

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ І ЗАВДАННЯ
до організації самостійної роботи, підготовки до лекцій,
практичних занять і контрольних робіт

із навчальної дисципліни

«ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА»

*(для здобувачів 1–3 курсів усіх форм навчання першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти за спеціальністю 275 – Транспортні технології (за видами))*

Методичні рекомендації і завдання до організації самостійної роботи, підготовки до лекцій, практичних занять і контрольних робіт із навчальної дисципліни «Технічна механіка» (для студентів 1–3 курсів усіх форм навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності 275 – Транспортні технології (за видами)) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. О. О. Чупринін. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2021. – 26 с.

Укладач

канд. техн. наук, доц. О. О. Чупринін

Рецензент

Н. В. Серeda, кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної і будівельної механіки Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

*Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,
протокол № 1 від 31.08.2021.*

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Вихідні дані й завдання до роботи.....	5
1.1 Завдання 1.....	5
1.1 Завдання 2.....	7
1.1 Завдання 1.....	9
1.1 Завдання 1.....	11
2 Приклади розрахунків.....	13
Список джерел.....	24
Додаток А.....	25

ВСТУП

Технічна механіка – комплексна наука, яка базується на математиці, теоретичній механіці, опорі матеріалів та деталях машин. При проектуванні різноманітних конструкцій доводиться обирати матеріал і геометричні параметри, виходячи з розуміння надійності і матеріалоемності. Для цього необхідно проводити розрахунки на міцність, жорсткість елементів конструкцій.

Технічна механіка у практичних розрахунках розглядає не саму конструкцію, а її розрахункову схему – реальне тіло, звільнене від впливу несуттєвих факторів. Таким чином, технічна механіка – одна з найважливіших дисциплін, що вивчаються студентами у вищих технічних навчальних закладах.

Ці методичні вказівки призначені для самостійної роботи студентів при підготовці до практичних занять і виконання розрахунково-графічного завдання. Вони містять теоретичні положення і вихідні дані для завдання. Вихідні дані беруть за вказівкою викладача.

Перш ніж приступити до виконання завдання, слід ознайомитися з теоретичним матеріалом, викладеним у цих методичних вказівках та списку літератури.

1 ВИХІДНІ ДАНІ Й ЗАВДАННЯ ДО РОБОТИ

Завдання 1

ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЙ ОПОР СКЛАДЕНОЇ КОНСТРУКЦІЇ

Для заданої конструкції балки необхідно:

- 1) визначити реакції внутрішніх і зовнішніх опор системи;
- 2) зробити перевірку.

Методичні рекомендації до завдання 1 і порядок його виконання

1. Згідно з шифром вибрати схему балки на рисунку 1 (розміри наведено у метрах) та вихідні дані до неї з таблиці 1.
2. Накреслити розрахункову схему конструкції та її елементів в певному масштабі, вказати всі розміри й зусилля, що діють на неї.
3. Визначити реакції внутрішніх і зовнішніх опор системи.

Таблиця 1 – Вихідні дані до завдання 1

Перша цифра шифру	P, кН	α , °	Друга цифра шифру	M, кН·м	q, кН/м	Третя цифра шифру	Номер схеми
1	60	30	1	10	10	1	1
2	70	30	2	20	15	2	2
3	80	30	3	30	10	3	3
4	10	45	4	40	25	4	4
5	20	45	5	50	10	5	5
6	30	45	6	60	35	6	6
7	15	45	7	70	10	7	7
8	25	60	8	80	45	8	8
9	40	60	9	90	10	9	9
0	10	60	0	100	25	0	10

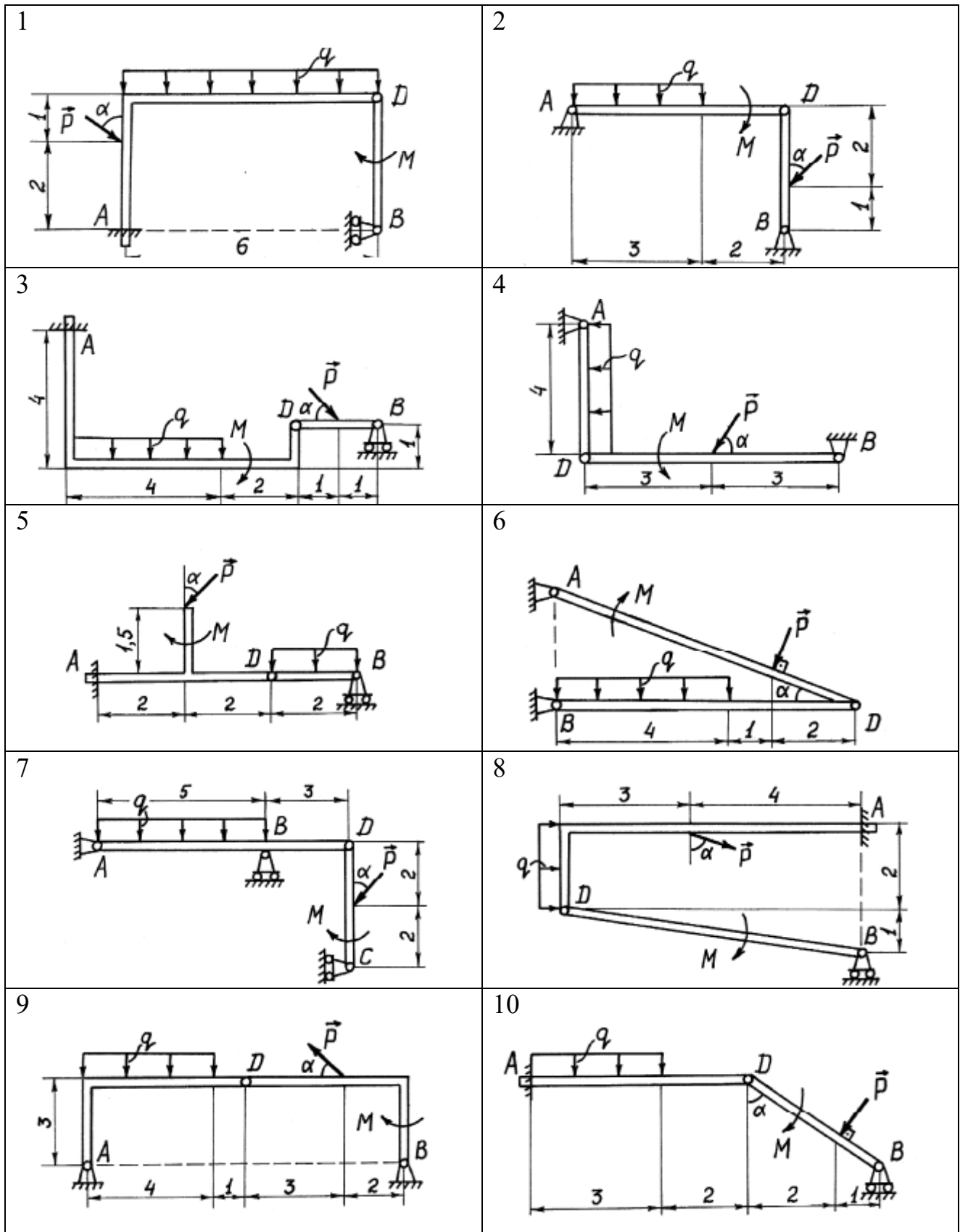


Рисунок 1 – Схеми до завдання 1

Завдання 2

РОЗРАХУНОК СТЕРЖНЕВОЇ СИСТЕМИ

Для заданої конструкції необхідно:

- 1) визначити зусилля в стержнях;
- 2) підібрати перерізи стержнів з умов міцності.

