УДК 621.3/6.174

Е.І.КАРПУШИН, канд. техн. наук
Харківська державна академія міського господарства

АНАЛІТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ НА МІСЬКОМУ ЕЛЕКТРОТРАНСПОРТІ

Розглядаються причини відсутності моделювання руху в практиці підприємств міського електротранспорту, доведена непридатність існуючих методів побудови кривих руху для умов експлуатації трамвая і тролейбуса, показана можливість створення методики тягових розрахунків при застосуванні наближених розв'язань рівнянь руху.

На відміну від залізничного транспорту, де розклади, технологічні карти руху і норми енергоспоживання базуються на результатах попереднього моделювання, на міському електричному транспорті (МЕТ) ці документи складаються на емпіричній основі за даними контрольних поїздок. Неможливість попереднього аналізу варіантів проходження трамваями та тролейбусами перегонів для визначення оптимальних режимів і недостатня статистична репрезентативність результатів контрольних поїздок не дозволяють вирішувати проблему енергозбереження на науковій основі. Це пояснюється неприйнятністю для масового застосування на МЕТ існуючих методів моделювання руху (так званих тягових розрахунків), що базуються на рекурентному обчисленні відтинків відстаней та інтервалів часу як результатів аналітичного або графічного інтегрування лінеаризованих диференціальних рівнянь першого порядку (рівнянь руху) на відтинках, заданих графіками або таблицями кривих діючих сил.

Найбільш вагомою причиною неможливості застосування прийнятих на магістральному транспорті методик побудови кривих руху є однозначна заданість аргументу, яким є швидкість. Однак при рухові одиниці МЕТ наступне значення швидкості залежить не тільки від попереднього, але в першу чергу від ситуації на смузі руху перед рухомою одиницею, яку оцінює водій у процесі керування. Таким чином, фактичним аргументом у реальних умовах виступає можлива, оцінювана водієм довжина ділянки попереду рухомої одиниці, якою і визначається, по-перше, режим руху, а по друге, – швидкість і час. Крім того, адекватними дійсності можна вважати лише ті розрахунки, в яких величини, що задаються попередньо, є випадковими, тобто кожна із заданих величин належить до певного розподілу. Пояснюється це принциповою відмінністю експлуатації рухомого складу МЕТ на лінії від роботи локомотивів та електропоїздів: на МЕТ імовірність того, що рухома одиниця за визначений тяговим розрахунком час досягне визначеної швидкості на визначеній довжині, досить мала через випадкові збурення та можливі перешкоди на смузі руху, що робить процес руху тільки малою мірою детермінованим, тоді як на магістральному транспорті вплив випадкових факторів незначний настільки, що рух локомотива або електропоїзда можна вважати детермінованим з потрібною для практики точністю. Тому необхідність графічної побудови величезної кількості варіантів руху на МЕТ унеможливила застосування тягових розрахунків на практиці. Поява електронно-обчислювальної техніки повинна була б змінити цю картину, бо великі обсяги розрахункової роботи для сучасних комп'ютерів не є стримуючим фактором. Однак і на сьогодні у практичній діяльності підрозділів підприємств МЕТ з планування та організації руху моделювання не дістало належного поширення, хоча перспективність його впровадження визнається всіма з огляду на можливість розробки адекватних дійсності технологічних карт руху для одиниць різних типів на різних перегонах. Причиною такого становища є відсутність належного математичного забезпечення, що б відповідало особливостям експлуатації саме міського електротранспорту, зокрема, змішаній детерміновано-статистичній природі його руху.

В існуючих процедурах тягових розрахунків при інтегруванні рівняння руху тим чи іншим методом аргументом завжди виступає прирощення швидкості, а функціями – час і пройдений шлях. Дійсно, для будь-якого режиму похідна швидкості dV функціонально зв'язана з питомою діючою силою $f_д$ і інтегрування дає відтинки часу $t_2–t_1$ та відстані $S_2–S_1$:

$$t_2 - t_1 = k_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{f_д} \quad , \qquad S_2 - S_1 = k_2 \int_{V_1}^{V_2} \frac{VdV}{f_д},$$

