

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ І ЗАВДАННЯ
до організації самостійної роботи, підготовки до лекцій,
практичних занять і контрольних робіт
з навчальної дисципліни

«БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА»

*(для магістрів денної і заочної форм навчання за
спеціальністю 192 – Будівництво та цивільна інженерія
(спеціалізація (освітня програма)
«Промислове та цивільне будівництво»)*

Методичні рекомендації і завдання до самостійної роботи, підготовки до лекцій, практичних занять і контрольних робіт з курсу «Будівельна механіка» (для магістрів денної і заочної форм навчання за спеціальністю 192 – Будівництво та цивільна інженерія (спеціалізація (освітня програма) «Промислове та цивільне будівництво»)) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. О. О. Чупринін. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2019. – 23 с.

Укладач

канд. техн. наук, доц. О. О. Чупринін

Рецензент

М. А Засядько, доцент кафедри теоретичної і будівельної механіки Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

*Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,
протокол № 1 від 29.08.2019*

ВСТУП

Ці методичні рекомендації призначені для самостійної роботи студентів при підготовці до лекцій та практичних занять і виконання контрольних робіт. Вони містять теоретичні положення, вихідні дані для завдання та приклад його виконання. Призначені для магістрів-науковців.

Числові завдання до кожної контрольної роботи студент вибирає сам із таблиць відповідно до його особистого шифру за трьома останніми цифрами номера залікової книжки. Наприклад, для залікової книжки № 81135 навчальний шифр 135, де 1 - перша, 3 - друга, 5 - третя цифри шифру.

1 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Для побудови ліній впливу переважно застосують статичний метод – метод перерізів. При побудові лінії впливу навантаження беруть у вигляді одиничної сили, спрямованої вертикально донизу – одиничного вантажу.

При вивченні ліній впливу необхідно в першу чергу визначити, що таке лінія впливу деякого фактору (реакції, зусилля в якому-небудь перерізі) і чим лінія впливу відрізняється від епюри. Лінією впливу називають графік, що відображає залежність деякого фактору від положення на споруді одиничної сили постійного напрямку. Порівняйте – епюрною називають графік залежності якого-небудь фактору (наприклад: внутрішнього зусилля Q чи M) уздовж осей споруди від заданого нерухомого навантаження. Отже в епюрі аргументом є змінна, що визначає положення перерізу, в якому обчислюється фактор, а навантаження нерухоме. На відміну від епюри, в лінії впливу переріз, в якому обчислюється фактор, залишається нерухомим, а аргументом є змінна, що визначає положення навантаження (одиничної сили) на споруді.

Лінії впливу опорних реакцій в однопрогонній балці є основними. Усі інші лінії впливу базуються на них, тому вигляд і ординати основних ліній впливу потрібно пам'ятати (рис. 1).

З рівнянь рівноваги

$$\begin{aligned}\sum M_A = 0; & -F \cdot x + R_B \cdot 1 = 0, \\ \sum M_B = 0; & F \cdot (1 - x) - R_A \cdot 1 = 0,\end{aligned}$$

вважаючи, що $F = 1$, отримуємо вирази для визначення опорних реакцій:

$$\begin{aligned}R_A &= \frac{1 - x}{1}, \\ R_B &= \frac{x}{1}.\end{aligned}$$

Для побудови лінії впливу згинального моменту у перерізі К необхідно окремо визначити при положенні одиничного вантажу зліва від перерізу:

$$M_K = R_B \cdot b = \frac{x}{l} \cdot b$$

та праворуч від перерізу:

$$M_K = R_A \cdot a = \frac{l-x}{l} \cdot a.$$

Відповідно на лінії впливу (рис. 1, г) отримуємо дві прямі – ліву й праву.

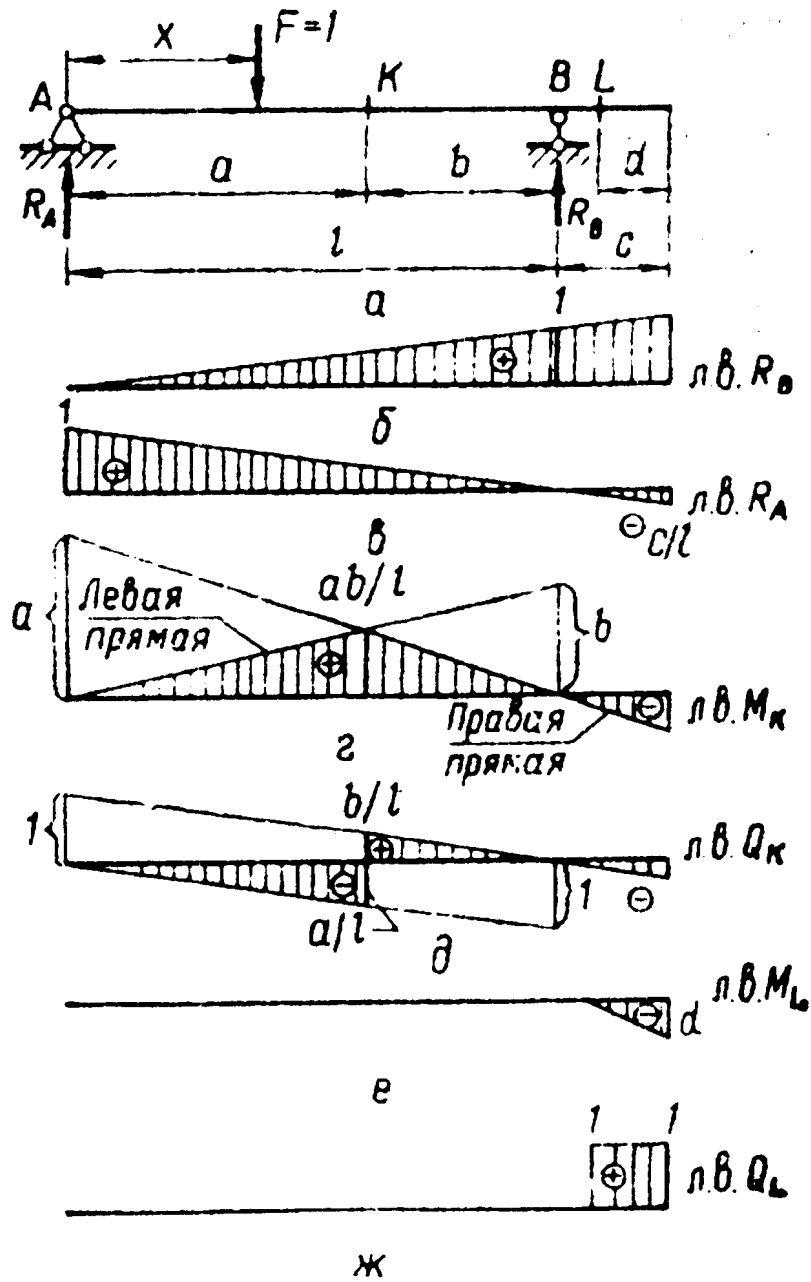


Рисунок 1

Аналогічно для поперечної сили отримуємо при вантажі зліва й праворуч від перерізу:

$$Q_K = -\frac{x}{l}$$

$$Q_K = \frac{l-x}{l}.$$

Цим залежностям відповідають ліва і права на прямі лінії впливу Q_K (рис. 1, д). Лінії впливу зусиль M_L і Q_L в перерізі на консолі балки будуються аналогічно, але мають дещо інший вигляд (рис. 1, е, ж).

При вивченні ліній впливу внутрішніх зусиль важливо засвоїти загальний метод їх побудови: потрібно розглядати два положення рухомого навантаження – ліворуч і праворуч від розрізу. При обчисленні внутрішніх зусиль методом перерізів розглядають сили, розташовані на одній з відсічених частин. Залежно від того, знаходиться одинична сила на розглядуваній частині балки чи на протилежній, вона ввійде або ні у вираз для внутрішнього зусилля. Звідси виходить, що вирази для внутрішніх зусиль будуть різними при положеннях одиничного вантажу ліворуч чи праворуч від перерізу і ці випадки розташування рухомого навантаження треба розглядати окремо.

Обчислення зусиль від заданого навантаження за лініями впливу називають завантаженням ліній впливу. Завантаження здійснюється за одними правилами незалежно від того, для якого конкретно зусилля S і в якій споруді побудовано лінію впливу. При завантаженні m зосередженими силами і n розподіленими навантаженнями і t зосередженими моментами:

$$S = \sum_{i=1}^m F_i y_i + \sum_{i=1}^n q_i \omega_i + \sum_{i=1}^t M_i \operatorname{tg} \alpha_i, \quad (1)$$

де y_i – ордината з лінії впливу S в точці прикладання зосередженої сили F_i ; ω_i – площа лінії впливу S , взята в межах дії навантаження q_i ; α_i – кут нахилу дотичної до лінії впливу в точці прикладання зосередженого моменту M_i .