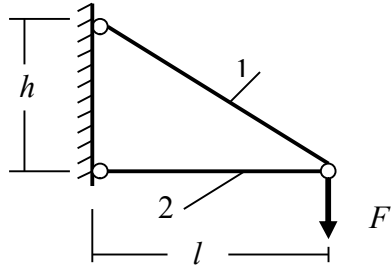
Методичні рекомендації до завдання 2 і порядок його виконання

1. Згідно з шифром вибрати схему на рисунку 2 та вихідні дані до неї з таблиці 2.
2. Накреслити розрахункову схему конструкції та її елементів в певному масштабі, вказати всі розміри й зусилля, що діють на неї.
3. Визначити зусилля в стержнях, підібрати перерізи стержнів з умов міцності, вважаючи, що вони виготовлені зі сталі і мають $[\sigma]=16\text{кН/см}^2$.

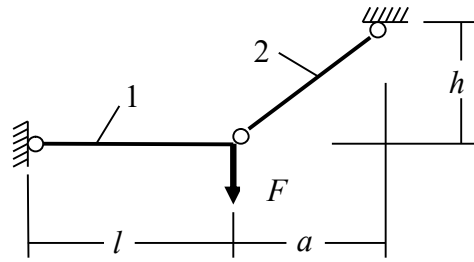
Таблиця 2 – Вихідні дані до завдання 2

Перша цифра шифру	ℓ , м	h , м	a , м	α°	Друга цифра шифру	F , кН	Третя цифра шифру	Номер схеми
1	1,1	3	2	30	1	60	1	1
2	1,2	2	3	30	2	40	2	2
3	1,3	3	4	45	3	90	3	3
4	1,4	1	1	30	4	80	4	4
5	1,5	3	5	45	5	60	5	5
6	1,6	2	2	45	6	40	6	6
7	1,7	3	3	45	7	20	7	7
8	1,8	2	4	30	8	80	8	8
9	1,9	3	1	45	9	90	9	9
0	2,0	1	5	30	0	40	0	10

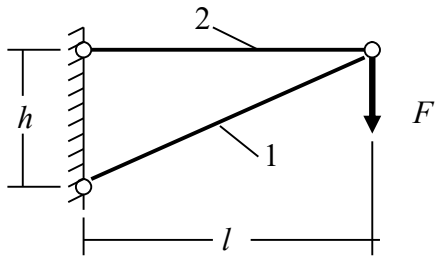
1.



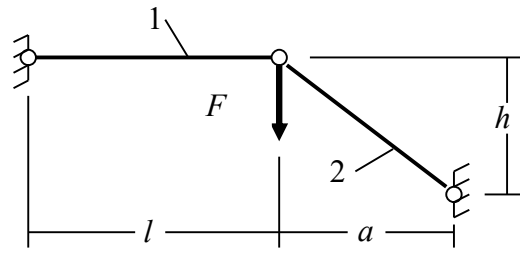
2.



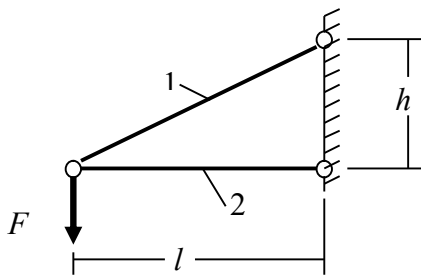
3.



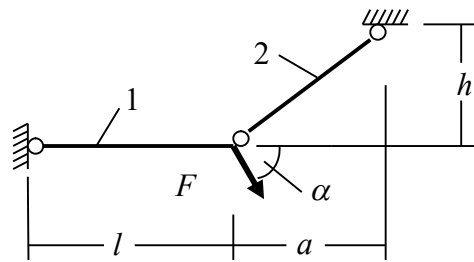
4.



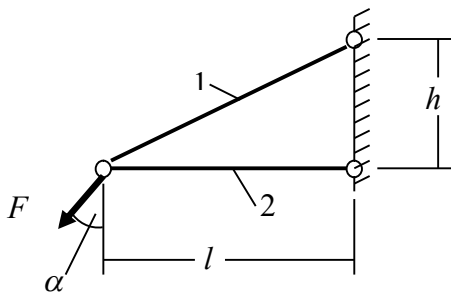
5.



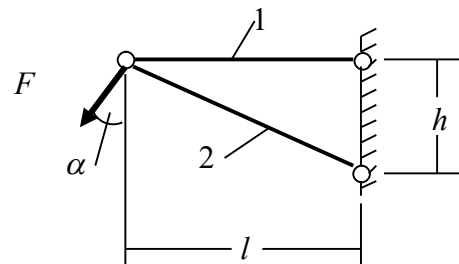
6.



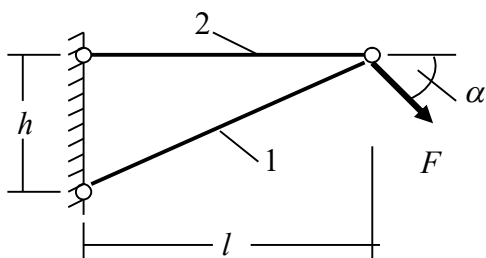
7.



8.



9.



10.

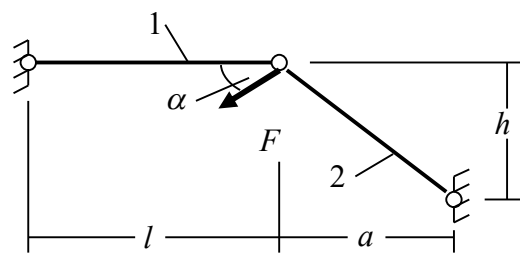


Рисунок 2 – Схеми до завдання 2

Завдання 3

ПОБУДОВА ЕПЮР КОНСОЛЬНОЇ БАЛКИ

Для заданої конструкції балки необхідно:

1) побудувати епюру поперечних сил і згинаючих моментів.

Методичні рекомендації до завдання 3 і порядок його виконання

1. Згідно з шифром вибрати схему балки на рисунку 3 та вихідні дані до неї з таблиці 3.

2. Накреслити розрахункову схему конструкції та її елементів в певному масштабі, вказати всі розміри й зусилля, що діють на неї.

3. Побудувати епюру поперечних сил і згинаючих моментів. Епюри балок з одним заправленим і другим вільним кінцями можна побудувати без попереднього визначення опорних реакцій, незалежно від виду навантаження та розміщення опор.

Таблиця 3 – Вихідні дані до завдання 3

Перша цифра шифру	a , м	b , м	c , м	Друга цифра шифру	F , кН	M , кН·м	q кН/м	Третя цифра шифру	Номер схеми
1	1,1	2,5	2,0	1	11	25	10	1	1
2	1,2	1,5	1,5	2	12	20	15	2	2
3	1,3	1,0	3,5	3	13	30	20	3	3
4	1,4	1,5	4,0	4	14	10	25	4	4
5	1,5	3,5	2,5	5	15	25	30	5	5
6	1,6	2,5	1,5	6	16	20	10	6	6
7	1,7	2,0	1,0	7	17	70	15	7	7
8	1,8	1,5	4,0	8	18	25	20	8	8
9	1,9	3,5	2,5	9	19	65	25	9	9
0	2,0	4,0	1,5	0	20	25	30	0	10

