

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ТА ЗАВДАННЯ

для підготовки до практичних занять, виконання контрольних
завдань і самостійної роботи

із навчальної дисципліни

«ОПІР МАТЕРІАЛІВ. БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА»

*(для здобувачів 2 курсу денної форми навчання першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти зі спеціальності 191 – Архітектура та містобудування)*

Методичні рекомендації та завдання для підготовки до практичних занять, виконання контрольних завдань і самостійної роботи з навчальної дисципліни «Опір матеріалів. Будівельна механіка» (для здобувачів 2 курсу денної форми навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності 191 – Архітектура та містобудування) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : О. О. Чупринін, М. А Засядько, Н. В. Середа. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2021. – 42 с.

Укладачі:

канд. техн. наук, доц. О. О. Чупринін,
доц. М. А Засядько,
канд. техн. наук, доц. Н. В. Середа

Рецензент

О. М. Кузнєцов, кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної і будівельної механіки Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

*Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,
протокол № 1 від 31.08.2021.*

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Головні теоретичні положення.....	4
1.1 Розтяг-стиск.....	7
1.2 Згин. Балка	8
1.3 Стержневі системи. Ферма.....	12
2 Практичні заняття.....	16
2.1 Розтяг-стиск.....	16
2.2 Згин. Балка	23
2.3 Ферма.....	31
3 Вихідні дані та рекомендації до контрольних робіт.....	34
Список рекомендованих джерел.....	40
Додаток А.....	41

ВСТУП

Ці методичні рекомендації призначені для самостійної роботи студентів під час підготовки до практичних занять і виконання контрольних завдань. Вони містять теоретичні положення, приклади розрахунків стержнів на розтяг або стиск та прямий згин балок, вихідні дані для контрольних завдань.

Передусім необхідно ознайомитися з теоретичним матеріалом у [1–5] і у розділі 1 цих методичних рекомендацій. Для закріплення теоретичного матеріалу треба знайти відповіді на запитання, які наведені у розділі 2.

1 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ

1.1 Розтяг-стиск

Під час розтягу-стиску (рис. 1.1) прямого стержня в його поперечних перерізах діє тільки один внутрішній силовий фактор – поздовжня сила N . Поздовжні сили визначають методом перерізів з рівнянь рівноваги однієї з частин розрізаного стержня. Так, для рисунку 1 із рівноваги лівої частини маємо:

$$\sum F_{\text{лев}} = N_A - F_1 - F_2 + F_3 = 0.$$

Звідси одержимо поздовжню силу у перерізі А:

$$N_A = F_1 + F_2 - F_3. \quad (1.1)$$

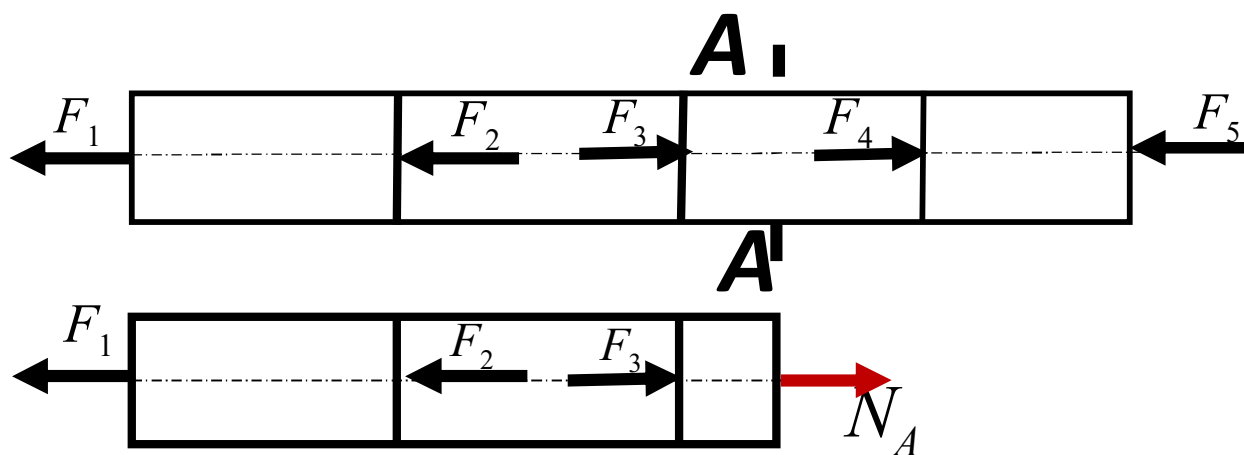


Рисунок 1.1 – Розтяг

Сила N_A , як внутрішня сила, у разі поєднання лівої та правої частин розрізаного стержня повинна зникнути. Отже, на правій частині повинна діяти така сама за величиною зворотна за напрямком внутрішня сила, яку можна так само визначити через праві зовнішні сили.

Зважаючи на те, що поздовжня сила N_A зображена такою, що розтягує, маємо таке правило визначення поздовжньої сили через зовнішні

навантаження: *поздовжня сила у перерізі стержня дорівнює алгебраїчній сумі сил, розташованих ліворуч (праворуч) від перерізу. Сила, що розтягує (спрямована від перерізу), береться додатною. Відповідно до цього, якщо поздовжня сила додатна, стержень зазнає деформацію розтягу, і навпаки..* Наведене правило дає змогу визначити поздовжню силу без відкидання однієї з його частин. Наприклад за рисунком 1.1, розглядаючи праву частину стержня, отримаємо $N_A = F_4 - F_5$. Неважко побачити, що це значення співпадає з одержаним раніше. Дійсно, з умови рівноваги усього стержня (рис. 1.1) $-F_1 - F_2 + F_3 + F_4 - F_5 = 0$ маємо: $F_4 - F_5 = F_1 + F_2 - F_3 = N_A$.

Якщо поздовжні сили в різних перерізах стержня неоднакові, закон їх змінювання вздовж осі стержня зручно навести у вигляді графіка, який називають епюрою поздовжніх сил. Для побудови епюри стержень розділяють на ділянки. Межами ділянок повинні бути місця прикладання зосереджених сил. Для кожної ділянки вираз функції поздовжньої сили визначається окремо.

Для стержня, наведеного на рисунку 1.1, вигляд епюри поздовжніх сил зображено на рисунку 1.2.

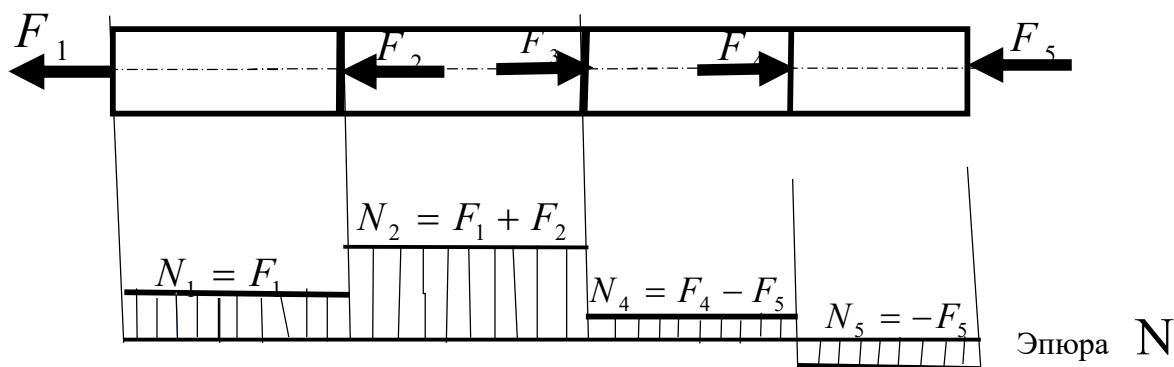


Рисунок 1.2 – Епюра поздовжніх сил

Епюру поздовжніх сил зручно використати для розрахунку стержня на міцність. Вона дає змогу знайти найбільше значення поздовжніх сил і місце знаходження перерізу (небезпечного), у якому вони виникають найбільші напруження. У разі розтягу (стиску) стержня в його поперечних перерізах виникають нормальні напруження σ (рис. 1.3).

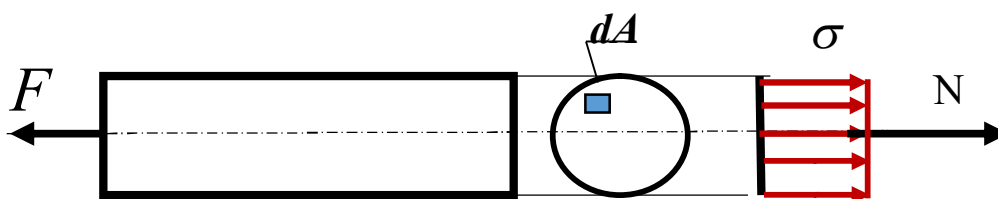


Рисунок 1.3 – Нормальні напруження

Поздовжня сила N становить рівнодіючу нормальних напружень в перерізі стержня: $N = \int_A \sigma dA$. У разі розтягу-стиску нормальні напруження вважаються розподіленими рівномірно за площею перерізу, отже:

$$N = \sigma \int dA = \sigma A,$$

звідки

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad (1.2)$$

де A – площа поперечного перерізу.

Умова міцності при розтягу обмежує максимальне значення нормального напруження:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma], \quad (1.3)$$

де $[\sigma]$ – допустимі нормальні напруження (найбільші напруження, які допускають у конструкції із умов її безпеки, надійності й довготривалості). Ці напруження визначаються експериментально для кожного матеріалу.

Залежно від цілі розрахунку розрізняють три види розрахунків на міцність: перевірний, проектний і визначення допустимого навантаження.

У разі *перевірнього розрахунку* навантаження, матеріал (отже допустиме напруження) і розміри стержня відомі. У такому разі, визначивши найбільше напруження, порівнюють його з допустимим за (1.3).

У разі *проектного розрахунку* навантаження і матеріал (допустимі напруження) відомі і з формули (1.3), з урахуванням (1.2), визначають необхідну площу поперечного перерізу стержня:

$$A \geq \frac{N_{\max}}{[\sigma]}, \quad (1.4)$$

де N_{\max} – максимальна поздовжня сила в стержні.

Часто перевірний розрахунок зручно вести у формі визначення допустимого навантаження. У такому разі розміри стержня і його матеріал (допустиме напруження) відомі, а визначенню підлягає навантаження, яке можливо допустити з умов його міцності:

$$N_{\max} = [\sigma] A. \quad (1.4, a)$$

Вміння визначати деформації і переміщення необхідні для розрахунків на жорсткість.

Для визначення зміни довжини стержня, коли поперечний переріз A сталій і поздовжня сила N в усіх перерізах однакова, використовують закон Гука в інтегральній формі:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}, \quad (1.5)$$

де $E \cdot A$ – жорсткість перетину під час розтягу-стиску; E – модуль пружності 1-го роду (модуль Юнга). Ця величина є однією з механічних характеристик матеріалу й характеризує його пружність.

У випадках, коли поперечний переріз стержня та поздовжня сила змінюються стрибкоподібно, зміна довжини стержня (подовження або вкорочення) дорівнює алгебраїчній сумі змін довжини його окремих ділянок:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^k \Delta l_i. \quad (1.6)$$

Під час розтягу-стиску стержня його поперечні перерізи переміщуються вздовж осі. Переміщення є наслідком деформації стержня. Поняття переміщення та деформація потрібно розрізняти. Наприклад, у консольному стержні на рисунку 1.4 деформації мають місце лише на лівій частині стержня (ділянка DB), а ділянка BC переміщується як абсолютно жорстке тіло.

Переміщення λ всіх перетинів цієї ділянки однакові й дорівнюють подовженню ділянки DB стержня

$$\lambda_B = \lambda_C = \Delta l_{DB} = \frac{Fa}{EA}. \quad (1.7)$$

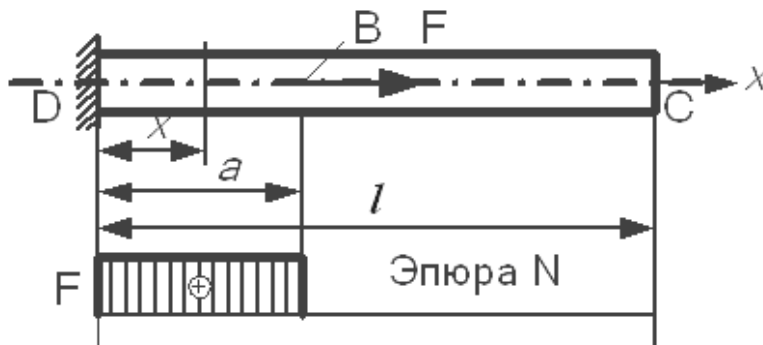


Рисунок 1.4 – Консольний стержень

Для контролю засвоєння матеріалу бажано відповісти на наведені нижче питання:

1. Яку деформацію стержня спричиняє додатна поздовжня сила?
2. Яку деформацію стержня спричиняє від'ємна поздовжня сила?
3. Як визначити значення поздовжньої сили в перерізі стержня?
4. Що називається епюрою поздовжніх сил?
5. За яким принципом стержень розбивають на ділянки для побудови епюри поздовжніх сил?
6. Як визначаються нормальні напруження при розтягу (стиску)?

7. За якою залежністю визначається зміна довжини стержня при розтягу (стиску)?
8. Що є жорсткістю під час розтягу-стиску?
9. Що становить модуль Юнга?
10. Які величини пов'язує між собою закон Гука?

1.2 Згин. Балка

Розповсюдженим елементом споруд є балка. Балкою називають горизонтальний стержень прикріплений до опор, завантажений переважно вертикальними силами (рис. 1.5, а).

В опорах балки у точках A і B виникають реактивні сили – реакції, які в нашому випадку спрямовані вертикально – R_A і R_B . Під дією активних – F_1, F_2 і реактивних – R_A, R_B сил вісь балки викривляється – спостерігається деформація згину. Застосовуючи метод перерізів, проведемо переріз на відстані x від лівої опори й розглянемо рівновагу лівої частини балки (рис. 1.5, б). Для того щоб врівноважити дію зовнішніх сил, напруження у перерізі повинні утворити *поперечну силу* Q та *згинаючий момент* M .