де k_1, k_2 – системні коефіцієнти, чим автоматично визнається незмінність питомої діючої сили $f_д$ на прирощенні швидкості. Але коли записати діючу силу як належно вибрану функцію швидкості, то необхідність лінеаризації відпадає і з'являється можливість використання безпосередніх розв'язань диференціальних рівнянь, якими є рівняння руху. Таким чином вдається уникнути рекурсій і побудова кривих руху, а також наступні розрахунки механічної роботи зводяться до одномісних обчислень результатів за наперед заданими умовами. Проілюструємо це на прикладі обчислення механічної роботи при рухові в діапазоні швидкостей V_1, V_2 на автоматичній характеристиці ослабленого поля (індекс "ахоп") як найбільш складного випадку для графічної форми тягових розрахунків. Апроксимуємо тягову характеристику (залежність сили тяги від швидкості) квадратичним поліномом з коефіцієнтами A, B, C, враховуючи те, що сила опору рухові залежить від квадрата швидкості, виразимо вагу рухомої одиниці через вагу тари $G_т$, коефіцієнт пасажирського завантаження λ, коефіцієнт інерції обертових частин γ і складемо диференціальне рівняння руху:

$$\frac{dV}{dt} + f_{ахоп}(V^2 + 2g_{ахоп}V + h_{ахоп}) = 0;$$

$$f_{ахоп} = \frac{C - bG_т(1+\lambda)}{102G_т(1+\gamma+\lambda)};\quad 2g_{ахоп} = -\frac{B}{C - bG_т(1+\lambda)};$$

$$h_{ахоп} = -\frac{A - G_т(1+\lambda)a}{C - bG_т(1+\lambda)}.$$

Точне розв'язання цього рівняння малопривабливе для практичного використання:

$$V_2 = \alpha \cdot th\left(\alpha \cdot th + Arth\frac{V_1 + g}{\alpha}\right) - g;$$

$$S_2 - S_1 = \frac{1}{f}\ln\frac{ch\left(\alpha \cdot th + Arth\frac{V_1 + g}{\alpha}\right)}{chArth\frac{V_1 + g}{\alpha}} - gt; \qquad \alpha = \sqrt{g^2 - h},$$

але воно з точністю до відсотка може бути апроксимоване наближеним (тут і далі індекси не вживаємо):

$$V_2 = \frac{(V_1 + g) - f\left(h - g^2\right)t}{1 + ft(V_1 + g)} - g;$$

$$S_2 - S_1 = -\frac{V_2^2 - V_1^2}{2f\left[V_2(V_1 + g) + gV_1 + h\right]}.$$

Механічна робота, яку виконують тягові двигуни рухомої одиниці, як відомо, йде на підвищення кінетичної енергії в діапазоні швидкостей V_1, V_2 і на подолання опору рухові, що враховано сталим a і квадратичним b членами у формулі питомого опору рухові та ухилом i:

$$A_{мех.} = G_T\left[\frac{10^3}{2 \cdot 9{,}81}(1+\gamma+\lambda)(V_2^2 - V_1^2) + (1+\lambda)\left((a+i)S + b\int_0^S V^2(S)dS\right)\right].$$

З цієї формули видно, що для обчислення механічної роботи попередньо треба знати залежність квадрата швидкості від пройденого шляху. Мова йде про інтеграл

$$J = \int_0^S V^2(S)dS,$$

в якому функція $V^2(S)$ може набувати різного вигляду залежно від того, на якому відтинку тягової характеристики працюють тягові двигуни рухомої одиниці на шляху S_2 - S_1. Замість потрібної функції $V^2(S)$ в наближеному розв'язанні маємо обернену функцію $S(V^2)$, але це не є принциповим, бо

$$\int_0^S V^2(S)dS = \int_{V_1^2}^{V_2^2} S(V^2)d(V^2),$$

тому можна йти двома шляхами: або із залежності шляху від квадрата швидкості знайти потрібну функцію $V^2(S)$ і потім проінтегрувати, або безпосередньо проінтегрувати обернену функцію з урахуванням наявності, крім V^2, швидкості в першій степені. Другий шлях є більш доцільним, бо швидше приводить до мети. Візьмемо інтеграл

$$\int_{V_1^2}^{V_2^2} S(V^2)d(V^2) = \int_{V_1^2}^{V_2^2} \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2f[V_2(V_1 + g) + gV_1 + h)} d(V_2^2),$$

