 4-8

Ділянка № 4		Ділянка № 5		Ділянка № 6		Ділянка № 7		Ділянка № 8	
i5 55 см		65 см		Г 75 см		95		105 см	
Екс плуа таці йне	Розр ахун кове	Розр ахун кове	Розр ахун кове	Розр ахун кове	Розр ахун кове	Розр ахун кове	Розр ахун кове	Розр ахун кове	Розр ахун кове
V	θ	V	θ	Δ	θ	V	θ	V	θ
у 4 м	4	у 3 м	3	А	6	у 6 м	6	у 7 м	7
с	р	с	р	А	б	с	р	с	р
м	а	м	а	1	б	м	а	м	а
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	3	1	1	0	0	8	6	4	9
4	3	1	1	0	0	3	3	1	9
	3	1	1	0	0	3	3	1	9

## Висновки

Таким чином, отримані в результаті випробувань дані, можна порівняти з теоретичними розрахунками. На основі проведених розрахунків визначено похибку у відсотках між експериментальними і теоретичними дослідженнями. При цьому варто зазначити, що за основу нами було прийнято положення експериментально теоретичних досліджень про те, що експериментальні дані дорівнюють 100%.

Практична значущість отриманих результатів полягає у тому, що плата Arduino дозволила замінити громіздке обладнання АІД-1 (автоматичний індикатор деформації) і ЦТМ-5 (центральний-тензометричний міст) і спростила отримання залежностей, зовнішнє навантаження  $F$  – напружено деформований стан (НДС) балки  $b_x, V_y, \theta_z$ .

## Література

1. Горбунов-Посадов М.И. Основания, фундамент и подземные сооружения : Справочник проектировщика / М.И. Горбунов-Посадов, В.А. Ильичев, В.И. Крутов и др. / под общ. ред. Е.А. Сорочана, Ю.Г. Трофименкова. – Москва : Стройиздат, 1985. – 480 с.
2. Берлинов М.В. Примеры расчета оснований и фундаментов / М.В. Берлинов, Б.А. Ягупов. – Москва : Стройиздат, 1986. – 173 с.
3. Швець В.Б. Механіка ґрунтів. Основи та фундаменти : підручник / В.Б. Швець, І.П. Бойко, Ю.Л. Винников та ін. – Дніпропетровськ : «Пороги», 2012. – 196 с.
4. Фундаменти будівель і споруд / Ю.Л. Винников та ін. / – Київ : Урожай, 2002. – 432 с.
5. Ухов С.Б. Механика грунтов, основания и фундамента : учебное пособие для строит. спец. вузов / С.Б. Ухов, В.В. Семенов, В.В. Знаменский и др. / под. ред. С.Б. Ухова. – 3-е издание, испр. – Москва : Высш. шк., 2004. – 566 с.
6. Жемочкин Б.Н. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б.Н. Жемочкин, А.П. Синицин. – М. : Госстройиздат, 1962. – 239 с.
7. Тер-Мартirosyan, З.Г. Механика грунтов / З.Г. Тер-Мартirosyan. – Москва : Изд. АСВ., 2005. – 488 с.
8. Основания, фундаменты и подземные сооружения / под ред. Е.А. Сорочана / Справочник проектировщика. – Москва: 1985. – 325 с.
9. Лучковский И.Я. Взаємодія конструкцій з основою / И.Я. Лучковский // Бібліотека ІТЕ. Том 3. – Харків : ХДАМГ, 2000. – 264 с.
10. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике–М. : ГИТЛ., 1956. – 608 с. – С. 481–483.
11. Корн Г.К., Корн Т.К. Справочник по математике. – М. : Издательство «Наука» ГРММЛ, 1974. – 832 с. – С. 316–317.
12. PLAXIS 3D Foundation. Учебное пособие. Версия 1. – 74 с.

