

В.І. Лусь

Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Україна

ДО ОЦІНКИ НЕРІВНОЖОРСТКОСТІ ПІДШИПНИКОВИХ ОПОР ПО ШИРИНІ НЕСТІЙКОЇ ЗОНИ НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ

Досліджено питання впливу неідеальної пружності і нерівножорсткості опорних підшипників на динамічну реакцію об'єкта при зовнішньому вібраційному збудженні.

Для оцінки нерівножорсткості підшипників запропоновано достатньо ефективним метод, оснований на чутливості ширини зони нестійкості нелінійної системи по відношенню до пружної характеристики опор.

Для даного кола специфічних задач розглянуто оперативний метод оцінки ширини зони нестійкості лінеаризацією нелінійних рівнянь на основі енергетичної еквівалентизації.

Ключові слова: *конструкція, динамічна реакція, динамічні параметри, вібраційне збудження, структурна модель, зона нестійкості, частота і амплітуда коливань, нелінійна система, пружна характеристика, нерівножорсткість, чутливість динамічних параметрів, оперативний метод, енергетична еквівалентизація.*

Постановка проблеми

Як було розглянуто раніше, умови рівножорсткості дисипативних характеристик прецизійних роторних систем є одними з найважливіших показників якості збірки приладів. Внаслідок неідеальної пружності і нерівножорсткості опорних підшипників динамічна реакція об'єкта на зовнішнє вібраційне збудження може мати нелінійний характер [1].

При цьому можливі в загальному випадку варіанти м'якої, жорсткої і комбінованої характеристик нелінійної системи. Якщо нерівножорсткість достатньо велика, то вказані нелінійні властивості проявляються навіть при незначних вібраційних збудженнях системи.

Для оцінки нерівножорсткості підшипників достатньо ефективним є метод, оснований на чутливості ширини зони нестійкості нелінійної системи по відношенню до пружної характеристики опор [2].

Для даного кола специфічних задач розглянемо оперативний метод оцінки ширини зони нестійкості лінеаризацією нелінійних рівнянь на основі енергетичної еквівалентизації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Швидкісні роторні системи, які у великих обсягах застосовуються в техніці (наприклад, гіроскопи), в реальних умовах працюють під впливом механічних вібрацій, які значно знижують точність системи. Природа вібрацій ротора електродвигуна, яка викликається вібраціями корпусу, характеризується жорсткістними і демпферуючими характеристиками системи, постійними і змінними складовими момен-

ту сил опору обертання ротора в опорах, осьовими і радіальними коливаннями центру тяжіння і рядом інших характеристик. Аналітичне дослідження динаміки таких систем є дуже складною задачею, тому їх характеристики доцільно одержувати різними методами ідентифікації [3, 4, 5].

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми

Роторні системи входять до складу енергетичних, транспортних, технологічних машин і складають основу для передачі всіх видів обертального руху. Вживання мехатронних технологій в роторних машинах пов'язане з розширенням функцій діагностики параметрів обертального і поступального рухів, працездатності підшипникових вузлів, ущільнень рухливих стиків, демпферів, елементів приводу.

Силові потоки в сучасних машинах передаються в основному за допомогою обертального руху ротора в опорах, які повною мірою можна назвати критичними елементами, що багато в чому визначають питомі показники і працездатність машин. Основною функцією опор роторів є забезпечення несучої здатності і демпферуючих властивостей, які є базовими характеристиками традиційних видів підшипників.

Вони володіють компактністю і високою надійністю роботи в складних навколишніх умовах і зараз викликають великий інтерес в різних сферах промисловості.

Створення роторних машин нових поколінь формує нові вимоги до підшипникових вузлів, а са-

ме: реалізація інтелектуальної поведінки роторної системи в умовах невизначеності зовнішнього середовища, зокрема, при виникненні автоколивальних режимів, параметричних і хаотичних коливань, забезпечення обертальних і поступальних рухів елементів роторної системи по складних траєкторіях і законах зміни параметрів, реалізація складних кінематичних структур роторно-опорних вузлів машин нових поколінь, що забезпечують якісно вищі показники.