Для визначення поперечної сили спроектуємо сили на вертикальну вісь:

$$\sum_{\text{лів}} F_x = R_A - F_1 - Q = 0.$$

Звідси одержимо вираз поперечної сили $Q = R_A - F_1$ і правило її визначення через зовнішні сили: *поперечна сила у перерізі стержня визначається як алгебраїчна сума проєкцій лівих (правих) сил на вісь, перпендикулярну до осі стержня*. Так само, як і поздовжня сила під час розтягу-стиску, поперечну силу може бути визначена як через ліві, так і через праві сили. Правило знаків для визначення поперечних сил через ліві та праві зовнішні сили наведено на рисунку 1.6, а.

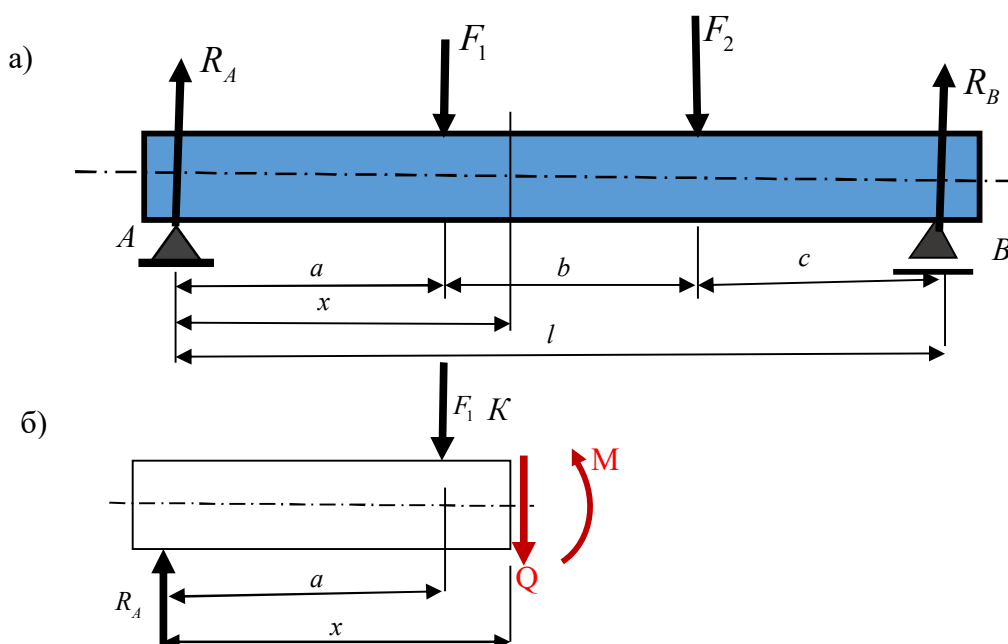


Рисунок 1.5 – Балка, внутрішні зусилля

Для визначення згинаючого моменту M складемо умову рівності нулю суми моментів лівих сил відносно горизонтальної осі перерізу (тобто відносно точки K на рисунку 1.5, б).

$$\sum_{jsd} M_K = -R_A x + F_1(x - a) + M = 0.$$

Звідси одержимо вираз згинаючого моменту $M = R_A x - F_1(x - a)$ і правило його визначення через зовнішні сили: *згинаючий момент у перерізі стержня дорівнює алгебраїчній сумі моментів лівих (правих) сил відносно центру ваги перерізу*. Правило знаків для додатних моментів лівих та правих сил наведено на рисунку 1.6, б.



Рисунок 1.6 – Правило знаків

Деформація, якої зазнає розглянута балка, називається *плоским поперечним згином*. У окремих випадках балка або деяка її ділянка має нульову поперечну силу. Таку деформацію називають *чистим згином*. Надалі ми будемо розглядати плоский згин.

Для визначення внутрішніх зусиль моменти та проєкції сил необхідно визначати вид усіх зовнішніх сил, прикладених до балки по один бік від розглянутого поперечного перерізу. До цих сил необхідно включати й реакції опор, що виникають у закріплених точках перерізів. Ці реакції знаходять із рівнянь рівноваги всієї балки з урахуванням усіх діючих на неї навантажень.

При розрахунках балок на згин необхідно знати розподіл внутрішніх зусиль у поперечних перерізах за її довжиною. Цей розподіл зазвичай зображують у вигляді епюр. Епюри у разі згині будують за загальними правилами аналогічно епюрам подовжньої сили у разі розтязі-стиску. Кожна ордината епюри M чи Q являє собою величину згинаючого моменту чи поперечної сили у відповідному перерізі балки.

Для побудови епюри поперечних сил прийнято додатні значення сили відкладати вгору від осі епюри, а від'ємні – відповідно вниз. При побудові епюри згинаючих моментів, навпаки – додатні значення відкладаються вниз, від'ємні – вгору. Таке правило для відкладання ординат згинаючих моментів пояснюється зручністю у будівельних конструкціях мати моменти розташованими на розтягнутих волокнах стержня. Дійсно, з рисунку 1.6, б видно, що при додатному моменті розтягуються нижні волокна.

Вид епюр поперечної сили та згинаючого моменту залежить від виду зовнішнього навантаження:

1. На ділянках, де діє розподілене навантаження, поперечні сили змінюються за довжиною балки по прямій, а епюри моментів обмежені кривою лінією.

2. На ділянках, де розподілене навантаження відсутнє, поперечні сили постійні, а епюри моментів змінюються за лінійним законом.

3. У перерізі, де до балки прикладена зосереджена сила, значення поперечної сили Q зміниться стрибкоподібно на величину прикладеної сили.

4. Якщо до балки прикладений зосереджений момент, значення згинаючого моменту M зміниться стрибкоподібно на величину прикладеного моменту.

5. На ділянках, де діє зовнішнє розподілене навантаження, згинаючий момент досягає максимуму або мінімуму в перерізах балки, де поперечна сила дорівнює нулю (дотична до лінії, що обмежує епюру моменту, при цьому в розглянутому перерізі буде паралельна осі епюри).

Розглянемо нормальні напруження, що виникають у разі чистого плоского згині в поперечному перерізі балки. З усіх внутрішніх зусиль, що можуть виникати в перерізах, ненульовим буде тільки згинаючий момент відносно осі, перпендикулярної до поздовжньої осі балки. Цей момент буде зв'язаний з нормальними напруженнями співвідношенням

$$M = \int_A \sigma y dA. \quad (1.8)$$

Для визначення напружень у разі згину зазвичай використовують гіпотезу плоских перерізів Бернуллі. Відповідно до неї *переріз, плоский і нормальний до поздовжньої осі, залишається плоским і нормальним до зігнутої осі, його форма та розміри не змінюються.*

Дослідження деформування балок в умовах згину показує, що у разі навантаженні балки від'ємним згинаючим моментом верхні волокна балки подовжуються, нижні – коротшають, додатнім – навпаки. При цьому можна знайти волокна, довжина яких залишається незмінною. Сукупність таких волокон утворить певний шар, що називається *нейтральним*. Кожен поперечний переріз перетинається з нейтральним шаром по прямій, що називають *нейтральною віссю перерізу*.

При плоскому згині нейтральний шар виявляється перпендикулярним до силової площини (площини дії навантаження), отже, нейтральна лінія перпендикулярна силовій лінії у перерізі, при цьому вона перетинає центр ваги перерізу. Отже, нейтральна вісь збігається з головною центральною віссю перерізу.

Використання гіпотези плоских перерізів і закону Гука в диференціальній формі:

$$\sigma = \varepsilon E, \quad (1.9)$$

дає змогу знайти зв'язок між згинаючими моментами та нормальними напруженнями:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_z}, \quad (1.10)$$

де $I_z = \int_A y^2 dA$ – одна з геометричних характеристик перерізу - момент інерції

перерізу; зокрема для прямокутного перерізу розмірами $b \times h$: $I = \frac{bh^3}{12}$. Для

прокатних профілів ця величина наводиться у сортаментах. Такий сортament для двотаврових перерізів наведено у додатку А.

Формула (1.10) визначає нормальні напруження у разі чистого згину в будь-якій точці перерізу. Отримане співвідношення між нормальними напруженнями і згинаючими моментами демонструє, що яку б форму і розміри не мав поперечний переріз, напруження в точках, що знаходяться на нейтральній осі ($y = 0$), дорівнюють нулю. Величина нормального напруження лінійно зростає відповідно віддалення від нейтральної осі. При цьому напруження не змінюються по ширині перерізу.

У розрахунках на міцність мають значення найбільші за абсолютною величиною значення напружень, які виникають у волокнах, які найбільш віддалені від нейтральної осі:

$$\sigma_{\max} = \frac{M \cdot y_{\max}}{I}, \quad (1.11)$$

де y_{\max} – відстань від нейтральної осі до найбільш віддалених точок перерізу.

Таким чином, одержуємо умову міцності у разі чистого згину:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma], \quad (1.12)$$

де $W = \frac{I}{y_{\max}}$ – осьовий момент опору при згині відносно нейтральної осі;

M_{\max} – максимальний згинальний момент, що виникає в балці під дією зовнішніх навантажень.

Вираз (1.12) застосовується у разі перевірного розрахунку, а для проєктних розрахунків його зручно перетворити так:

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}. \quad (1.13)$$

Для закріплення теоретичного матеріалу необхідно відповісти на такі питання:

1. Які поперечні сили вважаються додатними (від'ємним)?
2. Які згинальні моменти вважаються додатними (від'ємним)?
3. Що називається епюрою поперечних сил?
4. Що називається епюрою згинаючих моментів?

5. За яким принципом стержень розбивають на ділянки для побудови епюри поперечних сил?

6. За яким принципом стержень розбивають на ділянки для побудови епюри згинальних моментів?

7. Що є жорсткістю перетину у разі згину?

1.3 Стержневі системи Ферма

Розповсюдженими стержневими системами, що застосовуються у промисловому та цивільному будівництві є рама, ферма, арка.

Рамою називають стержневу систему, елементи (стержні) якої жорстко з'єднані між собою в усіх або в частині вузлів.

Рами в будівництві застосовуються часто, особливо в зв'язку з використанням залізобетонних конструкцій. Вони широко застосовуються в каркасах будівель, у підмурках обладнання, можуть утворювати окремі елементи конструкції: рамні стояки, безроскісні ферми тощо.

Рами можуть бути одно- та багатоповерховими. Найскладнішими є рами промислових споруд. Головними елементами рам (рис. 1.7) є стояки й ригелі. *Стояком* називають вертикальний або близький до вертикального стержень, наприклад, стержень AC (рис. 1.7, a). *Ригелем* називають горизонтальний чи близький до нього за нахилом стержень, наприклад, стержень CD (рис. 1.7, $в$).

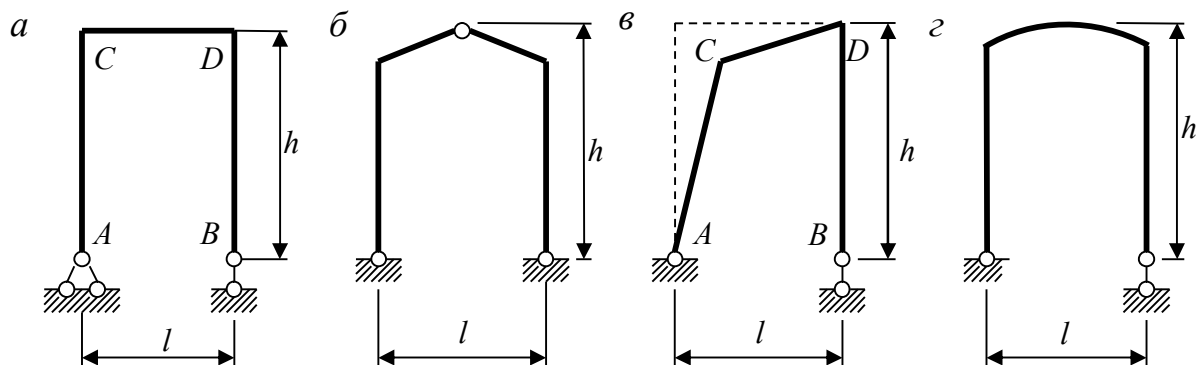


Рисунок 1.7 – Рами

Ригелі можуть бути прямолінійними, ламаного або криволінійного обрису (рис. 1.7, $a...г$). Відстань l між центрами опор називається прольотом, відстань h від центру опор до найбільш високої точки осі рами - висотою рами.

На рисунку 1.8 наведені консольні балки з ламаними осями, які розраховуються так само, як і рами.

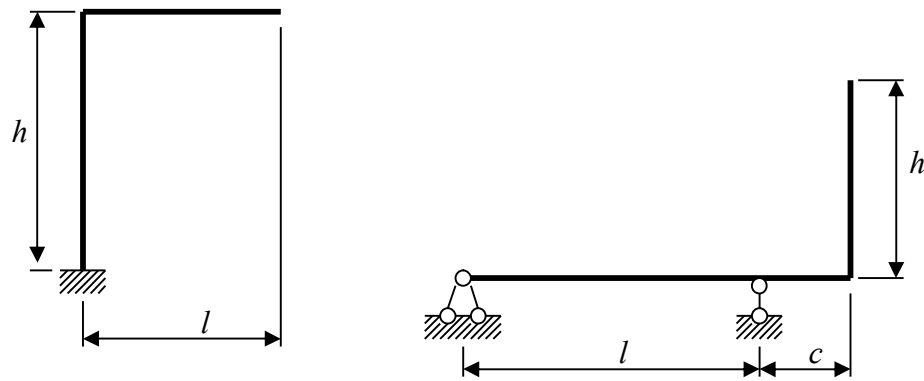


Рисунок 1.8 – Консольні рами

Під дією навантаження в опорних закріпленнях рами виникають опорні реакції, а в кожному поперечному перерізі рами – внутрішні зусилля. Загалом у перерізах стержнів рами діють: *згинаючий момент M , поперечна або перерізуюча сила Q та поздовжня сила N .*

Правила визначення цих зусиль одержані в опорі матеріалів на підставі методу перерізів:

- *згинаючий момент дорівнює алгебраїчній сумі моментів сил, розташованих на одній із відсічених частин, відносно центру ваги перерізу.*
- *поперечна сила дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій сил, розташованих на одній із відсічених частин, на нормаль до осі стержня в перерізі.*
- *поздовжня сила дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій сил, розташованих на одній із відсічених частин, на дотичну до осі стержня в перерізі.*

Фермою називають конструкцію, розрахункова схема якої складається з прямих стержнів, з'єднаних між собою на кінцях шарнірами.