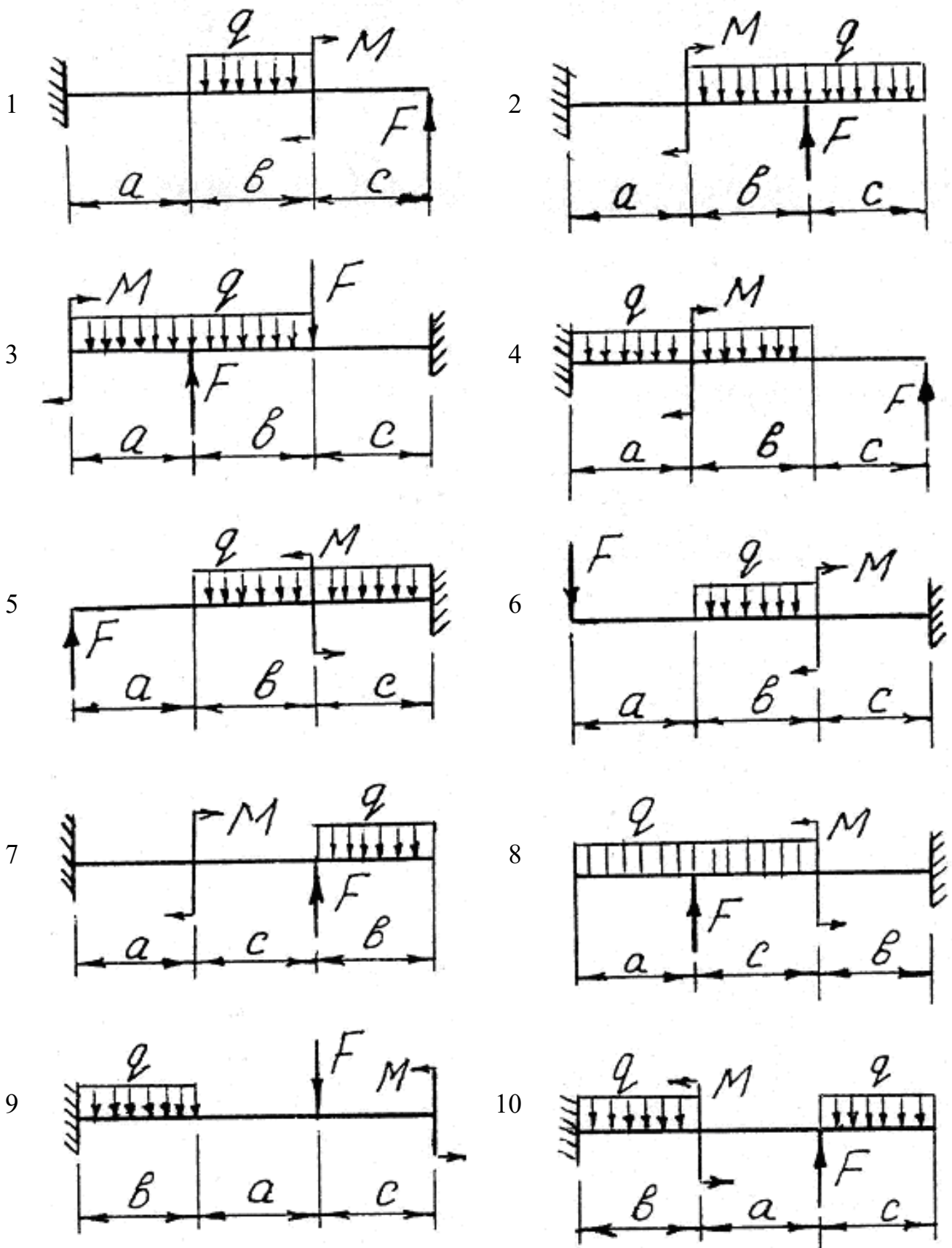


Рисунок 3 – Схеми до завдання 3

Завдання 4

ПОБУДОВА ЕПЮР ДВУХОПОРНОЇ БАЛКИ

Для заданої конструкції балки необхідно:

- 1) визначити реакції опор;
- 2) побудувати епюру поперечних сил і згинаючих моментів;
- 3) підібрати переріз балки з умов міцності.

Методичні рекомендації до завдання 4 і порядок його виконання

1. Згідно з шифром вибрати схему балки на рисунку 4 та вихідні дані до неї з таблиці 4.

2. Накреслити розрахункову схему конструкції та її елементів в певному масштабі, вказати всі розміри й зусилля, що діють на неї.

3. Побудувати епюру поперечних сил і згинаючих моментів. Підібрати двотавровий переріз балки, вважаючи, що вона виготовлена зі сталі і має $[\sigma]=16\text{кН/см}^2$.

Таблиця 4 – Вихідні дані до завдання 4

Перша цифра шифру	a , м	b , м	c , м	ℓ , м	Друга цифра шифру	F , кН	M , кН·м	q , кН/м	Третя цифра шифру	Номер № схеми
1	1,1	2,5	1,0	5,5	1	11	25	10	1	1
2	1,2	1,5	0,5	4,5	2	12	20	15	2	2
3	1,3	1,0	1,5	5,0	3	13	30	20	3	3
4	1,4	2,5	1,0	6,5	4	14	10	25	4	4
5	1,5	1,5	1,5	7,5	5	15	25	30	5	5
6	1,6	3,0	1,5	7,5	6	16	20	10	6	6
7	1,7	2,0	2,0	6,5	7	17	70	15	7	7
8	1,8	1,0	1,5	8,0	8	18	25	20	8	8
9	1,9	2,0	1,0	6,0	9	19	65	25	9	9
0	2,0	1,5	2,0	8,0	0	20	25	30	0	10

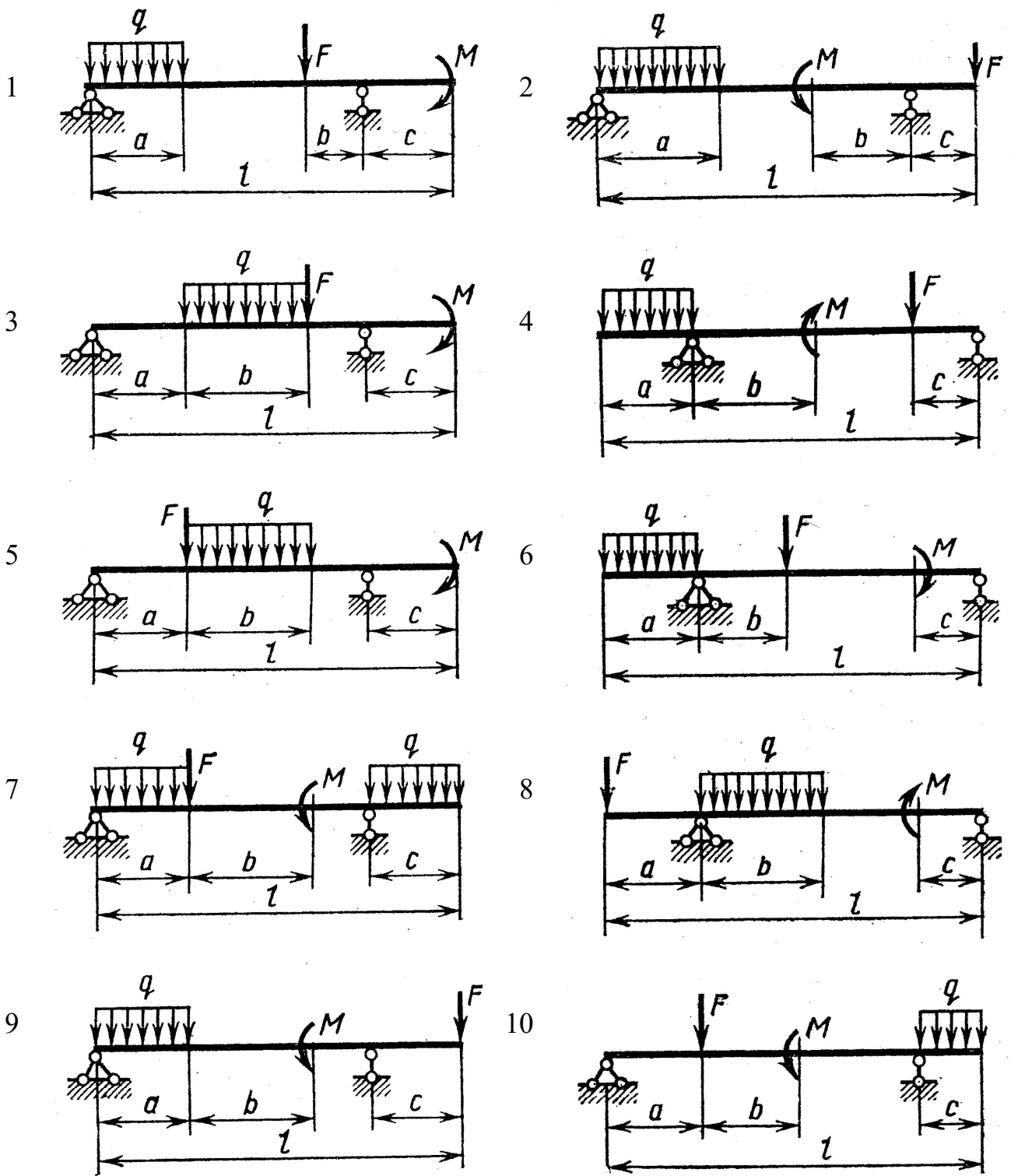


Рисунок 4 – Схеми до завдання 4

2 ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКІВ

Приклад 1.

