

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

для виконання розрахунково-графічного завдання, практичних занять,
самостійної і контрольної роботи з дисциплін

**«ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА»,
«ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА»**

*(для студентів 1–4 курсів денної і заочної форм навчання,
освітнього рівня «бакалавр» за спеціальностями
141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»;
263 – Цивільна безпека. Охорона праці)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2018

Методичні рекомендації для виконання розрахунково-графічного завдання, практичних занять, самостійної і контрольної роботи з дисциплін «Прикладна механіка», «Технічна механіка» (для студентів 1–4 курсів денної і заочної форм навчання, освітнього рівня «бакалавр» за спеціальностями 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»; 263 – Цивільна безпека. Охорона праці) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : О. М. Кузнецов, В. П. Шпачук. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 47 с.

Укладачі: канд. техн. наук О. М. Кузнецов,
д-р техн. наук В. П. Шпачук

Рецензент канд. техн. наук, доц. О. І. Рубаненко

*Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,
протокол № 1 від 28.08.2016.*

ЗМІСТ

	Стор.
Вступ	4
1 Розтяг (стиск) прямих стержнів	5
1.1 Приклад розрахунку прямих стержнів на розтяг (стиск)	7
1.2 Завдання до теми 1	12
2 Кручення прямих валів	13
2.1 Приклад розрахунку прямих валів на кручення	14
2.2 Завдання до теми 2	19
3 Згин балок зі сталюю по всій довжині площею перерізу	25
3.1 Приклад розрахунку балок зі сталюю по всій довжині площею перерізу на згин	28
3.2 Завдання до теми 3	32
Список рекомендованих джерел	42
Додаток А Методичні рекомендації щодо використання ПЕОМ для розрахунку завдання до теми 3	43

ВСТУП

Методичні вказівки призначені для виконання розрахунково-графічного завдання, практичних занять, самостійної і контрольної роботи при вивченні прикладної і технічної механіки студентами 1–4 курсів денної і заочної форм навчання освітнього рівня «бакалавр» за спеціальностями 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка; 263 – Цивільна безпека. Охорона праці. Матеріали цих вказівок можуть бути використані викладачами кафедри під час захисту розрахунково-графічних завдань, комплектуванні задач в екзаменаційних білетах.

Методичні вказівки містять по тридцять варіантів задач за трьома темами розділу «Основи розрахунку на міцність»: «Розтяг (стиск) прямих стержнів», «Кручення прямих валів», «Згин балок зі сталюю по всій довжині площею перерізу». Для кожної теми розглянуто приклади розв’язання задач. Під час самостійного засвоєння теми студентам рекомендується зміцнити знання теоретичного матеріалу, розібрати відповідний приклад і розв’язати кілька задач із запропонованих тридцяти варіантів.

При виконанні завдання з третьої теми з розділу «Основи розрахунку на міцність» використовують ПЕОМ. Методика і приклад розв’язання задачі за допомогою програми OpenOffice.org Calc пакету OpenOffice (або MS Excel пакету MS Office) наведені в Додатку А.

Дані методичні вказівки складено також з метою допомоги студентам у підготовці до занять, тестового контролю, захисту змістових модулів, заліків та іспитів з прикладної механіки.

1 РОЗТЯГ (СТИСК) ПРЯМИХ СТЕРЖНІВ

Розтягом або стиском називають таку деформацію, при якій у будь-якому поперечному перерізі бруса виникає тільки поздовжня сила. Бруси з прямолінійною віссю (прямі бруси), які зазнають розтягу або стиску, називають стержнями.

Розглянемо невагомий, затиснутий верхнім кінцем прямий брус, вздовж осі якого діють активні сили F_1 і F_2 (рис. 1.1).

Частини бруса сталого перерізу, що містяться між поперечними площинами, в яких прикладені активні або реактивні, називатимемо ділянками.

Зображений на рисунку 1.1 брус складається з двох ділянок. Застосувавши метод перерізів, визначимо поздовжні сили N_1 і N_2 на ділянках. Зробимо поперечний переріз I – I верхньої ділянки бруса.

В усіх точках бруса діятимуть внутрішні розподілені сили, рівнодіюча яких визначається з умови рівноваги однієї з частин бруса:

$$N_1 = 2F - F = F.$$

Отже, для рівноваги залишеної частини бруса в перерізі I – I треба прикласти тільки силу N_1 , напрямлену вздовж осі, тобто поздовжню силу. Поздовжня сила – це рівнодіюча внутрішніх нормальних сил, які виникають у поперечному перерізі бруса. В перерізі II-II на нижній ділянці поздовжня сила матиме інше значення:

$$N_2 = 2F.$$

Розтягуючи (напрявлені від перерізу) поздовжні сили вважатимемо додатними, а стискаючи (напрявлені до перерізу) – від'ємними.