Стержні у вузлах реальної ферми (рис. 1.9, а) з'єднуються жорстко: зварюванням, на нютах або болтах. Але через велику гнучкість стержнів урахування жорсткості їх з'єднань несуттєво відбивається на роботі ферми. У зв'язку із цим у розрахунковій схемі ферми припускають, що в усіх вузлах знаходяться ідеальні шарніри (рис. 1.9, б).

У спорудах, елементами яких є ферми, зазвичай передбачають передачу навантаження у вузли ферм, тому їх стержні працюють тільки на розтяг-стиск. Ця обставина зумовлює більшу економічність ферм у порівнянні з балками за рахунок повнішого використання матеріалу під час роботи стержня на розтяг. Дійсно, у перерізі розтягнутого стержня, на відміну від стержня, що згинається, нормальне напруження однакове в усіх точках, тому матеріал використовується повністю.

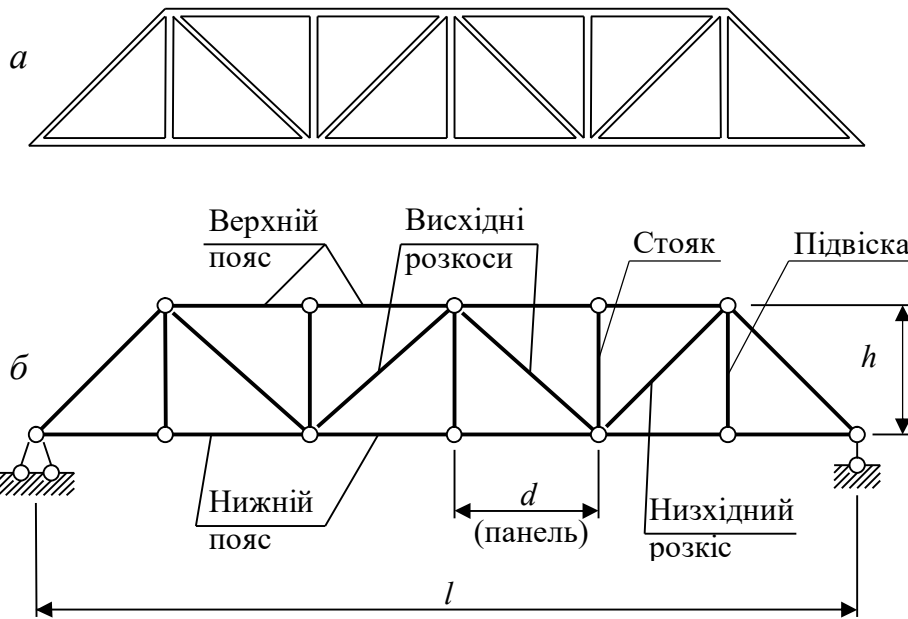


Рисунок 1.9 – Ферма

Ідею виникнення ферм можна подати як розвиток уявлення про роботу стержня на згин. Як відомо, під час роботи стержня на згин нормальне напруження в поперечному перерізі змінюється вздовж висоти за лінійним законом (рис. 1.10, а). Найбільш напруженими при цьому будуть крайні волокна, а матеріал середньої частини недовикористовується. Саме тому в балках намагаються більшу частину матеріалу зосередити в поясах, максимально зменшуючи розміри іншої частини перерізу (стінки). Так виник двотавровий переріз, найбільш пристосований для роботи на згин (рис. 1.10, б).

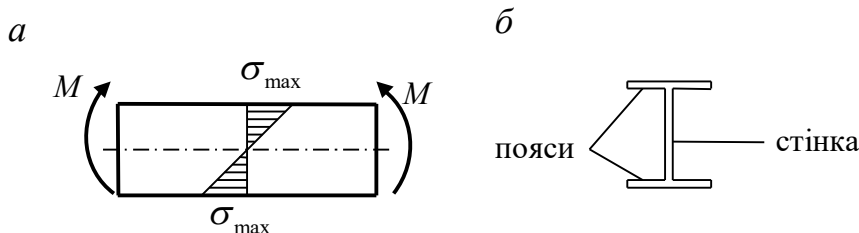


Рисунок 1.10 – Згин

У разі зростання прольоту для сприйняття більших згинаючих моментів висоту перерізу доводиться збільшувати настільки, що витрати матеріалу на стінку балки стають надто великими. У цьому разі вигідно перейти від суцільного перерізу до наскрізного, або решітчастого, коли замість суцільної балки конструкцію виготовляють у вигляді системи прямолінійних стержнів - ферм.

За розміщенням та характером роботи у фермі розрізняють *пояси* й *решітка*. Пояси складають стержні, які обмежують контур ферми зверху та знизу. Пояс, у якому прикладене навантаження, називають вантажним.

Решітка утворюється за допомогою похилих елементів – *розкосів* та вертикальних – *стояків* і *підвісків* (рис. 1.9, б). Стояки працюють на стиск, а підвіски – на розтяг. Серед розкосів розрізняють *висхідні* та *низхідні* за

напрямок руху вздовж розкосу при пересуванні фермою від опор до середини прогону. Стояки та розкоси, розташовані біля опор, називають опорними.

Частину ферми, розташовану в межах між суміжними вузлами вантажного поясу, називають *панеллю*. Горизонтальну проекцію відстані між цими вузлами називають довжиною панелі й позначають d .

Для розрахунку ферм для визначення зусиль у стержнях будемо використовувати спосіб вирізання вузлів. Цей спосіб ґрунтується на тому, що вузол ферми у статичному відношенні являє собою систему сил, які перетинаються у одній точці. Склавши по два рівняння рівноваги для кожного із вузлів, одержимо повну систему алгебраїчних рівнянь відносно зусиль у стержнях ферми. Розв'язок цих рівнянь неважко одержати за допомогою комп'ютера.

Стержень із криволінійною віссю (точніше, брус малої кривини), кінці якого закріплені від взаємного зміщення, називають **аркою** (рис. 1.11). В опорах арки, крім вертикальних, з'являються і горизонтальні опорні реакції. Ці реакції називають *розпором*. Походження терміна «розпір» пов'язано з тем, що він відповідає тим силам, які діють на опорні пристрої, прагнучі розсунути («розперти») їх у горизонтальному напрямі.

Перерізи, що відповідають нерухомим опорам арки, називають *п'ятами*, а перерізи, найбільш віддалені від п'ят (переріз C на рисунку 1.11), – *ключем* або *замком*. Відстань між центрами опорних перерізів арки називають *прогоном*. Найкоротшу відстань від лінії, що з'єднує п'яти, до замка називають *стрілою підйому арки* й позначають f . Відношення стріли підйому до прогону називають *пологістю арки*. При $f/l < 1/4$ арки звичайно вважають пологими, при $f/l > 1/4$ – крутими. Арка, зображена на рисунку 1.11, називається *тришарнірною*. Вона є статично визначуваною. У будівництві застосовуються і статично невизначувані арки – двошарнірні та безшарнірні.

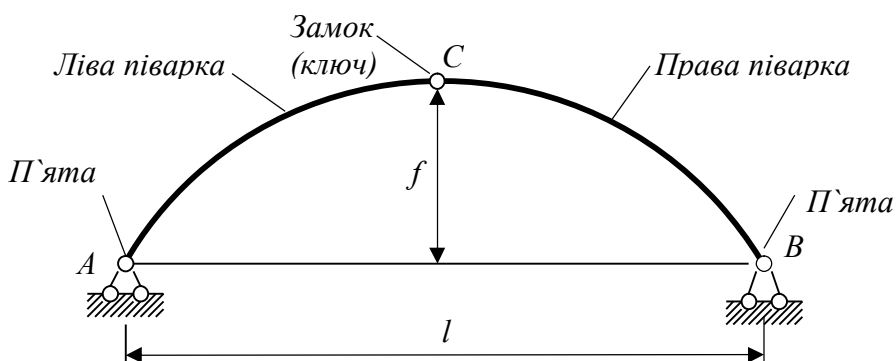


Рисунок 1.11 – Арка

Характерною рисою, яка різнить арки від балок, є наявність в її перерізах навіть при вертикальному навантаженні, крім поперечних сил та згинаючих моментів, ще й поздовжніх сил. Фактично за рахунок цього деформації згину, порівняно з балкою, частково заміщаються деформаціями стиску. Ця обставина

пояснює більшу економічність арки порівняно з балкою, оскільки, як було показано вище для ферм, матеріал при стиску використовується повністю.

Для закріплення теоретичного матеріалу необхідно відповісти на такі питання:

1. Що називається рамою?
2. Як називаються окремі стержні рами?
3. Наведіть правила визначення внутрішніх зусиль у перерізах стержнів рами.
4. Що називається фермою?
5. Які особливості навантаження ферм?
6. Які зусилля виникають в стержнях ферм і чому?
7. Чому ферми економічніші до балок?
8. Які елементи розрізняють у фермах?
9. Скільки рівнянь рівноваги складають для вузла ферми?
10. Які системи називають арками?
11. Чому арки називають розпірними?
12. Назвіть головні елементи тришарнірної арки.
13. Чим відрізняються зусилля в арках і в балках?
14. Завдяки чому чого арки є більш економічними системами, ніж балки?

2 ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

2.1 Розтяг-стиск

Після перевірки засвоєння теоретичного матеріалу необхідно розглянути приклади розрахунків стержнів на розтяг-стиск та згин.

Приклад 1.

Побудувати епюру поздовжніх сил для стержня, який зображено на рисунку 2.1, а.

Розв'язання

Розбиваємо стержень на ділянки, починаючи з вільного кінця стержня. Межами ділянок є перерізи, до яких прикладені зовнішні сили. Застосовуємо метод перерізів, залишаємо праву й відкидаємо ліву частину стержня: це дає змогу не визначати реакцію затиснення. Проведення довільного перерізу а-а на ділянці I це дає змогу скласти для частини стержня, яка зображена окремо на рисунку 2.1, б, рівняння рівноваги

$$\sum X = 0,$$

або

$$F - N_1 = 0.$$

Звідки

$$N_1 = F.$$

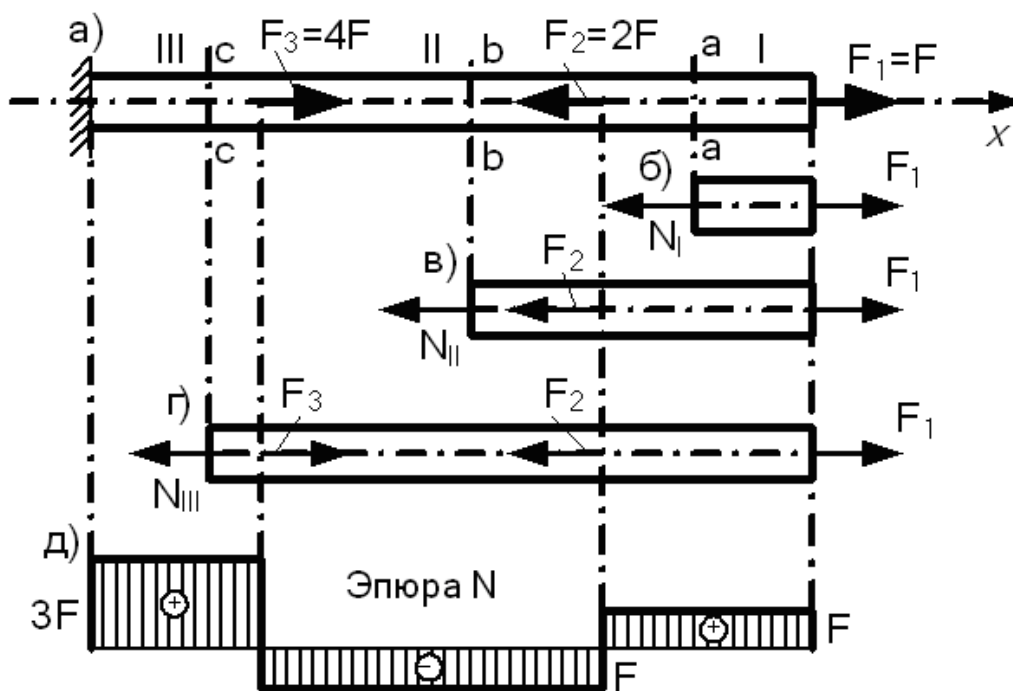


Рисунок 2.1 – Приклад 1

У всіх поперечних перерізах цієї ділянки поздовжня сила стала. Те саме стосується і до решти ділянок стержня, тому неістотно, де проводити переріз в межах тієї або іншої ділянки.

Проведення перерізу в-в на ділянці II і розглядання правої частини стержня (рис. 2.1, в) це дає змогу з рівняння рівноваги

$$\sum X = F_1 - F_2 - N_{II} = F - 2F - N_{II} = 0,$$

визначити

$$N_{II} = -F.$$

Знак мінус вказує на те, що ділянка II зазнає стиску.

Аналогічно визначаємо поздовжню силу у довільному перерізі с-с ділянки III (рис. 2.1, г)

$$N_{III} = 3F.$$

Для визначення поздовжніх сил нема необхідності кожного разу зображати окремо відсічену частину стержня, а можна скористатися визначенням, наведеним у пункті 1.1.

Застосовуючи метод перерізів, замість правої можна було розглядати ліву частину стержня. У такому випадку розв'язання потрібно починати з визначення реакції затиснення (рис. 2.1, а).

Для побудови епюри \$N\$ проводимо вісь абсцис графіка (вісь або базу епюри) паралельно осі стержня (рис. 2.1, д). У межах кожної ділянки поздовжня сила стала, тобто епюра паралельна до вісі абсцис. Значення поздовжніх сил

відкладаємо у зворотному масштабі від осі епюри. Додатні значення N відкладаємо вгору, а від'ємні – униз від осі.

У місцях прикладання зосереджених сил на епюрі виходять стрибкоподібні зміни ординат – «стрибки». Значення «стрибка» дорівнює прикладеній у відповідному місці стержня зовнішній зосередженій силі. При навантаженні стержня зосередженими силами епюра N завжди має такий характер як у розглянутому прикладі. Епюру прийнято штрихувати. Штрихування перпендикулярна до осі епюри – кожна лінія штрихування (ордината графіка) у прийнятому масштабі визначає величину поздовжньої сили у відповідному поперечному перерізі стержня.

