УДК 519.86 + 338.5.018.7 **DOI 10.33042/2522-1809-2020-1-154-120-125**

М.Ю. Карпенко, О.М. Штельма

Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Україна

МОДЕЛІ РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ У ІЄРАРХІЧНИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ

Запропоновано математичну модель ієрархічної системи об'ємно-динамічного розподілу ресурсів. Модель описує процеси споживання ресурсів в багаторівневих системах управління і дозволяє розглядати управління системою з єдиних позицій, відобразити взаємозв'язок рішень, що формуються на різних рівнях ієрархії. Також розглянуто спосіб описання та особливості систем ресурсів, процесів і часу, а також правила їх агрегування.

***Ключові слова**: управління, ресурси, процеси, модель, розподіл ресурсів, агрегування, дезагрегування, математичне програмування, оптимізація.*

Постановка проблеми. Аналіз останніх досліджень і публікацій

Питання щодо формального опису процесів споживання ресурсів є одним з ключових при розробці інформаційної системи управління сучасним підприємством. Особливої актуальності це питання набирає у тому разі, коли йдеться про підприємства гібридного, одиничного типів або таких, що мають значну частку наукових, експериментальних досліджень, а для випуску продукції використовують велику кількість різноманітних ресурсів. Слід зауважити, що досвід розвитку вітчизняної економіки, її промислового сектору мають значні тенденції щодо збільшення частки виробництв зі складним характером виробничого процесу, що потребує використання гнучких систем управління на базі відповідних моделей та алгоритмів управління ресурсами. Розробка та впровадження таких алгоритмів до практики вітчизняного виробництва забезпечить значний позитивний ефект внаслідок більш раціонального використання виробничих ресурсів, поліпшення якості поточних та стратегічних рішень.

На даний час питання формального опису процесів споживання ресурсів в багаторівневих системах розроблені досить глибоко. Підтвердженням тому є численні публікації як вітчизняних, так і зарубіжних вчених [1-4].

Незважаючи на досить велику кількість результатів у даній області, більшість з них не може використовуватися при проектуванні конкретної системи управління ресурсами без певних змін, без адаптації до специфіки бізнес-процесу. При цьому витрати на адаптацію моделей та алгоритмів їх реалізації можуть бути досить значні та суттєво впливати на терміни реалізації проекту інформаційної системи. Щоб вирішити цю проблему потрібні узагальнені моделі використання ресурсів для широкого спектру підприємств, що мають складну ієрархічну структуру усіх складових виробничої системи.

Мета роботи

Враховуючи вищевказане, метою роботи є розробка математичного описання системи розподілу ресурсів на базі ієрархічного сімейства моделей бізнес-процесів, що дозволить формалізувати процес вирішення оптимізаційних об'ємно-динамічних задач в багаторівневих системах управління.

Виклад основного матеріалу

Модель ієрархічної системи управління

Відповідно до [4], виробнича система представляє собою велику динамічну систему споживання ресурсів і може бути віднесена до спеціального класу систем, що характеризуються взаємодією трьох атрибутів: процесів (P), ресурсів (R) і часу (T).

Система R представлена множиною елементарних ресурсів $R_0 = \{r0\}$, що не мають властивості накопичення. Це можуть бути центри обробки (обслуговування), людські ресурси, тощо. Окремі елементи множини R_0 можуть об'єднуватися за певною ознакою (можливість взаємозаміни, функціональне призначення, спільність професій й т. п.) і виступати при цьому як єдиний узагальнений ресурс. Таким чином, множина ресурсів об'єкту управління має певну структуру $S(R)$. У найпростішому випадку $S(R)$ описує ієрархічну деревоподібну структуру. При цьому взаємодія між елементами різних рівнів здійснюється таким чином.

