

О. О. Чупринін, Н. В. Середа

Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова, Україна

МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЗУЧОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ З УРАХУВАННЯМ АНІЗОТРОПІЇ ВЛАСТИВОСТЕЙ

Розглянуто мету та завдання досліджень повзучості і тривалої міцності бетону і залізобетону. Описана скінченоелементна модель тонкостінних елементів при короткочасному та тривалому навантаженні і методика проведення розрахунків з урахуванням анізотропних властивостей матеріалу. Урахування пошкоджуваності дозволяє визначати несучу здатність і тривалу міцність залізобетонних конструкцій. Наведено порівняння запропонованої моделі з експериментальними дослідженнями.

Ключові слова: повзучість, тривала міцність, залізобетонна конструкція, анізотропія, метод скінченних елементів.

Постановка проблеми

Розповсюдження конструкцій з бетону та залізобетону призводить до виникнення численних теоретичних моделей, в більшості емпіричних. Правильно спроектовані елементи можуть служити невідомо тривалий час без зниження несучої здатності. Так як, на відміну від більшості інших матеріалів, міцність бетону з плином часу зростає, при цьому сталь в бетоні захищена від корозії. Однак, при помилках проектування, протягом часу можуть істотно зростати деформації повзучості і досягати критичних значень. Остаточне руйнування цілісності матеріалу відбувається, коли існуючі мікротріщини з'єднуються, утворюючи на поверхні розрив через все тіло. [1].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Чисельне моделювання довгострокового поведінки оболонки твелів вимагає побудови повної системи рівнянь, а також докладний опис кожного із фізично нелінійного ефекту. Загальних підходів, які зустрічаються в літературі використовується припущення про адитивності деформації, які вимагають, щоб кожен компонент деформації визначається індивідуально для аналізу.

Моделі, засновані на теоріях пластичності, не можуть описати особливості деформування [2-3]. Необхідно використання більш загальних методів механіки [4-7], та урахування зміцнення бетону [8]. Незважаючи на успіхи існуючих моделей, такі моделі не розглядають деградацію матеріалу через мікротріщини. Так, існує необхідність розгляду моделі механіки пошкодження [2], яка ґрунтується на роботах Качанова і Работнова.

Виходячи з цього, сучасні дослідження повзучості ґрунтуються на фундаментальних положеннях

механіки і термодинаміки. При цьому дослідні дані реалізуються і в традиційних інтегральних, і в мережевих методах розрахунку [9-10].

Формулювання мети статті

В роботі запропоновано поєднання пластичної моделі з механікою руйнування. Для вирішення крайової задачі застосовується метод скінчених елементів (МСЕ) [11]. МСЕ здатний забезпечити докладні описи геометрії моделі і граничних умов. Незважаючи на широке поширення тривимірних скінчених елементів, заради чисельного моделювання тонкостінних конструкцій доцільніше використання спеціальних елементів оболонки. Таким чином, запропонований кінцевий елемент оболонки обертання при довільному навантаженні.

Викладення основного матеріалу

Розглянемо моделювання тривалої міцності і повзучості тонкостінних залізобетонних елементів. На їх руйнування впливають багато факторів, і вони можуть накопичуватися і взаємодіяти один з одним. Знання напружень і деформацій та їх історії для заданого тіла, а також законів пошкоджуваності дозволяють, шляхом інтегрування за часом розглянути еволюцію ушкоджень до моменту утворення макроскопічної тріщини. Таким чином, теорія дозволяє визначити час до руйнування.

Розглянемо моделювання тривалої міцності і повзучості тонкостінних залізобетонних елементів. На їх руйнування впливають багато факторів, і вони можуть накопичуватися і взаємодіяти один з одним. Знання напружень і деформацій та їх історії для заданого тіла, а також законів пошкоджуваності дозволяють, шляхом інтегрування за часом розглянути еволюцію ушкоджень до моменту утворення макро-

скопичної тріщини. Таким чином, теорія дозволяє визначити час до руйнування.