в якому відшукувана функція квадрата швидкості змінюється від V_1^2 до V_2^2, а V_1^2 вважається сталим членом. Введемо проміжне позначення

$$V_2(V_1 + g) + (gV_1 + h) = u; \quad V_2^2 = \left(\frac{U - (gV_1 + h)}{V_1 + g}\right)^2;$$

$$d(V_2^2) = \frac{2u}{V_1 + g} du,$$

і представимо інтеграл у правій частині тотожності як суму

$$\int_{V_1^2}^{V_2^2} \frac{V_2^2 - V_1^2}{2f[V_2(V_1 + g) + gV_1 + h]} d(V_2^2) = \frac{1}{2f}\left(\int_{u(V_1^2)}^{u(V_2^2)} \frac{[u - (gV_1 + g)]^3}{(V_1 + g)} du - \right.$$

$$-\int_{u(V_1^2)}^{u(V_2^2)} \frac{[u-(gV_1)]}{u}du\Bigg).$$

Розкриємо кубічний двочлен і виконаємо інтегрування у правій частині:

$$\int_{V_1^2}^{V_2^2} \frac{V_2^2 - V_1^2}{2f[V_2(V_1+g)+gV_1+h]} d(V_2^2) = \frac{1}{f}\Bigg(\frac{V_2^3 - V_1^3}{3(V_1+g)} -$$

$$-\frac{(V_2^2 - V_1^2)(gV_1+g)}{2(V_1+g)^2+gV} + \frac{(gV_1+h)-V_1^2(V_1+g)}{(V_1+g)^4}\Bigg[(V_1+g)(V_2 \quad -V_1)+$$

$$+(gV_1+h)\ln\frac{(V_1+g)V_1+gV_1+h}{(V_2+g)V_2+gV_2+h}\Bigg]\Bigg).$$

Знайдений таким чином вираз відповідає площі криволінійного трикутника і, отже, відображає тільки ту частину роботи по подоланню опору рухові, що відповідає зміні швидкості від V_1 до V_2.

Для визначення усієї роботи по подоланню сил опору рухові слід від площі прямокутника $(V_2^2 - V_1^2)(S_2 - S_1)$ відняти площу криволінійного трикутника. Таким чином, механічна робота при рухові на автоматичній характеристиці з урахуванням збільшення кінетичної енергії становитиме:

$$A_{мех} = 51G_m(1+\gamma+\lambda)(V_2^2 - V_1^2)\Bigg\{1 + \frac{1+\lambda}{102f(1+\gamma)}\Bigg[\frac{a+i+bV_2^2}{V_2(V_1+g)+V_1g+h} -$$

$$-2b\Bigg(\frac{V_2^3 - V_1^3}{3(V_1+g)(V_2^2-V_1^2)} - \frac{gV_1+h}{2(V_1+g)^2} + \frac{(gV_1+h)^2 - V_1^2(V_1+g)}{(V_2^2-V_1^2)(V_1+g)^4}\times \qquad (1)$$

$$\times\Bigg[(V_1+g)(V_2-V_1)+(gV_1+h)\ln\frac{V_1(V_1+g)+gV_1+h}{V_2(V_1+g)+gV_1+h}\Bigg]\Bigg)\Bigg]\Bigg\}.$$

У такому вигляді вираз для підрахунку механічної роботи малопридатний для практичних розрахунків. Спростити його звичайним шляхом, тобто нехтуванням малих членів не вдається, по-перше, через відсутність таких членів, а по-друге, внаслідок великого діапазону змін коефіцієнтів, залежних від швидкості та пасажирського завантаження. Тому побудова наближеної формули повинна грунтуватися на інших засадах.