Нехай $R=R_0=\{r_0\}$ – множина ресурсів нижчого рівня ієрархії, якому відповідає індекс $\nu=1,2,\dots,N_R$. Індекс ν визначає рівень розглядання системи R, причому ресурси відповідного рівня утворюють множину $R_\nu = \bigcup_{r_{\nu+1}} R_\nu^{r_{\nu+1}}$, де $R_\nu^{r_{\nu+1}} = \{r_\nu \mid i(r_\nu) = r_{\nu+1}\}$, а

$i(r_\nu)$ – функція, що відповідає за декомпозицію та ставить у відповідність ресурсам ν-го рівня ресурси (ν-1)-го рівня ієрархії.

Кожній підмножині $R_\nu^{r_{\nu+1}}$ відповідає елемент $r_{\nu+1}$ рівня (ν+1), при цьому а $R_{\nu+1} = \{r_{\nu+1}\}$.

Зрозуміло, що $R_0, R_1, \ldots, R_\nu, \ldots, R_{NR}$ еквівалентні у тому сенсі, що вони на різних рівнях ієрархії описують одну й ту саму систему R. Аналогічним чином, рухаючись від верхнього рівня, запишемо $R_\nu = \{r_\nu\}$, де кожному r_ν відповідає множина елементів (ν-1)-го рівня $R^{r_\nu}{}_{\nu-1} = \{r_{\nu-1} \mid i(r_{\nu-1} = r_\nu)\}$, яка утворює розбиття $R_{\nu-1} = \bigcup_{r_\nu} R_{\nu-1}^{r_\nu} = \{r_{\nu-1}\}$.

Більш конкретно вид описаного багаторівневого подання залежить від структури організації об’єкту управління та може істотно відрізнятися. Вище наданий опис системи ресурсів відповідає деревоподібній структурі, де індекс ієрархії ν для кожного виду ресурсу унікальний в межах системи R. У випадку, коли ця умова порушується (наприклад, при наявності взаємозамінних ресурсів), елемент ν-го рівня ідентифікують множиною кодів <$r_\nu, r_\nu, \ldots r_{Nr}$ >.

На практиці часто виникає необхідність у модифікації деревовидної структури. Наприклад, – при об’єднанні певної множини ресурсів (за ознакою взаємозамінності або функціонального призначення). У цьому випадку фактично вводяться додаткові представлення системи R, внаслідок чого деревоподібна структура перетворюється на ієрархічну мережу. При цьому ідентифікація окремих елементів системи R проводиться аналогічно, – зчепленням кодів вершин, що утворюють шлях від кореня дерева до даного елементу.

Введемо для елементів системи R нижнього рівня ($\nu=0$) об’ємну характеристику $B(r_0)$, яка відображає потужність системи за даним типом ресурсу. У кількісному вимірі характеристика $B(r_0)$ може дорівнювати сумарному фонду часу ресурсу r_0. Тоді для рівня ієрархії $\nu=1$ ця характеристика може бути отримана у вигляді: $B_{r_1} = \sum_{r_0 \in R_0^{r_1}} b(r_0), r_1 \in R_1$.

Назагал, при переході від (ν-1)-го рівня ієрархії до рівня ν маємо:

$$B_{r_\nu} = \sum_{r_{\nu-1} \in R_{\nu-1}^{r_\nu}} b(r_{r_{\nu-1}}), r_\nu \in R_\nu \tag{1}$$

Узагальнюючи (1) для довільного рівня $\mu>\nu$, отримаємо правило агрегування системи ресурсів у вигляді:

$$B_{r_\mu} = \sum_{r_{\mu-1} \in R_{\mu-1}^{r_\mu}} \sum_{r_{\mu-2} \in R_{\mu-2}^{r_{\mu-1}}} \sum_{r_\mu \in R_\nu^{r_{\nu-1}}} b(r_\nu) \tag{2}$$

Оскільки $R_{\mu-1}^{r_\nu} = \{r_{\mu-1}\}$, вираз (2) можна представити у вигляді:

$$B_{r_\mu} = \sum_{r_\nu \in R_\nu^{r_\mu}} b_{r_\nu}, r_\mu \in R_\mu \tag{3}$$

Система процесів P представлена множиною елементарних процесів $P_0=\{p_0\}$, кожний з яких виконується певний час та потребує ресурсів типу $i(P)=r_\mu$. Для системи P структура $S(P)$ представляє собою відношення часткового порядку, що задане у вигляді мережі G=<P, Q>.