Схема системи, що розглядається, наведена на рисунку 5.

Сили $P_1 = 70$ кН (переріз Е) і $P_2 = 30$ кН (переріз К). Сила P_1 прикладена під кутом $\beta=30^\circ$. Рівномірно розподілене навантаження $q = 50$ кН/м (ділянка АВ) напрямлено (\downarrow) униз. Момент пари сил $M = 40$ кН·м (\curvearrowright) (переріз В). Розміри (м): $a = 1,5$ м; $b = 1,6$ м; $c = 1$ м.

Розв'язання.

Визначення реакцій опор (в'язей). Для визначення реакцій внутрішніх і зовнішніх опор (в'язей) системи розглянемо спочатку рівновагу балки LD. Покажемо сили, що діють на балку (рис. 6): задана сила P_1 , реакції нерухомого шарніра L (X_L, Y_L) й стержня 2 (N_2). Реакцію стержня будьмо показувати напрямленою від точки її прикладення. В такому разі, якщо невідома реакція буде винайдена зі знаком «+», це позначає, що сила напрямлена згідно схеми і стержень розтягнутий, у противному разі (знак «-») – дійсна сила напрямлена протилежно зображенню на схемі, а стержень – стиснутий.

Для похилих сил зображаємо складові вздовж осей координат і обчислюємо їх, якщо вони відомі: $P_{1x} = P_1 \sin \beta = 35$ кН; $P_{1y} = P_1 \cos \beta = 60,62$ кН;

$$N_{2x} = N_2 \sin \beta; \quad N_{2y} = N_2 \cos \beta.$$

Записуємо рівняння рівноваги системи сил (рис. 6):

$$\Sigma F_{kx} = X_L + P_{1x} + N_{2x} = 0;$$

$$\Sigma F_{ky} = Y_L - P_{1y} + N_{2y} = 0;$$

$$\Sigma m_L(F_K) = -P_{1y} \cdot a + N_{2y} \cdot (a+c) = 0.$$

Суму моментів обчислюємо відносно точки, в котрій перетинаються лінії дії двох із трьох невідомих сил – X_L, N_2, Y_L . (це точки L або D).

Знаходимо реакції в'язей:

$$N_2 = P_{1y} \cdot a / [(a + c) \cdot \cos \beta] = 42 \text{ кН},$$

$$X_L = -P_{1x} - N_2 \cdot \sin \beta = -56 \text{ кН},$$

$$Y_L = P_{1y} + N_2 \cdot \cos \beta = 24,249 \text{ кН}.$$

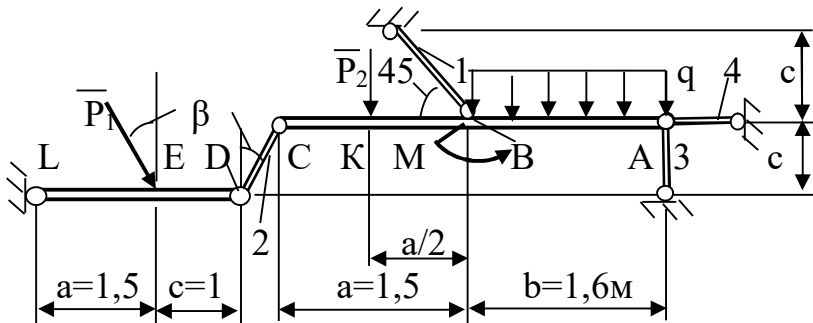


Рисунок 5 - Схема системи

Для перевірки обчислюємо рівняння моментів відносно точки D, яка не застосована в рівняннях рівноваги:

$$\Sigma m_D(F_K) = P_{1y} \cdot c - Y_L \cdot (a + c) = 70 \times 0,866 \times 1 - 24,249 \times (1 + 1,5) = 60,62 - 0,6225 = -0,0025.$$

Відносна похибка розрахунку складає $\Delta = | -0,0025 | / | 60,62 | = 0,00004$ або $0,004\% < 3\%$ (Найбільша допустима відносна похибка не більш 3%). Розрахунки вірні.

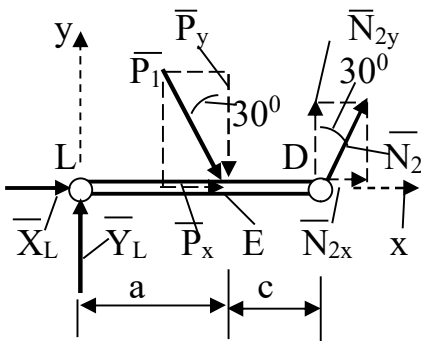


Рисунок 6 – Балка LD

Допускається не обчислювати відносну похибку, якщо абсолютне значення розрахунку при перевірці не більш $0,3$ (у прикладу $0,0025$).

Знаки при невідомих показують як напрямлені відповідні сили:

Якщо невідома сила винайдена зі знаком «+», це позначає, що сила напрямлена згідно схемі, у протилежному разі (знак «-») – протилежно зображенню на схемі.

Розглянемо далі рівновагу балки СА (рис. 7).

Зображаємо сили, що діють на балку (рис. 7): рівномірно-розподілене навантаження q , для котрого зображуємо рівнодійну $G=qAB=501,6=80\text{кН}$, яка розташована посередині ділянки АВ, момент пари сил M , силу P_2 і реакції стержней 1(N_1), 2(N_2), 3(N_3), 4(N_4).

Сили N_2^1 і N_2 , як сили взаємодії двох частинок стержня 2, напрямлені назустріч одна одній (рис.1.2П і рис.1.3П) і чисельно рівні: $N_2^1 = N_2 = 42\text{кН}$.

Суму моментів обчислюємо відносно точки, в котрій перетинаються лінії дії двох із трьох невідомих сил – N_1, N_3, N_4 . (це точки В або А)

Записуємо рівняння рівноваги системи сил (рис 7):

$$\Sigma F_{kx} = -N_2^1 \sin 30^\circ - N_1 \cos 45^\circ + N_4 = 0;$$

$$\Sigma F_{ky} = -N_2^1 \cos 30^\circ - P_2 + N_1 \sin 45^\circ - G - N_3 = 0;$$

$$\Sigma m_B(F_K) = N_2^1 \cdot \cos 30^\circ \cdot a + P_2 \cdot (a/2) + M - G \cdot (b/2) - N_3 \cdot b = 0.$$

Знаходимо реакції в'язей.

З третього рівняння: $N_3 = 33,16 \text{ кН}.$

З другого $N_1 = 253,9 \text{ кН}.$

З першого $N_4 = 200,54 \text{ кН}.$

Для перевірки обчислюємо рівняння моментів відносно точки С:

$$\Sigma m_C(F_K) = -P_2 \cdot a/2 + N_1 \sin 45^\circ \cdot a + M - G \cdot (a + b/2) - N_3 \cdot (a + b) = -0,04 < 0,3. \text{ Розрахунки вірні.}$$

Усі стержні одержують деформацію розтягу, тому, що при розрахунках відповідні зусилля ($N_1 = 253,9 \text{ кН}$, $N_2 = 42 \text{ кН}$, $N_3 = 33,16 \text{ кН}$, $N_4 = 200,54 \text{ кН}$), мають знак «+».

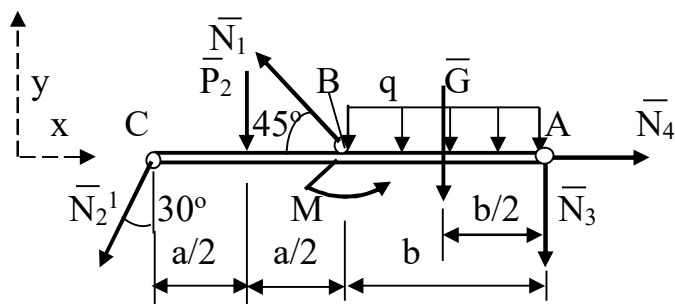


Рисунок 7 – Балка СА

Приклад 2.