Мета статті

Головною метою цієї роботи є досліджено питання впливу неідеальної пружності і нерівножорсткості

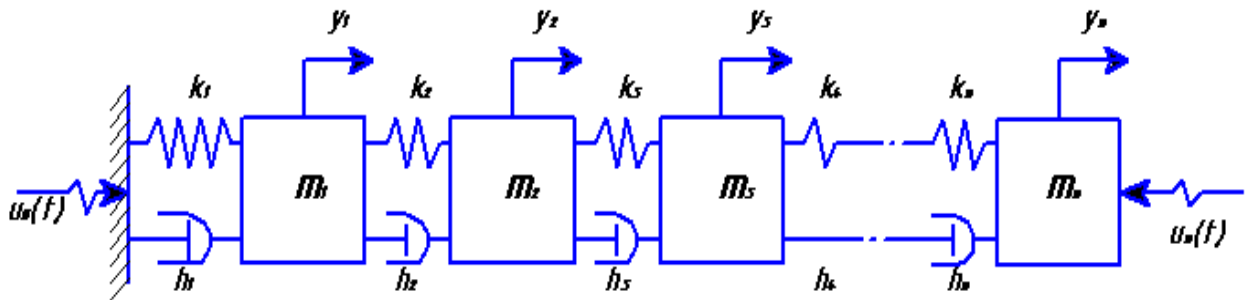


Рис. 1. Динамічна модель ланцюгової системи

Маси m_i з'єднані між собою в'язкопружними демферами h_i і пружними елементами k_i , в тому числі з нелінійною характеристикою.

На систему діє зовнішня періодична сила.

Нехай коливання системи описуються рівняннями:

$$A\ddot{y} + B\dot{y} + Cy + \sum_{k=1}^m H_{2k+1} x^{2k+1} = E \sin \omega t \quad (1)$$

де A, B, C – матриці $(n \times n)$ інерційних, дисипативних і квазіпружних коефіцієнтів; $y(t)$ – матриця-стовпчик $(n \times 1)$ приведених координат; $x^k = [x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k]^T$, де $x_l = y_l - y_{l-1}$, при $(l=1, 2, \dots, n)$ – подовження пружин, причому $y_0 = 0$ або $y_0 = u_0$ в залежності від схеми збудження; $H_k (k=3, 5, 7, \dots, 2m+1)$ матриці $(n \times n)$, яка характеризує нелінійні властивості системи; E – стовпець $(n \times 1)$ амплітуд зовнішніх приведених збуджуючих сил.

Нехай при малих коливаннях поведінка системи з високою механічною добротністю може наближено описуватись лінійним рівнянням

$$A\ddot{y} + B\dot{y} + Cy = E \sin \omega t \quad (2)$$

Позначимо власні частоти системи через ω_{i0} ($i = 1, 2, \dots, n$). У зоні частот ω_{i0} треба враховувати не

кості опорних підшипників на динамічну реакцію об'єкта при зовнішньому вібраційному збудженні, визначення оцінки нерівножорсткості підшипників для чого запропоновано достатньо ефективним методом, оснований на чутливості ширини зони нестійкості нелінійної системи по відношенню до пружної характеристики опор, для даного кола специфічних задач розглянуто оперативний метод оцінки ширини зони нестійкості лінеаризацією нелінійних рівнянь на основі енергетичної еквівалентизації.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо ланцюгову систему з n ступенями свободи, рис. 1.

лінійність характеристик пружних елементів, рис. 2. В нелінійних системах спостерігається явище стрибка амплітуди [5], а відрізок частотної осі, де можливий зрив амплітуди, являється нестійкою зоною.

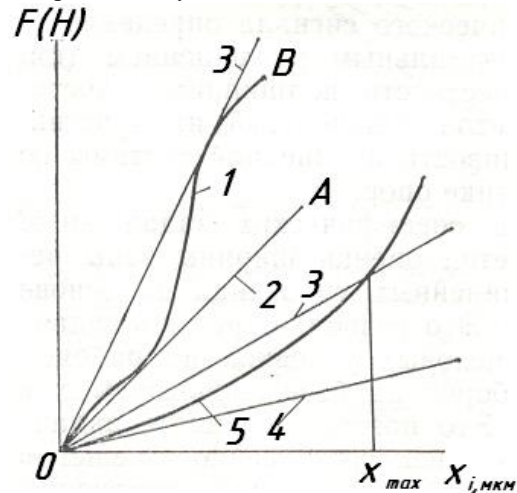


Рис. 2. Залежність пружної сили F від переміщення x :

1, 5 – нелінійні; 2, 3 – першої і другої систем; 4 – нелінійна

Введемо поняття першої і другої жорсткостей нелінійної пружної характеристики, рис. 2. Із рис. 2 виходить, що перша жорсткість – це тангенс кута нахилу граничного положення дотичної до нелінійної характеристики при повороті радіуса-вектора OA від горизонтальної осі OX до вертикальної – OF . Дру-

га жорсткість – це тангенс кута нахилу граничного положення дотичної до нелінійної характеристики при повороті радіуса-вектора oB від вертикальної осі oF до горизонтальної осі oX .