Орієнтуючись на скінченоелементну постановку розглянемо напружено-деформований стан тонкої оболонки обертання при довільному навантаженні в умовах тривалого деформування. В рамках загальноприйнятих гіпотез, дослідження поведінки елемента оболонки зводиться до дослідження поведінки її серединної поверхні. Це дозволяє ввести вектор напружень в вигляді:

$$\underline{\sigma} = (N_s, N_\varphi, N_{s\varphi}, M_s, M_\varphi, M_{s\varphi})^T, \quad (1)$$

де $N_s, N_\varphi, N_{s\varphi}$ - мембранні зусилля; $M_s, M_\varphi, M_{s\varphi}$ - згинальні і крутний моменти відповідно; s, φ - координати вздовж твірної і кутова.

Використовуючи прийняті допущення деформації довільної точки тіла можна виразити через деформації її серединної поверхні і ввести вектор, визначений у точках серединної поверхні оболонки:

$$\underline{\varepsilon}_m = (\varepsilon_s^m, \varepsilon_\varphi^m, \varepsilon_{s\varphi}^m, \chi_s, \chi_\varphi, \chi_{s\varphi})^T, \quad (2)$$

де $\varepsilon_s^m, \varepsilon_\varphi^m$ - лінійні деформації серединної поверхні оболонки за напрямками s і φ відповідно; $\varepsilon_{s\varphi}^m$ - кутова деформація в серединній поверхні; χ_s, χ_φ - зміни кривизни; $\chi_{s\varphi}$ - кручення серединної поверхні оболонки.

Враховуючи введені деформації, співвідношення між компонентами деформацій та напружень за умов повзучості матеріалу і можливої усадки, можна представити у вигляді:

$$\sigma_{ij} = \bar{b}_{ijkl} \cdot (\varepsilon_{kl}^m - c_{kl} - \varepsilon^V) + z \cdot \bar{d}_{ijkl} \cdot (\chi_{kl} - \chi_{kl}^c), \quad (3)$$

де $\bar{b}_{ijkl}, \bar{d}_{ijkl}$ - матеріальні константи; c_{kl}, χ_{kl}^c - деформації повзучості; ε^V - об'ємна деформація; z - координата, спрямована по перпендикуляру до серединної поверхні в бік, протилежний від осі обертання.

Або, з урахуванням (1), можна виразити силові фактори, наведені до серединної поверхні через компоненти деформацій (2-3):

$$\begin{aligned} N_{ij} &= b_{ijkl} \varepsilon_{kl} - N_{ij}^T - N_{ij}^C; \\ M_{ij} &= d_{ijkl} \chi_{kl} - M_{ij}^T - M_{ij}^C, \end{aligned} \quad (4)$$

Тут зазначено: $N_{ij}^C = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{b}_{ijkl} \cdot c_{kl} dz,$

$M_{ij}^C = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{d}_{ijkl} \cdot c_{kl} \cdot z dz$ - мембранні сили і моменти,

що залежать від незворотних деформацій повзучості;

$$N_{ij}^T = (1 + \nu) \cdot \int_{-h/2}^{h/2} \bar{b}_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}^V dz,$$

$M_{ij}^T = (1 + \nu) \cdot \int_{-h/2}^{h/2} \bar{d}_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}^V \cdot z dz$ - мембранні сили і

моменти, що залежать від об'ємної деформації.

Для ортотропних матеріалів, до яких можна віднести і залізобетон, використовуючи усереднення властивостей середовища в об'ємі матеріалу, отримаємо рівняння стану. Передбачається, що головні напрямки анізотропії, які залежать від армування залізобетонної конструкції, не змінюються при деформації до руйнування.

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^c = \frac{\underline{D}}{\sigma_{\text{экв } c}} \left(\underline{a} + \frac{1}{J_3^{c*}(\sigma)} \underline{b} \cdot \underline{\sigma} \right); \quad (5)$$

$$\underline{\dot{\omega}} = \frac{\eta}{\sigma_{\text{экв } \omega}} \left(\underline{g} + \frac{1}{J_3^{\omega*}(\sigma)} \underline{d} \cdot \underline{\sigma} \right),$$

де $\underline{\dot{\varepsilon}}^c = (\dot{\varepsilon}_{11}^c, \dot{\varepsilon}_{22}^c, 2\dot{\varepsilon}_{12}^c)$ - вектор швидкостей деформацій повзучості; $\underline{\sigma} = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})$ - вектор компонент тензора напружень;

$$\underline{a} = (a_{11}, a_{22}, a_{12}), \quad \underline{b} = \begin{vmatrix} b_{1111} & b_{1122} & 0 \\ b_{2211} & b_{2222} & 0 \\ 0 & 0 & b_{1212} \end{vmatrix} -$$