Приклад 2

Для стержня зі ступінчасто-змінним поперечним перерізом (рис. 13, а) побудувати епюри поздовжніх сил і нормальних напружень.

Розв'язання

Застосовуємо метод перерізів і визначаємо поздовжні сили в поперечних перерізах стержня. Будуємо відповідні епюри (рис. 2.2, б, в). Побудова епюри N принципово нічим не відрізняється від розглянутої у прикладі 1. Величини нормальних напружень визначаємо за формулою (1.2). Значення сил підставляємо у кілоньютонах, а площ – у квадратних сантиметрах. У будівельній сфері напруження прийнято наводити у мегапаскалях. Співвідношення цих одиниць вимірювання таке: $1 \text{ кН/см}^2 = 10 \text{ МПа}$.

Для ділянки I

$$\sigma_I = \frac{N_I}{A_1} = \frac{80}{5} = 16 \text{ кН/см}^2 = 160 \text{ МПа},$$

для ділянки II

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{80}{8} = 10 \text{ кН/см}^2 = 100 \text{ МПа},$$

для ділянки III

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{A_3} = \frac{120}{8} = 15 \text{ кН/см}^2 = 150 \text{ МПа}.$$

Аналогічно визначаємо:

$$\sigma_{IV} = 12 \text{ кН/см}^2 = 120 \text{ МПа} \text{ і } \sigma_V = -7 \text{ кН/см}^2 = -70 \text{ МПа}.$$

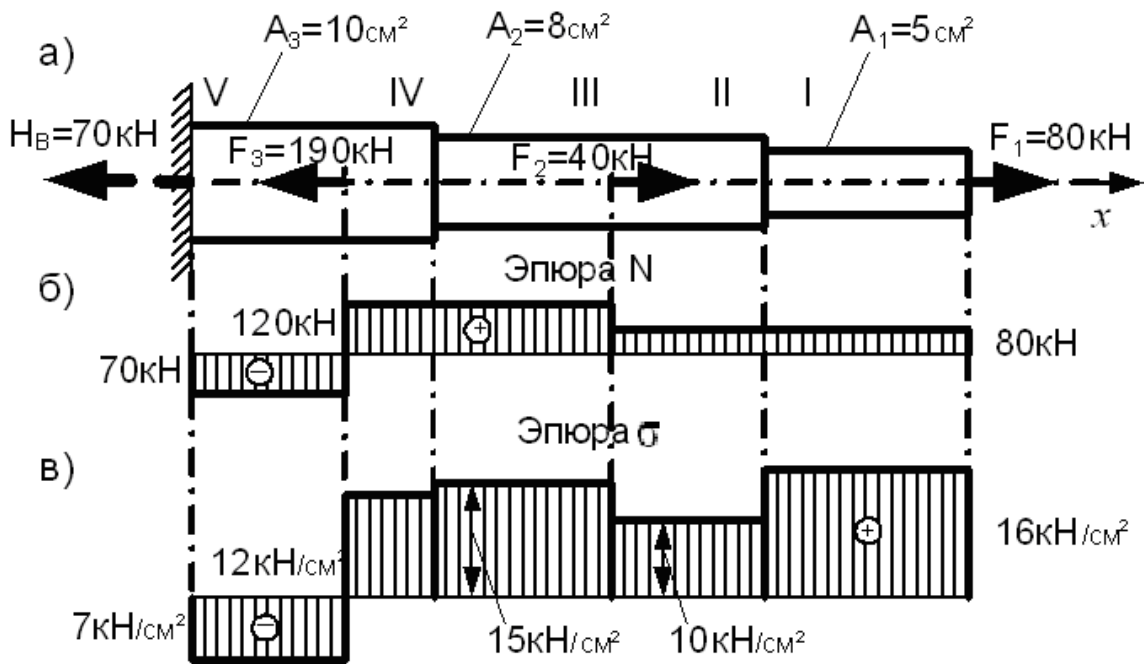


Рисунок 2.2 – Приклад 2

У межах кожної ділянки напруження сталі, тому епюра на ділянках паралельна осі абсцис (рис. 2.2, в).

Для розрахунків на міцність важливими є ті перерізи, у яких виникають найбільші напруження. У розглянутому випадку вони не співпадають із перерізами, де поздовжні сили найбільші.

У тих випадках, коли переріз стержня по всій його довжині сталий, епюра σ подібна епюрі N, відрізняється тільки масштабом, і має сенс побудувати тільки одну із зазначених епюр.

Приклад 3

Побудувати епюри поздовжніх сил і нормальних напружень, визначити подовження стержня, який зображено на рисунку 2.3, а.

Розв'язання

Розбиваємо стержень на ділянки, починаючи з його вільного кінця. Межами ділянок є перерізи, до яких прикладені зовнішні сили, і місця зміни розмірів перерізів.

Будуємо епюри поздовжніх сил (рис. 2.3, б) і нормальних напружень (рис. 2.3, в) подібно до прикладів 1 і 2.

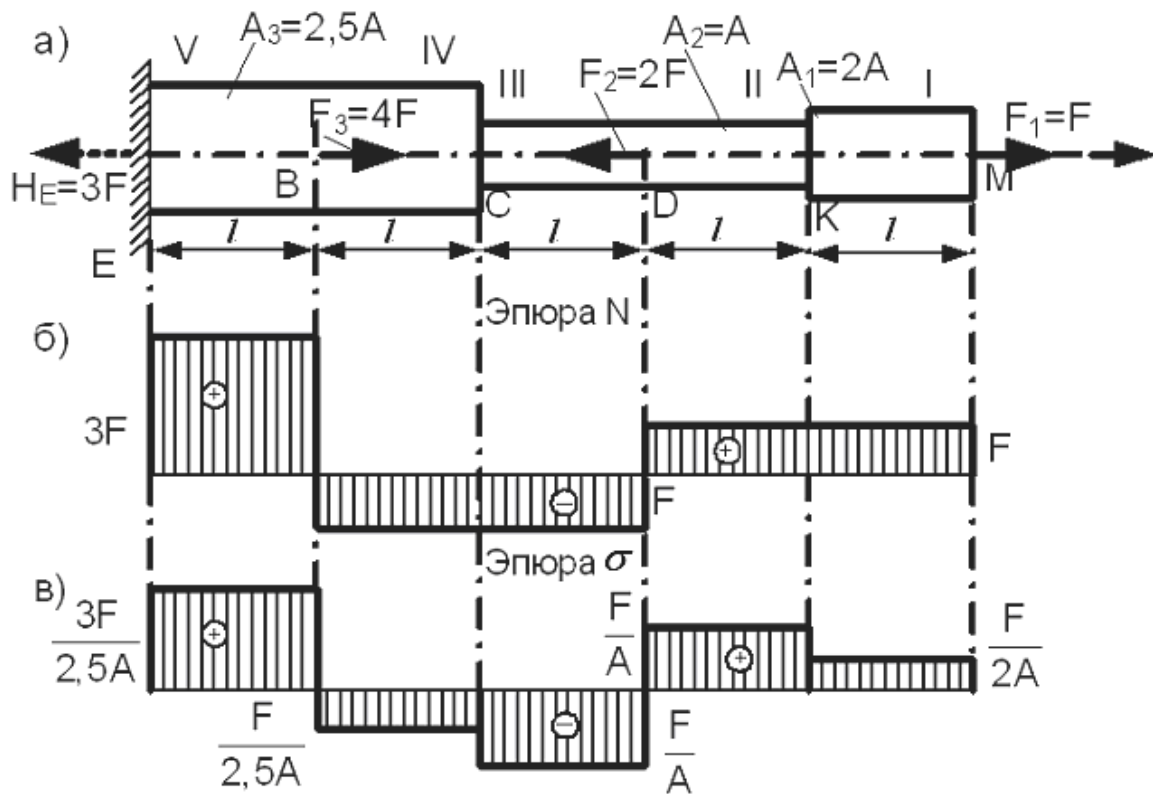


Рисунок 2.3 – Приклад 3

Для визначення зміни (подовження чи вкорочення) довжини стержня користуємося співвідношенням (1.6). Зміну довжини кожної ділянки стержня визначаємо за формулою (1.5)

$$\Delta l_I = \frac{N_I \cdot l_I}{E A_I} = \frac{F \cdot l}{E \cdot 2A}, \quad \Delta l_{II} = \frac{N_{II} \cdot l_{II}}{E A_{II}} = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}, \quad \Delta l_{III} = \frac{N_{III} \cdot l_{III}}{E A_{III}} = \frac{-F \cdot l}{E \cdot A},$$

$$\Delta l_{IV} = \frac{N_{IV} \cdot l_{IV}}{E A_{IV}} = \frac{-F \cdot l}{E \cdot 2,5A}, \quad \Delta l_V = \frac{N_V \cdot l_V}{E A_V} = \frac{3F \cdot l}{E \cdot 2,5A}.$$

Тоді для усього стержня:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 + \Delta l_5 = 1,3 \frac{F \cdot l}{E \cdot A}.$$

Приклад 4

Побудувати епюру нормальних напружень, визначити подовження стержня, перевірити міцність стержня, який зображено на рисунку 15, а, якщо $F_I = 40 \text{ кН}$; $F_{II} = 20 \text{ кН}$; $F_{III} = 70 \text{ кН}$; $l_I = 1,0 \text{ м}$; $l_{II} = 0,8 \text{ м}$; $l_{III} = 0,8 \text{ м}$; $A_{II} = 3 \text{ см}^2$; $A_{III} = 4 \text{ см}^2$; $E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; $[\sigma] = 140 \text{ МПа}$.

Розв'язання

Розбиваємо стержень на ділянки, починаючи з його вільного кінця. Застосовуємо метод перерізів і визначаємо поздовжні сили N у поперечних перерізах на кожній ділянці:

$$N_I = -F_1 = -40 \text{кН}; N_{II} = N_{III} = -F_1 + F_2 = -20 \text{кН};$$

$$N_{IV} = -F_1 + F_2 + F_3 = 50 \text{кН}.$$

Будуємо епюру нормальних напружень (рис. 2.4, б) подібно до прикладу 3.

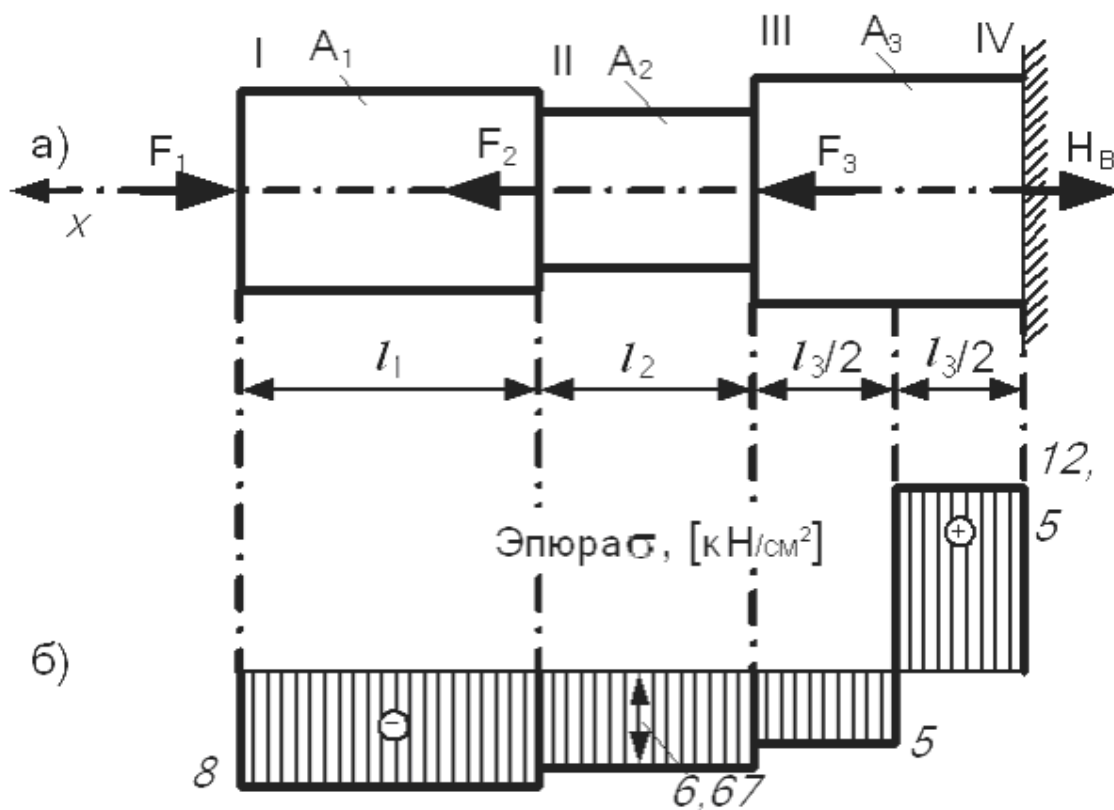


Рисунок 2.4 – Приклад 4

Значення нормальних напружень на кожній ділянці стержня:

$$\sigma_I = \frac{N_I}{A_1} = \frac{-40}{5} = -8 \text{кН / см}^2;$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{-20}{3} = -6,67 \text{кН / см}^2;$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{A^3} = \frac{-20}{4} = -5 \text{кН / см}^2;$$

$$\sigma_{IV} = \frac{N_{IV}}{A_3} = \frac{50}{4} = 12,5 \text{кН / см}^2.$$

Для визначення зміни довжини стержня обчислюємо зміни (подовження чи вкорочення) довжини кожної ділянки стержня. Підставляємо значення сил в кілоньютонах, площ у квадратних сантиметрах, довжину стержня в сантиметрах, припустимі нормальні напруження та модуль пружності в кілоньютонах поділених на квадратні сантиметри.