Розглянемо побудову ліній впливу в стержнях балочної ферми (рис. 2, а) статичним методом. Навантаження прикладене до нижнього поясу, цей варіант прикладання навантаження називають *іздою низом*. Вирази для опорних реакцій ферми повністю відповідають балочним (рис. 1).

Лінія впливу N_1 . Перерізом I-I розріжемо ферму на дві частини і розглянемо два випадки розташування навантаження:

Одиничний вантаж на лівій частині ферми. Способом моментної точки одержуємо:

$$\sum M_{K_1} = 0; R_B \cdot 5d - N_1 \cdot h = 0 \quad \text{і} \quad N_1 = R_B \cdot \frac{5d}{h} = \frac{x}{l} \cdot \frac{5d}{h}.$$

Враховуючи вузлову передачу навантаження, отримуємо ліву пряму (рис. 2, б) до розрізаною панелі вантажного поясу ($0 \leq x \leq 2d$).

Аналогічно при вантаж праворуч від перерізу ($3d \leq x \leq 8d$):

$$\sum M_{K_1} = 0; -R_A \cdot 3d + N_1 \cdot h = 0 \quad \text{і} \quad N_1 = R_A \cdot \frac{3d}{h} = \frac{1-x}{1} \cdot \frac{3d}{h}.$$

Цьому виразу відповідає права пряма на рисунку 2, б. За правилами вузлової передачі навантаження з'єднуємо ліву і праву прямі лінії впливу передатної прямій (на рисунку хвиляста лінія).

Зазначимо, що ліва і права прямі при продовженні перетинаються під моментної точки K_1 . Це властивість можна використовувати для спрощення побудови лінії впливу.

Аналогічно розглянемо стержень верхнього поясу. Так, для зусилля N_2 при положенні одиничного вантажу зліва від перерізу I-I одержуємо

$$\sum M_{K_2} = 0; R_B \cdot 4d + N_2 \cdot h = 0; \quad N_2 = -\frac{4d}{h} R_B.$$

Множачи ординати лінії впливу опорної реакції R_B (рис. 1) на $-\frac{4d}{h}$, отримуємо ліву пряму (рис. 2, г). Права пряма може бути проведена з умови, що вона перетинається з лівої прямої під моментною точкою K_2 .

Зусилля N_3 (рис. 2, в) і N_4 (рис. 2, д) в розкосі визначається способом проєкцій на вертикальну вісь y . Так, при положенні одиничного вантажу зліва від перерізу одержуємо

$$\sum F_y = 0; R_B + N_3 \cdot \sin \alpha = 0; \quad N_3 = \frac{-R_B}{\sin \alpha}$$

$$\sum F_y = 0; R_B - N_4 \cdot \sin \alpha = 0; \quad N_4 = \frac{R_B}{\sin \alpha}$$

При положенні одиничного вантажу справа від перерізу одержуємо

$$\sum F_y = 0; R_A - N_3 \cdot \sin \alpha = 0; \quad N_3 = \frac{R_A}{\sin \alpha}$$

Зазначимо, що при цьому ліва і права прямі лінії впливу N_3 паралельні (рис. 2, в), тобто не де не перетинаються (моментна точка йде в нескінченність).

Права пряма N_4 може бути проведена з умови, що вона не перетинається з лівої прямої (рис. 2, д).

Зрозуміло, ці лінії впливу в межах розрізаною перерізами I-I і II-II відповідної панелі має передатну пряму (рис. 2, в та рис. 2, д).

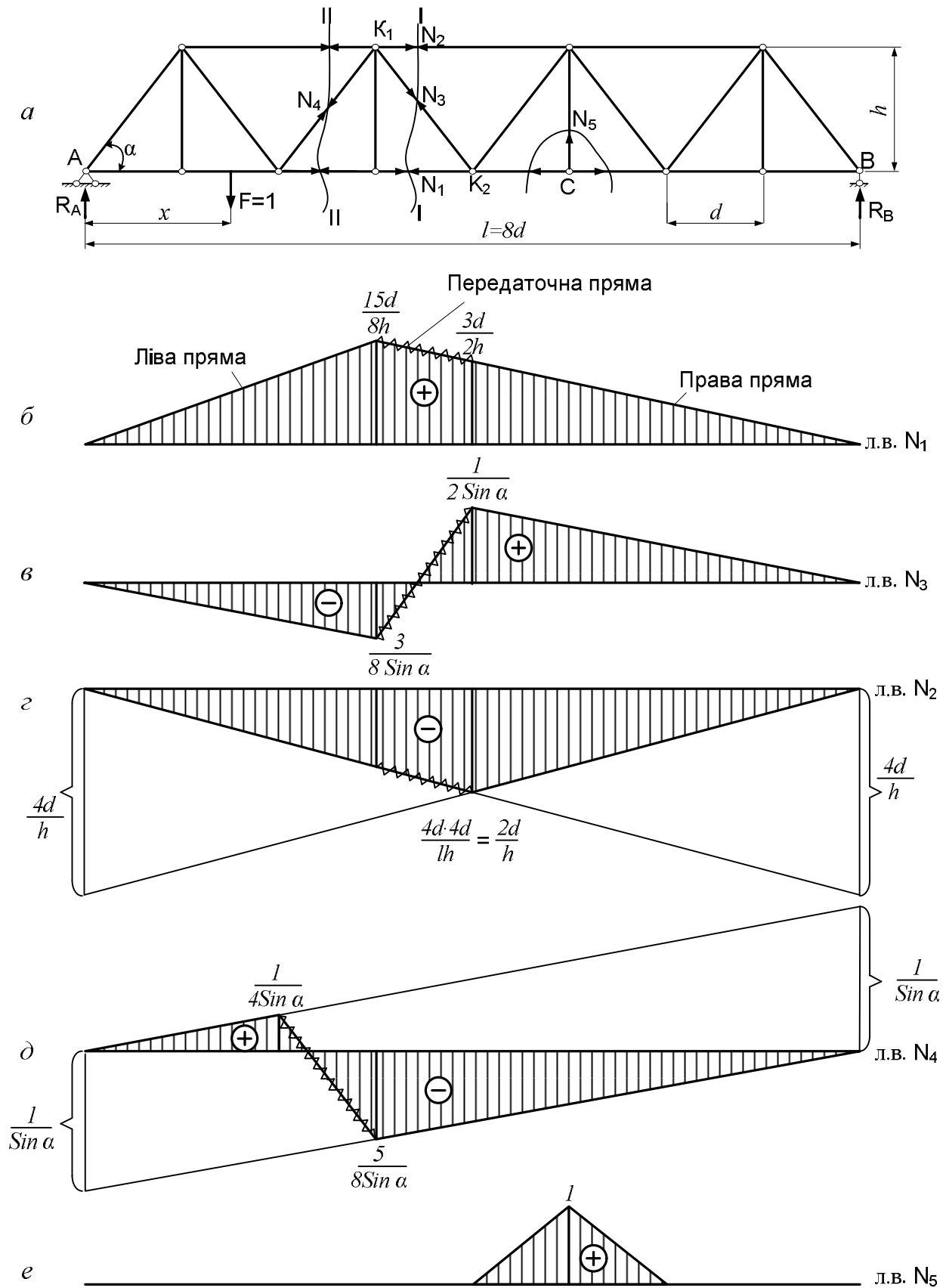


Рисунок 2

Для визначення лінії впливу зусилля N_5 раціонально вирізати вузол С. Якщо одиничний вантаж знаходиться в цьому вузлі, тоді $N_5 = F = 1$. Якщо ні – $N_5 = 0$. З урахуванням вузловий передачі навантаження отримуємо лінію впливу (рис. 2, е).