## References

1. Gorbunov-Posadov M.I. Osnovaniya, fundament i podzemny`e sooruzheniya : Spravochnik proektirovshhika / M.I. Gorbunov-

- Posadov, V.A. Il'ichev, V.I. Krutov i dr. / pod obshh. red. E.A. Sorochana, Yu.G. Trofimenkova. – Moskva : Strojizdat, 1985. – 480 s.
2. Berlinov M.V. Primery` rascheta osnovanij i fundamentov / M.V. Berlinov, B.A. Yagupov. – Moskva : Strojizdat, 1986. – 173 s.
3. Shvecz` V.B. Mekhani`ka gruntiv. Osnovi ta fundamenti : pidruchnik / V.B. Shvecz`, I.P. Bojko, Yu.L. Vinnikov ta in. – Dni` propetrovs`k : «Porogi», 2012. – 196 s.
4. Fundamenti budivel` i sporud / Yu. L. Vinnikov ta in. / – Kiyiv : Urozhaj, 2002. – 432 s.
5. Ukhov S.B. Mekhanika gruntov, osnovaniya i fundamenta : uchebnoe posobie dlya stroit. specz. vuzov / S.B. Ukhov, V.V. Semenov, V.V. Znamenskij i dr. / pod. red. S.B. Ukhova. – 3-e izdanie, ispr. – Moskva : Vyssh. shk., 2004. – 566 s.
6. Zhemochkin B.N. Prakticheskie metody rascheta fundamentnykh balok i plit na uprugom osnovanii / B.N. Zhemochkin, A.P. Siniczin. – M. : Gosstrojizdat, 1962. – 239 s.
7. Ter-Martirosyan, Z.G. Mekhanika gruntov / Z.G. Ter-Martirosyan. – Moskva : Izd. ASV., 2005.– 488 s.
8. Osnovaniya, fundamenty` i podzemny`e sooruzheniya / pod red. E.A. Sorochana/ Spravochnik proektirovshhika. – Moskva: 1985. – 325 s.
9. Luchkovskij I.Ya. Vzayemodiya konstrukcij z osnovoyu / I.Ya. Luchkovskij / Biblioteka ITE. Tom 3. – Kharkiv : KhDAMG, 2000. – 264 s.
10. Bronshtejn I.N., Semendyaev K.A. Spravochnik po matematike. –M. : GITL., 1956. – 608 s. – S.481–483.
11. Korn G.K., Korn T.K. Spravochnik po matematike. – M. : Izdatel`stvo «Nauka» GRMML, 1974. – 832 s. – S. 316–317.
12. PLAXIS 3D Foundation. Uchebnoe posobie. Versiya 1. – 74 s.

**Рецензент:** д-р фізико-математичних наук, проф., зав. каф. комп'ютерних наук М.В. Новожилова, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Україна.

**Автор:** ШАТОХІН Володимир Михайлович  
доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної та теоретичної механіки, Харківський національний університет будівництва та архітектури  
e-mail – [shatokhinvlm@gmail.com](mailto:shatokhinvlm@gmail.com)  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0756-4104>

**Автор:** ЯКОВЛЄВ Євген Андрійович  
кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри механіки ґрунтів, фундаментів та інженерної геології,  
Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова  
e-mail – [evgen.yakovlev647@gmail.com](mailto:evgen.yakovlev647@gmail.com)  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6342-8560>

**Автор:** ЛЕВЕНКО Ганна Михайлівна  
кандидат технічних наук, доцент кафедри механіки ґрунтів, фундаментів та інженерної геології,  
Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова  
e-mail – [a.m.levenko@gmail.com](mailto:a.m.levenko@gmail.com)  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5944-9529>



**Автор:** ГОНЧАРОВА Зоя Вікторівна  
кандидат економічних наук, доцент, доцент  
кафедри управління проектами в міському  
господарстві і будівництві,  
Харківський національний університет міського  
господарства імені О.М. Бекетова  
e-mail – [zoya\\_g@ukr.net](mailto:zoya_g@ukr.net)  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1738-2861>

## EXPERIMENTAL-THEORETICAL CALCULATION OF THE STRESS-DEFORMED STATE OF THE BAR ON THE ELASTIC BASIS

V. Shatohin<sup>1</sup>, E. Yakovlev<sup>2</sup>, H. Levenko<sup>2</sup>, Z. Honcharova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kharkiv National University of Civil Engineering and Architecture, Ukraine

<sup>2</sup>O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Ukraine

*Any strip foundation, and sometimes a slab foundation can be considered as a beam on an elastic base. And if with calculation of a beam – the tape base problems practically do not arise because loading on the tape base as a rule is evenly distributed, and means and the base has, a absolutely rigid beam. Then when considering a section of the foundation with unevenly applied load, some problems may arise.*

*Today there are many publications on studies of the use of beams with an elastic base in the field of construction and the application of the features of the method of calculating the stress-strain state in the field of design. As is known, from classical soil mechanics, when a load is applied to a flexible slab, its center gives a draft of 1.24-1.57 times greater than the edges. Note that this effect can be explained by the contour work of the base and its uneven stiffness in the central and peripheral zone of the slab foundation.*

*It should be noted that today in most cases the method of BN Zhemochkin [6] is used as the basis for the analytical solution of the problem of the interaction of the beam with the elastic base, which combines an engineering approach and strict solutions of the theory of elasticity. According to research, the method is based on the replacement of the continuous problem of the interaction of the foundation beam with the soil base, discrete, with a limited number of calculated sections within the beam and approximation of the smooth reactive pressure curve stepped with a constant value within a single section. Such simplifications allow to calculate various engineering problems on interaction of beams and plates, including with difficult geometry with the set degree of accuracy, bypassing difficult differential and integral calculations.*

**Keywords:** beam, elastic base, stress-strain state.