вектор і матриця матеріальних постійних властивостей повзучості; $\underline{D} = \underline{\sigma}^T \cdot \underline{\dot{\varepsilon}}^c$ - питома потужність дисипації пошкоджуваності; $\underline{\dot{\omega}}^c = (\dot{\omega}_{11}, \dot{\omega}_{22}, 2\dot{\omega}_{12})$ - вектор швидкостей компонент пошкоджуваності; $\eta = \underline{\sigma}^T \cdot \underline{\dot{\omega}}$ - питома потужність дисипації пошкоджуваності;

$$\underline{g} = (g_{11}, g_{22}, g_{12}), \quad \underline{d} = \begin{vmatrix} d_{1111} & d_{1122} & 0 \\ d_{2211} & d_{2222} & 0 \\ 0 & 0 & d_{1212} \end{vmatrix} -$$

вектор і матриця матеріальних постійних властивостей пошкоджуваності.

З урахуванням практики армування тонкостінних конструкцій, осі анізотропії в точці тіла збігаються з координатними осями, введеними для серединної поверхні (три взаємоперпендикулярні осі: у напрямку твірної, окружному напрямку зовнішньої нормалі до поверхні відповідно). У цьому випадку, представляючи потенціали дисипації у вигляді степеневих функцій, рівняння стану при повзучості з урахуванням пошкоджуваності можна представити у вигляді [12]:

$$\varepsilon^c = \frac{\sigma_{\text{экс } c}^{N-1}}{(1-\eta)^N} [B] \sigma; \quad \dot{\omega} = \frac{\sigma_{\text{экс } \omega}^{k-2}}{(1-\eta)^{k+s-1}} [D] \sigma; \quad (6)$$

$$\eta = d_{1111}^{k/2} \frac{\sigma_{\text{экс } \omega}^k}{(1-\eta)^{k+s}}; \quad \eta(0) = 0, \quad \eta(t^*) = 1.$$

Об'ємна деформація ε^V при тривалому деформуванні бетону виражається в його усадці. При проектуванні і аналізі деформування використовується інженерна методика розрахунку усадки, при якій компоненти деформацій розраховуються за формулою [13]:

$$\varepsilon_{kl}^V = \varepsilon_{kl}^d + \varepsilon_{kl}^a, \quad (7)$$

де $\varepsilon_{kl}^d = \beta_{ds} \varepsilon_{\infty}^d \delta_{kl}$ - частина усадки, яка обумовлена випаровуванням вологи; $\varepsilon_{kl}^a = \beta_{as} \varepsilon_{\infty}^a \delta_{kl}$ - частина обумовлена процесами затвердіння; β_{ds} - функція розвитку усадки за часом; ε_{∞}^d - граничне значення усадки, яка викликана випаровуванням вологи; β_{as} - функція розвитку усадки за часом; ε_{∞}^a - граничне значення усадки, яка викликана процесами затвердіння; δ_{ij} - символ Кронекера.

Приклад розрахунку

Було розглянуто особливості застосування запропонованої моделі при розрахунку тонкостінної залізобетонної плити (рис. 1). Та порівняні отримані результати з відомими експериментальними дослідженнями [9]. Проаналізовано деформування залізобетонної плити перекриття розміром 6x6 м, товщиною 20 см, опертої на чотири кутові колони з перерізом 40x40 см. Матеріал плити - бетон класу В25, нижня і верхня арматура - сітка діаметром 12 А 400 С, з комірками 150x150 мм. Сумарне розподілене навантаження складало $q=10$ кН/м².