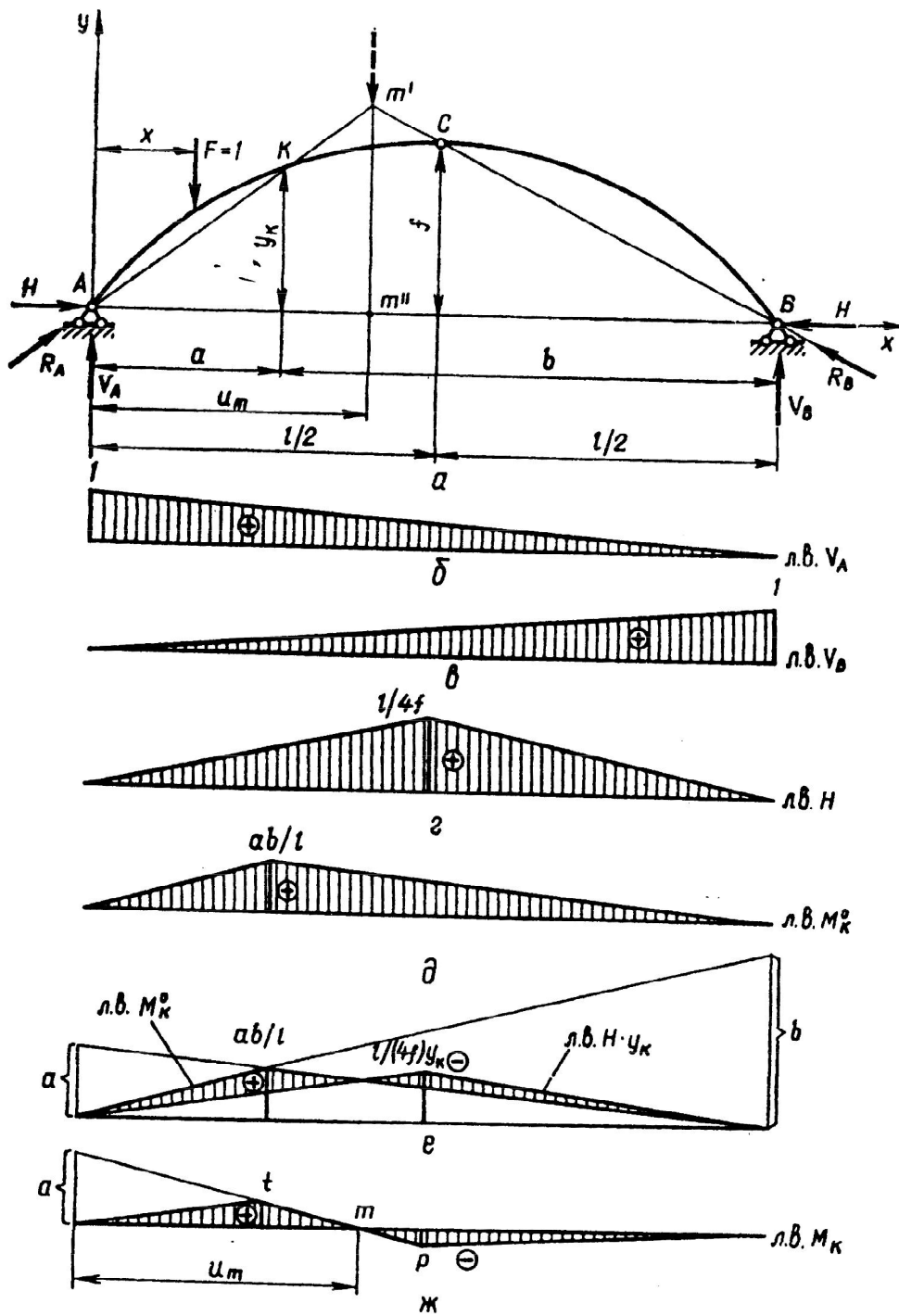


Рисунок 3

Для побудови ліній впливу зусиль в арці (рис. 3, а) скористаємося тим, що вертикальні реакції V_A та V_B і, відповідно їхні лінії впливу (рис. 3, б, в) є балочними (рис. 1).

Для побудови лінії впливу розпору скористаємося виразом, для його знаходження:

$$H = M_C^0 / f. \quad (2)$$

Тоді лінія впливу H (рис. 3, г) виходить розподілом ординат лінії впливу балочного моменту в точці C M_C^0 (рис. 1, г) на стрілу підйому f .

Лінію впливу згинального моменту в перерізі K (рис. 3, д) M_K побудуємо шляхом віднімання лінії впливу розпору H (рис. 3, г), помноженої на ординату перерізу y_K з лінії впливу балочного моменту (рис. 3, д):

$$M_K = M_K^0 - H \cdot y_K. \quad (3)$$

Це віднімання можна виконати способом накладання. Для цього на загальній осі будуємо лінії впливу M_K^0 і $H \cdot y_K$ (рис. 3, е). При цьому взаємно знищуються частини ліній впливу, що збігаються. А результуючі ординати (заштриховані на рис. 3, е) укладені між побудованими лініями. Залишається обчислити ці ординати і відкласти їх на горизонтальній осі (рис. 3, ж).

Інакше можна побудувати лінію впливу способом нульової точки. Для цього необхідно знайти положення нульової точки лінії впливу, тобто такого положення сили $F = 1$, при якому $M_K = 0$. Згідно з теоремою про три сили (в нашому випадку це R_A , R_B і F) вона знаходиться на перетині ліній дії рівнодійних опорних реакцій R_A і R_B .

Знаючи положення нульової точки можна провести середню пряму лінії впливу M_K з умови, що вона відсікає на лівій опорі ординату a (рис. 3, ж), що дорівнює відстані від перерізу до найближчої опори арки.

$$u_m = f / [y_K / (2a) + f / 1]$$

Аналогічно для побудови ліній впливу поперечної і поздовжньої сил користуються відповідними виразами:

$$\begin{aligned} Q_K &= Q_K^0 \cos \varphi_K - H \sin \varphi_K; \\ N_K &= -Q_K^0 \sin \varphi_K - H \cos \varphi_K. \end{aligned} \quad (4)$$

2 ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКІВ

Приклад 1. Побудувати лінії впливу внутрішніх зусиль у перерізі «к» розрахункової схеми, яка наведена на рисунку 2.

Розв'язання.

Для шарнірно-консольної балки (рис. 2) будуюмо поетажну схему розрахунку, яка наведена на рисунку 3, а. На цій схемі шарніри Ш₁ і Ш₂, які з'єднують окремі балки-елементи, замінені нерухомими шарнірними опорами.

Для побудови поетажної схеми умовно розділяємо балку в місцях розміщення шарнірів на балки-елементи. Балка Ш₁ВСШ₂ зв'язана із «землею» трьома опорними стержнями, і тому вона є основною геометрично незмінною. Цю балку розміщуємо на «першому поверсі» розрахункової схеми. Балки АШ₁ і Ш₂Д – другорядні, тому що кожна має в'язі із «землею» лише за допомогою однієї шарнірної опори. Ці балки спираються на консолі основної балки, їх розміщуємо на «другому поверсі» поетажної схеми.

Для побудови ліній впливу реакції опори, поперечної сили і згинаючого моменту в перерізі «к» рухоме навантаження $F = 1$ розміщуємо спочатку на тій балці-«етажу», якій належить переріз чи опора (рис. 3, а).

У прикладі переріз «к» і опора С належать однопрогінній балці з двома консолями, яка розташована на «першому поверсі» розрахункової схеми.

Побудуємо лінію впливу реакції R_C . Довільне положення рухомого навантаження $F = 1$ визначається координатою x . Запишемо умови рівноваги балки:

$$\sum M_B = F \cdot x - R_C \cdot 6 = 0. \text{ Звідси маємо: } R_C = F \frac{x}{6} = \frac{x}{6}.$$

Це рівняння лінії впливу, її графік – пряма. Для побудови графіка потрібно вибрати дві будь-які точки при переміщенні рухомого навантаження уздовж всієї балки $-0,8 \text{ м} \leq x \leq 7,6 \text{ м}$, наприклад: $x = -0,8 \text{ м}$ та $x = 7,6 \text{ м}$. Відповідні значення реакції: $R_C = -0,13$ і $R_C = 1,27$. Провівши пряму через ці точки, одержуємо лінію впливу R_C в межах «першого поверху» розрахункової схеми балки.

Розташовуючи рухоме навантаження на сусідніх (з уже розглянутою) балках-«етажах», добудуємо будь-яку лінію впливу користуючись правилом: якщо сусідня балка-«етаж» на щабель вище, крайня ордината побудованої лінії впливу з'єднується прямою з нульовою ординатою під другою опорою сусідньої балки; якщо сусідня балка-«етаж» на щабель нижче – лінія впливу нульова на протязі цієї балки і далі. Лінія впливу R_C наведена на рисунку 3, б.

Для побудови лінії впливу Q_K і M_K застосуємо статичний метод – метод перерізів. Побудуємо лінію впливу поперечної сили Q_K в перерізі «к».

Вантаж, розташований ліворуч від перерізу «к», $-0,8 \text{ м} \leq x \leq 3 \text{ м}$. Розглядаючи рівновагу правої частини балки, одержуємо $Q_K = -R_C = -x/6$. При $x = -0,8 \text{ м}$, $Q_K = -(-0,8)/6 = 0,13$; при $x = 3 \text{ м}$, $Q_K = -3/6 = -0,5$. Через ці точки проведено ліву пряму впливу Q_K на рисунку 3, в.