Для системи двох шарнірно з'єднаних стержнів, навантажених, як зображено на рисунку 8, а, визначити зусилля в стержнях. З умов міцності підібрати перерізи стержнів, якщо $[\sigma]=140\text{МПа}$, $F=75\text{кН}$, $l=3\text{м}$, $a=2\text{м}$, $h=1,5\text{м}$.

Розв'язання.

Вирізаємо вузол А (рис. 8) і складаємо два рівняння рівноваги. Вважаємо, що стержні 1 і 2 розтягнуті (зусилля N_1 і N_2 спрямовані від вузла):

$$\Sigma X=0; N_2 \sin \alpha - N_1=0, \Sigma Y=0; N_2 \cos \alpha - F=0.$$

Звідки

$$N_2 = \frac{F}{\cos \alpha}; N_1 = N_2 \sin \alpha = \frac{F \sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

Значення тригонометричних функцій визначаємо за схемою з'єднання стержнів:

$$\sin \alpha = \frac{a}{l_2} = \frac{2}{2,5} = 0,8; \cos \alpha = \frac{h}{l_2} = \frac{1,5}{2,5} = 0,6;$$

де $l_2 = \sqrt{a^2 + h^2} = \sqrt{2^2 + 1,5^2} = 2,5\text{м}$ – довжина стержня 2, тоді

$$N_2 = \frac{75}{0,6} = 125\text{кН}, N_1 = \frac{75 \cdot 0,8}{0,6} = 100\text{кН}.$$

Додатні значення сил N_1 і N_2 підтверджують, що стержні 1 і 2 розтягнені. Якщо результатом розрахунку буде від'ємне значення поздовжньої сили, то це означає, що стержень стиснутий.

З умов міцності (4) визначаємо потрібну площу поперечного перерізу для кожного стержня:

$$A_1 = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{100}{140 \cdot 0,1} = 7,14\text{см}^2; A_2 = \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{125}{140 \cdot 0,1} = 8,93\text{см}^2.$$

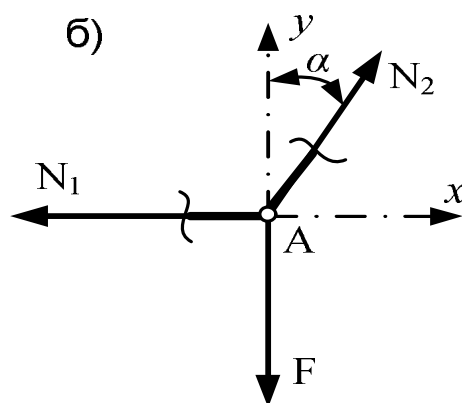
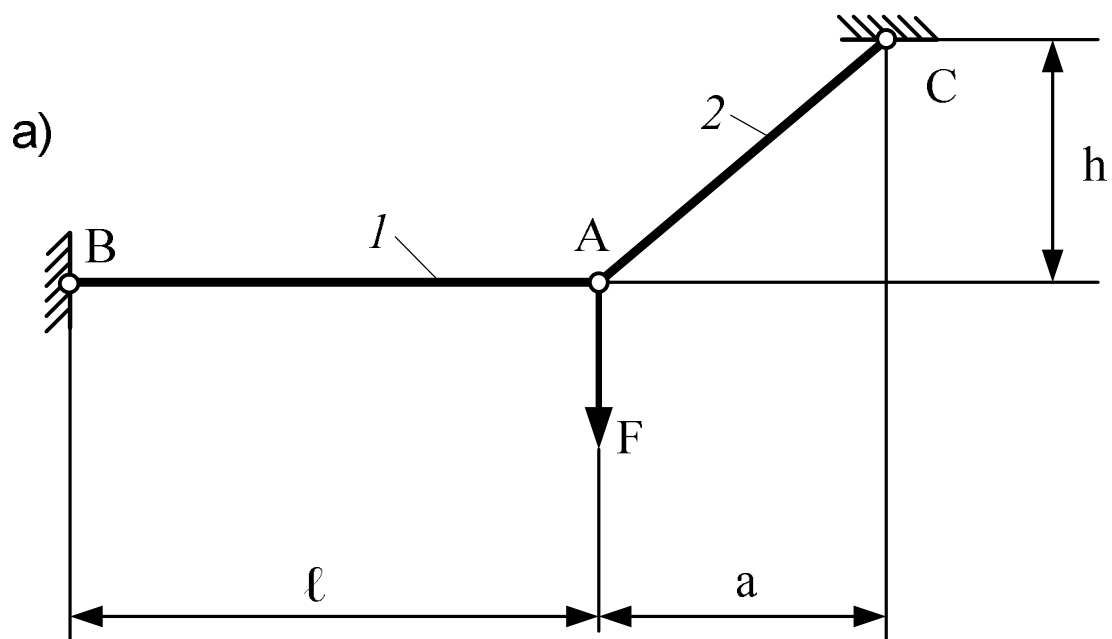


Рисунок 8 – Система двох шарнірно з'єднаних стержнів

Приклад 3.

Побудувати епюру внутрішніх зусиль для балки, наведеної на рисунку 9, а і визначити максимальні значення внутрішніх зусиль, що діють у балці, якщо $F = 40$ кН.

Розв'язання.

Розрахунок починаємо з визначення опорних реакцій R_A і R_B балки, яка є однопрогінною балкою. У цьому випадку використаємо рівняння моментів сил відносно точок А і В балки:

$$\sum M_A = R_B \cdot 6.4 - F \cdot 2.4 = 0; \quad R_B = \frac{F \cdot 2.4}{6.4} = \frac{40 \cdot 2.4}{6.4} = 15 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = -R_A \cdot 6.4 + F \cdot 4 = 0; \quad R_A = \frac{F \cdot 4}{6.4} = \frac{40 \cdot 4}{6.4} = 25 \text{ кН}.$$

Для перевірки візьмемо суму проєкцій сил на вісь у:

$$\sum F_y = R_A - F + R_B = 0,$$

$$25 - 40 + 15 = 0,$$

$$0 = 0.$$

Реакції R_A і R_B визначено правильно.

Перед побудовою епюр внутрішніх зусиль балку розіб'ємо на ділянки.

Межами ділянок повинні бути: точки прикладання зосереджених сил і моментів, а також початок і кінець розподілених навантажень. У нашому прикладі на балці таких ділянок – дві.

Спочатку побудуємо епюру поперечних сил, які дорівнюють алгебраїчній сумі проєкцій лівих (правих) сил на нормаль до осі балки. Для цієї балки потрібно перерізи проводити двічі, на кожній ділянці окремо. Потім розглядати ту частину умовно розрізаної балки, на котру діє менше зовнішніх сил.

