

М.Ю. Карпенко, О.М. Штельма

Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Україна

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ЕКОНОМІЧНОЇ РІВНОВАГИ ЯК СКЛАДОВА СИСТЕМИ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ

У статті розглянута модель системи з регульованими параметрами та її математичний аналіз. Модель дає можливість дослідити умови досягнення економічної рівноваги та розглянути можливі стани системи у цьому контексті. Отримані результати можуть бути використані в навчальному процесі як комп'ютерний тренажер або складова системи дистанційного навчання при підготовці фахівців економічних спеціальностей.

Ключові слова: економічна рівновага, математична модель, дисбаланс, математичний аналіз, виробничі можливості, функція корисності.

Постановка проблеми, аналіз останніх досліджень і публікацій

Тенденції до активного використання інформаційних технологій є відмінною рисою сучасної системи освіти. При цьому можна стверджувати, що головним трендом використання інформаційних технологій в освіті є розвиток та впровадження систем дистанційного навчання. На сьогодні дистанційні форми навчання де факто присутні та активно підтримуються практично у всіх навчальних закладах і формах навчального процесу, часом набуваючи рис лідируючої технології підготовки фахівців [1, 2].

Така ситуація виникла не відразу. Дистанційна форма має очевидні переваги (зокрема, – економічного характеру) для споживачів освітніх послуг. Серед таких переваг можна вказати на високу мобільність, прозорість процесу, можливість отримувати інформацію незалежно від часу та місця розташування тощо.

Останню крапку в суперечки навколо доцільності впровадження дистанційних форм освіти поставили події, пов'язані з пандемією коронавірусу. Вимушений перехід навчальних закладів до режиму карантину зробили дистанційну форму чи не єдиним можливим способом надання освітніх послуг і фактично – виживання системи освіти як такої. Тому на сьогодні актуальність та доцільність впровадження дистанційних форм навчання не викликає жодного сумніву. І головним питанням є підвищення ефективності цього процесу та підвищення якості освітніх послуг.

У цьому контексті слід зауважити, що дистанційним технологіям притаманний ряд недоліків, пов'язаних зі специфікою сприйняття інформації через систему електронних комунікацій.

Більшість з них можна компенсувати розмаїттям форм і методів організації навчального процесу. Зокрема, – впровадженням комп'ютерних тренажерів та ділових ігор, що дозволяють дослідити певні процеси та відпрацювати навички, які наближені до у режиму реальної роботи.

Важливу роль на цьому шляху відіграє створення таких тренажерів та ділових ігор з подальшою їх інтеграцією до дистанційних курсів. В основі цього підходу лежать методи імітаційного моделювання. Стосовно підготовки менеджерів, економістів мова йде про моделювання економічних процесів.

Мета роботи

Враховуючи вищевказане, метою роботи є розробка математичної моделі системи з регульованими параметрами, яку можна використовувати для дослідження питань щодо економічної рівноваги та розробки комп'ютерних тренажерів з метою її подальшого використання у системі дистанційної освіти.

Постановка задачі

Модель економічної рівноваги буде представлена як результат взаємодії трьох компонент: виробника, сукупного споживача і регулятора цін.

На першому етапі користувач задає налаштування моделі та вводить вектор цін на товари. З урахуванням поточних цін виробник продукує продукцію (у нашому випадку це товари двох видів). Максимальні обсяги випуску цих товарів обмежені його виробничими можливостями. Конкретне значення обсягів випуску кожного виду продукції виробник визначає сам, спираючись на діючі ціни.

Зафіксувавши певні обсяги випуску, виробник передає товари до внутрішнього ринку. Споживач, отримавши пропозицію, формує зі свого боку обсяги попиту. При цьому в моделі враховуються рівень цін та уподобання споживача.

Залежно від співвідношення попиту та пропозиції у моделі здійснюється реалізація продукції. Оскільки система є замкнутою вважається що у розпорядженні споживачів є весь обсяг грошових коштів, отриманих на етапі попередньої реалізації.

За результатами реалізації товарів можливі дві ситуації:

1. Випущена продукція спожита у повному обсязі. Це означає що співвідношення цін забезпечує рівновагу між попитом та пропозицією.