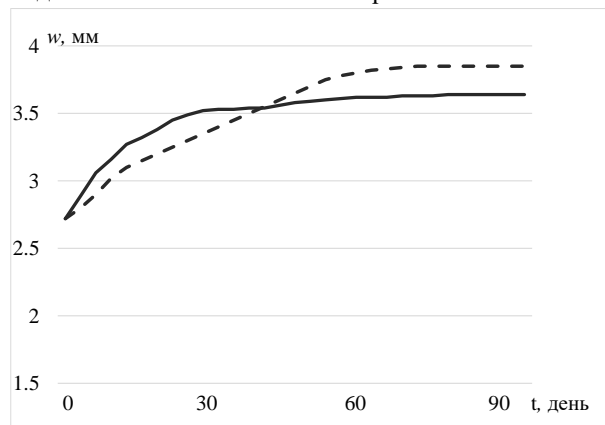


Рис. 1. Зростання прогинів за часом

Зростання прогинів за часом (90 діб) у центрі плиті, як інтегральна характеристика процесу повзучості, відображено на рисунку (дані чисельного дослідження - пунктирна лінія, експериментальні - суцільна). В перші тижні похибка становить до 10%, після двох місяців досліджень вона складає 2 - 7%. Аналіз отриманих результатів дозволяє судити про ефективність запропонованої моделі в цілому.

Висновки

Запропонована дозволяє аналізувати напружено-деформований стан залізобетонних конструкцій. Рівняння стану відображають анізотропію властивостей матеріалу та враховують пошкоджувальність, що дає можливість проводити достовірну оцінку міцності, жорсткості і довговічності залізобетонних конструкцій.

Література

1. Lemaitre, J. & Chaboche, J.-L. (2000). *Mechanics of solid materials*. Cambridge University Press, 556 p.
2. Xinhua, X. & Xingguo, Y. (2014). A damage model for concrete. *International Journal of Damage Mechanics* 2014, Vol. 23(2), 155–177.
3. Bari, M. S. (2000). *Punching Shear Strength of Slab-Column Connections – A Comparative Study of Different Codes.* *Journal of the Institution of Engineers*, V. 80, No. 4, P. 163-168.
4. Babut, R. (1983). *Load capacity and deformability of structures subjected to bending made of concrete with dispersed steel Fibers (in Polish)*. In: *Mechanics of concrete-like composites*. Ossolineum, Wroclaw, 71-145.
5. Basista, M. (1993). *On micromechanical modeling of deformation of compact rock in compression*. *Eng Transactions* 41, 395-417.
6. Shpachuk, V. P. (2016). *Effect of mutually amplifying action two coordinate shock loading in problems of dynamics of knots of machines*. *Scientific Bulletin of National Mining University. Scientific and technical journal*. No.6 (156), 89-94.
7. Шпачук, В.П. Влияние механических и конструктивных параметров стержня с гасителем на собственные частоты поперечных колебаний [Текст] / В.П. Шпачук, А.И. Рубаненко, Ю.И. Ващенко // *Комунальне господарство міст. Серія: Технічні науки та архітектура: наук.-техн. зб.* – Харків: ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2017. – № 134. – С. 2-7.
8. Берг, О. Я. *Физические основы теории прочности бетона и железобетона [Текст] / О. Я. Берг.* - М.: Госстройиздат, 1961. – 96 с.
9. Шмуклер, В. С. *Новый метод натуральных испытаний [Текст] / В. С. Шмуклер А. А. Чупрынин, Рамин Аббаси Хафиджани.* // *Бетон и железобетон в Украине.* – 2010. - №5. – С. 13-24.
10. Чупрынин, А. А. *Ползучесть и долговечность железобетонных элементов конструкций [Текст] / А. А. Чупрынин, Н. В. Середя // Комунальне господарство міст. Серія: Технічні науки та архітектура.* – Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – № 135. – С. 2-6.
11. Зенкевич, О. *Метод конечных элементов в технике [Текст]: Пер. с англ.* - М.: Мир, 1975. – 238 с.

12. Бреславский, Д. В. Анизотропия ползучести и повреждаемости элементов конструкций при циклическом нагружении [Текст] / Д. В. Бреславский, В. А. Метелев, О. К. Морачковский // Проблемы прочности. - 2015. - №2. - С. 21-29.

13. Котов, Д. С. Деформации усадки бетона, модифицированного химическими и тонкодисперсными минеральными наполнителями [Текст] / Д. С. Котов // Инженерно-строительный журнал, № 7, 2009. С. 11-21.

References

1. Lemaitre, J. & Chaboche, J.-L. (2000). Mechanics of solid materials. Cambridge University Press, 556 p.

2. Xinhua, X. & Xingguo, Y. (2014). A damage model for concrete. *International Journal of Damage Mechanics* 2014, Vol. 23(2), 155–177.

