

С.М. Урдзік

Харківський національний автомобільно-дорожній університет, Україна

## ВПЛИВ РЕФРАКЦІЇ НА ТОЧНІСТЬ ГЕОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ

Проведено аналіз літературних джерел, в яких в значній мірі приділено увагу точності проведення геодезичних робіт. Проаналізовано залежність впливу рефракції на точність вимірювань в різний час доби та від відстані між нівелірними рейками. Встановлено оптимальний час, коли вплив рефракції на точність вимірювань є мінімальним.

**Ключові слова:** геометричне нівелювання, рефракція, нівелір, рейка нівелірна, температура повітря, точність вимірювання.

### Постановка проблеми

Фактори, що впливають на точність геодезичних вимірювань можна поділити на внутрішні (інструментальні) та зовнішні. До внутрішніх можна віднести клас точності геодезичного обладнання, правильність його налаштування, точність взяття відліків та інші. До зовнішніх відносяться: складність рельєфу та ситуації ділянки, на якій проводиться вимірювання, погодно-кліматичні умови, час доби та ще ряд чинників, які не завжди враховуються при зйомці та обробці геодезичних спостережень, але можуть значно вплинути на достовірність кінцевого результату.

### Аналіз сучасних досліджень і публікацій

Питанням точності геодезичних вимірювань, впливу внутрішніх та зовнішніх факторів присвячено багато наукових вітчизняних та зарубіжних видань [1 - 6]. Найбільше уваги приділяється класу точності геодезичного обладнання та приладів, методам зйомки, розрахунків та обробки отриманої інформації. Набагато менше уваги приділяється зовнішнім, не залежним від геодезиста факторам.

**Метою цієї статті є** аналіз впливу рефракції на точність геометричного нівелювання.

### Виклад основного матеріалу

Геометричне нівелювання – це метод визначення перевищень через взяття відліків по нівелірних рейках при горизонтальному візирному промені. Геометричне нівелювання виконують двома способами: «із середини» і «вперед» [7]. Характерним для геометричного нівелювання є те, що візирний луч майже на всій своїй протяжності проходить не на однаковій відстані від поверхні землі, тобто проходить скрізь повітряні шари різної температури та щільності. Якщо температура повітря в найвищій точці зйомки на пологому схилі має постійну темпе-

ратуру  $t$ , то можна вважати, що повітряний шар уздовж цього схилу на всій своїй протяжності має температуру близьку до  $t$ , та відповідну до неї щільність. Таке припущення було висунуто французьким астрофізиком Андре Лаллеманом [8]. Також він припустив, що температура повітря  $t$  змінюється в арифметичній прогресії, тоді як висота  $h$  над рівнем землі змінюється в геометричній прогресії:

$$t = a + b \cdot \log(h + c) \quad (1)$$

де  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – постійні, що підлягають визначенню дослідним шляхом.

Закони зміни  $t$  в залежності від  $h$  досить складні, тому запропонованою Лаллеманом формулою можна керуватися лише при належному підборі постійних  $a$ ,  $b$  та  $c$ .

На початку двадцятого сторіччя професор Кравцовський Ф.Н. запропонував свою методику визначення величини рефракції, її суть полягає у наступному [8].

Припустимо, що горизонтальний луч припадає на нівелірну рейку в точці  $b$ , а світловий луч, що проходить по рефракційній кривій  $OmB$  – в точці  $B$  (рисунок 1).

Відрізок  $Bb$  – рефракційна поправка. Якщо відстань елемента  $mm_1$  рефракційної кривої від рейки позначити як  $x$ , а кут, який елемент  $mm_1$  утворює з нормаллю  $pn_1$  до схилу  $AC$  позначити через  $J$ , то отримаємо:

$$Bb = \varepsilon = \int_0^L x dJ \quad (2)$$

де  $L$  – відстань від нівеліра до рейки.