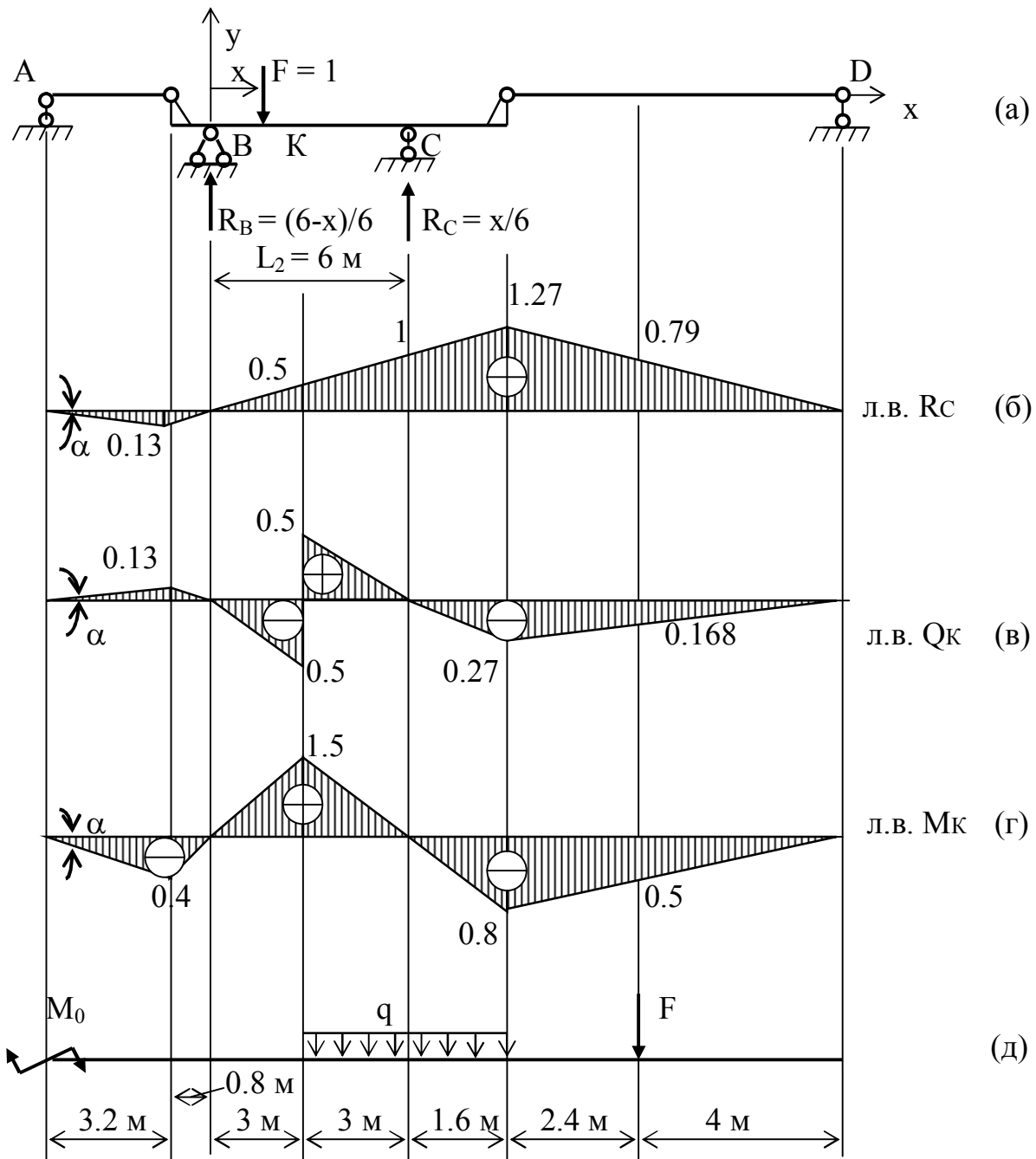


Рисунок 3

Вантаж розташований праворуч від перерізу «к» $3 \leq x \leq 7,6 \text{ м}$. З умови рівноваги лівої частини $Q_K = R_B = (6-x)/6$. При $x = 3 \text{ м}$ $Q_K = (6-3)/6 = 0,5$; при $x = 7,6 \text{ м}$ $Q_K = (6-7,6)/6 = -0,27$. Провівши через ці дві точки пряму, закінчуємо побудову лінії впливу Q_K в межах балки-«етажа», якій належить переріз «к».

Розташовуючи рухоме навантаження $F = 1$ на сусідніх балках-«етажах» добудуємо лінію впливу Q_K за єдиним правилом для ліній впливу багатопрогінної статично визначної балки.

Побудуємо лінію впливу згинального моменту в перерізі «к». Вантаж розташований ліворуч від перерізу «к» $-0,8 \text{ м} \leq x \leq 3 \text{ м}$. Розглядаючи рівновагу правої частини балки, знаходимо $M_K = R_C \cdot 3 = x \cdot 3/6 = x/2$. Графік рівняння – пряма, що проходить через точки $x = -0,8 \text{ м}$, $M_K = -0,8/2 = -0,4 \text{ м}$ та $x = 3 \text{ м}$, $M_K = 3/2 = 1,5 \text{ м}$. Це – ліва пряма лінії впливу M_K .

Вантаж, розміщений праворуч від перерізу «к», $3 \leq x \leq 7,6 \text{ м}$. У цьому випадку зручніше розглядати рівновагу лівої частини балки $M_K = R_B \cdot 3 = (6-x) \cdot 3/6 = (6-x)/2$. При $x = 3 \text{ м}$ – $M_K = (6-3)/2 = 1,5 \text{ м}$; при $x = 7,6 \text{ м}$ – $M_K = (6-7,6)/2 = -0,8 \text{ м}$. Через ці дві точки проводимо пряму (рис. 3, г). Цим завершено побудову лінії впливу M_K в межах балки-«етажу», якій належить переріз «к». Добудова лінії впливу в межах сусідніх балок-«етажів» виконується за єдиним правилом. Лінія впливу M_K наведена на рисунку 3, г.

Визначаємо за лініями впливу Q_K , M_K та R_C від заданого нерухомого навантаження – для цього завантажуюмо лінії впливу заданим нерухомим навантаженням (рис. 3, д) і використовуємо формулу (1):

$$\begin{aligned} R_C &= F \cdot 0.79 + q \cdot \frac{0.5 + 1.27}{2} \cdot 4.6 + M_0 \cdot \left(-\frac{0.13}{3.2} \right) = \\ &= 40 \cdot 0.79 + 20 \cdot 4.071 - 48 \cdot 0.041 = 111.05 \text{ кН}; \\ Q_K &= F \cdot (-0.168) + q \cdot \frac{0.5 + 0.27}{2} \cdot 4.6 + M_0 \cdot \frac{0.13}{3.2} = \\ &= -40 \cdot 0.168 + 20 \cdot 0.529 - 48 \cdot 0.041 = 5.83 \text{ кН}; \\ M_K &= F \cdot (-0.5) + q \cdot \frac{1.5 - 0.8}{2} \cdot 4.6 + M_0 \cdot \left(-\frac{0.4}{3.2} \right) = \\ &= -40 \cdot 0.5 + 20 \cdot 1.61 - 48 \cdot 0.125 = 6.2 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Приклад 2. Побудувати лінії впливу зусиль у стержнях двох панелей (першої та четвертої) ферми, що наведена на рисунку 4. Знайти зусилля у згаданих стержнях від заданого навантаження.

Розв'язання.

Оскільки навантаження на ферму прикладено до верхнього поясу, лінії впливу будуємо для їзди верхом. Побудуємо лінії впливу опорних реакцій. Ферма балочна, тому ці лінії відповідають лініям впливу балочних реакцій (рис. 1).

Лінія впливу N_{2-3} . Розглядаємо переріз I–I. Застосовуємо спосіб моментної точки (точка 14). Переріз розтинає вантажний пояс на дві частини: ліву (вузол 2, $x = 0$) та праву (від вузла 3 до вузла 8, $0 \leq x \leq 8 \text{ м}$). Окремо розглядаємо розташування сили $F = 1$ на кожній з цих частин.