Враховуємо, що $[\sigma] = 140 \text{ МПа} = 14 \text{ кН} / \text{см}^2$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^4 \text{ кН} / \text{см}^2$:

$$\Delta l_I = \frac{N_I \cdot l_1}{E A_1} = \frac{-40 \cdot 100}{2,0 \cdot 10^4 \cdot 5} = -0,04 \text{ см}; \quad \Delta l_{II} = \frac{N_{II} \cdot l_2}{E A_2} = \frac{-20 \cdot 80}{2,0 \cdot 10^4 \cdot 3} = -0,027 \text{ см};$$

$$\Delta l_{III} = \frac{N_{III} \cdot l_3 / 2}{E A_3} = \frac{-20 \cdot 40}{2,0 \cdot 10^4 \cdot 4} = -0,01 \text{ см};$$

$$\Delta l_{IV} = \frac{N_{IV} \cdot l_3 / 2}{E A_3} = \frac{50 \cdot 40}{2,0 \cdot 10^4 \cdot 4} = 0,025 \text{ см}.$$

Зміна довжини стержня:

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II} + \Delta l_{III} + \Delta l_{IV} = -0,04 - 0,027 - 0,01 + 0,025 = -0,052 \text{ см}$$

Знак мінус вказує, що довжина стержня зменшилася, стержень вкоротився. Для перевірки міцності стержня порівнюємо найбільші нормальні напруження з допустимими нормальними напруженнями ($[\sigma]$):

$$\sigma_{\max} = \sigma_{IV} = 12,5 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} < [\sigma] = 14 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}.$$

Умова міцності (1.3) виконується – стержень міцний.

Приклад 5

Для системи двох шарнірно з'єднаних стержнів, навантажених, як зображено на рисунку 2.5, а, визначити зусилля в стержнях і їх подовження. З умов міцності підібрати перерізи стержнів, якщо $E = 1,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $[\sigma] = 140 \text{ МПа}$, $F = 75 \text{ кН}$, $l = 3 \text{ м}$, $a = 2 \text{ м}$, $h = 1,5 \text{ м}$.

Розв'язання

Вирізаємо вузол А (рис. 16,б) і складаємо два рівняння рівноваги:

$$\Sigma F_x = 0; \quad N_2 \sin \alpha - N_1 = 0, \quad \Sigma F_y = 0; \quad N_2 \cos \alpha - F = 0.$$

$$\text{Звідси } N_2 = \frac{F}{\cos \alpha}; \quad N_1 = N_2 \sin \alpha = \frac{F \sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

Значення тригонометричних функцій визначаємо за схемою з'єднання стержнів:

$$\sin \alpha = \frac{a}{l_2} = \frac{2}{2,5} = 0,8; \quad \cos \alpha = \frac{h}{l_2} = \frac{1,5}{2,5} = 0,6;$$

де $l_2 = \sqrt{a^2 + h^2} = \sqrt{2^2 + 1,5^2} = 2,5 \text{ м}$ - довжина стержня 2.

$$\text{Тоді } N_2 = \frac{75}{0,6} = 125 \text{ кН}, \quad N_1 = \frac{75 \cdot 0,8}{0,6} = 100 \text{ кН}.$$

Додатні значення сил N_1 і N_2 свідчать про те, що стержні 1 і 2 розтягуються.

З умов міцності (1.3) визначаємо потрібну площу поперечного перерізу для кожного стержня:

$$A_1 = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{100}{14} = 7,14 \text{ см}^2; \quad A_2 = \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{125}{14} = 8,93 \text{ см}^2.$$

Нагадаємо, що $[\sigma] = 140 \text{ МПа} = 14 \text{ кН / см}^2$; $E = 1,8 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ кН / см}^2$.

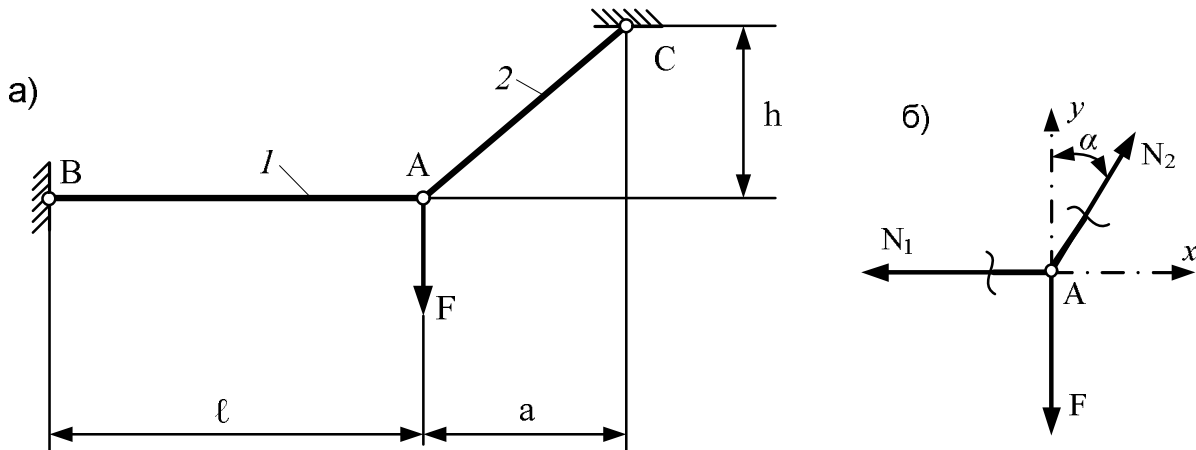


Рисунок 2.5 – Приклад 5

Тепер визначаємо подовження для кожного стержня за формулою (1.5):

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E A_1} = \frac{100 \cdot 200}{1,8 \cdot 10^4 \cdot 7,14} = 0,16 \text{ см}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E A_2} = \frac{125 \cdot 250}{1,8 \cdot 10^4 \cdot 8,93} = 0,19 \text{ см};$$

де довжини стержнів підставлені у сантиметрах:

$$l_1 = l = 2 \text{ м} = 200 \text{ см}; \quad l_2 = 2,5 \text{ м} = 250 \text{ см},$$

а модуль пружності у кілоньютонах розділених на квадратні сантиметри.

2.2 Згин. Балка

Приклад 6

Побудувати епюру внутрішніх зусиль для балки, наведеної на рисунку 2.6, а і визначити максимальні значення внутрішніх зусиль, що діють у балці, якщо $F=40 \text{ кН}$.

Розв'язання

Розрахунок починаємо з визначення опорних реакцій R_A і R_B балки, яка є однопрольотною балкою. У цьому разі використаємо рівняння моментів сил відносно точок А і В балки:

$$\sum M_A = R_B \cdot 6,4 - F \cdot 2,4 = 0; \quad R_B = \frac{F \cdot 2,4}{6,4} = \frac{40 \cdot 2,4}{6,4} = 15 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = -R_A \cdot 6.4 + F \cdot 4 = 0; \quad R_A = \frac{F \cdot 4}{6.4} = \frac{40 \cdot 4}{6.4} = 25 \text{ кН}.$$

Для перевірки візьмемо суму проєкцій сил на вісь у:

$$\sum F_y = R_A - F + R_B = 0, \quad 25 - 40 + 15 = 0, \quad 0 = 0.$$

Реакції R_A і R_B визначено вірно.

Перед побудовою епюр внутрішніх зусиль балку розіб'ємо на ділянки. Межами ділянок повинні бути: точки прикладання зосереджених сил і моментів, а також початок і кінець розподілених навантажень. У нашому прикладі на балці таких ділянок – дві.

У нашому прикладі на балці таких ділянок – дві. Правила визначення внутрішніх зусиль наведені у пункту 1.2.

Спочатку побудуємо епюру поперечних сил, які дорівнюють алгебраїчній сумі проєкцій лівих (правих) сил на нормаль до осі балки.

Для цієї балки потрібно перерізи проводити двічі, на кожній ділянці окремо. Потім розглядати ту частину умовно розрізаної балки, на яку діє менше зовнішніх сил.

Для перерізів на відстані x_1 від правого кінця і x_2 від лівого кінця балки маємо:

при $0 < x_1 < 4 \text{ м}$

$$Q'(x_1) = -R_B = -15 \text{ кН};$$

при $0 < x_2 < 2,4 \text{ м}$

$$Q'(x_2) = R_A = 25 \text{ кН}.$$

За одержаними значеннями на рисунку 2.6, б побудовано епюру поперечних сили Q .

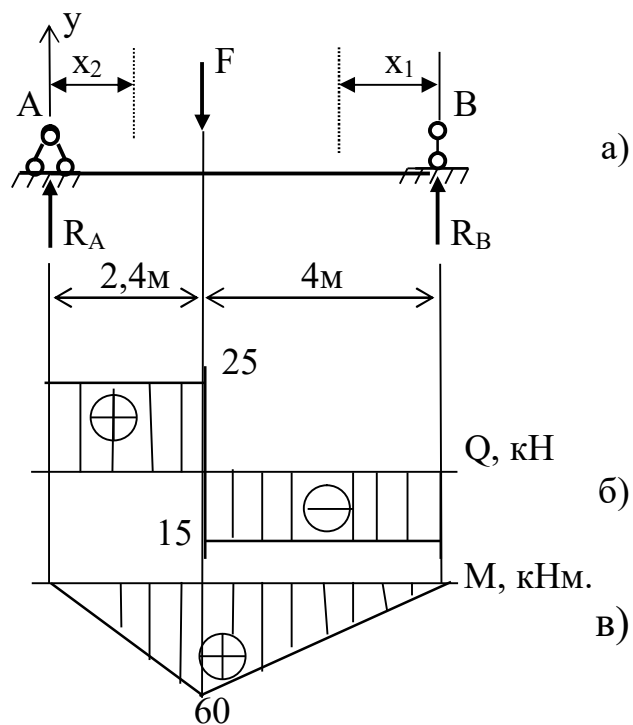


Рисунок 2.6 – Приклад 6

Побудуємо далі епюру згинаючих моментів. При цьому користуємось правилами визначення згинаючих моментів, наведені у п. 1.2.

Для прийнятих перерізів балки буде:

при $0 < x_1 < 4 \text{ м}$

$$M'(x_1) = R_B \cdot x_1 = 15x_1;$$

$$M'(x_1 = 0) = 0; \quad M'(x_1 = 4) = 15 \cdot 4 = 60 \text{ кНм};$$

при $0 < x_2 < 2.4 \text{ м}$

$$M'(x_2) = R_A \cdot x_2 = 25x_2;$$

$$M'(x_2 = 0) = 0; \quad M'(x_2 = 2,4) = 25 \cdot 2,4 = 60 \text{ кНм}.$$

На кожний з ділянок залежності $M(x_1)$ і $M(x_2)$ є лінійними. Тому з'єднаємо отримані точки прямими та побудуємо епюру. Її наведено на рисунку 2.6, в.

Максимальні значення поперечної сили і згинаючого моменту: $Q_{\max} = 25$ кН, $M_{\max} = 60$ кНм.

Приклад 7

Підібрати двотавровий переріз сталевий балки, наведеної на рисунку 2.7, а з умови міцності. Допустимі напруження вважати рівними $[\sigma] = 16$ кН/см², а зовнішні сили $F_1 = 15$ кН, $F_2 = 25$ кН.

Розв'язання

Для побудови епюр поперечної сили Q і згинального моменту M визначимо реакції опір в точках А і В балки, яка є однопрольотною з двома консолями.

Для визначення опорних реакцій використовуємо рівняння моментів сил відносно точок А і В:

$$\begin{aligned} \sum M_A &= F_1 \cdot 0.8 - q \cdot 4.6 \cdot 5.3 + R_B \cdot 6 - F_2 \cdot 7.6 = 0; \\ R_B &= \frac{-F_1 \cdot 0.8 + q \cdot 24.38 + F_2 \cdot 7.6}{6} = \frac{-15 \cdot 0.8 + 20 \cdot 24.38 + 25 \cdot 7.6}{6} = 110.93 \text{ кН}; \\ \sum M_B &= F_1 \cdot 6.8 - R_A \cdot 6 + q \cdot 4.6 \cdot 0.7 - F_2 \cdot 1.6 = 0; \\ R_A &= \frac{F_1 \cdot 6.8 + q \cdot 3.22 - F_2 \cdot 1.6}{6} = \frac{15 \cdot 6.8 + 20 \cdot 3.22 - 25 \cdot 1.6}{6} = 21.07 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Для перевірки складемо рівняння сил у напрямку осі у:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= -F_2 + R_B - q \cdot 4.6 + R_A - F_1 = 0, \\ -15 + 21.07 - 20 \cdot 4.6 + 110.93 - 25 &= 0, \quad 0 = 0. \end{aligned}$$

З останньої тотожності випливає, що опорні реакції визначено вірно.

Перед побудовою епюр внутрішніх зусиль балку розбиваємо на ділянки. У цьому прикладі на балці таких ділянок чотири. У довільному місці кожної з цих ділянок проведемо перерізи.

Спочатку побудуємо епюру поперечних сил.

Для перерізу на першій ділянці будемо визначати зусилля через ліві сили. Тому позначимо відстань до перерізу від лівого кінця ділянки. Отже, при

$$0 \leq x_1 \leq 0.8 \text{ м маємо} \quad Q(x_1) = -F_1 = -15 \text{ кН}.$$

Аналогічно на другій та третій ділянках:

$$\begin{aligned} 0 \leq x_2 \leq 3 \text{ м} \quad Q(x_2) &= -F_1 + R_B = -15 + 21.07 = 6.07 \text{ кН}; \\ 0 \leq x_3 \leq 3 \text{ м} \quad Q(x_3) &= -F_1 + R_B - qx_3 = -15 + 21.07 - 20x_3 = 6.07 - 20x_3, \\ Q(x_3 = 0) &= 6.07 \text{ кН}, \quad Q(x_3 = 3) = 6.07 - 20 \cdot 3 = 53.93 \text{ кН}; \end{aligned}$$

На четвертій ділянці зручніше розглядати праві сили:

$$0 \leq x_4 \leq 1,6 \text{ м} \quad Q'(x_4) = F_2 + qx_4 = 25 + 20x_4 = 25 + 20x_4,$$

$$Q'(x_4 = 0) = 25 \text{ кН}, \quad Q'(x_4 = 1,6) = 25 + 20 \times 1,6 = 57 \text{ кН}.$$

За одержаними даними будуємо епюру Q (рис. 2.7, б).