Очевидно, що значення першої і другої жорсткостей залежать від реального діапазону переміщень. Якщо x не перевищує значення x_{max} , то друга жорсткість буде або меншою, або дорівнювати пер-

шій жорсткості тієї ж характеристики без обмежень на переміщення x . Назвемо систему рівнянь (2) після заміни квазіпружних коефіцієнтів на відповідні другі жорсткості – другою системою. Тоді для зони власної частоти системи максимальна ширина нестійкої зони нелінійної системи при малому демпфіруванні не перевищує інтервалу між цими ж власними частотами першої і другої систем, рис. 3.

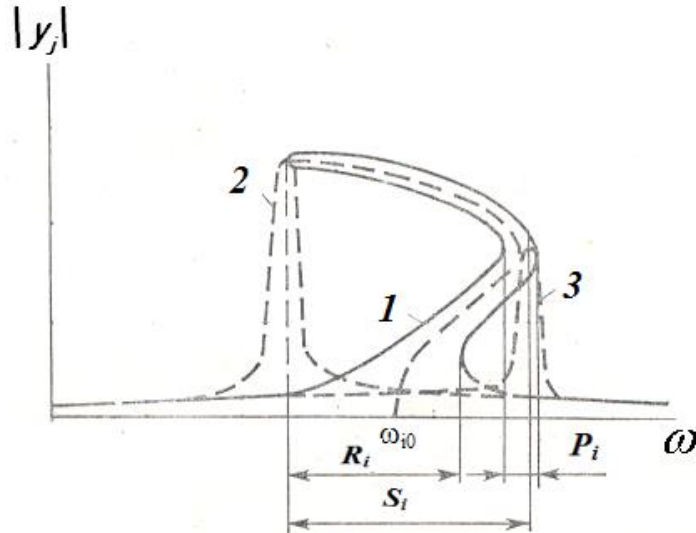


Рис. 3. Амплітудно-частотні характеристики:
1 – нелінійної системи; 2 – першої системи; 3 – другої системи;
(P_i і R_i – нестійкі зони при збільшенні і зменшенні частот відповідно)

Розглянемо для прикладу окремий випадок з кубічними нелінійностями жорсткості. Введемо поняття еквівалентної жорсткості як тангенс кута нахилу прямої, яка з'єднує початок координат і точку нелінійної характеристики, яка відповідає максимальному подовженню пружного елемента. Систему (2), одержану шляхом заміни квазіпружних коефіцієнтів на відповідні еквівалентні, будемо називати еквівалентною системою. В межах власної частоти системи (2) максимальна ширина нестійкої

зони не перевищує інтервалу між цими ж власними частотами даної і еквівалентної систем.

За максимальне переміщення при визначенні еквівалентних жорсткостей приймається сума модулів амплітуд сусідніх мас на відповідній власній частоті ω_{i0} ($i = 1, 2, \dots, n$). Визначимо власні частоти системи ω_{i0} ($i = 1, 2, \dots, n$). Далі розглянемо амплітудно-частотні залежності для лінійної системи і з урахуванням схеми збудження визначаються максимально можливі подовження j -ї пружини на i -й власній частоті ω_{i0} :

$$\Delta_{ji} = |y_j(\omega_{i0})| + |y_{j-1}(\omega_{i0})|, \quad (j, i = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

Із умови рівності потенціальних енергій нелінійної і еквівалентної пружин на максимальних подовженнях Δ_{ji} визначимо еквівалентні жорсткості

k'_{ji} . Індекс j відповідає номеру пружного елемента, i – порядковому номеру власної частоти ω_{i0} :

$$k'_{ji} = k_j + \sum_{k=1}^m h_{2k+1} \Delta_{ji}^{2k}, \quad (j, i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

Із коефіцієнтів k'_{ji} складемо матриці c'_i ($i = 1, 2, \dots, n$) еквівалентних жорсткостей. Після визначення власних частот $\omega_l(c'_i)$ для n еквівалентних систем знаходимо ширину нестійкої зони s_i в межах частоти ω_{k0} :

$$s_i = |\omega_i(c'_i)|, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

Нехай жорсткісна характеристика системи має вид:

$$F_3 = k_3 x_3 + k_3^* x_3^3, \quad (6)$$

де F_3 – зусилля; $x_3 = y_3 - y_2$ – подовження; $k_3^* = 2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$.