Якщо висоту над поверхнею землі елемента  $mm_1$  позначити як  $h$ , відрізок  $Ab$  позначити як  $h_1$ , а ухил схилу як  $P$ , то отримаємо:

$$x = \frac{h_1 - h}{P} \quad (3)$$

Якщо  $n$  - коефіцієнт заломлення повітря для

елемента  $mm_1$ , то:

$$n \cdot \sin J = const. \quad (4)$$

$$n = 1 + 0,000294 \frac{B}{0,76} \cdot \frac{1}{1+\alpha t} \quad (5)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт розширення повітря,  $\alpha = 0,00366$ ;  $B$  – показання барометра.

Таким чином:

$$Bb = \varepsilon = \int_0^L x \cdot \frac{h_1 - h}{P} \cdot \operatorname{tg} J \cdot \frac{0,000294 \frac{B}{0,76}}{(1+\alpha t)^2 n} dt \quad (6)$$

При обчисленні цього інтеграла  $\operatorname{tg} J$ ,  $B$  та  $n$  можна вважати постійними.

В своїх вишукуваннях Красовський все ж таки базується на математичних моделях та послідовності дій запропонованих Лаллеманом, які той чи інший мірі підтверджують його припущення.

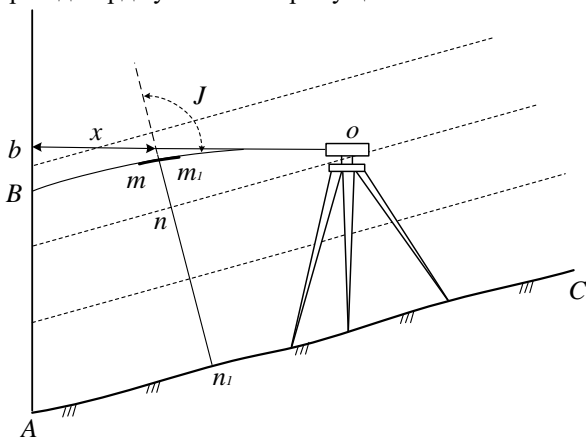


Рис. 1. Схема визначення рефракційної поправки

Проведені професором Красовським за своєю ж методикою вимірювання та розрахунки показали, що рефракція  $\varepsilon$  збільшується пропорційно квадрату відстані  $L$ . Також, значення  $\varepsilon$  збільшується із збільшенням ухилу, хоча і не в такій значній мірі. При відстанях від нівеліра до рейки в межах 50 – 80 метрів, значення рефракції може сягати одного міліметра, при чому ця похибка буде мати систематичний характер, тобто буде накопичуватись в один бік на цілому ряді послідовних станцій. Тому важливо знати ті проміжки часу, коли рефракція має найменше значення.

Проведений Ф.Н. Красовським ряд досліджень доводить, що в літній сонячний день зміни рефракції діють у такому порядку [8]:

1. Вранці, перед сходом сонця та відразу після сходу сонця рефракція має плюсове значення. В цей проміжок часу її вплив дуже не значний.

2. Між 5-ою та 6-ою годинами ранку рефракція близька до нуля та, починаючи приблизно з сьомої години, її значення стає від'ємним.

3. З 7-ої до 13-ої години спостерігається швидке збільшення від'ємного значення рефракції. Бли-

зько 13-ої години вона сягає від'ємного максимуму.

4. З 13-ої до 15-ої години спостерігається повільне зменшення значення рефракції. Після 15-ої години рефракція убуває швидко і вже ближче до 18-ої години вже близька до нульового значення.

5. Перед заходом сонця рефракція знов стає додатною.

У 1912 році інженером Кольмюллером в Мюнхені було проведено ряд спеціальних досліджень [8], які дозволили встановити закономірність зміни значення рефракції від відстані між нівелірними рейками в різний час доби (рисунок 2). Вони в повній мірі співпадають з результатами досліджень професора Красовського, підтверджують та доповнюють один одного.