Під час розтягу і стиску в поперечних перерізах бруса виникають нормальні напруження, які рівномірно розподілені в перерізі, їх обчислюють за формулою:

$$\sigma = N / A ,$$

де N – поздовжня сила;

A – площа поперечного перерізу.

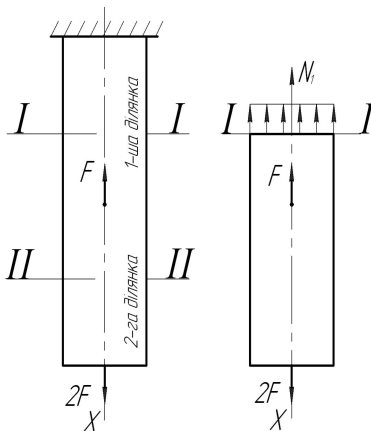


Рисунок 1.1

Для наочного зображення розподілу по осі бруса поздовжніх сил і нормальних напружень будують графіки, які називають епюрами, причому для нормальних напружень застосовують те саме правило знаків, що і для поздовжніх сил.

Перейдемо до розгляду деформацій. Уявимо прямий брус сталого поперечного перерізу A , що має довжину l , жорстко закріплений одним кінцем і навантажений на другому кінці розтягуючою силою P (рис. 1.2).

Під дією цієї сили брус видовжиться на деяку величину Δl , яку назвемо абсолютним видовженням. Відношення абсолютного видовження Δl до початкової довжини l назвемо відносним видовженням ε :

$$\varepsilon = \Delta l / l.$$

Внаслідок деформації поперечні перерізи бруса переміщуються в напрямку осі. Взаємне переміщення двох перерізів дорівнює зміні довжини частини бруса, що лежить між цими перерізами.

Напруження і деформації розтягу і стиску пов'язані між собою законом Гука:

$$\sigma = E\varepsilon,$$

де E – модуль поздовжньої пружності або модуль пружності першого роду.

Якщо у формулу закону Гука підставити вирази

$$\sigma = N / A, \quad \varepsilon = \Delta l / l,$$

то дістанемо:

$$\Delta l = Nl / EA.$$

Коефіцієнт запасу міцності S для пластичних матеріалів

$$S = \sigma_t / \sigma_{\max},$$

де σ_t – границя текучості;

σ_{\max} – найбільше напруження.

Розрахункова формула на міцність для розтягу або стиску має вигляд

$$\sigma = N/A \leq [\sigma],$$

де $[\sigma]$ – припустимі напруження розтягу або стиску.

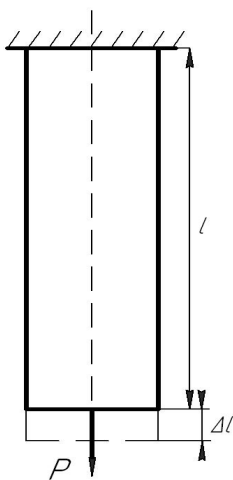


Рисунок 1.2

1.1 Приклад розрахунку прямих стержнів на розтяг (стиск)

Приклад. Для заданої схеми навантаження ступінчастого стержня (рис. 3) за одним із варіантів, які наведені в табл. 1, побудувати епюру поздовжніх сил, епюру нормальних напружень, обчислити переміщення вільного кінця сталевого стержня ($E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$), побудувати епюру переміщень, обчислити коефіцієнт запасу міцності S по відношенню до межі текучості $[\sigma_T] = 240 \text{ Н/мм}^2$.

Розглянемо випадок центрального осьового розтягу (стиску) ступінчастого стержня (рис. 1.3), коли зовнішні сили діють уздовж осі невагомго стержня.

Для побудови епюри внутрішніх поздовжніх сил застосовуємо метод перерізів.

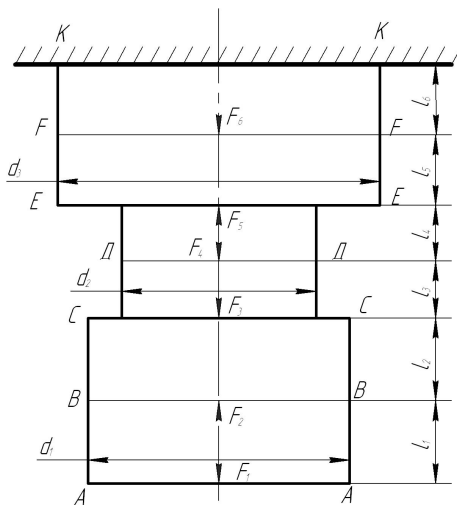


Рисунок 1.3

Проведемо переріз I – I і розглянемо рівновагу нижньої відсіченої частини (рис. 1.5). Вплив верхньої відкинутої частини на нижню замінимо силою N_1 (завчасно направивши її від перерізу вгору, тобто уявивши, що сила є розтягуючою). Складемо рівняння рівноваги:

$$N_1 - F_1 = 0,$$

Звідки

$$N_1 = F_1 = 40 \text{ кН.}$$

Знак «плюс» показує, що напрямок сили \bar{N}_1 обрано вірно, тобто що поздовжня сила буде у даному випадку розтягуючою, як ми і припускали. Аналогічно знайдемо поздовжню силу у інших перерізах (між

точками, де прикладені зовнішні сили).