Аналогічним чином можна представити систему процесів у вигляді ієрархічної структури з індексом ν, відокремлюючи різні рівні розгляду, наприклад: $\nu= 4$ – виробнича програма, $\nu=3$ –заказ виробничої програми, тощо. Рівень $\nu=0$ відповідає опису системи процесів у термінах технологічних операцій.

Слід зауважити, що для системи P відокремлення ієрархічних підмножин для різних рівнів розгляду не є тривіальним, оскільки тут йдеться про завдання декомпозиції мережі G та подальше агрегування отриманих фрагментів.

На даному етапі ми не будемо розглядати проблему декомпозиції процесів і будемо вважати, що будем вважати, що множини $P_0, P_1, \ldots, P_{Np}, P_0=\{p_0\}$ та відповідні їх розбиття $P_{\nu-1}^{p_\nu}, \nu = 1,2,\ldots,N_p$ нам відомі. В окремому випадку процедура об’ємного агрегування системи P може бути побудована аналогічно з процедурою агрегування ресурсів.

Нехай $p_0 \in P_0^{p_1}$, $p_1 \in P_1, i(p_0) \in R_\mu = \{r_\mu\}$, де μ – рівень агрегування ресурсів. Визначимо множину $P_0^{p_1} = \bigcup_{r_\mu \in R_\mu} P_0^{p_1}(r_\mu) = \{p_0 \mid i(p_0) = r_\mu\}$.

Для кожного елементарного процесу p введемо характеристику a_{pr}, що характеризує потребу ресурсу r для успішного виконання процесу p.

Тоді процедура агрегування системи P полягає у послідовному укрупненні ї складових, а саме:

$$\begin{aligned} A_{p_1 r_\mu} &= \sum_{p_0 \in P_0^{p_1}(r_\mu)} a_{p_0}, r_\mu \in R_\mu, \\ A_{p_\nu r_\mu} &= \sum_{p_{\nu-1} \in P_{\nu-1}^{p_\nu}(r_{\nu-1})} a_{p_{\nu-1} r_\mu}, r_\mu \in R_\mu. \end{aligned} \tag{4}$$

При одночасному підвищенні рівня агрегування ресурсів, відповідно до (1) отримаємо:

$$A_{p_\nu r_\mu} = \sum_{p_0 \in P_{\mu-1}^{r_\mu}} \sum_{p_0 \in P_{\nu-1}^{r_\mu}} a_{p_{\nu-1} r_{\mu-1}} \tag{5}$$

Тоді у разі багаторівневого агрегування системи P при підвищенні рівня для процесів від ν до μ, а для ресурсів – від ν' до μ', отримаємо:

$$A_{p_\mu r_{\mu'}} = \sum_{r_{\nu'} \in R_{\nu'}^{r_{\mu'}}} \sum_{p_\nu \in P_\nu^{r_\mu}} a_{p_\nu r_{\nu'}} \tag{6}$$

Система T утворена множиною моментів часу $T0 = \{t_0\}$ з встановленим відношенням часткового порядку $S\ (T)$. Ієрархія в системи T визначається рівнями квантування часу, що характерні для конкретної системи управління. Такими рівнями можуть виступати, наприклад, такі $\nu=3$ – рік, $\nu=2$ – квартал, $\nu=1$ – місяць, $\nu=0$ – безперервний час.

Специфіка системи T полягає у тому, що функція $S\ (T)$ визначає лінійний порядок.

Сімейство моделей розподілу ресурсів

Розглянемо модель функціонування системи на нульовому рівні при $\nu_R = \nu_P = \nu_T = 0$. Така модель формально може бути представлена бінарною функцією $\pi_0(r_0, p_0, t_0)$, що дорівнює одиниці, коли процес p_0 використовує ресурс r_0 в момент t_0 и нулю в протилежному разі.