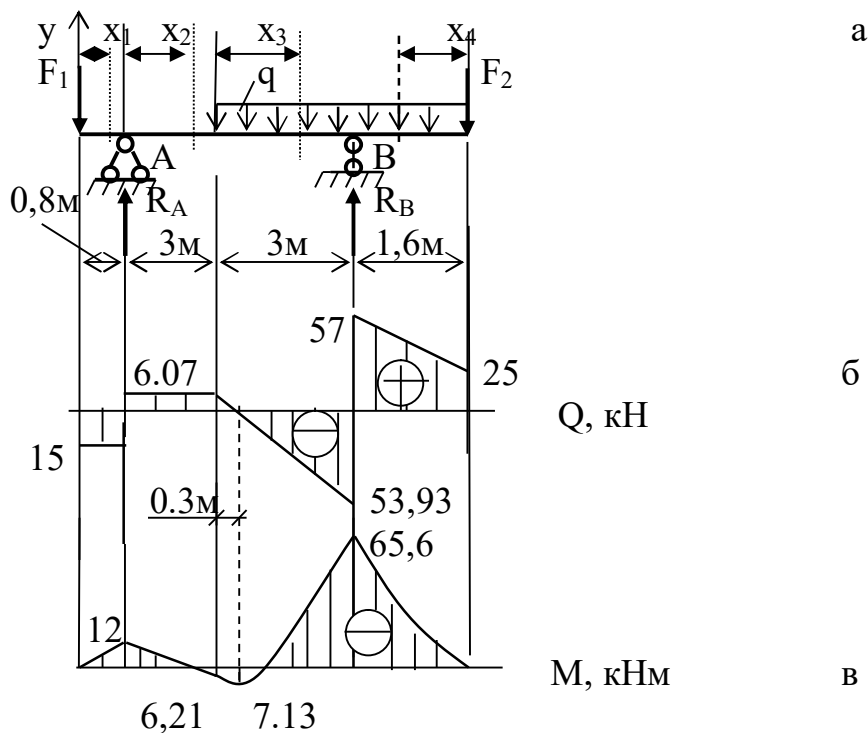


Рисунок 18 – Приклад 7

Далі будуємо епюру згинаючих моментів. Для наведених перерізів буде:

для $0 \leq x_1 \leq 0,8 \text{ м}$ $M'(x_1) = -F_1 \cdot x_1 = -15x_1$ (залежність лінійна),
 $M'(x_1 = 0) = 0$, $M'(x_1 = 0,8) = -15 \times 0,8 = -12 \text{ кН} \cdot \text{м}$;

для $0 \leq x_2 \leq 3 \text{ м}$ $M'(x_2) = -F_1'x_2 + 0,8) + R_Bx_2 = -15'(x_2 + 0,8) + 21,07x_2 =$
 $= 6,07x_2 - 12$ (залежність лінійна),
 $M'(x_2 = 0) = -12 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $M'(x_2 = 3) = 6,07 \cdot 3 - 12 = 6,21 \text{ кН} \cdot \text{м}$;

для $0 \leq x_3 \leq 3 \text{ м}$ $M'(x_3) = -F_1'x_3 + 3,8) + R_B'(3 + x_3) - q \frac{x_3^2}{2} =$
 $= -15'(x_3 + 3,8) + 21,07'(3 + x_3) - 20 \frac{x_3^2}{2} =$
 $= 6,21 + 6,07x_3 - 10x_3^2$ (залежність квадратна),
 $M'(x_3 = 0) = 6,21 \text{ кН} \cdot \text{м}$,
 $M'(x_3 = 3) = 6,21 + 6,07 \times 3 - 10 \cdot 9 = -65,58 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

для $0 \leq x_4 \leq 1,6 \text{ м}$ $M'(x_4) = -F_2 \cdot x_4 - q \frac{x_4^2}{2} = -25x_4 - 20 \frac{x_4^2}{2} =$
 $-25x_4 - 10x_4^2$ (залежність квадратна),

$$M'(x_4 = 0) = 0, \quad M'(x_4 = 1,6) = -25 \cdot 1,6 - 10 \cdot 1,6^2 = \\ = -65,6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Щоб побудувати епюру $M'(x_3)$ на ділянці з розподіленим навантаженням, потрібно побудувати криву – другого порядку параболу. Для цього необхідно не менше трьох точок для $M'(x_3)$. Дві з їх вже визначено: $M'(x_3 = 0) = 6,21 \text{ кН}\cdot\text{м}$ і $M'(x_3 = 3) = -65,58 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Третє значення M визначимо для перерізу з координатою x_3^* , у якому поперечна сила дорівнює нулю:

$$Q'(x_3^*) = 6,07 - 20x_3^* = 0.$$

Звідси: $x_3^* = 6,07/20 = 0,3 \text{ м}$. Тоді:

$$M'(x_3^* = 0,3) = 6,21 + 6,07 \times 0,3 - 10 \times 0,3^2 = 7,13 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

На ділянці $0 \leq x_3 \leq 3 \text{ м}$ друга похідна $d^2M/dx_3^2 = -20$, тобто від'ємна, тому в перерізі x_3 маємо найменше значення згинального моменту на ділянці.

Для четвертої ділянки епюра $M'(x_4)$ також криволінійна. Тому на цій ділянці знову визначимо значення моменту $M'(x_4)$ у трьох точках. Поперечна сила на ділянці не має значення $Q = 0$, тому третю точку приймемо довільно, наприклад $x_4 = 1$:

$$(M'(x_4 = 1) = -25 \times 1 - 10 \times 1^2 = -35 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Епюра M наведена на рисунку 2.7, в.

Підберемо далі переріз балки. Найбільший за модулем згинальний момент виникає у перерізі на опорі В: $M_{\max} = 65,6 \text{ кНм} = 6\,560 \text{ кНсм}$. З умови міцності при згині (1.12):

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{6560}{16} = 410 \text{ см}^3.$$

За сортаментом ДСТУ 8239-89 (див. дод.) приймаємо двотавр № 30, для якого момент опору згину $W = 472 \text{ см}^3$.

Приклад 8

Схема навантаження та розміри балки наведені на рисунку 2.8, а. Необхідно підібрати поперечний переріз сталевий балки двотаврового, прямокутного та круглого перерізів при $[\sigma] = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$, а також балки з деревини прямокутного перерізу при $[\sigma] = 1 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$.

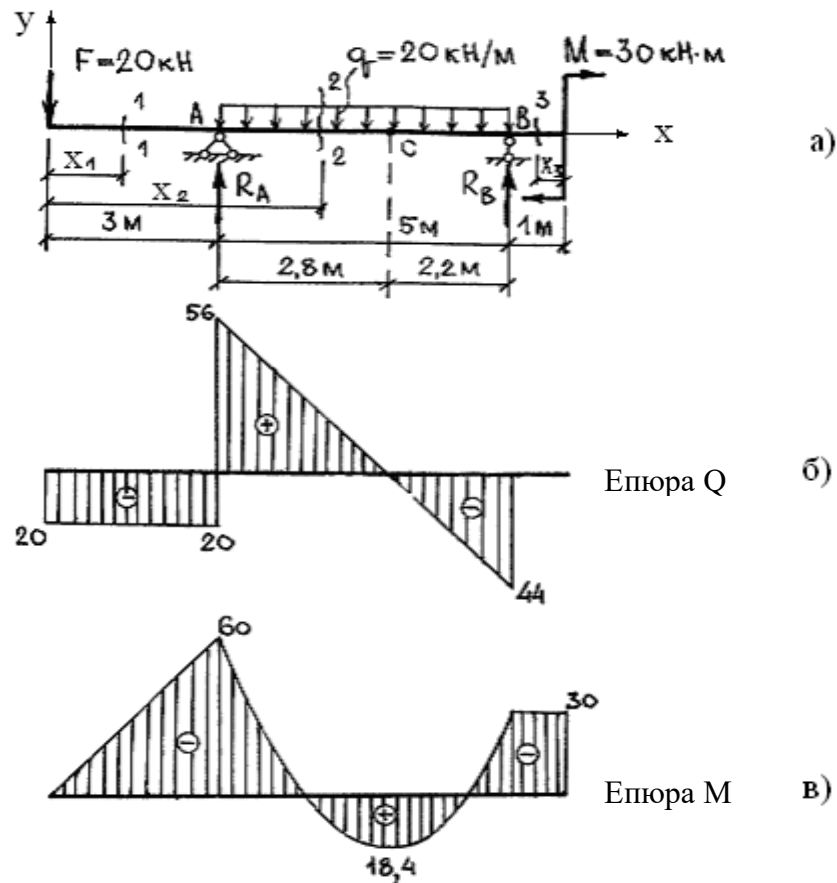


Рисунок 2.8 – Приклад 8

Розв'язання

Визначимо опорні реакції балки в точках А і В:

$$\sum M_A = F \cdot 3.0 - q \cdot 5.0 \cdot 2.5 - M + R_B \cdot 5.0 = 0,$$

$$R_B = \frac{-20 \cdot 3.0 + 20 \cdot 5.0 \cdot 2.5 + 30}{5.0} = 44 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = F \cdot 8.0 - R_A \cdot 5.0 + q \cdot 5.0 \cdot 2.5 - M = 0,$$

$$R_A = \frac{20 \cdot 8.0 + 20 \cdot 5.0 \cdot 2.5 - 30}{5.0} = 76 \text{ кН.}$$

Для перевірки складемо рівняння $\sum F_y = 0$,

$$-F + R_A - q \cdot 5.0 + R_B = -20 + 76 - 20 \cdot 5.0 + 44 = 0,$$

отже опорні реакції знайдені вірно.

Для визначення внутрішніх силових факторів Q і M розбиваємо балку на три ділянки з координатами x_1 , x_2 , x_3 і розглядаємо перерізи 1–1, 2–2, 3–3 на них. Відкидаємо праві частини балки для перерізів 1–1 і 2–2 (ліву – для перерізу 3–3) і розглядаємо рівновагу лівої (правої) частини цих балок.

Переріз 1–1, $0 < x_1 < 3,0$ м.

Розглядаючи рівновагу лівої частини балки отримуємо:

$$Q(x_1) = -F = -20 \text{ кН.}$$

Із одержаного розв'язання можна дійти висновку, що поперечна сила на цій ділянці є постійною, тому її графічне зображення буде прямою лінією, паралельною осі x . Будуємо епюру $Q(x_1)$.

Згинальні моменти на ділянці одержимо, взявши суму моментів лівих сил відносно перерізу 1–1:

$$M(x_1) = -F \cdot x_1 \text{ (залежність лінійна)}.$$

Відповідну епюру одержимо за значеннями моментів у двох точках:

при $x_1 = 0$ $M(x_1 = 0) = 0$;

при $x_1 = 3,0 \text{ м}$ $M(x_1 = 3,0) = -20 \cdot 3,0 = -60 \text{ кНм}$

Будуємо епюру $M(x_1)$.

Переріз 2–2 $3,0 \text{ м} < x_2 < 8,0 \text{ м}$.

Поперечна сила на цій ділянці описується рівнянням

$$Q(x_2) = -F + R_A - q(x_2 - 3,0),$$

і змінюється за лінійним законом:

при $x_2 = 3,0 \text{ м}$ $Q(x_2) = -F + R_A = -20 + 76 = 56 \text{ кН}$;

при $x_2 = 8,0 \text{ м}$ $Q(x_2) = -F + R_A - q \cdot 5,0 = -20 + 76 - 20 \cdot 5,0 = -44 \text{ кН}$.

Будуємо епюру $Q(x_2)$.

Згинаючий момент на ділянці виражається так:

$$M(x_2) = -F \cdot x_2 + R_A(x_2 - 3,0) - q \frac{(x_2 - 3,0)^2}{2} \text{ (квадратична парабола)}$$

при $x_2 = 3,0 \text{ м}$ $M(x_2) = -F \cdot 3,0 = -20 \cdot 3,0 = -60 \text{ кНм}$.

при $x_2 = 8,0 \text{ м}$ $M(x_2) = -F \cdot x_2 + R_A \cdot 5,0 - q \frac{5,0^2}{2} =$
 $= -20 \cdot 8,0 + 76 \cdot 5,0 - \frac{5,0^2}{2} = -30 \text{ кНм}$.

Максимальний згинаючий момент знаходиться в перерізі, де поперечна сила $Q(x_2) = 0$. Виходячи з цього, одержуємо додаткову точку:

$$Q(x_2^*) = -F + R_A - q(x_2 - 3,0) = -20 + 76 - 20(x_2 - 3,0) = 0, \quad x_2 = 5,8 \text{ м.}$$

$$M(x_2^* = 5.8) = -F \cdot x_2 + R_A (x_2 - 3,0) - q \frac{(x_2 - 3,0)^2}{2} =$$

Звідси

$$-20 \cdot 5.8 + 76(5.8 - 3,0) - 20 \frac{(5.8 - 3,0)^2}{2} = 18.4 \text{ кНмм.}$$

Переріз 3-3, $0 < x_3 < 1,0$ м:

поперечна сила $Q(x_3) = 0;$
згинальний момент $M(x_3) = -M = -30 \text{ кНм}$

Будуємо епюри $Q(x_3)$ і $M(x_3)$.

Поперечні перерізи балки підбираємо за максимальним за модулем значенням згинального моменту, яке дорівнює 60 кНм.

Для сталеві балки

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{6000}{16} = 375 \text{ см}^3.$$

За сортаментом ДСТУ 8239-89 (див. дод. А) обираємо двотавр № 27 а, для якого $W = 407 \text{ см}^3$. Площа перерізу становить $A_1 = 43,2 \text{ см}^2$

Задаючись співвідношення розмірів прямокутного перерізу $h = 2b$, одержимо вираз для його моменту опору:

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{h/2 \cdot h^2}{6} = \frac{h^3}{12},$$

Звідки маємо: $\frac{h^3}{12} \geq 375$, $h \geq \sqrt[3]{12 \cdot 375} = 60,1 \text{ см}$, $b = h/2 = 60,1 / 2 = 30,1 \text{ см}$.

Площа прямокутного сталеві перерізу $A_2 = hb = 60,1 \times 30,1 = 1809 \text{ см}^2$.