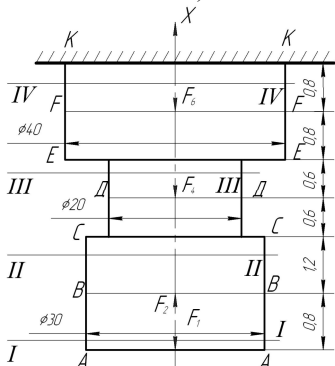


Рисунок 1.4

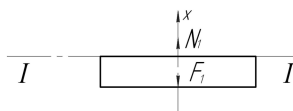


Рисунок 1.5

У перерізі II – II (рис. 1.6):

$$N_2 - F_1 + F_2 = 0 ; N_2 = F_1 - F_2 = 40 - 80 = -40 \text{ кН.}$$

У перерізі III – III (рис. 1.7):

$$N_3 - F_1 + F_2 - F_4 = 0 ; N_3 = F_1 - F_2 + F_4 = 40 - 80 + 20 = -20 \text{ кН.}$$

У перерізі IV – IV (рис. 1.8):

$$N_4 - F_1 + F_2 - F_4 - F_6 = 0 ;$$

$$N_4 = F_1 - F_2 + F_4 + F_6 = 40 - 80 + 20 + 80 = 60 \text{ кН.}$$

Закон, за яким змінюється поздовжня сила по довжині стержня, дає епюра поздовжніх сил, вісь абсцис якої паралельна осі стержня, а вісь ординат їй перпендикулярна. По осі ординат у в обраному масштабі відкладаємо значення поздовжніх сил (з урахуванням знаків) в поперечних перерізах стержня. При цьому розтягуючі поздовжні сили вважаємо додатними, а стискаючі – від'ємними. Для розглянутого стержня епюра N зображена на рисунок 1.9.

Для побудови епюри нормальних напружень в перерізі ступінчастого стержня (рис. 1.4) скористаємося формулою

$$\sigma = N / A,$$

де N – поздовжня сила, яка діє в перерізі відповідної ділянки, Н;

A – площа поперечного перерізу ділянки стержня, м^2 .

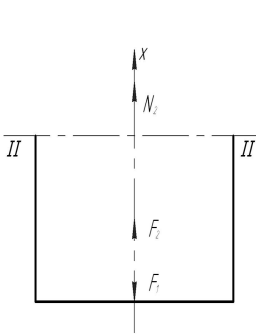


Рисунок 1.6

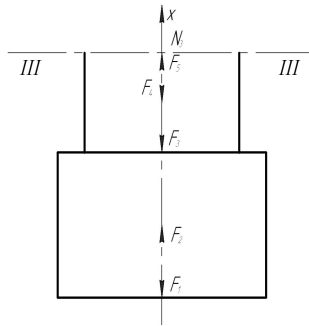


Рисунок 1.7

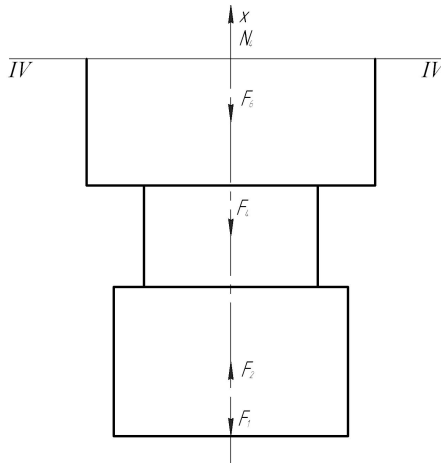


Рисунок 1.8

Визначимо напруження, діючі в перерізах відповідних ділянок:

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{40 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 / 4} = \frac{4 \cdot 40 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-4}} = 56,6 \text{ МПа (розтяг);}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{BC}}{A_{BC}} = \frac{-40 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 / 4} = -56,6 \text{ МПа (стиск);}$$

$$\sigma_{CD} = \frac{N_{CD}}{A_{CD}} = \frac{-40 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 / 4} = -127,4 \text{ МПа (стиск);}$$

$$\sigma_{DE} = \frac{N_{DE}}{A_{DE}} = \frac{-20 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 / 4} = -63,7 \text{ МПа (стиск);}$$

$$\sigma_{EF} = \frac{N_{EF}}{A_{EF}} = \frac{-20 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2 / 4} = -15,9 \text{ МПа (стиск);}$$

$$\sigma_{FK} = \frac{N_{FK}}{A_{FK}} = \frac{60 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2 / 4} = 47,8 \text{ МПа (розтяг).}$$