При цьому якщо і$(p_0) = r_\mu$, то $r_0 \in R_p^\mu$, що означає $r_0 = r_0(p_0)$. Дану модель можна представити у вигляді тетрарного відношення $\pi \subset R_0 \times P_0 \times T_0 : (r_0, p_0, t_0)$, якщо $\pi(r_0, p_0, t_0) = 1$. Тобто π_0 фактично визначає моменти початку і завершення елементарних процесів у системі розподілу ресурсів. Ця функція має задовільняти системі обмежень, що випливають із специфічних властивостей задачі, а саме:

1) для довільного P_0 якщо $(p_0^1, p_0^2 \in Q)$, то $y(p_0^2) \geq z(p_0^1) + \delta(p_0^1, p_0^2)$, а $z(p_0) = sup(t_0 \mid$, $|\pi_0(r_0, p_0, t_0,) = \mathbf{1})$ де $y(p_0) + a_{p_0}$, δ – технологічна затримка, залежить від характеру елементарних процесів та відношення $S(R)$, тобто, – від $r_0(p_0^1)$ и $r_0(p_0^2)$.

2) $\pi_0(r_0, p_0, t_0,) = \mathbf{1}$ для усіх $t_0 \in [y(p_0), z(p_0)]$, і нулю в інших випадках;

3) π_0 має задовільняти обмеженням на $y(p_0)$ и $z(p_0)$, які визначаються мережевими зв'язками між процесами та величиною δ, тобто функція π_0 має задовільняти умові δ-адекватності [4].

4) Функція π_0 має бути допустимою з точки зору еквівалентності об'ємів споживання ресурсів для різних значень ν_r, ν_p, ν_t.

Системи, що розглядаються, відносяться до типу цілеспрямованих, тобто існує певний критерій оптимальності F, а дія системи описується четвіркою <F, R,P,T>.

Ціль управління у такій системі – досягти екстремуму F при дотриманні обмежень 1) – 4) .

Відомі різні методи отримання π_0, які можна розділити на прямі та побудовані на базі агрегування інформації [4]. Прямі методи розв'язання задач розподілу ресурсів характеризуються тим, що розглядають останні як задачі математичного програмування. Вони використовують для пошуку рішення відомі процедури, – схему гілок і меж, динамічного програмування або їх модифікації. У більшості випадків такий підхід неприйнятний з огляду на велику розмірність задачі та експоненційне зростання складності алгоритмів її вирішення [5].

Ефективним способом вирішення ЗРР великої розмірності є побудова системи управління за ієрархічним принципом із застосуванням принципу декомпозиції і агрегованого управління окремими компонентами системи.

Введемо за всіма атрибутами системи фіксований набір рівнів агрегування $\nu_R=0,1,\ldots,N_R$, $\nu_P=0,1,\ldots,N_P$ $\nu_T=0,1,\ldots,N_T$. Розглянемо тривимірний дискретний простір $\nu_R \times \nu_P \times \nu_T$, у якому елементи вказаних множин утворюють решітку, Кожному вузлу даної решітки однозначно відповідає комплекс взаємопов'язаних завдань управління, що вирішуються для конкретного набору рівнів агрегування.

Побудуємо ламану, що проходить через вузли $0,1, \ldots M$, яка з'єднує початок координат з точкою (N_R, N_P, $N_{T)}$ таким чином, що для будь-яких вузлів $\mu = \overline{1,\ldots M}$ цієї ламаної справедливо: $\nu_r(\mu - \mathbf{1}) \leq \nu_r(\mu)$, $\nu_p(\mu - \mathbf{1}) \leq \nu_p(\mu)$, $\nu_t(\mu - \mathbf{1}) \leq$ $\leq \nu_t(\mu)$

Побудована ламана по суті відповідає структурі системи з M рівнів. А кожній точці відповідає свій комплекс завдань управління з певними рівнями деталізації системи.

На нижньому рівні управління працює модель, представлена в форматі π_0.

Максимізуючи рівень агрегування за часом (рік), потрапляємо до точки, якій відповідає комплекс задач бізнес-планування на рівні виробничої програми.