2. Частина продукції, що запропонована, не була купленою споживачем. Це означає, що співвідношення цін викликало структурну деформацію пропозиції. Тобто виробник, спираючись на діючі ціни, забезпечив пропозицію, що не відповідає уподобанням споживачів. У цьому випадку з одного боку лишиться не спитою частина пропозиції, а з іншого, – з'являться грошові кошти, що не були покриті запропонованими товарами.

Обсяги грошових коштів, що не були покриті пропозицією, переходять та накопичуються у фонді «незадоволеної пропозиції». Обсяги товарів, що не були спожиті, накопичуються у фонді «відкладеного попиту».

Відповідно до отриманих результатів, модель пропонує змінити значення цін, за необхідності, – ввести коефіцієнт їх коригування, а далі процес повторюється за нових умов. При цьому до обсягу грошових коштів, отриманих від реалізації товарів, додається фонд «незадоволеної пропозиції». До обсягів випуску товарів додається фонд «відкладеного попиту».

Далі користувач отримує інформацію про поточний стан системи, пропозицію задати нові ціни і процес повторюється.

Після певної кількості ітерацій за результатами роботи моделі ми отримаємо стан системи та історію його формування користувачем. Аналіз цієї інформації дозволить дійти висновку щодо правильності стратегії ціноутворення та обґрунтовано оцінити отримані результати.

Виклад основного матеріалу: модель системи

Розглянемо економічну систему, що складається з трьох взаємодіючих компонент: виробника, сукупного споживача і регулятора цін (рис. 1) [1, 2].

Нехай W – множина виробничих можливостей виробника, а X – вектор можливого випуску n видів

товарів. Тоді виробничі можливості виробника можна представити у вигляді:

$$X = \{ X_1, X_2, \dots, X_n \}, X \geq 0 \text{ и } X \in W, \quad (1)$$

де W – область виробничих можливостей (рис. 1, крива Γ).

Теоретичні та прикладні аспекти моделювання системи з регульованими параметрами досліджено в наукових роботах багатьох вчених-економістів і практиків [1-5]. Проте проблема рівноваги замкнутої системи потребує подальшого дослідження, оскільки економічна рівновага підприємства як системи впливає на рівень соціально-економічне розвитку суспільства в цілому.

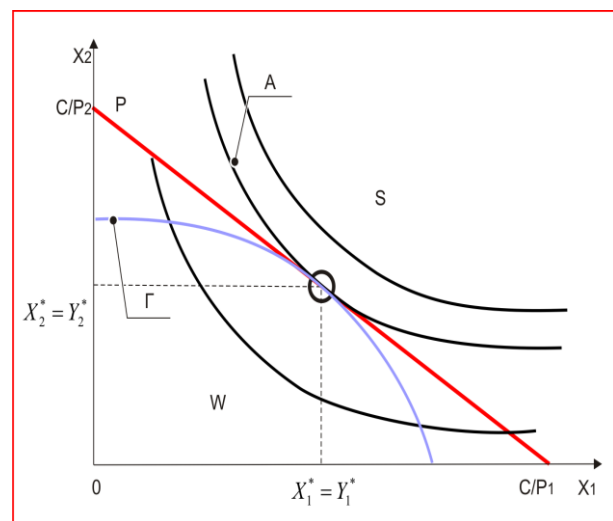


Рис. 1. Криві споживчих переваг і можливостей виробника

Метою статті є моделювання системи з регульованими параметрами та її математичний аналіз з точки зору досягнення економічної рівноваги.

Будемо вважати, що W – замкнута опукла множина, Γ – її межа, а також існує певний орган, що формує вектор цін на продукцію всередині системи. За таких умов завдання виробника полягає у визначенні обсягів випуску, що максимізують його дохід [3]:

$$P X \rightarrow \max, X \geq 0, X \in W \quad (2)$$

Позначимо оптимальне рішення задачі (2) як X^* . Тоді сума коштів, отриманих виробником, складе $C = P X^*$.