У вибраному масштабі будуємо епюру напружень (рис. 1.10):

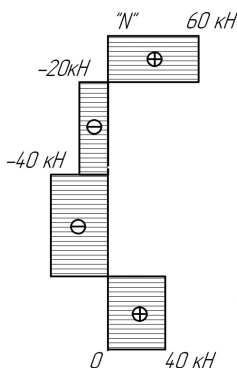


Рисунок 1.9

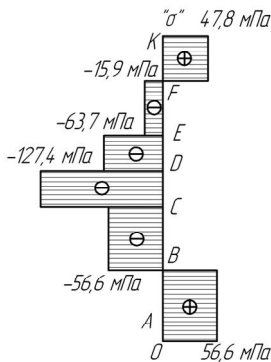


Рисунок 1.10

Для побудови епюри переміщень знаходимо переміщення характерних перерізів KK , FF , EE , DD , CC , BB , AA (рис. 1.4).

Переміщення перерізу KK дорівнює нулю, тобто $\Delta l_{KK} = 0$.

Переріз FF буде переміщуватись вниз, оскільки ділянка стержня KF розтягується:

$$\Delta l_{FF} = \frac{\sigma_{KF} \cdot l_{KF}}{E} = \frac{47,8 \cdot 800}{2 \cdot 10^5} = 0,19 \text{ мм.}$$

Переріз EE буде переміщуватись доверху, оскільки ділянка стержня FE стискається:

$$\Delta l_{EE} = -\frac{\sigma_{FE} \cdot l_{KF}}{E} = -\frac{15,9 \cdot 800}{2 \cdot 10^5} = -0,063 \text{ мм.}$$

Аналогічно отримаємо переміщення інших перерізів:

$$\Delta l_{DD} = -\frac{\sigma_{ED} \cdot l_{ED}}{E} = -\frac{63,7 \cdot 600}{2 \cdot 10^5} = -0,191 \text{ мм;}$$

$$\Delta l_{CC} = -\frac{\sigma_{DC} \cdot l_{DC}}{E} = -\frac{127,4 \cdot 600}{2 \cdot 10^5} = -0,382 \text{ мм;}$$

$$\Delta l_{BB} = -\frac{\sigma_{CB} \cdot l_{CB}}{E} = -\frac{56,6 \cdot 800}{2 \cdot 10^5} = -0,2264 \text{ мм.}$$

Подовження частини стержня BA :

$$\Delta l_{BA} = \frac{\sigma_{BA} \cdot l_{BA}}{E} = \frac{56,6 \cdot 800}{2 \cdot 10^5} = 0,2264 \text{ мм.}$$

Переміщення перерізу AA дорівнює алгебраїчній сумі переміщень перерізів KK, FF, EE, DD, CC, BB і подовженню Δl_{BA} частини стержня:

$$\begin{aligned} \Delta l_{AA} &= \Delta l_{KK} + \Delta l_{FF} + \Delta l_{EE} + \Delta l_{DD} + \Delta l_{CC} + \Delta l_{BB} + \Delta l_{BA} = \\ &= 0 + 0,19 - 0,063 - 0,191 - 0,382 - 0,2264 + 0,2264 = -0,446 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Знак «мінус» у відповіді вказує на те, що переріз AA стержня переміщується вгору на 0,446 мм.

Відкладаючи значення подовжень відповідних ділянок стержня, і з'єднуючи отримані точки прямими лініями (оскільки при дії зосереджених зовнішніх сил переміщення лінійно залежать від абсцис перерізів стержня), в результаті отримуємо епюру переміщень (рис. 1.11), з якої видно, що: 1) перерізи AA, FF переміщуються вниз; 2) перерізи BB, CC, DD, EE переміщуються вгору.

Коефіцієнт запасу $S_{міцності}$ розраховуємо за формулою:

$$S = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{240}{127,4} = 1,88,$$

де σ_{\max} – найбільше нормальне напруження в стержні.

Відповідно до епюри на рисунку 1.10 воно має місце на ділянці DC і дорівнює $\sigma_{\max} = 127,4$ МПа.

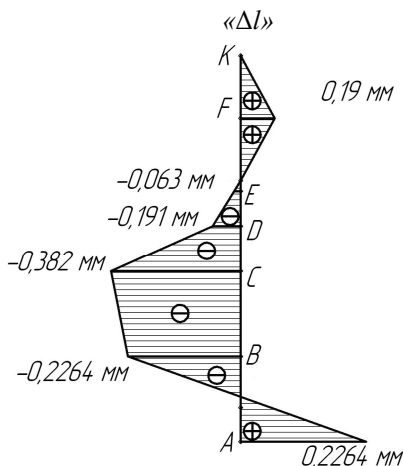


Рисунок 1.11

1.2 Завдання до теми 1

Постановка задачі розглянута в розділі 1.1. Необхідні чисельні значення параметрів наведені в табл. 1.1; схема навантаження ступінчатого стержня – на рисунок 1.3.