Не конкретизуючи змісту решти точок зауважимо: сімейства задач які відповідають окремим вузлам ломаної знаходяться у взаємозв'язку та мають єдине походження у тому сенсі що вирішення завдання μ-го рівня ієрархії може бути отримано як наслідок вирішення низки завдань (μ-1)-го рівня.

Нехай для $\mu=0$ відома функція π_0, при цьому $\nu_R(0)= \nu_P(0)= \nu_T(0)=0$. Побудуємо модель функціонування системи ресурсів для рівня $\mu=1$.

Нехай $T_0^{t_1} = \left[t^{t_1 - 1}, t^{t_1} \right]$ – відрізок горизонту планування, що обмежений точками $t^{t_1-1}, t^{t_1} \in T_0, t_1 \in T_1$, або $T_0^{t_1} = \left\{ t_0 \pi \left| t^{t_1-1} \le t_0 \le t^{t_1} \right. \right\}$. Нехай $\nu_T(1)=0$. Тоді $T_0^{t_{\nu_1(1)}} = \left\{ t_0 \left| t^{t_{\nu_T(1)}-1} \le t \le t^{t_{\nu_T(1)}} \right. \right\} = \left[t^{t_{\nu_T(1)}-1}, t^{t_{\nu_T(1)}} \right]$.

Визначимо величину елементарного ресурсу r_0 який було витрачено на виконання елементарного процесу p_0 на відрізку часу $t^{t_{\nu_T(1)}}$:

$$\pi(r_0, p_0, t_{\nu_T(1)}) = \int_{t^{t_{\nu_T(1)}-1}}^{t^{t_{\nu_T(1)}}} \pi_0(r_0, p_0, t_0) dt.$$

Тоді для отримання моделі рівня $\mu=1$ можна використовувати функцію:

$$\pi_1(r_{\nu_R(1)}, p_{\nu_P(1)}, t_{\nu_T(1)}) = \sum_{r_0 \in R_0^{\mu_{\nu_R(1)}}} \sum_{p_0 \in P_0^{\mu_{\nu_P(1)}}} \pi(r_0, p_0, t_{\nu_T(1)}).$$

Модель , що отримана, представляє собою тривимірну числову матрицю, при цьому

$$r_{\nu_R(1)} \in R_{\nu_R(1)}, p_{\nu_P(1)} \in P_{\nu_P(1)}, t_{\nu_T(1)} \in T_{\nu_T(1)}.$$

Таким чином, для $\mu=1$ отримаємо:

$$\pi_1(r_{\nu_R(1)}, p_{\nu_P(1)}, t_{\nu_T(1)}) = \sum_{r_0 \in R_0^{\mu_{\nu_R(1)}}} \sum_{p_0 \in P_0^{\mu_{\nu_P(1)}}} \int_{t^{\nu_T(1)-1}}^{t^{\nu_T(1)}} \pi_0(r_0, p_0, t_0) dt, \qquad (7)$$

де $r_{\nu_R(1)} \in R_{\nu_R(1)}, p_{\nu_P(1)} \in P_{\nu_P(1)}, t_{\nu_T(1)} \in T_{\nu_T(1)}$.

У загальному випадку коли $\mu>1$ можна записати:

$$\pi_1(r_{\nu_R(\mu)}, p_{\nu_P(\mu)}, t_{\nu_T(\mu)}) = \sum_{r_{\nu_R(\mu)} \in R_{\nu_R(\mu-1)}} \sum_{p_{\nu_P(\mu)} \in P_{\nu_P(\mu-1)}} \sum_{t_{\nu_T(\mu)} \in T_{\nu_T(\mu-1)}} [\pi_{\mu-1}(r_{\nu_R(\mu-1)}, p_{\nu_P(\mu-1)}, t_{\nu_T(\mu-1)})], \qquad (8)$$

де $r_{\nu_R(\mu)} \in R_{\nu_R(\mu)}, p_{\nu_P(\mu)} \in P_{\nu_P(\mu)}, t_{\nu_T(\mu)} \in T_{\nu_T(\mu)}$.