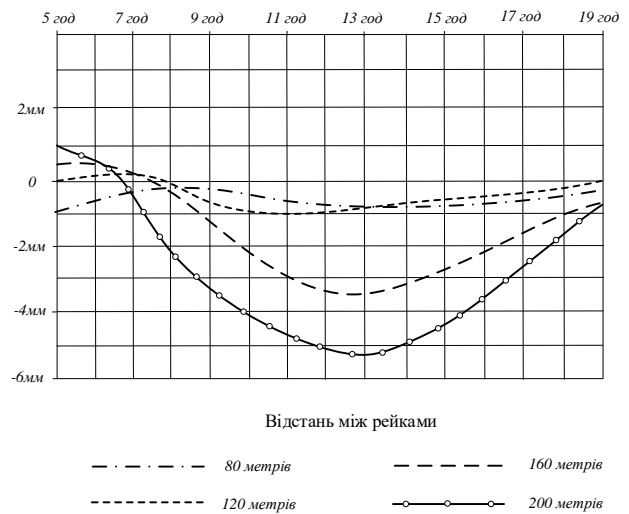


Рис. 2. Залежність значення рефракції  $\varepsilon$  від відстані між нівелірними рейками в різний час доби

Як можна бачити на рисунку 2, при відстані між рейками 200 метрів, в полудень рефракція сягає майже п'яти міліметрів. Але вже при відстані між рейками в 120 метрів, найбільше значення рефракції не перевищує одного міліметра.

Проаналізувавши отримані залежності, стає очевидним, що найвигіднішим часом для проведення геометричного нівелювання, коли вплив рефракції зведено до мінімуму, є проміжок часу від п'ятої до майже десятої години ранку, та з 14-ої години аж до заходу сонця. При цьому бажано, щоб відстань від нівеліру до рейки не перевищувала 60 м.

## Висновки

Проаналізувавши все вищесказане, можна зробити висновок, що головна похибка при нівелюванні високої точності зумовлена саме дією рефракції [9]. Навіть зменшення відстані від нівеліра до рейки до 50 метрів, не може повністю гарантувати відсутність систематичного накоплення похибки від рефракції.

Андре Лаллеман, в якості одного із способів

контролю впливу рефракції на точність вимірювання, пропонує на кожній станції брати показання термометра на висоті візирного променя при рейці та при об'єктиві нівеліра. Хоча, за словами Красовського, по цим показанням термометра ризиковано вводити поправку до розрахункової формули (6), оскільки нерідко закон змінення температури від висоти далеко не той, який покладено в основу цієї формули. Але ці показання термометра дадуть можливість достовірно визначити характер впливу рефракції на результат виконаного нівелювання що, безперечно, дуже важливо в високоточній роботі.

### Література

1. Hofmann – Wellenhof, B. (2005) Physical Geodesy. Wien New York, 403.
2. Galda, M., Kujawski, E., Galda, M., Kujawski, E. (2000) Geodezja I miernictwo budowlane. Warszawa. Wroclaw, 402.
3. Osada, E. (2001) Geodezja. Wroclaw: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wroclawskiej, 223.
4. Richard, H. (1991) Rapp. Geometric geodesy. Part 1. The Ohio State University, 189.
5. Федотов, Г.А. Инженерная геодезия. [Текст] Учебное пособие. 2-е изд. / Г. А. Федотов - М.: Высшая школа. 2004. – 292 с.
6. Зуска, А.В. Инженерная геодезия [Текст]: навч. посіб. / А.В. Зуска.– Дніпро: НГУ, 2016. – 216 с.
7. Коугия, В.А. Инженерная геодезия [Текст]. Учебное пособие. (в двух книгах) Книга 1. / В.А. Коугия, Е.С. Богомолова, М.Я. Брын, В.В. Грузинов – Санкт - Петербург, 2006, – 87 с.
8. Красовский, Ф.Н. Руководство по высшей геодезии (Часть I). [Текст] /Ф.Н. Красовский.– Издание Геодезического Управления В.С.Н.Х. С.С.С.Р. и Московского Межевого Института, 1926. – 479 с.
9. Дьяков, Б.Н. Геодезия. Общій курс. [Текст] Электронная версия учебного пособия. / Б.Н. Дьяков - Сибирская

государственная геодезическая академия, 2002. – 158 с.