Таблиця 1.1

Варіант	Сила, кН						Довжина, м						Діаметр, мм		
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	d_1	d_2	d_3
1	40	10	0	40	0	10	1,0	0,5	1,5	1,0	0,5	1,5	20	20	30
2	50	20	40	0	40	60	1,5	1,0	0,5	0	1,0	0,5	25	30	35
3	70	0	30	20	90	0	0,5	1,5	0,5	0,5	1,0	0	30	32	40
4	50	60	50	0	70	80	0,5	2,0	0	0,5	1,0	0,5	25	20	25
5	60	20	20	40	0	60	0,5	1,0	0,5	1,5	1,5	0,5	30	40	30
6	100	50	0	20	80	0	1,0	0,5	1,5	2,0	0	1,0	35	30	20
7	0	100	40	60	0	40	0	2,0	0,5	1,5	0,5	0,5	35	35	40
8	30	0	20	40	60	120	1,0	0	0,5	1,5	1,0	0,5	20	30	35
9	20	60	80	0	10	50	0,5	0,5	0,5	0	1,0	0,5	20	25	30
10	40	20	50	40	20	0	1,5	0,5	1,0	0,5	1,5	0	25	30	20
11	80	40	0	10	20	100	0,5	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	30	25	35
12	0	60	20	40	0	80	0	1,0	1,2	0,6	0,3	1,5	25	30	35
13	100	0	20	30	20	60	0,8	0	1,0	1,2	0,8	1,0	32	30	40
14	90	30	20	0	40	70	1,5	0,5	0	0,5	1,5	1,0	30	28	35
15	70	80	40	20	90	0	0,6	0,5	1,5	0,5	2,0	0,5	25	25	30
16	0	40	60	40	60	40	0	1,0	0,5	1,5	0,8	0,6	20	20	30
17	40	80	100	40	0	80	1,2	0,8	0,5	0,5	0,8	1,2	20	25	30
18	100	80	20	0	20	70	0,8	0,5	0,6	0,6	1,2	0,8	30	20	30
19	20	0	40	20	20	50	1,5	0	0,5	1,2	0,5	0,8	20	25	30
20	60	20	40	0	20	20	0,5	0,8	1,5	0,7	1,0	1,2	25	25	25
21	30	80	40	20	30	0	1,0	0,5	1,5	0,8	0,6	0	24	20	25
22	70	30	20	40	0	60	1,2	1,5	0,6	0,6	1,5	1,2	30	25	35
23	40	0	20	0	80	40	0,6	0	0,6	1,5	0,5	0,8	30	25	20
24	0	60	30	20	50	20	0	1,0	1,0	0,5	1,0	1,5	25	30	35
25	40	20	40	20	90	0	1,0	1,5	0,8	0,6	0	1,0	20	25	25
26	60	40	0	80	20	40	1,5	0,6	0,5	0,8	1,5	1,0	25	30	36
27	50	20	20	100	0	20	1,0	0,8	0,6	0,6	0,5	1,2	25	28	30
28	10	0	20	10	60	50	0,8	0	1,0	0,8	0,5	0,8	30	20	20
29	0	80	20	10	40	30	0	0,7	1,0	0,5	1,2	0,5	30	25	40
30	40	80	0	20	0	80	0,8	1,2	0,6	0,6	0,8	0,8	30	20	40

2 КРУЧЕННЯ ПРЯМИХ ВАЛІВ

Крученням називається такий вид деформацій, при якому в будь-якому поперечному перерізі бруса виникає тільки крутний момент. Деформації кручення виникають, якщо до прямого бруса в площинах, перпендикулярних до осі, прикладено пару сил (рис. 2.1). Моменти цих пар називають обертаючими (якщо брус обертається) і крутними (якщо брус не обертається).

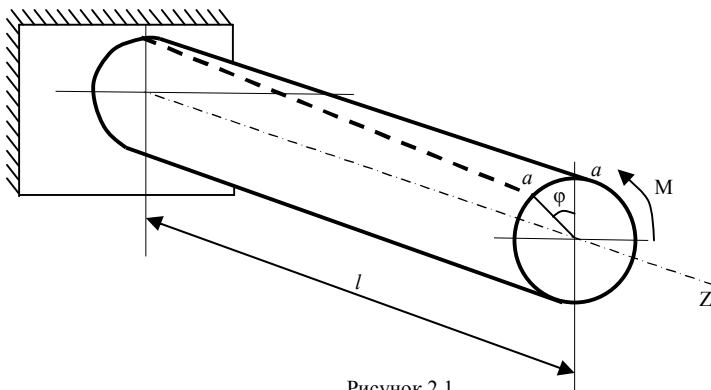


Рисунок 2.1

При крученні у поперечних перерізах виникають тільки дотичні внутрішні сили, які утворюють крутний момент M (рис. 2.2).