За умов замкнутої системи сума C потрапляє до «сукупного споживача». Володіючи обсягом грошових коштів C , споживач сформує попит, який математично представлено вектором:

$$Y^* = \{Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_n^*\}, \text{ за умови } PY \leq C \quad (3)$$

Вектор попиту Y визначимо як результат вирішення задачі споживача, що максимізує свою функцію корисності (множина S за межами кривої A на рисунку 1):

$$U(Y) \rightarrow \max, PY \leq C, y \geq 0. \quad (4)$$

Тоді умову економічної рівноваги в замкнутій системі можна записати як:

$$Y^* = X^* \quad (5)$$

Геометрично точка рівноваги відповідає точці дотику межі виробничих можливостей Γ з кривою байдужості A (на рисунку 1 – це точка дотику двох множин W і S). При цьому лінія цін (бюджетна лінія) є такою, що розділяє для дві опуклі множини W і S :

$$S = \{X | U(X) \geq U(X^*)\}. \quad (6)$$

Зауважимо, що імовірність випадкового вибору таких цін P , що забезпечують рівновагу системи, мізерно мала.

У більшості випадків для описаної моделі характерні такі ситуації [4, 5]:

– попит не відповідає пропозиції, тобто $X^* \neq Y^*$;

– асортимент X^* , що вже вироблено, з точки зору споживача має меншу цінність порівняно з набором Y^* однакової сумарної вартості, тобто $U(X^*) < U(Y^*)$;

– очікуваний споживачем асортимент $Y \notin W$ не може бути вироблений внаслідок обмежень виробничо-технологічного характеру (рис. 2).

Вказані факти, як правило, є результатом неправильної цінової політики, яка призводить до дисбалансу в системі замкнутого типу.

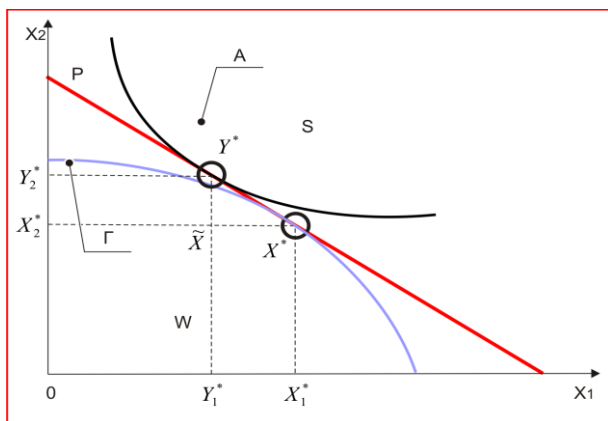


Рис. 2. Економічна система з незбалансованим співвідношенням попиту й пропозиції

Нехай, споживачеві невідомий випуск X^* і він цілеспрямовано прагне задовольнити попит Y^* . В цьому випадку сумарний обсяг споживання складатиме:

$$\tilde{X} = \min(X_i^*, Y_i^*), \quad i = 1, \dots, n. \quad (7)$$

Виходячи з умови $\tilde{X} \leq X^*$, отримаємо властивість **нереалізованих залишків**: $\Delta X = X^* - \tilde{X} \geq 0$.

При цьому сума коштів, що залишилися у споживача (відкладений попит) становитиме $\Delta C = C - P\Delta X$. Саме на таку суму виробник недоотримує дохід. Ця сума на кожному кроці буде додаватися до «фонду незадовільненого попиту».

Розглянемо динамічний процес з T кроків. На кожному кроці приймаються рішення щодо векторів $P(t), t = 1, 2, \dots, T$. Припустимо, що $\Delta C(0) = 0, \Delta X(0) = 0$.

Тоді основні співвідношення, що описують цей процес на етапі t можна представити таким чином. Вектор пропозиції $\hat{X}(t)$ складається із залишків $\Delta X(t-1)$ і нового випуску $X^*(t)$, який до нього додається, тобто:

$$\hat{X}(t) = X^*(t) + \Delta X(t-1). \quad (8)$$

Попит $Y^*(t)$ визначається як результат вирішення задачі (2) з урахуванням вектору цін $P(t)$ і бюджету споживача:

$$C(t) = P(t)X^*(t) + \Delta C(t-1), \quad (9)$$

де другий доданок – обсяг відкладеного попиту на кроці $(t-1)$.