Записавши вираз для функції квадрата швидкості

$$V_2^2 = V_1^2 + 2fS[V_2(V_1+g)+gV_1+h]\frac{1+\gamma}{1+\gamma+\lambda},$$

проінтегруємо його за довжиною S, вважаючи V_2 за відомий коефіцієнт:

$$\int_0^S V_2^2(S)dS = V_1^2 S + fS^2[V_2(V_1+g)+gV_1+h]\frac{1+\gamma}{1+\gamma+\lambda}.$$

Замінимо тепер S на відповідну функцію швидкості:

$$\int_0^S V_2^2(S)dS = \frac{V_1^2(V_2^2-V_1^2)(1+\gamma+\lambda)}{2f[V_2(V_1+g)+gV_1+h](1+\gamma)} +$$

$$+\frac{f(V_2^2-V_1^2)^2[V_2(V_1+g)+gV_1+h]\times}{4f^2[V_2(V_1+g)+gV_1+h]\times}\ldots$$

$$\ldots\frac{\times(1+\gamma+\lambda)^2(1+\gamma)}{(1+\gamma)^2(1+\gamma+\lambda)} = \frac{V_2^4-V_1^4}{4f[V_2(V_1+g)+gV_1+h]}\left(\frac{1+\gamma+\lambda}{1+\lambda}\right).$$

Врахувавши постійний член a+i у виразі питомого опору рухові та кінетичну енергію, остаточно маємо:

$$A_{мех} = 51G_т(1+\gamma+\lambda)(V_2^2-V_1^2)\times$$

$$\times\left[1+\frac{(1+\lambda)\left(a+i+\frac{V_1^2+V_2^2}{2}\right)}{102(1+\gamma)f[V_2(V_1+g)+gV_1+h]}\right].$$

Як видно, у такому записі обчислення механічної роботи під час послаблення поля та при рухові на автоматичній характеристиці послабленого поля значно спрощується. Придатність наближеної формули, в якій кінцева швидкість розбігу відіграє роль постійного коефіцієнта, для практичних розрахунків проілюструємо на прикладі розбігу на горизонтальній ділянці (i=0) тролейбуса з вагою тари G_T=105 кН від V_1= 9 м/с до V_2 = 11 м/с при пасажирському завантаженні у 73,5 кН.

Коефіцієнти рівняння руху для цього випадку будуть такими: 1+λ=1,7; 1+γ+λ=1,81; f=0,01432; g=−15,2; h=232; a=12; b=0,05184.

Розрахунок механічної роботи за точною формулою (1) дає результат:

$$A_{\text{точн.}} = 64911 \text{ Нм.}$$

При підстановці тих самих вихідних значень у наближену формулу маємо

$$A_{\text{наближ.}} = 64721 \text{ Нм,}$$

тобто відносна похибка наближеного результату складає всього 0,3%, що дає підставу в подальшому користуватися саме наближеною формулою.

Оскільки розрахунок даних для режиму послаблення поля не відрізняється від викладеного, побудова кривої руху та визначення витрат енергії у цьому режимі відбуватиметься за тими ж кінцевими формулами із зауваженням, що V_1 та V_2 означатимуть відповідно швидкість виходу на автоматичну характеристику повного поля $V_{АХПП}$ і швидкість закінчення послаблення поля $V_{ОП}$.

Отримано 10.05.2000

УДК 534.1, 621.81-192

В.П.ШПАЧУК, д-р техн. наук
Харьковская государственная академия городского хозяйства
В.А.МАЛАХОВ
Казенное предприятие
"Харьковское конструкторское бюро по машиностроению им. А.А.Морозова"

СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ МНОГОКООРДИНАТНОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ И ЦИКЛА РАБОТЫ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОРГАНОВ

Сформулирована задача синтеза многокоординатной электромеханической системы с учетом траекторий движения и циклов работы исполнительных органов, рассмотрены основные этапы ее решения.

При проектировании различных устройств в промышленности часто приходится решать задачу синтеза системы, которая должна обеспечить перемещение какого-либо тела (в общем случае точки) по заранее известной траектории. На практике задача усложняется тем, что заданы движения не одной, а нескольких точек, причем известны не только траектории их движения, но и взаимная связь по времени (цикл работы). В настоящее время самым распространенным способом решения этой задачи является синтез структуры на основе электрических или электронных блоков программного управления. Однако такой подход не всегда приемлем. Например, при синтезе комплекса