Коли $\rho = r$, то напруження матимуть максимальні значення

$$\tau_{\max} = \frac{Mr}{I_p} = \frac{M}{\frac{I_p}{r}} = \frac{M}{W_\rho},$$

де $W_\rho = I_\rho/r$ – момент опору крученню (або полярний момент опору) перерізу;

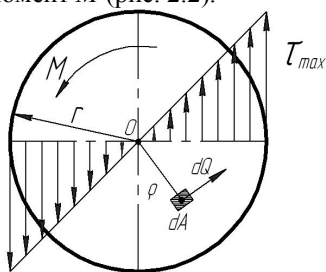


Рисунок 2.2

I_ρ – полярний момент інерції.

Повний кут закручування циліндра довжиною l :

$$\varphi = \int_0^l \frac{M dl}{GI_p},$$

де G – модуль пружності другого роду при крученні.

Для круглого перерізу момент опору крученню

$$W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{32 \cdot 0,5d} = 0,2d.$$

Розрахункова формула на міцність для кручення має вигляд

$$\tau_{\max} = \frac{M}{W_{\rho}} \leq [\tau],$$

де $[\tau]$ – допустимі напруження кручення.

2.1 Приклад розрахунку прямих валів на кручення

Приклад. Для заданої на рисунку 2.3 схеми кручення вала, який складається із трьох невідомих ділянок, розділених маховими масами, до яких прикладені зовнішні крутні моменти M_1 , M_2 , M_3 , M_0 , побудувати епюру крутних моментів (при побудові епюри прийняти $M_0 = M_1 + M_2 + M_3$); обчислити діаметр вала на кожній ділянці (отримані розрахункові значення діаметрів вала округлити до найближчого більшого, яке закінчується на 0, 2, 5, 8); накреслити ескіз вала; побудувати епюру кутів повороту перерізів вала.

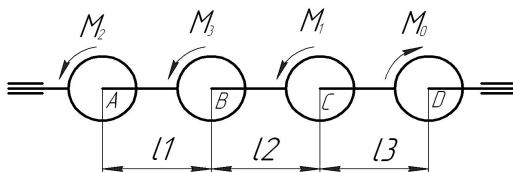


Рисунок 2.3

Для розрахунку крутних моментів T , які виникають в перерізах вала під дією зовнішніх крутних моментів, застосовуємо метод перерізу.

Проведемо переріз I – I вала (рис. 2.4, а), відкинувши праву відрізану частину вала, і розглянемо рівновагу лівої частини, що залишилась (рис. 2.5). Дію правої відкинutoї частини на ліву, що залишилась, замінимо крутним моментом T_1 . При цьому будемо дотримуватися наступного правила: крутний момент T в перерізі вала вважається додатним, коли, якщо дивитись на нього зі сторони перерізу, він закручує відсічену частину вала проти годинникової стрілки. У протилежному випадку крутний момент T є від'ємним. Це ж правило стосується і зовнішніх моментів M_1 , M_2 , M_3 , M_0 .

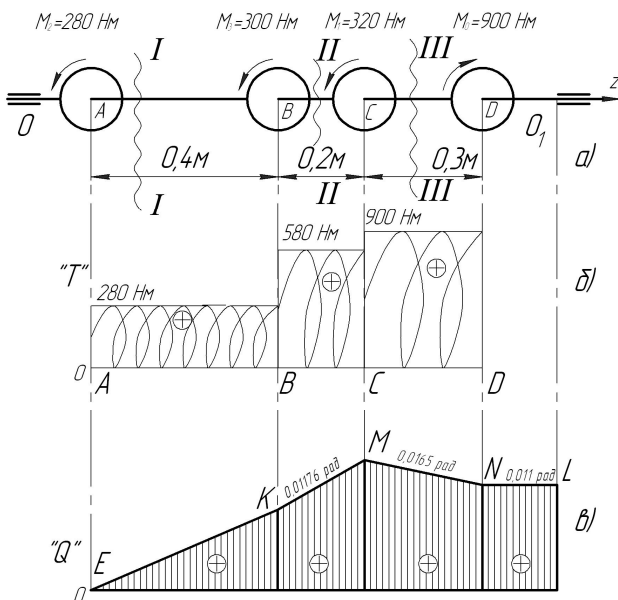


Рисунок 2.4

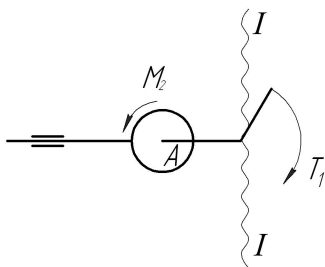


Рисунок 2.5

Відповідно до прийнятого правила знаків для моментів, крутний момент T_1 у рівнянні рівноваги буде зі знаком «мінус».