Для перерізів з координатами x_1 і x_2 отримаємо:

$$\text{при } 0 \leq x_1 \leq 4 \text{ м} \quad Q(x_1) = R_B = -15 \text{ кН};$$

$$\text{при } 0 \leq x_2 \leq 2.4 \text{ м} \quad Q(x_2) = R_A = 25 \text{ кН}.$$

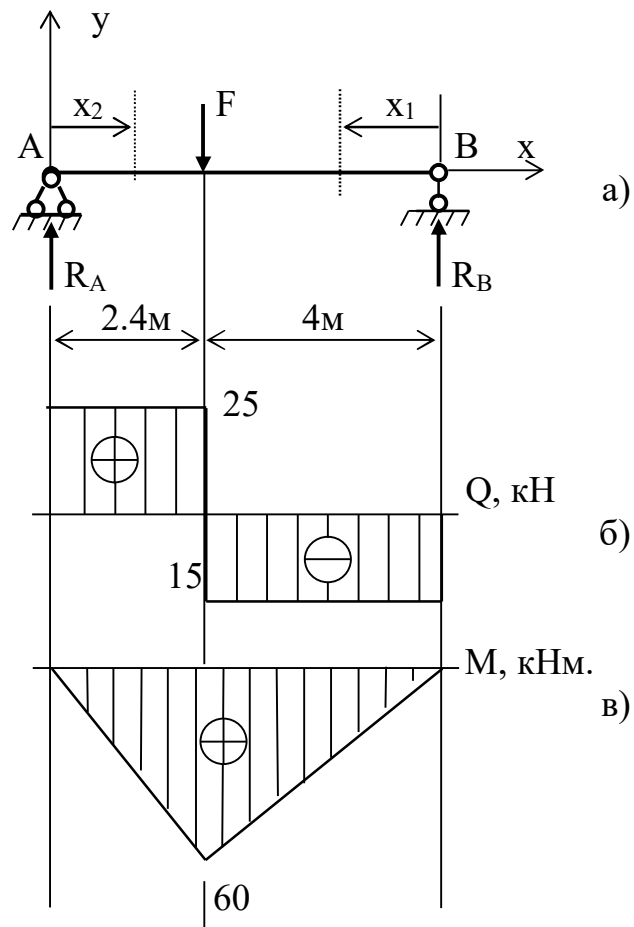


Рисунок 9 – Однопрогінна балка

За одержаними значеннями на рисунку 9, б побудовано епюру поперечної сили Q.

Побудуємо далі епюру згинальних моментів. При побудові епюри врахуємо, що на кожній ділянці згинальний момент дорівнює алгебраїчній сумі моментів лівих (правих) сил відносно центра ваги перерізу.

Для прийнятих перерізів балки буде:

$$\begin{aligned} \text{за } 0 \leq x_1 \leq 4 \text{ м} \quad M(x_1) &= R_B \cdot x_1 = 15x_1; \\ M(x_1 = 0) &= 0; \quad M(x_1 = 4) = 15 \times 4 = 60 \text{ кНм}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{за } 0 \leq x_2 \leq 2,4 \text{ м} \quad M(x_2) &= R_A \cdot x_2 = 25x_2; \\ M(x_2 = 0) &= 0; \quad M(x_2 = 2,4) = 25 \times 2,4 = 60 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

На кожний з ділянок залежності $M(x_1)$ і $M(x_2)$ є лінійними. Тому з'єднаємо отримані точки прямими та побудуємо епюру. Її наведено на рисунку 9, в.

Максимальні значення поперечної сили і згинального моменту: $Q_{\max} = 25 \text{ кН}$, $M_{\max} = 60 \text{ кНм}$.

Приклад 4.

Підібрати двотавровий переріз сталевий балки, наведеної на рисунку 10, а з умови міцності. Допустимі напруження вважати рівними $[\sigma] = 16 \text{ кН/см}^2$, а зовнішні сили $F_1 = 15 \text{ кН}$, $F_2 = 25 \text{ кН}$.

Розв'язання.

Для побудови епюр поперечної сили Q і згинального моменту M визначимо реакції опор в точках B і C балки, яка є однопрогінною з двома консолями.

При визначенні опорних реакцій використовуємо рівняння моментів сил відносно точок B і C:

$$\begin{aligned} \sum M_B &= F_1 \cdot 0,8 - q \cdot 4,6 \cdot 5,3 + R_C \cdot 6 - F_2 \cdot 7,6 = 0; \\ R_C &= \frac{-F_1 \cdot 0,8 + q \cdot 24,38 + F_2 \cdot 7,6}{6} = \frac{-15 \cdot 0,8 + 20 \cdot 24,38 + 25 \cdot 7,6}{6} = 110,93 \text{ кН}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_C &= F_1 \cdot 6,8 - R_B \cdot 6 + q \cdot 4,6 \cdot 0,7 - F_2 \cdot 1,6 = 0; \\ R_B &= \frac{F_1 \cdot 6,8 + q \cdot 3,22 - F_2 \cdot 1,6}{6} = \frac{15 \cdot 6,8 + 20 \cdot 3,22 - 25 \cdot 1,6}{6} = 21,07 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Для перевірки складемо рівняння сил у напрямку осі y:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= -F_2 + R_B - q \cdot 4,6 + R_C - F_1 = 0, \\ -15 + 21,07 - 20 \cdot 4,6 + 110,93 - 25 &= 0, \\ 0 &= 0. \end{aligned}$$

З останньої тотожності випливає, що опорні реакції визначено правильно.

Перед побудовою епюр внутрішніх зусиль балку розбиваємо на ділянки. У нашому прикладі на балці таких ділянок чотири.

Спочатку побудуємо епюру поперечних сил. Для побудови епюри виконаємо чотири перерізи балки з координатами x_1, x_2, x_3, x_4 :

за $0 \leq x_1 \leq 0,8$ м $Q(x_1) = -F_1 = -15$ кН;

за $0 \leq x_2 \leq 3$ м $Q(x_2) = -F_1 + R_B = -15 + 21,07 = 6,07$ кН;

за $0 \leq x_3 \leq 3$ м $Q(x_3) = -F_1 + R_B - qx_3 = -15 + 21,07 - 20x_3 = 6,07 - 20x_3$,
 $Q(x_3 = 0) = 6,07$ кН, $Q(x_3 = 3) = 6,07 -$

$20 \cdot 3 = 53,93$ кН;

за $0 \leq x_4 \leq 1,6$ м $Q(x_4) = F_2 + qx_4 = 25 + 20x_4 = 25 + 20x_4$,
 $Q(x_4 = 0) = 25$ кН, $Q(x_4 = 1,6) = 25 + 20 \cdot 1,6 = 57$ кН.

За одержаними даними будуємо епюру Q (рис. 10, б).

Далі будуємо епюру згинальних моментів.

Для наведених перерізів буде:

за $0 \leq x_1 \leq 0,8$ м $M(x_1) = -F_1 \cdot x_1 = -15x_1$ (залежність лінійна),
 $M(x_1 = 0) = 0$, $M(x_1 = 0,8) = -15 \times 0,8 = -12$ кНм;

за $0 \leq x_2 \leq 3$ м $M(x_2) = -F_1(x_2 + 0,8) + R_B x_2 = -15(x_2 + 0,8) + 21,07x_2 =$
 $= 6,07x_2 - 12$ (залежність лінійна),
 $M(x_2 = 0) = -12$ кНм, $M(x_2 = 3) = 6,07 \times 3 -$
 $-12 = 6,21$ кНм;

за $0 \leq x_3 \leq 3$ м $M(x_3) = -F_1(x_3 + 3,8) + R_B(3 + x_3) - q \frac{x_3^2}{2} =$
 $= -15(x_3 + 3,8) + 21,07(3 + x_3) - 20 \frac{x_3^2}{2} =$
 $= 6,21 + 6,07x_3 - 10x_3^2$ (залежність квадратична),
 $M(x_3 = 0) = 6,21$ кНм,
 $M(x_3 = 3) = 6,21 + 6,07 \cdot 3 - 10 \cdot 9 = -65,58$ кНм.

за $0 \leq x_4 \leq 1,6$ м $M(x_4) = -F_2 \cdot x_4 - q \frac{x_4^2}{2} = -25x_4 - 20 \frac{x_4^2}{2} =$
 $= -25x_4 - 10x_4^2$ (залежність квадратична),
 $M(x_4 = 0) = 0$, $M(x_4 = 1,6) = -25 \times 1,6 - 10 \times 1,6^2 = -65,6$ кНм

Щоб побудувати епюру $M(x_3)$ на ділянці з розподіленим навантаженням, потрібно побудувати криву – другого порядку параболу. Для цього необхідно не менше трьох точок для $M(x_3)$. Дві з них вже визначено: $M(x_3 = 0) = 6,21$ кНм і $M(x_3 = 3) = -65,58$ кНм. Третє значення M визначаємо для перерізу з координатою x_3^* , у якому поперечна сила дорівнює нулю:

$$Q(x_3^*) = 6,07 - 20x_3^* = 0.$$

Звідси: $x_3^* = 6,07 / 20 = 0,3$ м.