Інші параметри візьмемо такими, як у [1].

Вважаючи $k_3^* = 0$, визначимо власні частоти системи ω_{i0} ($i = 1, 2, 3$): $\omega_{10} = 1127,4 \text{ c}^{-1}$; $\omega_{20} = 2549,6 \text{ c}^{-1}$; $\omega_{30} = 6429,1 \text{ c}^{-1}$. Розглядаючи амплітудно-частотні характеристики, знайдемо квадрати максимальних подовжень пружин k_3 на частотах ω_{i0} ($i = 1, 2, 3$):

$$\Delta_{31}^2 = 2,215 \check{\epsilon}^2, \Delta_{32}^2 = 0,01465 \check{\epsilon}^2, \Delta_{33}^2 = 0,2963 \times 10^{-4} \check{\epsilon}^2$$

На основі виразу (4) еквівалентні коефіцієнти жорсткості на частотах

ω_{i0} ($i = 1, 2, 3$) приймають такий вид:

$$k_{3i}' = k_3 + h_3 \Delta_{3i}^2 \quad (7)$$

Їх числові значення будуть дорівнювати:

$$k_{31}' = 4,84 \times 10^7 \text{ Ї} / \check{\epsilon}; k_{32}' = 0,436 \times 10^7 \text{ Ї} / \check{\epsilon}; k_{33}' = 0,407 \times 10^7 \text{ Ї} / \check{\epsilon}$$

Визначаючи власні частоти еквівалентної системи, знайдемо:

$$\omega_1(\check{n}_1') = 1218,3 \text{ c}^{-1}; \omega_2(\check{c}_2') = 2605,6 \text{ c}^{-1}; \omega_3(\check{c}_3') = 6429,2 \text{ c}^{-1}.$$

Значення коефіцієнтів k_1 і k_2 змінювати не потрібно внаслідок лінійності цих характеристик. З виразу (5) максимальна ширина зони нестійкості на першій частоті $s_1 = 90,861 \text{ c}^{-1}$, на другій - $s_2 = 55,985 \text{ c}^{-1}$, на третій - $s_3 = 9,3 \text{ c}^{-1}$. Із аналізу видно, що найбільша ширина нестійкої зони буде на нижчій частоті. Із збільшенням порядкового номеру власної частоти ширина нестійкої зони зменшується. Залежність ширини зони нестійкості s_i ($i=1, 2, 3$) від ступеня нелінійності k_3^* опори показана на рис. 4.

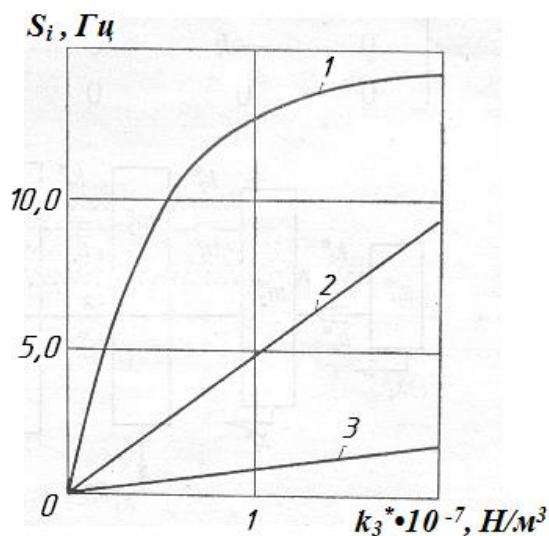


Рис. 4. Залежність ширини зони нестійкості s_i ($i=1, 2, 3$) від ступеня нелінійності підшипникової опори

Висновки і пропозиції

Таким чином, приведені залежності дозволяють дати оцінку ступені нелінійності пружної характеристики і, як наслідок, нерівножорсткості підшипникових опор за результатами вібраційних досліджень. При натурних випробуваннях ширина зони нестійкості може бути визначена шляхом автоматичної системи прямого і зворотного частотного сканування при фіксованому рівні перенавантаження.