Запишемо рівняння рівноваги розглянутої частини вала: сума моментів всіх сил відносно осі вала OO_1 повинна дорівнювати нулю:

$$\sum M_{OO_1}(F_K) = 0.$$

Тоді отримуємо

$$M_2 - T_1 = 0,$$

звідки

$$T_1 = M_2 = 0,28 \cdot 10^{-3} \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Аналогічно розрахуємо крутний момент в перерізі II – II (рис. 2.6):

$$M_2 + M_3 - T_2 = 0,$$

звідки

$$T_2 = M_2 + M_3 = 280 + 300 = 0,58 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

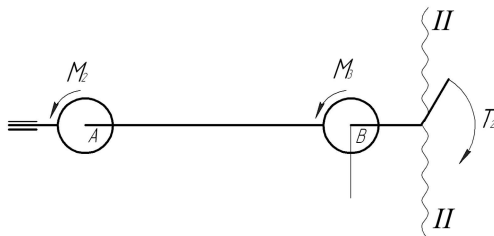


Рисунок 2.6

Для знаходження крутного моменту в перерізі III – III розглянемо рівновагу правої відрізаної частини (рис. 2.7).

Із умови рівноваги розглянутої частини вала отримуємо

$$T_3 + M_0 = 0,$$

звідки

$$T_3 = M_0 = 900 \text{ к}\cdot\text{м} = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

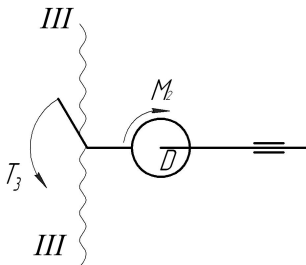


Рисунок 2.7

Наочне уявлення про закон зміни крутного моменту уздовж вала дає еюра крутних моментів, вісь абсцис якої паралельна осі вала. По осі ординат у вибраному масштабі відкладаємо значення крутних моментів (з урахуванням знаків). Для розглянутого випадку еюра крутних моментів показана на рисуюнок 2.4,б.

Розрахуємо діаметри вала на кожній ділянці із умови міцності при крученні:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{\rho}} \leq [\tau],$$

де τ_{\max} – найбільші дотичні напруження при крученні на відповідній ділянці вала;

T – крутний момент на відповідній ділянці;

W_{ρ} – момент опору перерізу при крученні;

$[\tau]$ – припустиме дотичне напруження.

Формула для визначення діаметра вала має вигляд:

$$d = \sqrt[3]{T / (0,2[\tau])} = 1,72 \sqrt[3]{T / [\tau]}.$$

Діаметр першої ділянки вала дорівнюватиме

$$d_1 = 1,72 \sqrt[3]{T_1 / [\tau]} = 1,72 \sqrt[3]{0,28 \cdot 10^{-3} / 40} = 0,033 \text{ м} = 3,3 \text{ см} = 33 \text{ мм}.$$

Аналогічно розраховуємо діаметри другої і третьої ділянок вала:

$$d_2 = 1,72 \sqrt[3]{T_2 / [\tau]} = 1,72 \sqrt[3]{0,58 \cdot 10^{-3} / 40} = 0,042 \text{ м} = 4,2 \text{ см} = 42 \text{ мм};$$

$$d_3 = 1,72 \sqrt[3]{T_3 / [\tau]} = 1,72 \sqrt[3]{0,9 \cdot 10^{-3} / 40} = 0,049 \text{ м} = 4,9 \text{ см} = 49 \text{ мм}.$$

Після округлення результатів отримуємо наступні дійсні діаметри валів: $d_1 = 35 \text{ мм}$; $d_2 = 42 \text{ мм}$; $d_3 = 50 \text{ мм}$.

Ескіз розрахованого вала наведено на рисунок 2.8.

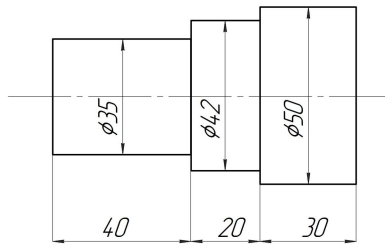


Рисунок 2.8

Для побудови епюри кутових переміщень приймаємо переріз в точці А за умовно нерухомий. Кут повороту Θ_{BA} перерізу В по відношенню до перерізу А розрахуємо за формулою

$$\Theta_{BA} = T_{AB} I_{AB} / (G I_{\rho AB}),$$

де T_{AB} – крутний момент на ділянці АВ;

I_{AB} – довжина ділянки АВ;

$G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ – модуль пружності другого роду при крученні;

$I_{\rho AB} = 0,1 d_{AB}^4$ – полярний момент інерції перерізу вала відносно його осі на ділянці АВ, ($d_{AB} = d_1$).