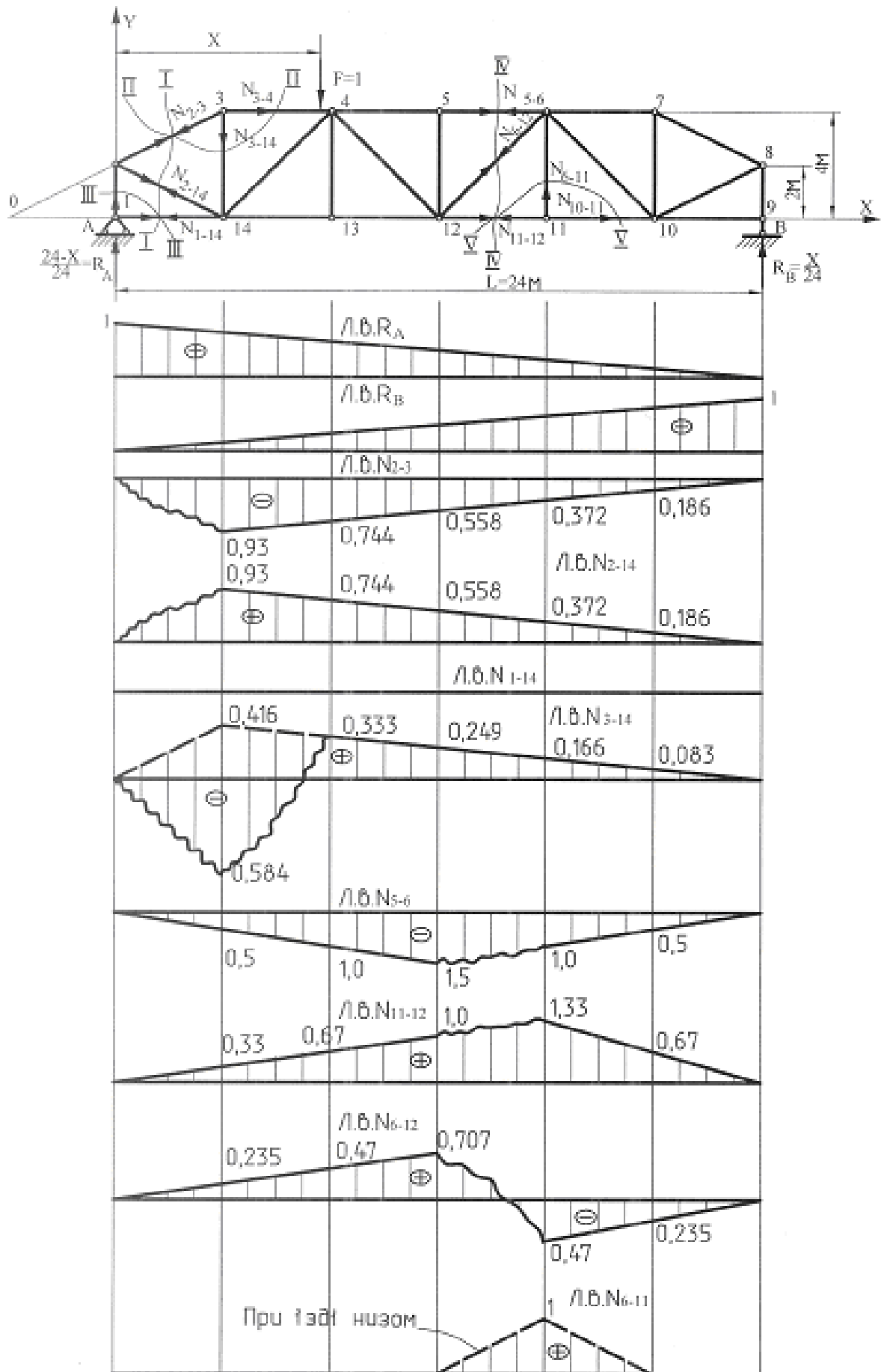


Рисунок 4

Сила ліворуч від перерізу.

$$\sum M_{14}^{\text{пр.сил}} = R_B \cdot 20 + N_{2-3} \cdot h_{2-3} = 0;$$

$$N_{2-3} = -\frac{20}{3,58} R_B = -5,59 \cdot \frac{x}{24} = -0,233x.$$

Лінійна залежність зусилля N_{2-3} від розташування сили $F=1$ на фермі (від x) дійсна в межах вузла 2 ($x=0$), тому $N_{2-3}=0$. Частина лінії впливу, що відповідає розташуванню сили $F=1$ зліва від перерізу, називається лівою прямою. Для зусилля N_{2-3} ліва пряма вироджується в точку.

Сила праворуч від перерізу ($F=1$, $4 \text{ м} \leq x \leq 24 \text{ м}$).

$$\sum M_{14}^{\text{лів.сил}} = -R_A \cdot 4 - N_{2-3} \cdot h_{2-3} = 0.$$

$$\text{Звідси } N_{2-3} = -\frac{4}{h_{2-3}} R_A = -\frac{4}{3,58} \cdot \frac{24-x}{24} = -0,0466 (24-x).$$

Праву пряму будуємо по двом точкам

$$N_{2-3} (x=4 \text{ м}) = -0,047 (24-4) = -0,93;$$

$$N_{2-3} (x=24 \text{ м}) = 0.$$

Закінчуємо побудову лінії впливу проведенням передаточної прямої, що з'єднує ординати лівої і правої прямих у межах перерізаного панелі вантажного поясу (між вузлами 2 і 3).

Лінія впливу N_{2-14} . Переріз I-I, застосовуємо спосіб моментної точки (тч. 0).

Сила ліворуч від перерізу ($x=0$)

$$\sum M_0^{\text{пр.сил}} = R_B \cdot 28 + N_{2-14} \cdot h_{2-14} = 0.$$

$$\text{Звідси } N_{2-14} = -\frac{28}{h_{2-14}} R_B = -\frac{28}{3,58} \cdot \frac{x}{24} = -0,362 x, \quad N_{2-14} (x=0) = 0.$$

Сила праворуч ($F=1$, $4 \text{ м} \leq x \leq 24 \text{ м}$)

$$\sum M_0^{\text{лів.сил}} = R_A \cdot 4 - N_{2-14} \cdot h_{2-14} = 0.$$

$$\text{Звідси } N_{2-14} = \frac{4}{h_{2-14}} R_A = \frac{4}{3,58} \cdot \frac{24-x}{24} = 0,0466 (24-x).$$

Праву пряму будуємо по двом точкам $N_{2-14} (x=4 \text{ м}) = 0,93$;
 $N_{2-14} (x=24 \text{ м}) = 0.$

Передаткова пряма між вузлами 2 і 3.

Лінія впливу N_{1-14} . Цю лінію впливу можна побудувати за допомогою способу моментної точки (точка 2) та перерізу I-I або способу вирізання вузла 1 (переріз III-III). Переріз, що виділяє опорний вузол 1, не перетинає вантажного поясу, тому завжди має місце випадок розташування сили за межами вузла 1. В такому разі $N_{1-14}=0$. Тому лінія впливу N_{1-14} – нульова.

Лінія впливу N_{3-14} . Розглядаємо рівновагу вузла 3, в якому перетинаються три стержня. Тому зусилля N_{3-14} визначається через зусилля N_{3-2} , для якого лінія впливу вже побудована.

Переріз II-II, що виділяє вузол 3, розтинає вантажний пояс на три частини. Якщо сила $F=1$ знаходиться зліва чи справа від вузла 3, то рівновага вузла здійснюється тільки внутрішніми зусиллями N_{2-3} , N_{3-14} та N_{3-4} . Коли сила $F=1$ діє на вузол 3, то, окрім внутрішніх зусиль, вона також приймає участь в

умовах рівноваги вузла. Тому для побудови лінії впливу потрібно розглядати два випадки розташування сили:

а) сила за межами вузла 3 ($x = 0; 8 \text{ м} \leq x \leq 24 \text{ м}$)

$$\sum F_{ky} = N_{3-14} + N_{2-3} \cdot \cos \alpha = 0; N_{3-14} = -\cos \alpha \cdot N_{2-3} = -0,447 N_{2-3}.$$

Відповідно до одержаного співвідношення помножуємо ординати лінії впливу N_{2-3} на $-0,447$ і виділяємо на одержаному графіку частину, що відповідає $x = 0; 8 \text{ м} \leq x \leq 24 \text{ м}$.

б) сила у вузлі 3 ($x = 4 \text{ м}$)

$$\sum F_{ky} = N_{3-14} + N_{2-3} \cdot \cos \alpha + F = 0, N_{3-14} = -\cos \alpha \cdot N_{2-3} - F = -0,447 N_{2-3} - 1.$$

Значення $N_{2-3} = -0,93$ візьмемо з лінії впливу N_{2-3} при $x = 4 \text{ м}$. Тоді

$$N_{3-14} = -0,447 \cdot (-0,93) + 1 = -0,584.$$

Відклавши під вузлом 3 ординату $-0,584$, проводимо передаточні прямі в межах розрізаних панелей вантажного поясу.

Лінія впливу N_{5-6} . Переріз IV–IV. Моментна точка – 12.

Сила ліворуч від перерізу (вузли 2,3,4,5 або $0 \leq x \leq 12 \text{ м}$)

$$\sum M_{12}^{\text{пр. сил}} = R_B \cdot 12 + N_{5-6} \cdot 4 = 0.$$

$$\text{Звідси } N_{5-6} = -\frac{12}{4} R_B = -3 \cdot \frac{x}{24} = -\frac{x}{8}.$$

Ліву пряму будуємо за допомогою двох точок $N_{5-6} (x = 0) = 0;$
 $N_{5-6} (x = 12 \text{ м}) = -1,5.$

Сила праворуч від перерізу (вузли 6,7,8 або $16 \text{ м} \leq x \leq 24 \text{ м}$)

$$\sum M_{12}^{\text{лів. сил}} = -R_A \cdot 12 - N_{5-6} \cdot 4 = 0.$$

$$\text{Звідси } N_{5-6} = -\frac{12}{4} R_A = -3 \cdot \frac{24-x}{24} = -\frac{24-x}{8}.$$

Праву пряму будуємо за допомогою двох точок $N_{5-6} (x = 16 \text{ м}) = -1,$
 $N_{5-6} (x = 24 \text{ м}) = 0.$

Передаткова пряма з'єднує ліву і праву прямі між вузлами 5 і 6.