Приймемо в подальшому $\nu_{R(\mu)} = \mu$, $\nu_{P(\mu)} = \mu$, $\nu_{T(\mu)} = \mu$, тобто кількість рівнів агрегування за всіма складовими системи є однаковою. У такому випадку правило отримання моделі (8) для довільного рівня $\mu > 1$ перепишеться вигляді:

$$\pi_\mu(r_\mu, p_\mu, t_\mu) = \sum_{r_{\mu-1} \in R_{\mu-1}^{r_\mu}} \sum_{p_{\mu-1} \in P_{\mu-1}^{p_\mu}} \sum_{t_{\mu-1} \in T_{\mu-1}^{t_\mu}} \pi_{\mu-1}(r_{\mu-1}, p_{\mu-1}, t_{\mu-1}), \qquad (9)$$

а (7) перепишеться у вигляді:

$$\pi_1(r_1, p_1, t_1) = \sum_{r_0 \in R_0^{\mu_1}} \sum_{p_0 \in P_0^{\mu_1}} \int_{t^{t_1-1}}^{t^{t_1}} \pi_0(r_0, p_0, t_0) dt_0, \qquad (10)$$

де $r_1 \in R_1, p_1 \in P_1, t_1 \in T_1$.

Прийнята заміна індексів рівнів агрегування означає певне стискання ієрархічних структур S(R), S(P), S(T) внаслідок видалення частини рівнів, що не використовуються.

Перенумеруємо елементи множин $R_{\mu-1}^{r_\mu}$ і $T_{\mu-1}^{t_\mu}$. Тоді модель функціонування системи для μ-го рівня може бути представлена тривимірною числовою матрицею $\pi_\mu = \left\| \pi_{rp}^t \right\|$, де $r=1, 2, \ldots R(\mu)$ – індекс елементу в множині $R_{\mu-1}^{r_\mu}$, $p=1, 2, \ldots P(\mu)$, $t=1, 2, \ldots T(\mu)$, $R(\mu)$, $P(\mu)$, $T(\mu)$ – відповідно потужності множин R_μ, P_μ, T_μ.

У подальшому таку нумерацію будем використовувати для фіксованих значень μ, а в решті випадків, – користуватися виразами (8) та (9).

Матриця $\left\| \pi_{rp}^t \right\|$ дозволяє описувати модель функціонування системи довільного рівня. Окремий її елемент – це агрегована витрата ресурсу конкретним процесом у заданому кванті часу. Обмеженням задачі є умова:

$$\sum_{t=1}^{T(\mu)} \pi_{rp}^t = a_{rp} , \qquad (11)$$

де a_{rp} – об'єм p-го процесу по r-му ресурсу, що визначений відповідно до (4). При цьому об'єми $a_{rp} = const$ та розподілені на $T(\mu)$ квантів часу.

Множина рівнів агрегування *R*, *P* и *T* породжує ієрархічне сімейство моделей функціонування системи. Кожному рівню, що розглядається, відповідає своя матриця π. Сукупність матриць π утворюють піраміду, з якої можна отримати вичерпну інформацію щодо стану об'єкту управління для довільного рівня агрегування.

Це означає, що система, побудована з використанням запропонованого сімейства моделей, дозволяє контролювати хід бізнес-процесів з довільними рівнями деталізації: за роками, місяцями, кварталами, подетально або за певними категоріями заказів чи машинокомплектів, розглядати їх проходження та поточний стан на ресурсах, починаючи від робочих місць і до підприємства в цілому.

Відмітимо що у випадку, коли $S(R)$ представлено як мережа, модель стає дещо складнішою. У такому випадку матриця π може бути побудована для довільного рівня решітки у просторі R×P×T. Але у біль-якому випадку, незалежно від вибраних рівнів агрегування модель функціонування системи ресурсів на довільному рівні має відповідати умові:

$$A = \sum_{r_\mu \in R_\mu} \sum_{p_\mu \in P_\mu} \sum_{t_\mu \in T_\mu} \pi_\mu(r_\mu, p_\mu, t_\mu), \qquad (12)$$

де A – сумарний обсяг ресурсу, що використовується в системі, A величина стала та не залежить від μ.