Література

1. Лусь, В.І. До визначення стану комплексних контактних з'єднань прецизійних роторних систем. [Текст] / В.І. Лусь // Комунальне господарство міст. Науково-технічний збірник. Випуск 149, серія: Технічні науки та архітектура. – Харків: 2019. –с.29 – 34.
2. Бидерман, В. Л. Прикладная теория механических колебаний. [Текст] / В.Л. Бидерман –М.: Высшая школа, 1972. -416 с.
3. Джашишов, В.Э. Общая и прикладная теория гироскопов с применением компьютерных технологий [Текст] / В.Э. Джашишов, В.М. Панкратов, А.В. Голиков / Под общей редакцией академика РАН В.Г. Пешехонова. СПб.: ГНЦ РФ ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электронприбор", 2010.- 154 с.
4. Барулина, М.А. Частотные уравнения и собственные частоты элементов вибрационных микромеханических гироскопов на основе сдвиговой теории Тимошенко [Текст] / М.А. Барулина // Нано- и микросистемная техника. 2015. №4. С.21-31.
5. Барулина, М.А. Построение матрицы масс трехмерного конечного элемента для моделирования динамики микромеханических датчиков инерциальной информации и их узлов [Текст] / М.А. Барулина // Мехатроника. Автоматизация. Управление. 2015. Т.16, №5. С. 352-360.

References

1. Lus', V.I. (2019) To determine the state of complex contact connections of precision rotary systems. *Scientific and technical collection. Municipal economy of cities. Series. Engineering and Architecture*, 149, 29 – 34.
2. Biderman, V. L. (1972) Applied theory of mechanical vibrations. Moscow: Higher school, 416.
3. Dzhashitov, V. E., Pankratov, V. M. & Golikov, A.V. (2010) General and applied gyroscope theory with the use of computer technologies. *Under the General editorship of the RAS academician Peshekhonov, V. G. Saint Petersburg: SSC RF JSC "Concern" Central research Institute "Electropribor"*, 154.
4. Barulina, M. A.(2015) The frequency equation and natural frequencies of the vibrating elements of micromechanical gyroscopes based on the shift theory of Timoshenko. *Nano - and Microsystem technology*, 4, 21-31.
5. Barulina, M. A.(2015) Construction of the mass matrix of a three-dimensional finite element for modeling the dynamics of micromechanical inertial information sensors and their nodes. *Mechatronics. Automation. Management*, 16, 5, 352-360.

Рецензент: д-р. техн. наук, проф., проф. кафедри системотехніки І.М. Рябченко, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна

Автор: ЛУСЬ Володимир Іванович
кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри
Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail – lus.51@mail.ru

TO ESTIMATE THE NON-RIGIDITY OF BEARING SUPPORTS OVER THE WIDTH OF THE UNSTABLE ZONE OF A NONLINEAR SYSTEM

V. Lus'

O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkov, Ukraine

In this paper, questions are investigated the influence of non-ideal elasticity and non-rigidity of support bearings on the dynamic response of an object under external vibration excitation is investigated.

A method based on the sensitivity of the instability zone width of a nonlinear system in relation to the elastic characteristic of supports is proposed to estimate the non-rigidity of bearings.

For this range of specific problems, we consider an operational method for estimating the width of the instability zone by linearization of nonlinear equations based on energy equivalence.

The main purpose of this work is to investigate the influence of non-ideal elasticity and non-elastic support bearings on the dynamic response of the object under external vibration excitation, to determine the evaluation of non-ideal bearings. for this purpose, a sufficiently effective method based on the sensitivity of the instability zone width of a nonlinear system in relation to the elastic characteristics of the supports is proposed, for this range of specific problems, we consider an operational method for estimating the width of the instability zone by linearization of nonlinear equations based on energy equivalence.

Conclusions and suggestions. Thus, these dependences allow us to assess the degree of non-linearity of the elastic characteristic and, as a result, the non-rigidity of the bearing supports based on the results of vibration studies. In field tests, the width of the instability zone can be determined by an automatic forward and reverse frequency scanning system at a fixed overload level.

Keywords: *construction, dynamic response, dynamic parameters, vibrational excitation, structural model, instability zone, frequency and amplitude of vibrations, nonlinear system, elastic characteristic, non-uniformity, sensitivity of dynamic parameters, operational method, energy equalization.*