### Referenses

1. Hofmann – Wellenhof, B. (2005) Physical Geodesy. Wien New York, 403.
2. Galda, M., Kujawski, E., Galda, M., Kujawski, E. (2000) Geodezja I miernictwo budowlane. Warszawa. Wroclaw, 402.
3. Osada, E. (2001) Geodezja. Wroclaw: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wroclawskiej, 223.
4. Richard, H. (1991) Rapp. Geometric geodesy. Part 1. The Ohio State University, 189.
5. Fedotov, G. A. (2004). The engineering geodesy. Tutorial. Second edition. M.: Vysshaya shkola. 292.
6. Zuska, A.V. (2016). The engineering geodesy. Tutorial. Dnipro: NGU, 216.
7. Kougia, V.A., Bogomolova, E.S., Bryn, M.Y., Gruzinov, V.V. (2006). The engineering geodesy. Tutorial. (in two books). Book 1. Sankt – Peterburg, 87.
8. Krasovsky, F.N. (1926). Guide to Higher Geodesy (Part I). Edition of the Geodesic Office V.S.N.KH. USSR. and Moscow Land Survey Institute, 479.
9. Dyakov, B.N. (2002). Geodesy. General course. Electronic version of the training manual. Siberian State Academy of Geodesy, 158.

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. В.П. Кожушко, кафедра мостів, конструкцій та будівельної механіки, Харківський національний автомобільно – дорожній університет, Україна

**Автор:** УРДЗІК Сергій Миколайович  
асистент кафедри проектування доріг, геодезії і землеустрою  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет  
E-mail - urdzik@khadi.kharkov.ua  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6914-1221>

## INFLUENCE OF THE REFRACTION ON THE ACCURACY OF GEOMETRIC LEVELING

S. Urdzik

Kharkiv National Automobile and Highway University, Ukraine

*The article contains a list of references and scientific articles that investigate the accuracy of geodetic measurements, the problems of errors, as well as factors affecting the accuracy and the possibility of taking them into account when conducting various geodetic works. External and internal factors are described, influencing the accuracy of geodetic measurements. The main part of the article describes the essence of geometric leveling. Characteristic for geometric leveling is that the sighting beam along its entire length does not pass at the same height from the ground surface. This means that the sighting beam passes through air layers of different temperature and density. This, in turn, affects the accuracy of measurements. The article presents the assumption of the French astrophysicist Andre Lallemand that the temperature of the air changes in an arithmetic progression, while the height above the ground level changes exponentially. Professor Krasovsky F.N. proposed a technique that states that refraction increases in proportion to the square of the distance from the level to the slats. The scheme of the spreading of the sighting beam horizontally and the refraction curve is shown. The studies carried out by Krasovsky have shown that the refraction is minimal at the summer sunny day in the morning. It reaches its maximum values in the daytime. In the evening, before sunset, the effect of refraction is minimal. The research data on the effect of refraction on the accuracy of geometric leveling, carried out by German engineer Colmyuller, are presented. They confirm the results obtained by Professor Krasovsky. As conclusions, it was concluded that for more accurate geometric leveling, measurements are best done in the morning, and the distance from the level to the staff should not exceed 60 meters. Also Andre Lallemand recommends that at each station measure the air temperature at the height of the sighting beam near the slats and near the lens of the level. Although Professor Krasovsky does not recommend introducing this amendment into the calculation formula.*

**Keywords:** geometric leveling, refraction, level, leveling rod, air temperature, accuracy of measurements.