Контроль: ліва і права прямі повинні перетинатися під моментною точкою (тч. 12).

Лінія впливу N_{11-12} . Моментна точка – 6. Той же переріз IV–IV.

Ліва пряма – сила зліва від перерізу $F = 1; 0 \leq x \leq 12 \text{ м}$

$$\sum M_6^{\text{пр. сил}} = R_B \cdot 8 - N_{11-12} \cdot 4 = 0, N_{11-12} = \frac{8}{4} R_B = 2 \cdot \frac{x}{24} = \frac{x}{12}.$$

Точки $N_{11-12} (x = 0) = 0, N_{11-12} (x = 12 \text{ м}) = 1.$

Права пряма – сила справа від перерізу $F = 1; 16 \text{ м} \leq x \leq 24 \text{ м}$.

$$\sum M_6^{\text{лів. сил}} = -R_A \cdot 16 - N_{11-12} \cdot 4 = 0, N_{11-12} = 4 \cdot \frac{24-x}{24} = \frac{24-x}{6}.$$

Дві точки $N_{11-12} (x = 16 \text{ м}) = 1,33$ і $N_{11-12} (x = 24 \text{ м}) = 0.$

Контроль: ліва і права прямі перетинаються під моментною точкою (точка б). Передаточна пряма – в межах розрізаної четвертої панелі.

Лінія впливу N_{6-12} . Переріз IV-IV, $\sum F_{ky} = 0$.

Ліва пряма $F = 1$, $0 \leq x \leq 12 \text{ м}$,

$$\sum F_{ky}^{\text{пр. сил}} = R_B - N_{6-12} \cdot \sin \gamma = 0.$$

$$\text{Звідси } N_{6-12} = \frac{R_B}{\sin \gamma} = \frac{x}{24 \cdot 0,707} = 0,0589 x.$$

Дві точки $N_{6-12} (x = 0) = 0$ і $N_{6-12} (x = 12 \text{ м}) = 0,707$.

Права пряма ($F = 1$, $16 \text{ м} \leq x \leq 24 \text{ м}$)

$$\sum F_{ky}^{\text{лів. сил}} = R_A + N_{6-12} \cdot \sin \gamma = 0$$

$$\text{Звідки } N_{6-12} = - \frac{R_A}{\sin \gamma} = - \frac{24 - x}{24 \cdot 0,707} = -0,0589 (24 - x).$$

Дві точки $N_{6-12} (x = 16 \text{ м}) = -0,47$ і $N_{6-12} (x = 24 \text{ м}) = 0$.

Контроль: ліва і права прямі паралельні.

Лінія впливу N_{6-11} . Вузол 11. Переріз, що виділяє вузол 11, не перетинає вантажного поясу, тому завжди має місце один випадок розташування сили – за межами вузла 11.

У цьому разі $N_{6-11} = 0$, лінія впливу N_{6-11} – нульова.

Якщо вантажним поясом буде нижній пояс ферми (при їзді низом), то лінії впливу тих зусиль, для визначення яких переріз перетинає нижній і верхній пояси в різних панелях, або перетинає лише один пояс (при вирізання вузлів), будуть змінюватись.

Ця зміна виникає тому, що межі розташування сили ліворуч (і праворуч) від перерізу, або в узлі (та за його межами) будуть для нижнього поясу іншими, ніж для верхнього. У розглянутому прикладі це зусилля N_{3-14} і N_{6-11} . Зміни в лініях впливу на рисунку 4 показані пунктиром.

Визначення зусиль від постійного навантаження за лініями впливу.

Зусилля в стержнях по їх лініям впливу визначаються за формулою (1), тоді

$$N = \sum_k F_k \cdot Y_k,$$

де F_k – постійна сила,

Y_k – ордината з лінії впливу N , розташована під силою F_k .

Відповідно до цього обчислюємо зусилля:

$$N_{2-3} = F \cdot (-0,93) + F \cdot (-0,744) + F \cdot (-0,558) + F \cdot (-0,372) + F \cdot (-0,186) = -55,81 \text{ кН};$$

$$N_{2-14} = F \cdot 0,93 + F \cdot 0,744 + F \cdot 0,558 + F \cdot 0,372 + F \cdot 0,186 = 55,81 \text{ кН};$$

$$N_{1-14} = 0;$$

$$N_{3-14} = F \cdot (-0,584) + F \cdot 0,333 + F \cdot 0,249 + F \cdot 0,166 + F \cdot 0,083 = 20 \cdot 0,247 = 4,95 \text{ кН};$$

$$N_{5-6} = F \cdot (-0,5) + F \cdot (-1) + F \cdot (-1,5) + F \cdot (-1) + F \cdot (-0,5) = -20 \cdot 4,5 = -90 \text{ кН};$$

$$N_{11-12} = F \cdot 0,33 + F \cdot 0,67 + F \cdot 1 + F \cdot 1,33 + F \cdot 0,67 = 20 \cdot 4 = 80 \text{ кН};$$

$$N_{6-12} = F \cdot 0,235 + F \cdot 0,47 + F \cdot 0,707 + F \cdot (-0,47) + F \cdot (-0,235) = 14,14 \text{ кН};$$

$$N_{6-11} = 0.$$

Приклад 3. Для циркульної арки, наведеною на рисунку 5, побудувати лінії впливу зусиль для перерізу, розташованого під зосередженою силою. Знайти зусилля від заданого навантаження.

Розв'язання.

Лінія впливу розпору у відповідності з виразом повторює обрис лінії впливу балочного моменту (рис. 1) в перерізі з ординатами, які поділені на стрілу підйому f (2). Отримуємо лінію впливу у формі трикутника (рис. 5) з ординатою в точці С:

$$H = \frac{1}{4f} = \frac{14}{4 \cdot 4} = 0,875.$$

Лінії впливу зусиль в перерізі будуємо способом накладання. Для цього користуємося формулами (2–3).

Лінія впливу M_5 :

$$M_5 = M_5^0 - H \cdot y_5 = M_5^0 - H \cdot 3,43.$$

Відклавши під точкою 5 ординату $\frac{a \cdot b}{l} = \frac{10 \cdot 4}{14} = 2,86$, отримуємо лінію впливу балочного згинального моменту M_5^0 . Далі на тій же осі будуємо лінію впливу розпору H з ординатами, помноженими на 3,43, тобто під точкою С вона дорівнює $0,875 \cdot 3,43 = 3,00$. Ординати результуючої лінії впливу M_5 розташовані між цими лініями (M_5^0 і $H \cdot 3,43$). Знак ординат результату можна отримати формально, вважаючи віссю остаточної лінії впливу лінію $H \cdot 3,43$: ординати, розташовані над нею, позитивні, під нею – негативні.

Інші лінії впливу будуємо аналогічно

$$Q_5 = Q_5^0 \cdot \cos \varphi_5 - H \cdot \sin \varphi_5 = Q_5^0 \cdot 0,929 - H \cdot (-0,369);$$

$$N_5 = -Q_5^0 \cdot \sin \varphi_5 - H \cdot \cos \varphi_5 = Q_5^0 \cdot 0,369 - H \cdot 0,929.$$

Усі лінії впливу наведено на рисунку 5.