3. Bari, M. S. (2000). Punching Shear Strength of Slab-Column Connections – A Comparative Study of Different Codes.” *Journal of the Institution of Engineers*, V. 80, No. 4, P. 163-168.

4. Babut, R. (1983). Load capacity and deformability of structures subjected to bending made of concrete with dispersed steel Fibers (in Polish). In: Mechanics of concrete-like composites. *Ossolineum, Wroclaw*, 71-145.

5. Basista, M. (1993). On micromechanical modeling of deformation of compact rock in compression. *Eng Transactions* 41, 395-417.

6. Shpachuk, V. P. (2016). Effect of mutually amplifying action two coordinate shock loading in problems of dynamics of knots of machines. *Scientific Bulletin of National Mining University. Scientific and technical journal. No.6 (156)*, 89-94.

7. Shpachuk, V. P., Rubanenko, A. I. & Vashchenko, Yu. I. (2017). Influence of mechanical and structural parameters of the rod with a damper on the natural frequencies of transverse vibrations / *Utilities cities. Series: Technical Sciences and architecture. Kharkiv, Ukraine*: 134, 2-7.

8. Berg, O.Y. (1961). Physical foundations of the strength theory of concrete and reinforced concrete. *Moscow, Russia: Gosstroyizdat*, 96.

9. Shmukler, V. S., Chuprynin, A. A. & Abbasi, R. H. (2010). New method of full-scale tests. *Concrete and reinforced concrete in Ukraine: №5*, 13-24.

10. Chuprynin A. A. & Sereda N. V. (2016). The creep and durability of reinforced concrete structural elements / *Utilities cities. Series: Technical Sciences and architecture. Kharkiv, Ukraine: 135*, 2-6.

11. Zenkevitch, O. (1975). Finite element method in engineering. *Moscow, Russia: Mir*, 238.

12. Breslavsky, D.V, Metelev, V. A. & Morachkovsky, O. K. (2015). Anisotropy creep and damage of structural elements under cyclic loading / *Strength problems: №2*, 21-29.

13. Kotov, D.S. (2009). Shrinkage deformations of concrete modified with chemical and fine mineral fillers / *Civil engineering journal: № 7*, 11-21.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В. П. Шпачук, Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова, Харків, Україна.

Автор: ЧУПРИНІН Олександр Олександрович
кандидат технічних наук, доцент
Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова
E-mail – sasha.chupr@gmail.com
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8757-559X>

Автор: СЕРЕДА Наталя Василівна
кандидат технічних наук, доцент
Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова
E-mail – natalisereda3@gmail.com
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9727-5531>

THE CREEP MODELING OF REINFORCED CONCRETE SHELL STRUCTURES WITH ACCOUNT OF ANISOTROPY OF PROPERTIES

A. Chuprynin, N. Sereda

O. M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkov, Ukraine

One of the basic problems, which is solved on the stage design of reinforced concrete element, is the analysis of stress-strain state as well as determining of lifetime. The paper is devoted to the simulation of nonlinear creep of concrete structural elements taking into account the damage. High priority of the research theme is justified, the aim and goals are formulated. The paper proposes a combination of plastic model with fracture mechanics to simulate the behavior of concrete in accordance with its characteristics, including not only stress and strain, but also the degradation of its stiffness. The finite element method is used to solve the boundary value problem. Despite the wide spread of three-dimensional finite elements, for the sake of numerical simulation of thin-wall structures that are optimal for the use of special shell elements. The mathematical problem statement of creep of concrete structural elements taking into account the anisotropy of the material properties is presented. The creep problems of thin-walled structural members were solved by use of developed software. The deformations of the reinforced concrete slab supported by four corner columns are analyzed. Comparison of theoretical and experimental deflection values in the first weeks of the study showed that the error is up to 10%. After two months of research, this error decreases, varying from 2% to 7%. The analysis of the obtained results allows us to judge the effectiveness of the proposed model as a whole. The proposed model of thin-walled structures for creep allows to analyze the stress-strain state of reinforced concrete structures. The equation of state reflects the anisotropy of the material properties and takes into account the damage, which makes it possible to conduct a reliable assessment of the strength, stiffness and durability of reinforced concrete structures. The conclusions about the adequacy of the analysis of the reliability and durability of reinforced concrete structures.

Keywords: creep, long-term strength, reinforced construction, anisotropy, finite element method.