Для сталеві балки круглого перерізу $W = \frac{\pi d^3}{32}$, отже: $\frac{\pi d^3}{32} \geq 375$,

$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 375}{3,14}} = 15,6 \text{ см}$. Відповідна площа перерізу

$$A_3 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 15,6^2}{4} = 191,0.$$

Для дерев'яної балки:

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{6000}{1} = 6 \cdot 10^3 \text{ см}^3.$$

При $h = 2b$, маємо:

$$\frac{h^3}{12} \geq 6 \cdot 10^3, \quad h \geq \sqrt[3]{12 \cdot 6 \cdot 10^3} = 41,6 \text{ см}, \quad b = h/2 = 41,6/2 = 20,8 \text{ см}.$$

Площа прямокутного сталеві перерізу $A_4 = hb = 2h^2 = 2 \times 20,8^2 = 865 \text{ см}^2$.

Наведені розрахунки свідчать про те, що найбільш економічним перерізом при згині є двотавровий. Дійсно, для нього $A_1 = 43,2 \text{ см}^2 > A_2 > A_3$.

2.3 Ферма

Приклад 9

Визначити зусилля у стержнях ферми, наведеної на рисунку 2.9, від заданого навантаження: $F_1 = F_4 = 6\text{кН}$; $F_2 = F_3 = 12\text{кН}$.

Розв'язання

Пронумеруємо вузли та стержні ферми. Першим призначаємо вузол на шарнірно нерухомій опорі, другим – вузол на шарнірно рухомій. Інші вузли нумеруємо у довільній – бажано логічній – послідовності.

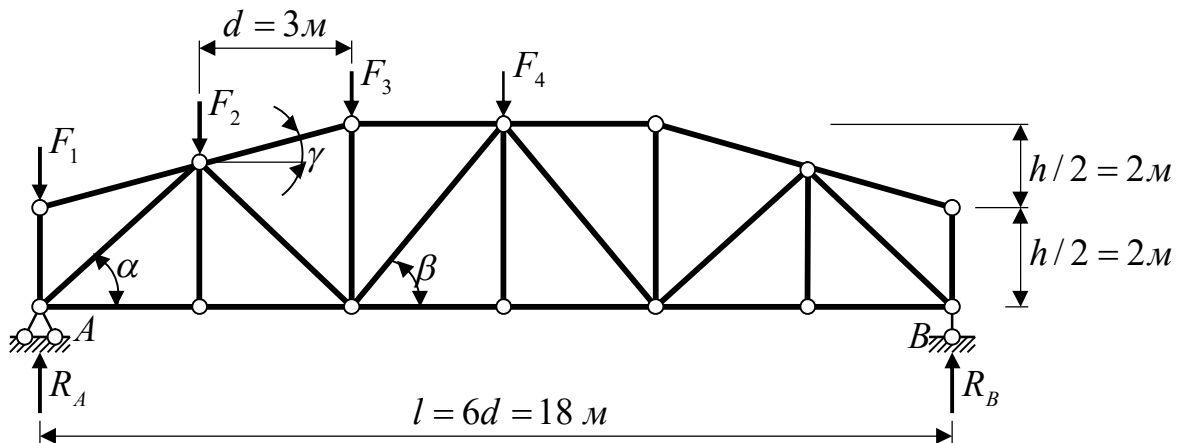


Рисунок 2.9 – Ферма

Така нумерація пов'язана з подальшим розрахунком на комп'ютері. Стержні ферми нумеруємо в будь-якій послідовності. Номери стержнів на рисунку 2.10 наведені в колах.

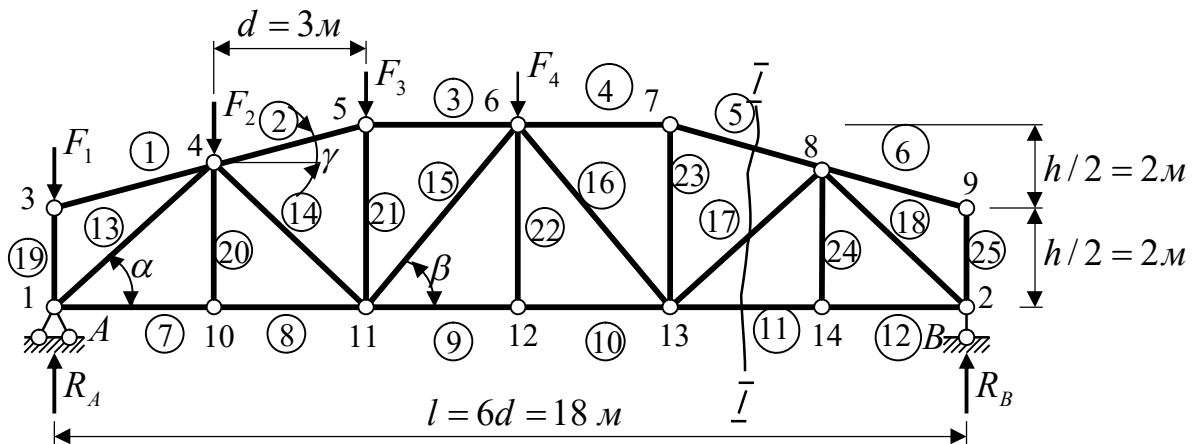


Рисунок 2.10 – Зусилля в стержнях

Визначимо реакції опор:

$$\begin{aligned}\sum M_A &= -F_2 d - F_3 \cdot 2d - F_4 \cdot 3d + R_B \cdot 6d = 0; \\ R_B &= \frac{F_2 d + F_3 \cdot 2d + F_4 \cdot 3d}{6d} = \frac{12 \cdot 3 + 12 \cdot 2 \cdot 3 + 6 \cdot 3 \cdot 3}{6 \cdot 3} = 9; \\ \sum M_B &= F_1 \cdot 6d + F_2 \cdot 5d + F_3 \cdot 4d + F_4 \cdot 3d - R_A \cdot 6d = 0; \\ R_A &= \frac{F_1 \cdot 6 \cdot d + F_2 \cdot 5d + F_3 \cdot 4d + F_4 \cdot 3d}{6d} = \\ &= \frac{6 \cdot 6 \cdot 3 + 12 \cdot 5 \cdot 3 + 12 \cdot 4 \cdot 3 + 6 \cdot 3 \cdot 3}{6 \cdot 3} = 27;\end{aligned}$$

перевірка: $\sum y = R_A + R_B - F_1 - F_2 - F_3 - F_4 = 27 + 9 - 6 - 12 - 12 - 6 = 0$.

Далі виконуємо розрахунок на комп'ютері. Алгоритм розрахунку реалізовано у файлі «Ферма ст. визн.xls». Відкривши цей файл за допомогою програми MS Excel пакету MS Office або OpenOffice.org Calc пакету OpenOffice.org, одержуємо на екрані монітора таблицю. У верхній частині таблиці (рис. 2.11) наводиться інформація про розташування стержнів у фермі: кожен рядок відповідає окремому стержню. Для кожного стержня у цьому рядку необхідно поставити -1 у стовпчику, що відповідає вузлу на початку стержня (вузол з меншим номером), і 1 у стовпчику, що відповідає вузлу на кінці стержня (вузол з більшим номером). Так, перший стержень розташований між вузлами 3 та 4, отже у комірку D3 заносимо значення -1 , а у комірку E3 заносимо 1 . У інших стовпчиках для стержня необхідно поставити значення 0 . Нижче вводяться координати x та y вузлів ферми. Наприклад, вузол 6 має координати $x = 9$ м; $y = 4$ м, отже, у комірку G30 заносимо значення 9 , а у комірку G31 значення 4 . Ще нижче необхідно ввести вузлові навантаження F_x та F_y . Наприклад, у четвертому вузлі прикладена спрямована донизу сила $F_2 = 12$, отже у комірку E33 заносимо 0 , а у комірку E34 значення -12 . При цьому реакції опор не приймаються до уваги. Програма формує і розв'язує рівняння рівноваги вузлів. Після введення останнього висхідного даного у комірках Q3-Q27 наводяться результати розрахунку – зусилля у стержнях ферми. Так, $N_{13} = -29,6985$, $N_{20} = 0$.

Варто на увазі:

1) програма «Ферма ст. визн.xls» розрахована на розрахунок балочних ферм, що мають максимальну кількість стержнів 25 та максимальну кількість вузлів 14;

2) якщо кількість стержнів менша, ніж 25, для інших стержнів та вузлів необхідно ввести усі значення 0 .

Перевіримо рівновагу опорних вузлів ферми. Обчислюємо тригонометричні функції кута нахилу стержнів 13 та 18:

з трикутника 1-4-10 маємо: $\alpha = 45^\circ$; $\sin \alpha = \cos \alpha = 0,707$.

Вузол 1 (рис. 2.12, а).

$$\sum X = N_7 + N_{13} \cos \alpha = 0; 21,0 - 29,7 \cdot 0,707 = 0;$$

$$\sum Y = R_A + N_{19} + N_{13} \sin \alpha = 0; 27 - 6 - 29,7 \cdot 0,707 = 0.$$

Стержні	Вузли														Розв'язання
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
1	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$N_1 = 0,00$
2	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$N_2 = 23,72$
3	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	$N_3 = 22,50$
4	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	$N_4 = 13,50$
5	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	$N_5 = 14,23$
6	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	$N_6 = 0,00$
7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	$N_7 = 21,00$
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	$N_8 = 21,00$
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	$N_9 = 20,25$
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	$N_{10} = 20,25$
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	$N_{11} = 9,00$
12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	$N_{12} = 9,00$
13	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$N_{13} = 29,70$
14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	$N_{14} = 2,12$
15	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	$N_{15} = 3,75$
16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	$N_{16} = 11,25$
17	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	$N_{17} = 6,36$
18	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	$N_{18} = 12,73$
19	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$N_{19} = 6,00$
20	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	$N_{20} = 0,00$
21	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	$N_{21} = 4,50$
22	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	$N_{22} = 0,00$
23	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	$N_{23} = 4,50$
24	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	$N_{24} = 0,00$
25	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	$N_{25} = 0,00$

Координати вузлів		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
x		0	18	0	3	6	9	12	15	18	3	6	9	12	15
y		0	0	2	3	4	4	4	3	2	0	0	0	0	0

Навантаження		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
F_x		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F_y		0	0	-6	2	2	-6	0	0	0	0	0	0	0	0

Рисунок 2.11 – Екран монітора



Рисунок 2.12 – Опорні вузли

Вузол 2 (рис. 2.12, б).

$$\sum x = -N_{18} \cos \alpha - N_{12} = 12,73 \cdot 0,707 - 9 = 0;$$

$$\sum y = R_B + N_{18} \cdot \sin \alpha + N_{25} = 9 - 12,73 \cdot 0,707 + 0 = 0.$$

Вузли перебувають у рівновазі.

3 ВИХІДНІ ДАНІ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО КОНТРОЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

Вихідні дані до завдання необхідно взяти з таблиць 3.1–3.4 та рисунків 3.1–3.4 за вказівками викладача.

Для виконання *задачі 1* необхідно скористатися схемою стержня з рисунку 3.1 і числовими даними таблиці 3.1. У задачі необхідно: побудувати епюри поздовжніх сил та нормальних напружень; визначити подовження стержня, перевірити міцність стержня.

Для виконання *задачі 2* необхідно розглянути систему на рисунку 3.2 з числовими даними таблиці 3.2. У задачі потрібно: визначити зусилля в стержнях, підібрати перерізи стержнів з умов міцності, визначити подовження стержнів.

Для виконання *задачі 3* необхідно розглянути систему на рисунку 3.3 з числовими даними таблиці 3.3. У задачі потрібно: побудувати епюру поперечних сил і згинаючих моментів, підібрати двотавровий переріз балки, вважаючи, що вона виготовлена зі сталі і має $[\sigma] = 16 \text{ кН/см}^2$.

Для виконання *задачі 4* необхідно розглянути систему на рисунку 3.4 з числовими даними таблиці 3.4. У задачі потрібно визначити зусилля у стержнях.

Таблиця 3.1 – Вихідні дані до завдання 1

Перша цифра шифру	ℓ_1 м	ℓ_2 м	ℓ_3 м	A_1 , см ²	A_2 , см ²	A_3 , см ²	Друга цифра шифру	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	$E \cdot 10^5$ МПа	Третя цифра шифру	№ схеми
1	1,1	0,9	0,7	3	4	2	1	11	62	10	2	1	1
2	1,2	0,8	1,5	5	3	4	2	12	32	18	1,8	2	2
3	1,3	0,6	0,9	5	3	4	3	13	40	10	1,5	3	3
4	1,4	1,2	0,8	6	4	2	4	14	60	20	1,1	4	4
5	1,5	1,3	1,1	1	3	5	5	15	25	10	2,1	5	5
6	1,6	0,9	0,6	3	4	2	6	16	20	20	1,4	6	6
7	1,7	0,8	0,9	2	5	3	7	17	70	38	2	7	7
8	1,8	0,8	1,5	4	3	5	8	18	22	80	2	8	8
9	1,9	1,5	0,9	5	3	4	9	19	60	18	1,5	9	9
0	2,0	1,0	1,3	6	4	2	0	20	25	20	1,1	0	10

Таблиця 3.2 – Вихідні дані до завдання 2

Перша цифра шифру	ℓ , м	h, м	a, м	α°	Друга цифра шифру	F, кН	$E \cdot 10^5$ МПа	Третя цифра шифру	№ схеми
1	1,1	3	2	30	1	60	1,5	1	1
2	1,2	2	3	30	2	40	2,1	2	2
3	1,3	3	4	45	3	120	1,6	3	3
4	1,4	1	1	30	4	80	2	4	4
5	1,5	3	5	45	5	60	1,8	5	5
6	1,6	2	2	45	6	40	1,2	6	6
7	1,7	3	3	45	7	120	1,5	7	7
8	1,8	2	4	30	8	80	2,1	8	8
9	1,9	3	1	45	9	90	1,6	9	9
0	2,0	1	5	30	0	40	2	0	10

Таблиця 3.3 – Вихідні дані до завдання 3

Перша цифра шифру	a, м	b, м	c, м	ℓ , м	Друга цифра шифру	F, кН	M, кН·м	q, кН/м	Третя цифра шифру	№ схеми
1	1,1	2,5	2,0	6,5	1	11	25	10	1	1
2	1,2	1,5	2,5	7,5	2	12	20	15	2	2
3	1,3	2,0	1,5	8,0	3	13	30	20	3	3
4	1,4	3,5	1,0	9,5	4	14	10	25	4	4
5	1,5	1,5	1,5	7,5	5	15	25	30	5	5
6	1,6	3,0	1,5	8,5	6	16	20	10	6	6
7	1,7	4,0	2,0	9,5	7	17	70	15	7	7
8	1,8	1,0	1,0	6,0	8	18	25	20	8	8
9	1,9	2,0	1,0	7,0	9	19	65	25	9	9
0	2,0	4,5	2,0	9,0	0	20	25	30	0	10