Тоді:

$$M(x_3^* = 0,3) = 6,21 + 6,07 \times 0,3 - 10 \times 0,3^2 = 7,13 \text{ кНм.}$$

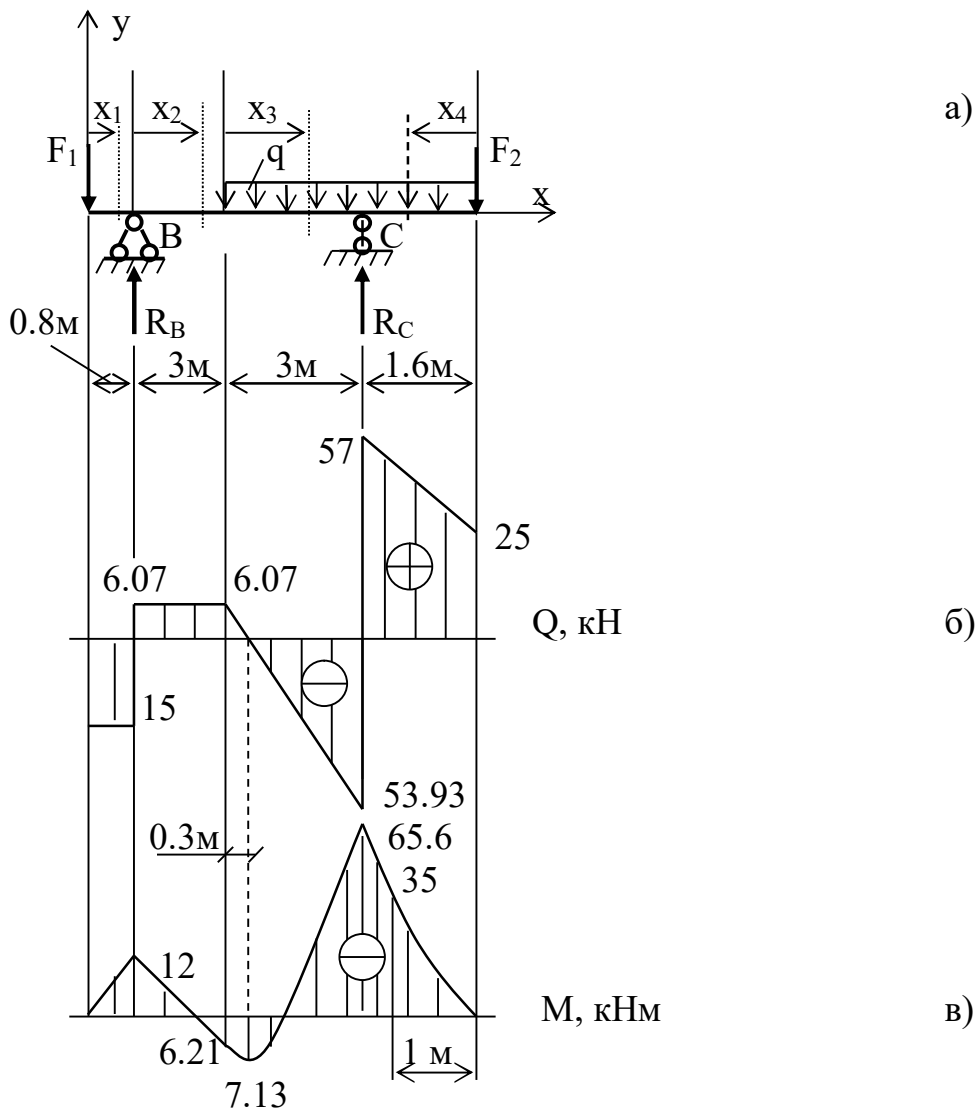


Рисунок 10 – Сталева балка

На ділянці $0 \leq x_3 \leq 3$ м друга похідна $\frac{d^2M}{dx_3^2} = -20$, тобто від'ємна, тому в перерізі x_3 маємо найменше значення згинального моменту на ділянці.

Для четвертої ділянки епюра $M(x_4)$ також криволінійна, тому на цій ділянці знову визначимо значення моменту $M(x_4)$ у трьох точках. Поперечна сила на ділянці не має значення $Q = 0$, тому третю точку обираємо довільно, наприклад $x_4 = 1$:

$$M(x_4 = 1) = -25 \times 1 - 10 \times 1^2 = -35 \text{ кНм.}$$

Епюра M наведена на рисунку 10, в.

Підберемо тепер переріз балки. Найбільший згинальний момент (за модулем), що виникає в балці, дорівнює $M_{\max} = 65,6 \text{ кНм} = 6560 \text{ кНсм}$. З умови міцності при згині:

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{6560}{16} = 410 \text{ см}^3.$$

За сортаментом ДСТУ 8239-89 (див. дод. А) приймаємо двотавр № 30, для якого момент опору згину $W = 472 \text{ см}^3$.

Приклад 5.

Схема навантаження та розміри балки наведені рисунку 11, а. Необхідно підібрати поперечний переріз двотаврової сталеві балки при $[\sigma] = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$.

Розв'язання.

Визначимо опорні реакції балки в точках А і В:

$$\sum M_A = F \cdot 3.0 - q \cdot 5.0 \cdot 2.5 - M + R_B \cdot 5.0 = 0,$$

$$R_B = \frac{-20 \cdot 3.0 + 20 \cdot 5.0 \cdot 2.5 + 30}{5.0} = 44 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = F \cdot 8.0 - R_A \cdot 5.0 + q \cdot 5.0 \cdot 2.5 - M = 0,$$

$$R_A = \frac{20 \cdot 8.0 + 20 \cdot 5.0 \cdot 2.5 - 30}{5.0} = 76 \text{ кН.}$$

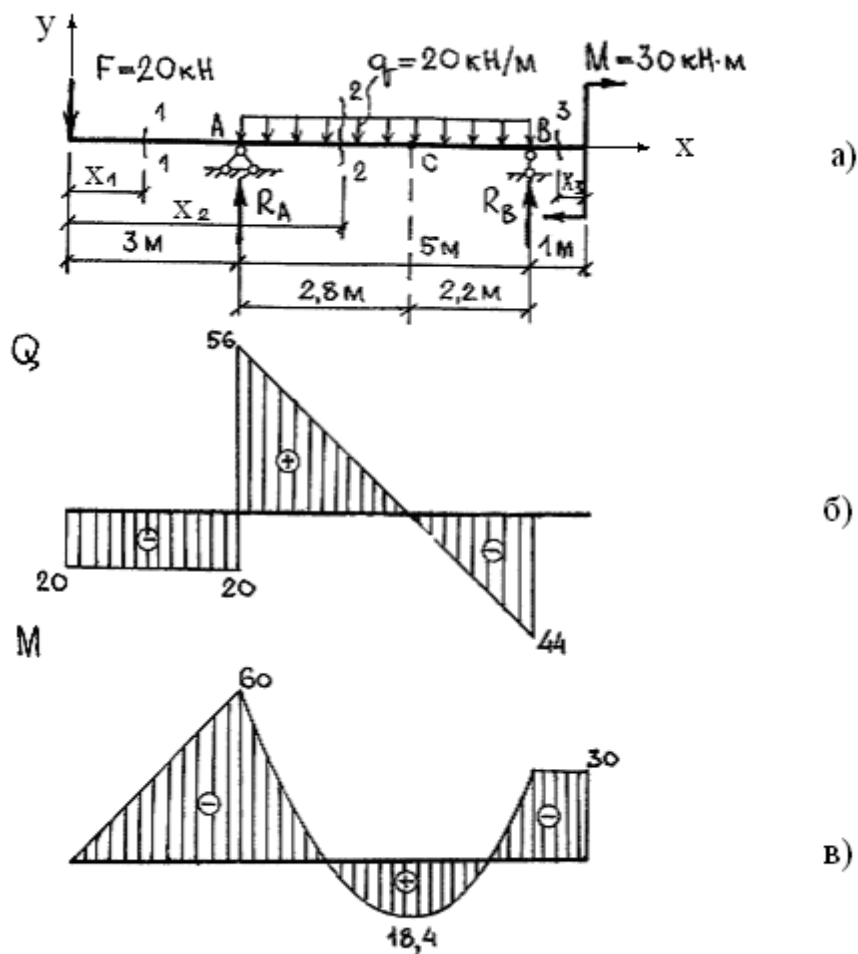


Рисунок 11 – Двохопірна балка

Для перевірки складемо рівняння $\sum F_y = 0$,

$$-F + R_A - q \cdot 5,0 + R_B = -20 + 76 - 20 \cdot 5,0 + 44 = 0,$$

отже опорні реакції знайдені правильно.