Модель замикається трьома співвідношеннями, що наведені нижче.

1. Обсяг реалізованої продукції:

$$\tilde{X}(t) = \min\{\hat{X}(t), Y^*(t)\} \quad (10)$$

2. Сума **нереалізованих залишків**:

$$\Delta X(t) = \hat{X}(t) - \tilde{X}(t) \quad (11)$$

3. Обсяг **відкладеного попиту**:

$$\Delta C(t) = C(t) - P(t)\tilde{X}(t) \quad (12)$$

Проаналізуємо модель, виключивши з розгляду випадок економічної рівноваги. Для $n = 2$ взаємне розташування точок пропозиції і попиту може відповідати одній з чотирьох ситуацій.

$$1: Y_1^* < \hat{X}_1, Y_2^* < \hat{X}_2, \quad (13)$$

звідки випливає: $\Delta X_1 > 0, \Delta X_2 = 0$.

$$2: \Delta X_1 = 0, \Delta X_2 > 0 \quad (14)$$

$$3: \Delta X_1 = \Delta X_2 = 0 \quad (15)$$

$$4: \Delta X_1 > 0, \Delta X_2 > 0 \quad (16)$$

Введемо поняття «лінія цін» $PX = q$. У цьому випадку q - вартість усіх товарів X , що діє на даний момент у поточних цінах P . Бюджетна пряма в загальному випадку паралельна лінії цін. Необхідною умовою рівноваги є збіг цих прямих, тобто $q = C$.

Прийmemo, що:

$$q = p(X^* + \Delta X), C = PX^* + \Delta C, \quad (17)$$

де ΔC - залишок грошових коштів у споживача.

Тоді необхідною умовою рівноваги є рівняння:

$$\Delta C = P\Delta X \quad (18)$$

При зміні цін $P(t)$ умова (18) виконується не завжди. У ситуації, коли $\Delta C \neq P\Delta X$ єдиним засобом досягнення умов рівноваги може стати коригування положення бюджетної прямої за допомогою скалярного коефіцієнта роздрібних цін η . Значення $0 < \eta < 1$ відповідає інтегральному підвищенню цін. При $\eta > 1$ йдеться про зниження цін в рамках замкнутої системи. Співвідношення, що враховує можливість такого коригування виглядає так: $\eta PX = C$.

Величину $\eta > 1$ слід задавати, наприклад, в тому випадку, якщо нереалізовані залишки занадто великі. Якщо пропозиція перевищує попит і при тому є нереалізовані залишки товарів, потрібно використовувати $\eta < 1$. Для досягнення рівноваги коефіцієнт η потрібно вибрати зі співвідношення:

$$\eta = \frac{PX^* + \Delta C}{PX^* + P\Delta X}. \quad (19)$$

Відповідним вибором η можна забезпечувати умови рівноваги в ситуаціях 3 і 4.

Для ситуації 3 разом з умовою (15) має місце $\Delta C > 0$, тобто мова йде про абсолютне перевищення попиту над пропозицією, нульові залишки товарів при наявності незадоволеної пропозиції (тотальний дефіцит). У цьому випадку слід вибрати $\eta = 1 + \frac{\Delta C}{PX^*} > 1$. Фактично йдеться про

загальне підвищення цін з метою нівелювання фонду відкладеного попиту.

У даному випадку такий крок є вимушеним, оскільки обмеження виробничий можливостей не дозволяє досягти рівноваги між попитом та пропозицією за обмежену кількість кроків.

У ситуації 4 над попитом превалює пропозиція, залишки товарів позитивні, але $\Delta C = 0$ (єдиним дефіцитним ресурсом у такій економічній системі є гроші). Відповідно до (19), потрібно вибрати $\eta < 1$. Фактично у даному випадку йдеться про «затоварювання», і коефіцієнт роздрібних цін η по суті імітує тотальний розпродаж у рамках замкненої системи.

Нарешті, у ситуаціях 1 та 2 величина η залежить від динаміки цін.