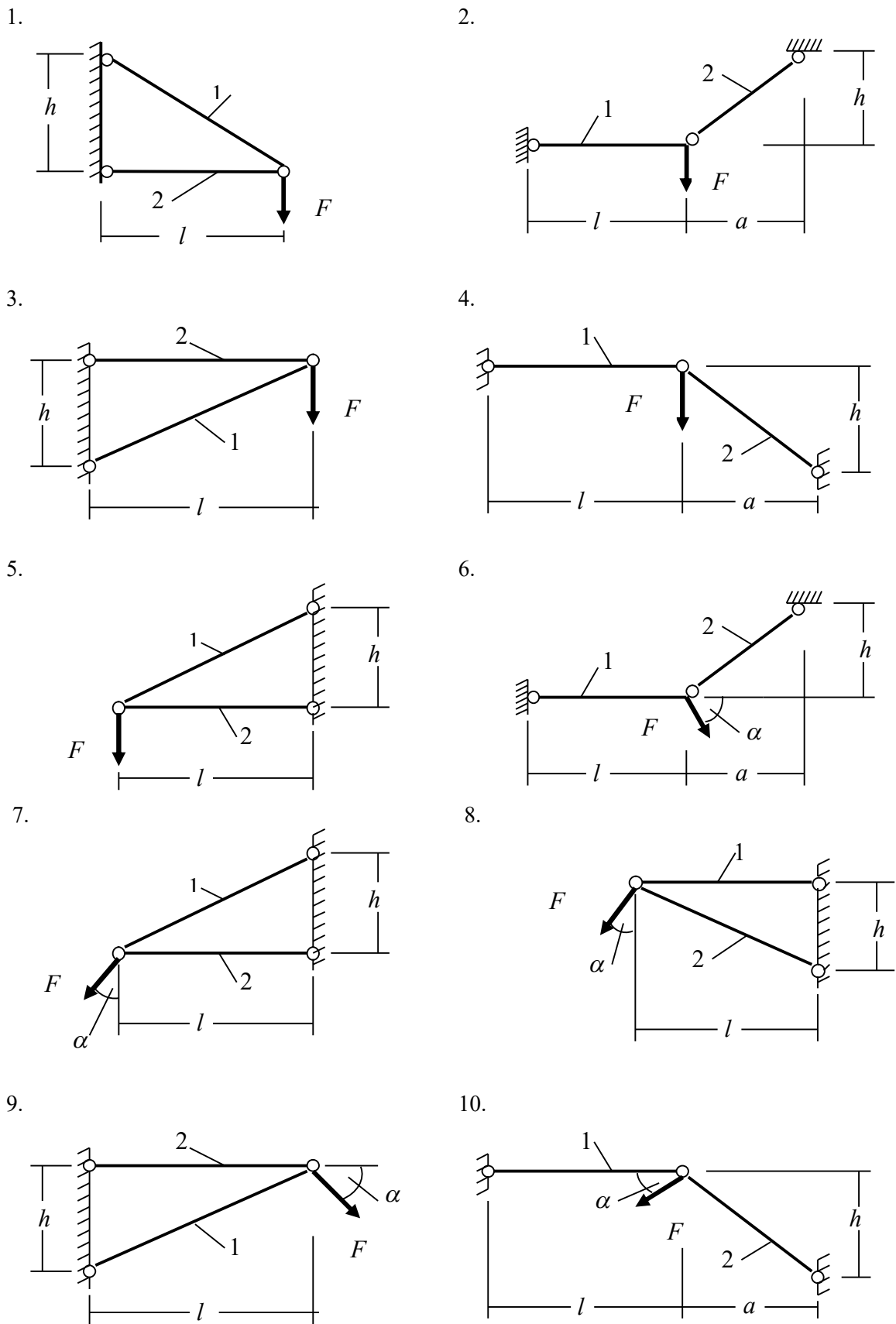


Рисунок 3.2 – Схеми до завдання 2

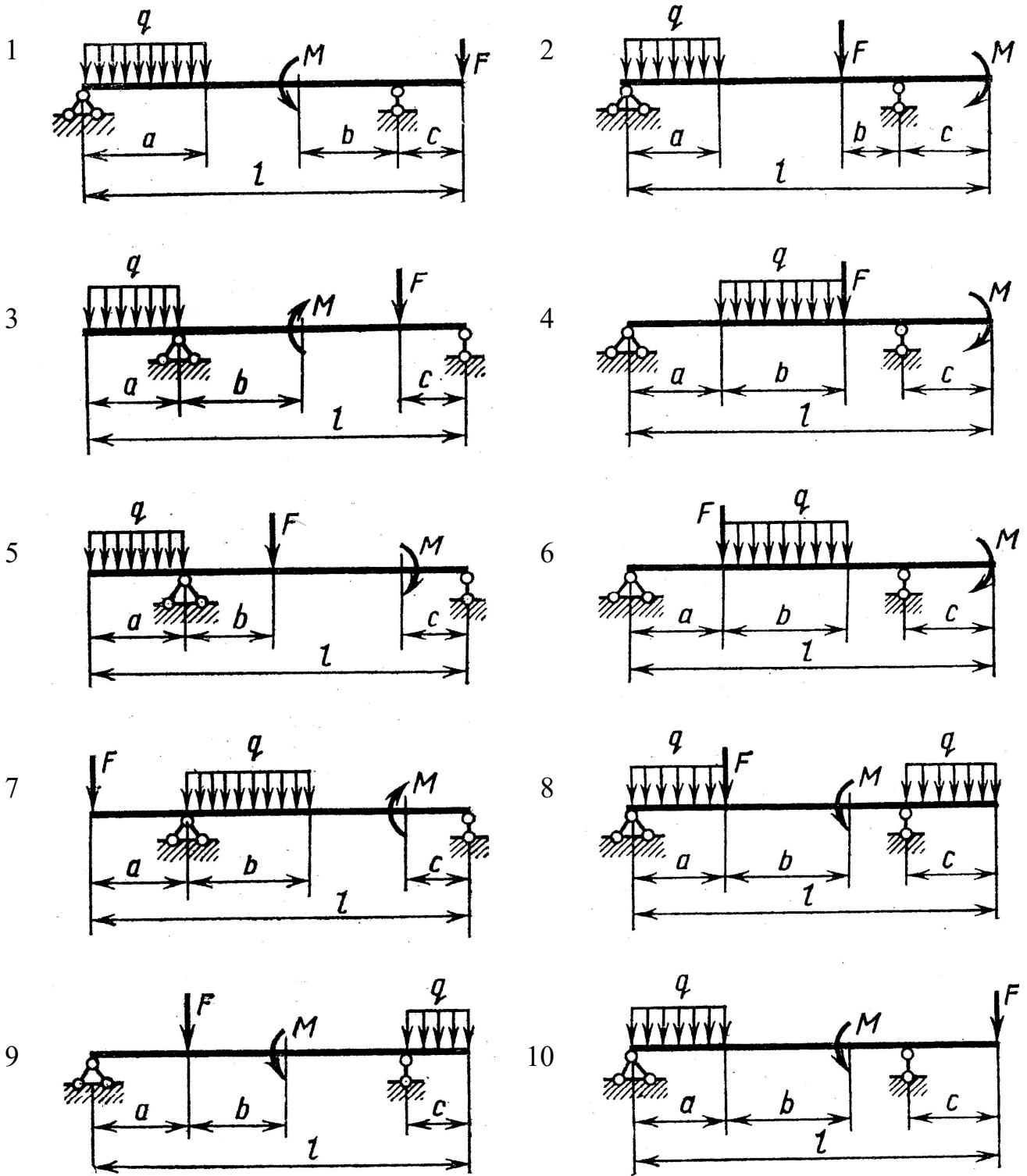


Рисунок 3.3— Схеми до завдання 3

Таблиця 3.4 – Вихідні дані до завдання 4

Перша цифра шифру	l , м	F_1 кН	Друга цифра шифру	F_2 , кН	F_3 , кН	F_4 кН	Третя цифра шифру	№ схеми	h , м
1	21	20	1	11	25	10	1	1	4
2	18	15	2	12	20	15	2	2	3
3	30	35	3	13	30	20	3	3	6
4	15	40	4	14	10	25	4	4	4
5	21	25	5	15	25	30	5	5	5
6	24	15	6	16	20	10	6	6	6
7	20	10	7	17	70	15	7	7	3
8	22	40	8	18	25	20	8	8	4,5
9	26	25	9	19	65	25	9	9	5
0	28	15	0	20	25	30	0	0	6

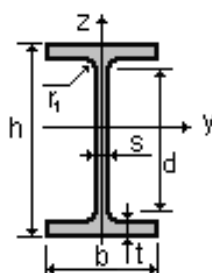
Рисунок 3.4– Схеми до завдання 4

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Шутенко Л. Н. Основы теории упругости и пластичности. Учебное пособие для студентов строительных специальностей / Л. Н. Шутенко, Н. А. Засядько, А. А. Чупрынин. – Харьков : ХНАГХ, 2007. – 135 с.
2. Засядько М. А. Конспект лекцій з дисципліни «Основи теорії споруд» (для студентів денної форми навчання бакалаврів за напрямом 6.060102 - Архітектура) / М. А. Засядько, О. М. Кузнєцов, О. О. Чупринін ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ, 2014. – 91 с.
3. Опір матеріалів. Частина 1. Опір матеріалів стержневих елементів конструкцій при базових навантаженнях : конспект лекцій для студентів 1–2 курсів денної та заочної форм навчання за спеціальностями 192 – Будівництво та цивільна інженерія, 185 – Нафтогазова інженерія та технології / В. П. Шпачук, О. О. Чупринін, Н. В. Серєда, В. О. Склярєв; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2019. – 115 с.
4. Шпачук В. П. Опір матеріалів. Частина 2. Опір матеріалів стержневих елементів конструкцій при складних навантаженнях : Конспект лекцій з дисциплін «Опір матеріалів», «Опір матеріалів та будівельна механіка», «Основи теорії споруд» для студентів денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямками 6.060101 – Будівництво, 6.060102 – Архітектура, 6.060103 – Гідротехніка (Водні ресурси)) / В. П. Шпачук, Л. С. Андрієвська, Н. В. Серєда, О. О. Чупринін ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ, 2014. – 93 с.
5. Шпачук В. П. Конспект лекцій з курсу Будівельна механіка: для студентів 3 курсу денної форми навчання галузі знань 19 – Архітектура та містобудування / В. П. Шпачук, М. А. Засядько, О. І. Рубаненко, О. О. Чупринін; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2020. – 178 с.
6. Чупринін О. О. Конспект лекцій з дисципліни «Опір матеріалів і будівельна механіка» (для студентів 1–2 курсу денної і заочної форм навчання за спеціальністю 192 – Будівництво та цивільна інженерія (спеціалізація (освітня програма) «Гідротехніка Водні ресурси»)) / О. О. Чупринін, В. О. Пушня ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 92 с.

ДОДАТОК А

Двотавр за ДСТУ 8239-89



	h	b	s	t	r_1	r_2	A	P	I_y	W_y	i_y	S_y
	см	см	см	см	см	см	см ²	Т/м	см ⁴	см ³	см	см ³
10	10,0	5,5	0,450	0,720	0,700	0,250	12,0	0,009	198,0	39,700	4,060	23,000
12	12,0	6,4	0,480	0,730	0,750	0,300	14,7	0,012	350,0	58,400	4,880	33,700
14	14,0	7,3	0,490	0,750	0,800	0,300	17,4	0,014	572,0	81,700	5,730	46,800
16	16,0	8,1	0,500	0,780	0,850	0,350	20,2	0,016	873,0	109,000	6,570	62,300
18	18,0	9,0	0,510	0,810	0,900	0,350	23,4	0,018	1 290	143,000	7,420	81,400
20	20,0	10,0	0,520	0,840	0,950	0,400	26,8	0,021	1 840	184,000	8,280	104,000
22	22,0	11,0	0,540	0,870	1,000	0,400	30,6	0,024	2 550	232,000	9,130	131,000
24	24,0	11,5	0,560	0,950	1,050	0,400	34,8	0,027	3 460	289,000	9,970	163,000
27	27,0	12,5	0,600	0,980	1,100	0,450	40,2	0,032	5 010	371,000	11,200	210,000
30	30,0	13,5	0,650	1,020	1,200	0,500	46,5	0,037	7 080	472,000	12,300	268,000
33	33,0	14,0	0,700	1,120	1,300	0,500	53,8	0,042	9 840	597,000	13,500	339,000
36	36,0	14,5	0,750	1,230	1,400	0,600	61,9	0,049	13 380	743,000	14,700	423,000
40	40,0	15,5	0,830	1,300	1,500	0,600	72,600	0,057	19 062	953,000	16,200	545,000
45	45,0	16,0	0,900	1,420	1,600	0,700	84,700	0,067	27 696	1 231,0	18,100	708,000
50	50,0	17,0	1,000	1,520	1,700	0,700	100,00	0,078	39 727	1 589,0	19,900	919,000
55	55,0	18,0	1,100	1,650	1,800	0,700	118,00	0,093	55 962	2 035,0	21,800	1 181,0
60	60,0	19,0	1,200	1,780	2,000	0,800	138,00	0,108	76 806	2 560,0	23,600	1 491,0

Виробничо-практичне видання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ТА ЗАВДАННЯ

для підготовки до практичних занять, виконання контрольних завдань і самостійної роботи

із навчальної дисципліни

«ОПР МАТЕРІАЛІВ. БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА»

(для здобувачів 2 курсу денної форми навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності 191 – Архітектура та містобудування)

Укладачі: **ЧУПРИНІН** Олександр Олексійович,
ЗАСЯДЬКО Микола Андрійович,
СЕРЕДА Наталя Василівна

Відповідальний за випуск *А. О. Гарбуз*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

План 2020, поз. 147 М

Підп. до друку 11.11.2021. Формат 60 × 84/16.
Електронне видання. Ум. друк. арк. 2,5.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.

Електронна адреса: office@kname.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 5328 від 11.04.2017.