Зусилля від заданого навантаження по лініях впливу за формулою (1):

$$M_5 = q \cdot \omega + F \cdot y = 4 \cdot \left(-\frac{0,998 \cdot 7}{2} \right) + 6 \cdot 1,146 = -7,1 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_5^{\text{лев}} = 4 \cdot \left(-\frac{0,142 \cdot 7}{2} \right) + 6 \cdot 0,45 = 0,712 \text{ кН};$$

$$Q_5^{\text{пр}} = 4 \cdot \left(-\frac{0,142 \cdot 7}{2} \right) + 6 \cdot (-0,479) = -4,862 \text{ кН};$$

$$N_5^{\text{лев}} = 4 \cdot \left(-\frac{0,998 \cdot 7}{2} \right) + 6 \cdot (-0,36) = -16,1 \text{ кН};$$

$$N_5^{\text{пр}} = 4 \cdot \left(-\frac{0,998 \cdot 7}{2} \right) + 6 \cdot (-0,729) = -18,32 \text{ кН}.$$

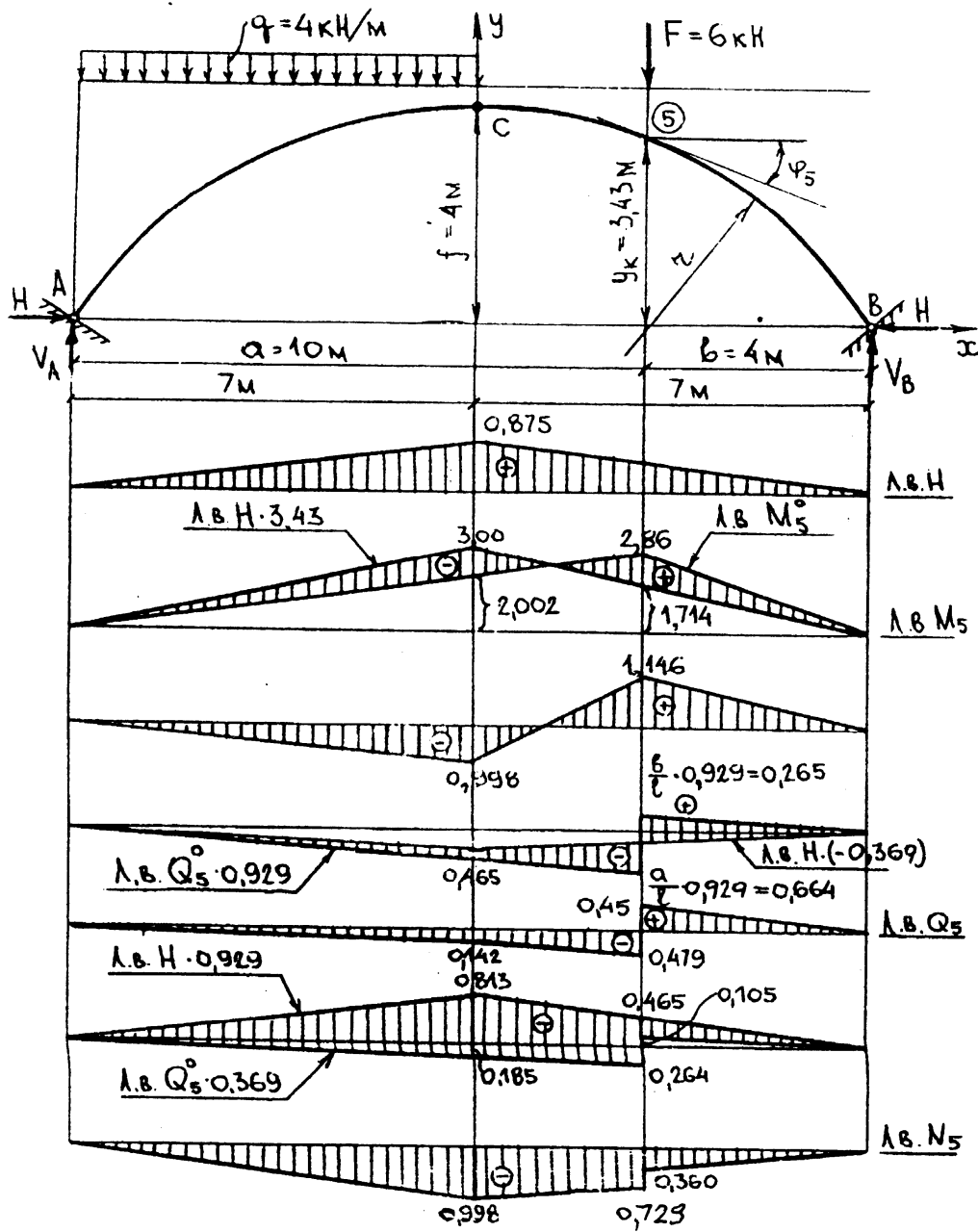


Рисунок 5

3 ВИХІДНІ ДАНІ Й ЗАВДАННЯ

Завдання 1. Відповідно до завдання викладача схему ферми обирають за рисунком 6, числові дані – за таблицею 1.

Для заданої ферми необхідно:

- побудувати лінії впливу стержней заданої панелі;
- обчислити зусилля за лініями впливу від заданого нерухомого навантаження.

Таблиця 1 - Числові дані до завдання 1

Перша цифра шифру	l , м	F_1 , кН	Друга цифра шифру	Номер панелі (зліва)	F_2 , кН	Третя цифра шифру	Номер схеми	h , м
1	21	15	1	4	18	1	1	4
2	18	20	2	3	16	2	2	3
3	30	10	3	2	10	3	3	6
4	15	18	4	5	14	4	4	4
5	21	26	5	3	20	5	5	5
6	24	12	6	4	22	6	6	6
7	20	16	7	5	12	7	7	3
8	22	14	8	2	24	8	8	4
9	26	22	9	3	30	9	9	5
0	28	26	10	4	28	0	10	6

Завдання 2. Вихідні дані до роботи вибираються з таблиці 2 та рисунків 7 і 8 згідно з шифром.

Для заданої параболічної трешарнирної арки необхідно:

- побудувати лінію впливу розпору (зусилля в затяжці) і лінії впливу згинального моменту, поперечної і поздовжньої сили в перерізі арки під зосередженою силою;
- по лініях впливу визначити відповідні зусилля від заданого навантаження.

Таблиця 2 - Числові дані до завдання 2

Перша цифра шифру	$l, \text{м}$	α	Друга цифра шифру	q_1 кН/м	q_2 кН/м	Третя цифра шифру	f/l	Окреслення осі	$F, \text{кН}$
1	26	0.2	1	10	0	1	0.31	Парабола (а)	40
2	34	0.25	2	0	15	2	0.32	Рама (б)	50
3	18	0.3	3	20	0	3	0.33	Коло (а)	30
4	28	0.35	4	0	25	4	0.34	Рама (в)	80
5	20	0.4	5	30	0	5	0.35	Рама (г)	25
6	32	0.45	6	0	35	6	0.36	Парабола (а)	45
7	22	0.5	7	40	0	7	0.37	Рама (б)	15
8	16	0.55	8	0	45	8	0.38	Коло (а)	60
9	14	0.6	9	50	0	9	0.39	Рама (в)	70
0	24	0.65	0	0	55	0	0.4	Рама (г)	65

Зауваження.

Для параболічної арки з віссю, окресленою за рівнянням $y = \frac{4f}{\ell^2} x(\ell - x)$,

початок координат розташований на лівій опорі, визначають

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{4f}{\ell^2} (\ell - 2x),$$

а потім $\sin \varphi$ і $\cos \varphi$.

Для циркульної арки, вісь якої окреслена по дузі кола

$$y = \sqrt{R^2 - \left(\frac{\ell}{2} - x\right)^2} - R + f,$$

початок координат на лівій опорі, де

$$R = \frac{f}{2} + \frac{\ell^2}{8f}; \quad \sin \varphi = \frac{\ell - 2x}{2R}; \quad \cos \varphi = \frac{y + R - f}{R}.$$

Розрахунок тришарнірної рами відрізняється від розрахунку інших рам визначенням опорних реакцій. Вертикальні реакції і їхні лінії впливу є балочними (рис. 1). Горизонтальну реакцію (розпір) знаходять з рівнянь рівноваги, аналогічних рівнянням рівноваги тришарнірної арки (2). І, відповідно лінія впливу, як і в тришарнірної арки.