Розглянемо реалізацію моделі для двовимірного випадку. За межу виробничих можливостей виберемо еліпс:

$$\frac{X_1^2}{a^2} + \frac{X_2^2}{b^2} = 1, \quad (20)$$

де a і b позначають відповідно максимально можливі випуски продуктів кожного типу.

Рівняння дотичної до еліпса (20) в точці (X_1^*, X_2^*) має вигляд:

$$\frac{X_1 X_1^*}{a^2} + \frac{X_2 X_2^*}{b^2} = 1, \quad (21)$$

а лінія цін $PX = d$ відповідає рівнянню:

$$\frac{P_1 X_1}{d} + \frac{P_2 X_2}{d} = 1, \quad (22)$$

Виходячи з (21) та (22) отримаємо систему з трьох рівнянь:

$$\frac{P_1}{d} = \frac{X_1^*}{a^2}, \frac{P_2}{d} = \frac{X_2^*}{b^2}, P_1 X_1^* + P_2 X_2^* = d, \quad (23)$$

рішення якої має вигляд:

$$d = \sqrt{P_1^2 a^2 + P_2^2 b^2}, X_1^* = \frac{P_1 a^2}{d}, X_2^* = \frac{P_2 b^2}{d}. \quad (24)$$

У результаті розв'язання (24) визначається вектор оптимального випуску та дохід виробника d .

Лінії байдужості [5] функції корисності споживача описуються сімейством еліпсів з центром у заданій точці $(0,0)$ і постійним коефіцієнтом розтягування β . Цей параметр можна інтерпретувати як коефіцієнт переваги одного товару по відношенню до іншого з точки зору споживача.

Параметричне сімейство еліпсів описується рівнянням:

$$\frac{(Y_1 - O)^2}{\alpha^2} - \frac{(Y_1 - O)^2}{(\alpha\beta)^2} = 1, \quad (25)$$

де $\alpha > 0$, – параметр.

При $\beta = 1$ обидва товари рівноцінні, при $\beta > 1$ «товар 2» краще «товару 1». При $\beta < 1$ має місце зворотна ситуація.

Координати точки дотику бюджетної прямої $P_1 X_1 + P_2 Y_2 = C$ з одним із сімейства еліпсів (25) визначаються як корені відповідної системи рівнянь:

$$Y_1^* = -\frac{P_1 C}{P_1^2 + P_2^2 \beta^2} + O, Y_2^* = -\frac{P_2 C \beta^2}{P_1^2 + P_2^2 \beta^2} + O \quad (26)$$

Для розширення області існування коренів (26) повинні виконуватися умови $O > a$, $O > b$.

Висновки

Аналіз моделі дозволяє дійти висновків:

– досягнення рівноваги в економічній системі з регульованими цінами можливо, однак важко піддається реалізації;

– у точці рівноваги збалансоване збільшення або зниження цін не призводить до дисбалансу системи в цілому. У випадку, коли на момент цінових коливань мав місце дисбаланс (незадоволений попит чи відкладене споживання), похибки в ціновій політиці збільшують загальну суму дисбалансу (спрацьовує ефект масштабування системи).

– при обмежених виробничих можливостях і значному дисбалансі системи досягти точки рівноваги за прийнятний час практично неможливо. Єдиним виходом у такій ситуації є введення коефіцієнта роздрібних цін;

– при переході від системи з регульованими до системи з вільними цінами має принципове

значення послідовність змін у ціновій політиці. Дуже важливо спочатку збалансувати систему, і тільки потім знімати цінові обмеження. В іншому випадку підвищення цін та ефект масштабування системи призведе до різкого збільшення загального дисбалансу між попитом та пропозицією. Цей дисбаланс буде практично неможливо знівелювати за рахунок обмежених виробничих можливостей. У такому разі єдиним засобом впоратися із ситуацією буде використання позитивного і досить великого коефіцієнту роздрібних цін η , що по суті означає різке підвищення цін та провокування гіперінфляції.

Описана модель реалізована як складова частини дистанційної системи, яка використовується для викладання курсів економіки та менеджменту в Харківському університеті міського господарства імені О. М. Бекетова.

Застосування засобів моделювання в поєднанні з традиційними засобами електронного навчання підтвердило їх високу ефективність.