Для визначення внутрішніх силових факторів Q і M розбиваємо балку на три ділянки з координатами x_1 , x_2 , x_3 і розглядаємо перерізи 1–1, 2–2, 3–3 на них. Відкидаємо праві частини балки для перерізів 1–1 і 2–2 (ліву - для перерізу 3–3) і розглядаємо рівновагу лівої (правої) частини цих балок.

Переріз 1–1, $0 < x_1 < 3,0$ м.

Розглядаючи рівновагу лівої частини балки отримуємо:

$$Q(x_1) = -F = -20 \text{ кН.}$$

Із одержаного розв'язання можна дійти висновку, що поперечна сила на цій ділянці є постійною, тому її графічне зображення буде прямою лінією, паралельною осі x . Будуємо епюру $Q(x_1)$.

Згинальні моменти на ділянці одержимо, взявши суму моментів лівих сил відносно перерізу 1-1:

$$M(x_1) = -F \cdot x_1 \text{ (залежність лінійна).}$$

Відповідну епюру одержимо за значеннями моментів у двох точках:

при $x_1 = 0$ $M(x_1 = 0) = 0$;

при $x_1 = 3,0$ м $M(x_1 = 3,0) = -20 \cdot 3,0 = -60$ кНм

Будуємо епюру $M(x_1)$.

Переріз 2-2 $3,0 \text{ м} < x_2 < 8,0$ м.

Поперечна сила на цій ділянці описується рівнянням

$$Q(x_2) = -F + R_A - q(x_2 - 3,0)$$

і змінюється за лінійним законом:

при $x_2 = 3,0$ м $Q(x_2) = -F + R_A = -20 + 76 = 56$ кН;

при $x_2 = 8,0$ м $Q(x_2) = -F + R_A - q \cdot 5,0 = -20 + 76 - 20 \cdot 5,0 = -44$ кН.

Будуємо епюру $Q(x_2)$.

Згинальний момент на ділянці визначається виразом:

$$M(x_2) = -F \cdot x_2 + R_A(x_2 - 3,0) - q \frac{(x_2 - 3,0)^2}{2} \text{ (квадратична парабола)}$$

при $x_2 = 3,0$ м $M(x_2) = -F \cdot 3,0 = -20 \cdot 3,0 = -60$ кНм.

при $x_2 = 8,0$ м $M(x_2) = -F \cdot x_2 + R_A \cdot 5,0 - q \frac{5,0^2}{2} =$

$$= -20 \cdot 8,0 + 76 \cdot 5,0 - \frac{5,0^2}{2} = -30 \text{ кНм.}$$

Максимальний згинаючий момент знаходиться в перерізі, де поперечна сила $Q(x_2)$. Виходячи з цього, одержуємо

$$Q(x_2^*) = -F + R_A - q(x_2 - 3,0) = -20 + 67 - 20(x_2 - 3,0) = 0, \quad x_2 = 5,8 \text{ м.}$$

тому

$$\begin{aligned} M(x_2^* = 5.8) &= -F \cdot x_2 + R_A (x_2 - 3,0) - q \frac{(x_2 - 3,0)^2}{2} = \\ &= -20 \cdot 5.8 + 76(5.8 - 3,0) - 20 \frac{(5.8 - 3,0)^2}{2} = 18.4 \text{ кНм} \end{aligned}$$

Будуємо епюру $M(x_2)$ за трьома точками.

Переріз 3-3, $0 < x_3 < 1.0$ м.

поперечна сила $Q(x_3) = 0$;

згинальний момент $M(x_3) = -M = -30$ кНм

Будуємо епюри $Q(x_3)$ і $M(x_3)$.

Поперечні перерізи балки підбираємо за максимальним за модулем значенням згинального моменту, яке дорівнює 60 кНм.

Для сталеві балки

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{6000}{16} = 375 \text{ см}^3$$

За сортаментом ДСТУ 8239-89 (див. дод. А) обираємо двотавр № 27а, для якого $W = 407 \text{ см}^3$.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Шутенко Л. Н. Основы теории упругости и пластичности. Учебное пособие для студентов строительных специальностей / Л. Н. Шутенко, Н. А. Засядько, А. А. Чупрынин. – Харьков : ХНАГХ, 2007. – 135 с.

2. Шпачук В. П. Теоретична механіка. Статика : конспект лекцій для студентів денної і заочної форм навчання бакалаврів за спеціальностями 192 – Будівництво та цивільна інженерія, 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, 263 – Цивільна безпека, 275 – Транспортні технології (за видами), 185 – Нафтогазова інженерія та технології) / В. П. Шпачук, О. І. Рубаненко, А. О. Гарбуз ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – 125 с.

3. Опір матеріалів. Частина 1. Опір матеріалів стержневих елементів конструкцій при базових навантаженнях : конспект лекцій для студентів 1–2 курсів денної та заочної форм навчання за спеціальностями 192 – Будівництво та цивільна інженерія, 185 – Нафтогазова інженерія та технології / В. П. Шпачук, О. О. Чупринін, Н. В. Середя, В. О. Склярів; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2019. – 115 с.

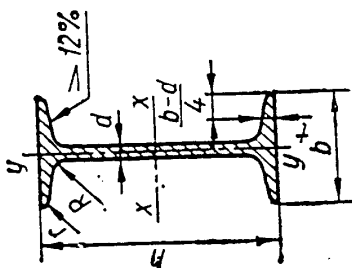
4. Чупринін О. О. Технічна механіка: конспект лекцій для студентів 1–3 курсів денної і заочної форм навчання за спеціальностями 275 – Транспортні технології (за видами) та 206 – Садово-паркове господарство / О. О. Чупринін, В. О. Пушня ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2020. – 81 с.

5. Шпачук В. П. Опір матеріалів. Частина 2. Опір матеріалів стержневих елементів конструкцій при складних навантаженнях : Конспект лекцій з дисциплін «Опір матеріалів», «Опір матеріалів та будівельна механіка», «Основи теорії споруд» для студентів денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямками 6.060101 – Будівництво, 6.060102 – Архітектура, 6.060103 – Гідротехніка (Водні ресурси)) / В. П. Шпачук, Л. С. Андрієвська, Н. В. Середя, О. О. Чупринін ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ, 2014. – 93 с.

ДОДАТОК А

Таблиця Д 1 – Сортамент

Балки двотаврові (за дією 6233—03)



Позначення:

h — висота балки;
 b — ширина полиці;
 d — товщина стінки;
 t — середня товщина полиці;

J — момент інерції;
 W — момент опору;
 i — радіус інерції;
 S — статичний момент півперерізу

Номер профілю	Розміри, мм				Площа перерізу F , см ²	J_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	J_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	Маса M , кг
	a	h	d	t									
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	29,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	31,5
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	33,9
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	36,5
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	39,2
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	42,2
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	48,6
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03	57,0
45	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09	66,5
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23	78,5
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39	92,6
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54	108

Виробничо-практичне видання

Методичні рекомендації і завдання
до організації самостійної роботи, підготовки до лекцій,
практичних занять і контрольних робіт

із навчальної дисципліни

«ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА»

*(для здобувачів 1–3 курсів усіх форм навчання першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти зі спеціальності 275 – Транспортні технології (за видами))*

Укладач **ЧУПРИНІН** Олександр Олексійович

Відповідальний за випуск *А. О. Гарбуз*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

План 2021, поз. 216 М.

Підп. до друку 11.11.2021. Формат 60 × 84/16.
Електронне видання. Ум. друк. арк. 1,5.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.

Електронна адреса: office@kname.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 5328 від 11.04.2017.