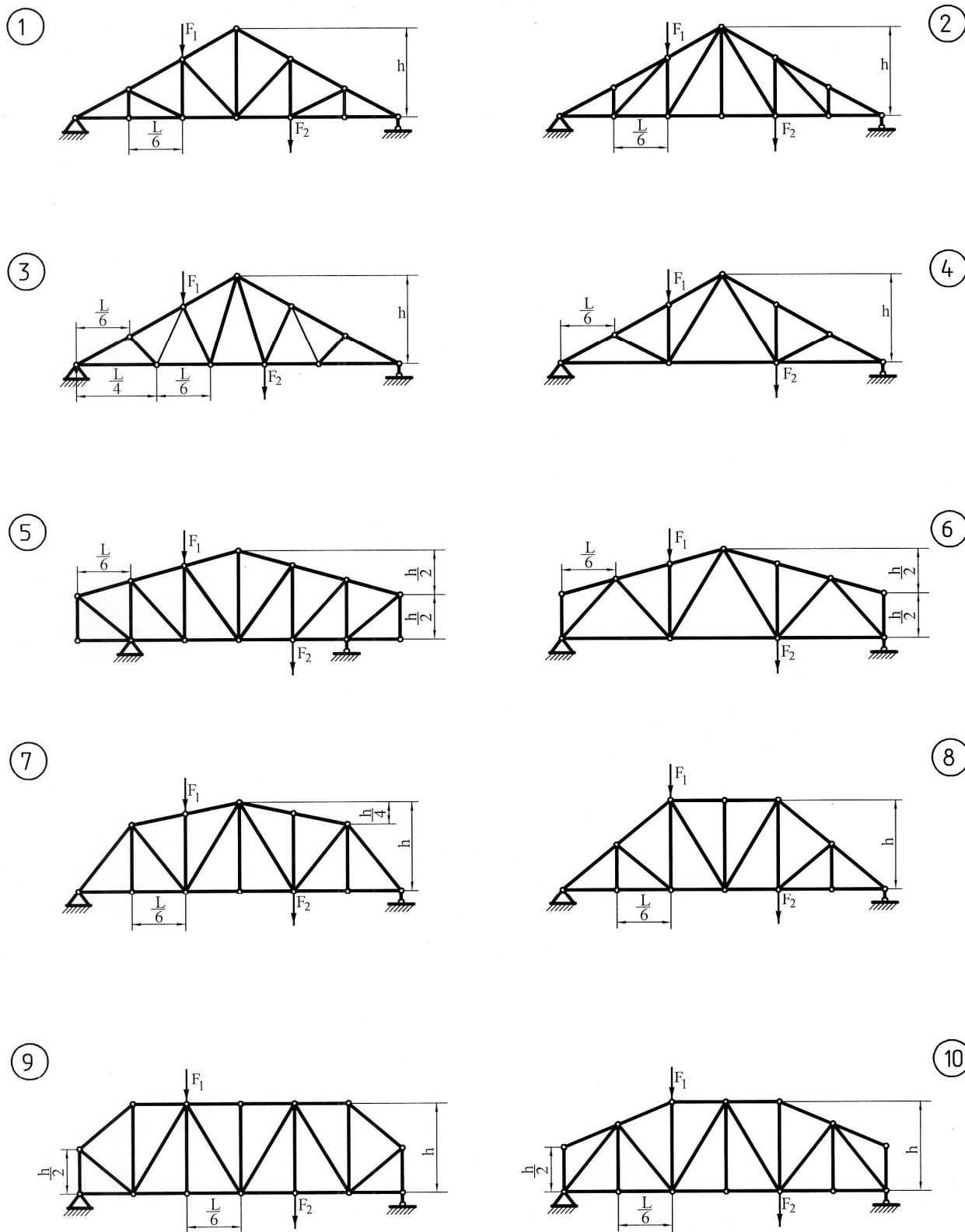


Рисунок 6

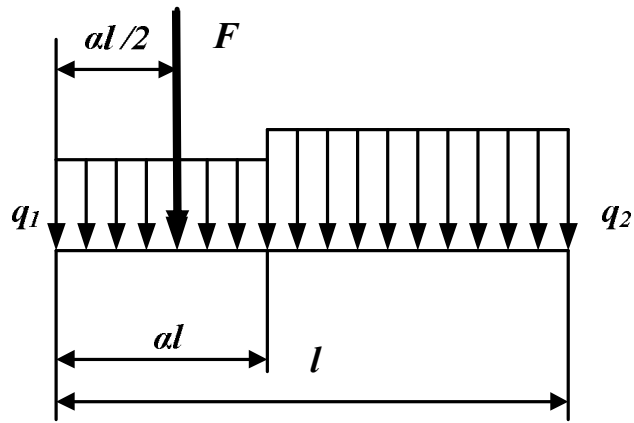


Рисунок 7

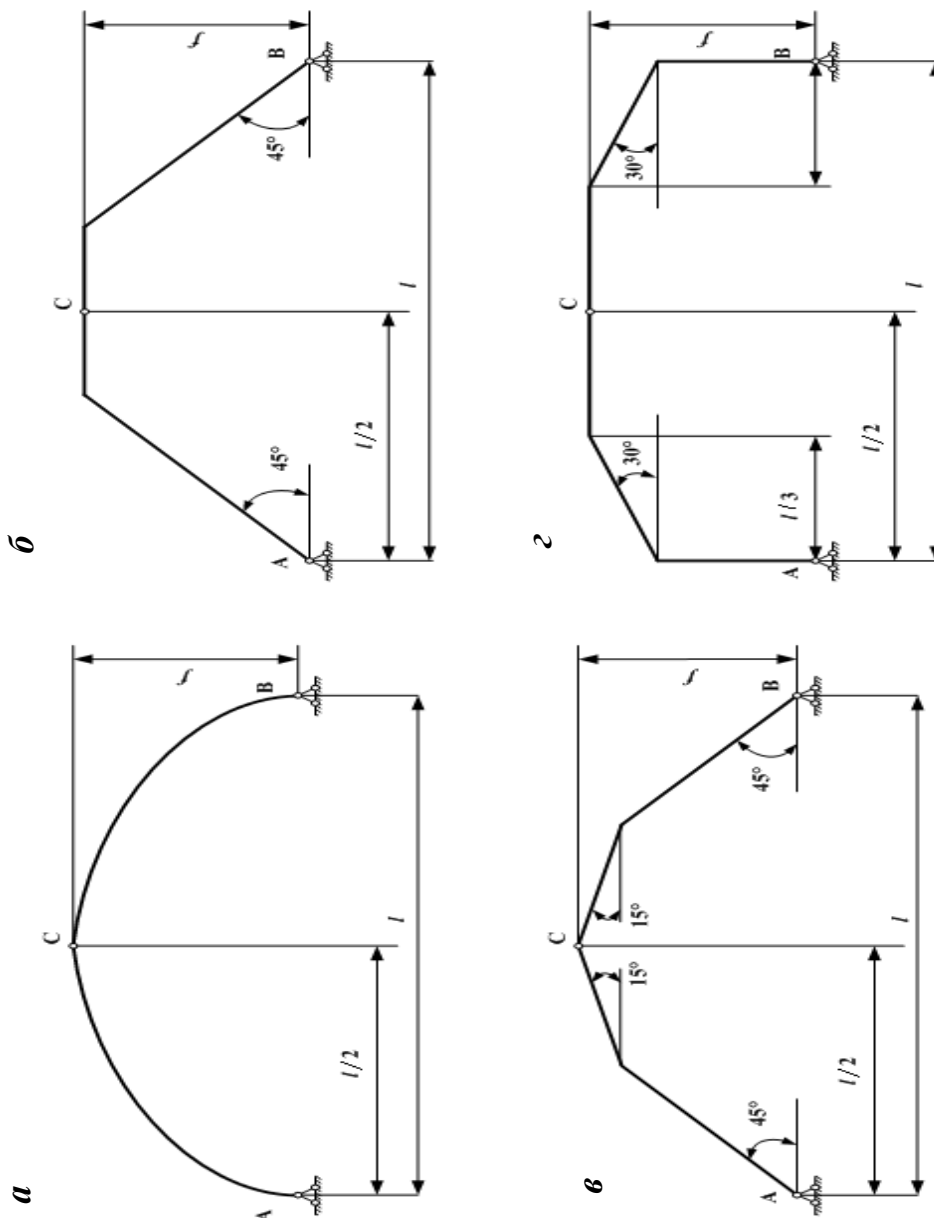


Рисунок 8

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Шутенко Л. М. Механіка споруд / Л. М. Шутенко, В. П. Пустовойтов, М. А. Засядько. – Харків : ХДАМГ, 2001. – 239 с.
2. Шутенко Л. М. Конспект лекцій з курсу «Будівельна механіка» (для студентів 3 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом підготовки 6.060101 - Будівництво) / Л. М. Шутенко, В. П. Шпачук, М. А. Засядько ; Харків. нац. акад. міськ. госп-ва. – Харків : ХНАМГ, 2013. – 117 с.
3. Шпачук В. П. Конспект лекцій з курсу «Будівельна механіка» Спецкурс. Частина 1 (для студентів 3–4 курсів денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом підготовки 6.060101 - Будівництво) / В. П. Шпачук, М. А. Засядько ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2014. – 55 с.
4. Шпачук В. П. Конспект лекцій з курсу «Будівельна механіка» Спецкурс. Частина 2 (для студентів 4-го курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом підготовки 6.060101 – Будівництво) / В. П. Шпачук, М. А. Засядько; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2016. – 122 с.

Виробничо-практичне видання

Методичні рекомендації і завдання
до самостійної роботи, підготовки до лекцій, практичних занять
і контрольних робіт
з навчальної дисципліни

«БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА»

*(для магістрів денної і заочної форм навчання за
спеціальністю 192 – Будівництво та цивільна інженерія
(спеціалізація (освітня програма)
«Промислове та цивільне будівництво»)*

Укладач **ЧУПРИНІН** Олександр Олексійович

Відповідальний за випуск *А. О. Гарбуз*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання : *І. В. Волосожарова*

План 2019 поз. 170 М

Підп. до друку 04.09.2019. Формат 60 × 84/16.

Друк на ризографі. Ум. друк. арк. 1,5.

Тираж 50 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.

Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 5328 від 11.04.2017.