Пірамідальне представлення моделі функціонування бізнес-процесу дозволяє виділити якісно відмінні рівні управління. Припустимо, $v_T(\mu)=N_T$ – максимальний рівень агрегування за часом. Тоді μ відповідає завданням об'ємного, стратегічного управління, а модель $\pi_\mu(r_\mu, p_\mu)$ – це двовимірна матриця, що отримується з урахуванням (11).

Завдання щодо отримання матриці π_μ полягає у аналізі та оптимізації виробничої програми. Характерна відмінність цього рівняє відсутність часу, а використання ресурсів вимірюється у об'ємних показниках на кшталт працевитрат.

Здебільшого така задача ставиться к завдання вибору вектора витрат ресурсів: $a_\mu = \sum_{p_\mu \in P_\mu} \pi_\mu(r_\mu, p_\mu)$. Змінними у даному випадку є процеси рівня μ, від яких лінійно залежить π_μ. Таке завдання може бути розв'язане методами цілочисельного лінійного програмування з відповідними критеріями та низкою обмежень.

Визначення π_μ на більш низьких рівнях спирається на існування адекватних згідно (12) моделей $\pi_{\mu-1}$, ..., π_0. Відповідно при $\mu=M$ послідовність формування моделей має вигляд $\pi_\mu \rightarrow \pi_0 \rightarrow \pi_1 \rightarrow \pi_{M-1}$.

Використання системи ієрархічних моделей розподілу ресурсів дозволяє створити гнучку систему управління та ефективні алгоритми пошуку оптимальних рішень. Назагал процедура пошуку управлінських рішень у даному випадку виглядає так.

Обирається певний базовий рівень ієрархії $v^б$, якому відповідає завдання управління відносно невеликої розмірності. Вирішив завдання на обраному рівні агрегування, отримуємо матрицю $\pi_{v^б} = \left\| \pi^t_{rp} \right\|$, $r = 1, 2, \ldots R(v^б), [= 1, 2, \ldots P(v^б), t = 1, 2, \ldots T(v^б)$.

Формування моделей рівнів $v>v^б$ здійснюється агрегуванням матриці $\pi_{v^б}$ відповідно до (10), що дозволяє рухатись від базового рівня до об'ємих показників.

Деталізовані рішення отримуються в результаті виконання операції дезагрегування D. При цьому оператор D отримує на вхід фрагмент матриці $\pi_{v^б}$ та формує для нього допустиму множину деталізованих рішень $\Pi_0(\pi_{v^б})$. На практиці перехід від рівня $v^б$ до v_0 може здійснюватись у декілька етапів.

Висновки

У статті запропоновано формалізацію ієрархічного сімейства моделей, що описують процеси споживання ресурсів в багаторівневих системах управління. Цей підхід дозволяє розглядати управління системою з єдиних позицій, чітко відобразити взаємозв'язок рішень, що формуються на різних рівнях ієрархії.

Також розглянуто спосіб опису і специфічні особливості систем ресурсів, процесів і часу, правила їх агрегування, запропоновані схеми агрегування побудовані з урахуванням структури ієрархічних підмножин систем R, P і T.

Перевага запропонованого підходу полягає у тому, що використання формального описання процесу розподілу ресурсів на різних рівнях ієрархії дозволяє побудувати єдину базу даних для зберігання низки рішень π та розробити структуровану й компактну систему запитів для отримання даних та формування управлінських рішень.

Даними для обробки запитів буде: кортеж $K_{вх}$ з трьох елементів щодо рівня вхідного агрегування $<v^r, v^p, v^t>$, базове рішення $\pi^б$, множина елементів R, P, T відповідного рівня, кортеж $K_{вих}$ з трьох елементів щодо рівня вихідного агрегування $<\mu^r, \mu^p, \mu^t>$. Залежно від значень $K_{вх}$ та $K_{вих}$ система обробляє базове ріешння $\pi^б$ з використанням низки процедур агрегування або дезагрегування внаслідок чого формує остаточний результат.