Література

1. Корхін, А.С. Моделювання економіки [Текст] : навч. пос. / А.С. Корхін, І.Ю Турчанінова, – М-во освіти і науки України, Держ. вищ. навч. заклад «Нац. гірн. ун-т». – Д. : ДВНЗ «НГУ», 2016. – 104 с.
2. Малий, І. Й Макроекономіка: базовий електронний текст лекцій. [Електронний ресурс] / Укладачі: проф. І. Й. Малий, проф. Ю. І. Ф.Радіонова, доц. Т. Ф. Куценко, доц. Н. В. Федірко та ін. – К.: КНЕУ, 2017 – 200 с. Режим доступу: http://feu.kneu.edu.ua/ua/depts4/mdu/disciplines_of_bachelor_level_mdu/macroeconomics/
3. Hans Kellerer, (2004) Ulright Pferschy et David Pisinger, Knapsack Problems, Springer, 238.
4. Andrew Tanenbaum, (2003) Systemes d'exploitation Pearson Education France, 2-e ed.
5. Интриллигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. [Текст] / М. Интриллигатор - М. : Прогресс, 1975. – 344 с.

References

1. Korhin, A.S. & Turchaninova, I.Yu. (2016) Economy Model: Nav. pos. Moscow Institute of Science and Technology, Holding. vishch. Nav. mortgage "Nat. hirn. un-t." - D.: DVNZ "NSU", 104.
2. Maliy, I. J., Radionova, Yu. I. F., Kutsenko, T.F., Fedirko, N.V. and in. (2017) Macroeconomics: basic electronic text lecture. K. : KNEU, 200. Retrieved from: http://feu.kneu.edu.ua/ua/depts4/mdu/disciplines_of_bachelor_level_mdu/macroeconomics/
3. Hans Kellerer, (2004) Ulright Pferschy et David Pisinger, Knapsack Problems, Springer, 238.
4. Andrew Tanenbaum, (2003) Systemes d'exploitation Pearson Education France, 2-e ed.
5. Intriligator, M. (1975) Mathematical optimization and Economic Theory. M. : Progress, 344.

Рецензент: доктор технічних наук, професор кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій А.Л. Литвинов, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Харків, Україна

Автор: КАРПЕНКО Микола Юрійович
доцент кафедри Комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail - my.karpenko@gmail.com

Автор: ШТЕЛЬМА Ольга Миколаївна
старший викладач кафедри Комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail - olga.shtelma@gmail.com

THE DYNAMIC MODEL OF ECONOMIC EQUILIBILITY AS A COMPONENT OF DISTANCE EDUCATION SYSTEMS

M. Karpenko, O. Stelma

O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Ukraine

The article describes the system model with adjustable parameters and its mathematical analysis. The model allows us to investigate the conditions of achieving economic equilibrium and to consider possible states of the system in this context.

In the model, the economic system is described by the interaction of three components: the producer, the aggregate consumer, and the price regulator. The manufacturer produces two types of products (goods), and its production capacity limits their maximum output. The specific value of production volumes of each type of product is determined by the producer himself, based on current prices. Having fixed specific output volumes, the producer transfers the goods to the domestic market. The consumer, having received this supply, forms the volumes of demand from his side. In this case, the model takes into account the level of prices and preferences of the consumer. Depending on the ratio of supply and demand, products are sold in the model. Volumes of money, which were not covered by supply, are transferred and accumulated in the "unsatisfied supply" fund. Volumes of goods, which were not consumed, are accumulated in the "deferred demand" fund.

According to the results, the model proposes to change the value of prices, if necessary, to introduce a coefficient of price adjustment, after which the process is repeated under new conditions. After a certain number of iterations based on the results of the model, it is possible to obtain the state of the system as well as the history of its formation. This allows us to make a conclusion about the correctness of the pricing strategy and evaluate the obtained results. The described model is implemented as a component of a distance course. The use of computer modeling tools, in combination with e-learning tools, has confirmed their high efficiency.

Keywords: *economic equilibrium, mathematical model, imbalance, mathematical analysis, production capabilities, utility function.*