Література

1. Вітлінський, В. В. Економіко-математичні методи та моделі: оптимізація : навч. посібник [Електронний ресурс] / Вітлінський В. В., Терещенко Т. О., Савіна С. С. — К. : КНЕУ, 2016. — 303 с.

2. Малярець, Л. М. Математичні методи і моделі в управлінні економічними процесами [Текст] : монографія / Л. М. Малярець, Є. Ю. Місюра, В. В. Койбічук та ін. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2016. – 420 с.

3. Василенко, В. О. Теорія і практика розробки управлінських рішень [Текст] : Навчальний посібник для вузів / В. О. Василенко . – Київ : ЦУЛ, 2003 . – 419 с.

4. Гангори, В. В. Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация [Текст] / В. В. Гангори. – М. : Бином, 2005. – 344 с.

5. Гэри, М., Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. [Текст] / М. Гэри, Д. Джонсон – М. Мир, 1982, – 146 с.

References

1. Vitlinsky, V. V., Tereshchenko, T. O., & Savina, S. S. (2016). Economic–mathematical methods and models: optimization: textbook. manual. K.: KNEU, 303.
2. Malyarets, L. M., Misyura, E. Yu, & Koibichuk, V. V. (2016). Mathematical methods and models in the management of economic processes: monograph. Kharkov: KhNEU, 420.
3. Vasilenko, V. A. (2003) Theory and practice of management decision making: A textbook for universities. Kiev: TsUL, 419.
4. Gangori, V. V. (1982) Decomposition, aggregation and approximate optimization. M.: Binom, 344.
5. Gary, M., & Johnson, D. (1982) Computing Machines and Difficult Solvers. M. Mir, 146.

Рецензент: доктор технічних наук, професор кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій А.Л. Литвинов, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Харків, Україна

Автор: КАРПЕНКО Микола Юрійович
доцент кафедри Комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail - my.karpenko@gmail.com

Автор: ШТЕЛЬМА Ольга Миколаївна
старший викладач кафедри Комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail - olga.shtelma@gmail.com

RESOURCE ALLOCATION MODELS IN HIERARCHICAL MANAGEMENT SYSTEMS

M. Karpenko, O. Stelma

O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Ukraine

The article proposes a mathematical model of the hierarchical system of volume-dynamic resource allocation. The model describes resource consumption processes in multi-layered systems and allows us to view the management of such systems from a single perspective, to reflect the interrelationship of decisions formed at different levels of the hierarchy.

According to the proposed model, a production (or business) system is considered as a large dynamic resource allocation system that is characterized by the interaction of three components: processes, resources, and time (R, P, and T.). Each of these components is represented by many lower-level elements with a defined ratio of a partial order, which sets the structure of the corresponding systems. The article proposes the way of description and features of the system of resources, processes and time, rules of aggregation, and disaggregation taking into account the structure of R, P, and T systems.

On the basis of the described models, a description of the production system at the lower level in the form of a binary function π_0 *, as well as procedures for the formation of appropriate descriptions for arbitrary levels of the hierarchy in the form of a set of tetra relations πi. An algorithm for the formation of the solution* π_0 *, as well as procedures for its transformation to the model of an arbitrary level, is proposed.*

The use of formal methods to describe the procedures of resource allocation at different levels of the hierarchy allows building a single database, to develop a structured and compact system of requests for information in the formation of management decisions.

In such a system, data for processing queries are represented by a tuple of three elements K_{in} *(levels of input aggregation by process and time resources), the basic solution πб, a set of elements R, P, T of the corresponding level, a tuple* K_{out} *(three levels of output aggregation).*

Depending on the K_{in} *and* K_{out}*, values, the system handles the πб base solution using either aggregation or disaggregation procedures, resulting in a final result.*

Keywords: *management, resources, processes, model, resource allocation, aggregation, disaggregation, mathematical programming, optimization.*