Приймемо наступне правило знаків для кутів повороту перерізів: кути Θ будемо вважати додатними тоді, коли переріз повертається (якщо дивитись уздовж осі Z справа наліво) проти годинникової стрілки. У даному випадку Θ_{BA} буде додатним:

$$\Theta_{BA} = \frac{280 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot (33 \cdot 10^{-3})^4} = 0,01176 \text{ рад.}$$

У прийнятому масштабі відкладемо ординату Θ_{BA} (рис. 2.4,в). Отриману точку K з'єднаємо з точкою E , оскільки на ділянці AB кути змінюються за законом прямої лінії $\Theta = TZ / (GI_\rho)$, куди абсциса перерізу Z входить в першому ступені.

Розрахуємо тепер кут повороту перерізу C по відношенню до перерізу B . Враховуючи прийняте правило знаків для кутів закручення, отримуємо додатний кут закручення

$$\Theta_{CB} = T_{BC} I_{BC} / (GI_{\rho BC}) = \frac{580 \cdot 0,2}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot (42 \cdot 10^{-3})^4} = 0,0047 \text{ рад.}$$

Оскільки переріз B рухомий, то кут повороту перерізу C по відношенню до перерізу A дорівнює

$$\Theta_{CA} = \Theta_{CB} + \Theta_{BA} = 0,0047 + 0,01176 = 0,0165 \text{ рад.}$$

Тоді, відклавши його в прийнятому масштабі вгору від осі епюри, отримаємо точку M . З'єднавши точку M з точкою K , отримаємо епюру кутів закручування на ділянці BC .

Розрахуємо кут повороту перерізу D по відношенню до перерізу C . Згідно з правилом знаків для кутів закручування кут Θ_{DC} буде від'ємним.

$$\Theta_{DC} = -T_{DC} I_{DC} / (GI_{\rho DC}) = -\frac{900 \cdot 0,3}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot (49 \cdot 10^{-3})^4} = -0,00586 \text{ рад.}$$

Оскільки перерізи B і C рухомі, то кут повороту перерізу D по відношенню до перерізу A дорівнює

$$\Theta_{DA} = \Theta_{DC} + \Theta_{CB} + \Theta_{BA} = \Theta_{DC} + \Theta_{CA} = -0,00586 + 0,0165 = 0,011 \text{ рад.}$$

Відклавши його в прийнятому масштабі вгору від осі епюри, отримаємо точку N . З'єднавши точки M і N , отримаємо епюру кутів закручування на ділянці DC . На ділянці DO_1 скручування не буде, оскільки крутні моменти на цій ділянці дорівнюють нулю, тому всі перерізи повертаються на стільки ж, на скільки повертається переріз D . Ділянка NL епюри Θ тут горизонтальна.

2.2 Завдання до теми 2

Постановка задачі розглянута в розділі 2.1. Необхідні чисельні значення параметрів наведені в табл. 2.1; варіанти розрахункових схем балок – на рисунках 2.9 – 2.13.

Таблиця 2.1

Варіант	Розміри, м			Крутні моменти, Н·м			Прип. напр. $[\tau]$ при крученні
	l_1	l_2	l_3	M_1	M_2	M_3	
1	0,4	0,1	0,7	300	400	220	25
2	0,5	0,2	0,6	350	280	450	28
3	0,6	0,3	0,5	320	380	250	30
4	0,1	0,4	0,4	250	220	380	32
5	0,2	0,5	0,3	350	350	280	35
6	0,3	0,6	0,8	400	380	250	40
7	0,4	0,6	0,7	380	320	300	25
8	0,5	0,5	0,6	200	350	380	28
9	0,6	0,4	0,5	400	300	320	30
10	0,1	0,3	0,4	350	350	250	32
11	0,2	0,2	0,7	420	380	350	35
12	0,3	0,1	0,6	300	200	400	40
13	0,4	0,2	0,5	450	200	380	25
14	0,5	0,3	0,4	280	450	300	28
15	0,6	0,4	0,3	300	400	220	30
16	0,2	0,5	0,7	320	350	350	32
17	0,3	0,6	0,5	320	380	250	35
18	0,4	0,7	0,4	280	220	350	40
19	0,5	0,2	0,3	350	320	280	25
20	0,6	0,3	0,7	400	380	250	28
21	0,1	0,4	0,6	380	350	300	30
22	0,2	0,5	0,5	220	250	280	32
23	0,3	0,6	0,4	400	380	220	35
24	0,4	0,7	0,6	350	380	200	40
25	0,5	0,7	0,5	420	400	250	25
26	0,6	0,6	0,4	200	380	350	38
27	0,1	0,5	0,6	300	220	280	30
28	0,2	0,4	0,5	220	250	380	32
29	0,3	0,3	0,4	320	280	300	35
30	0,4	0,2	0,3	200	380	350	40

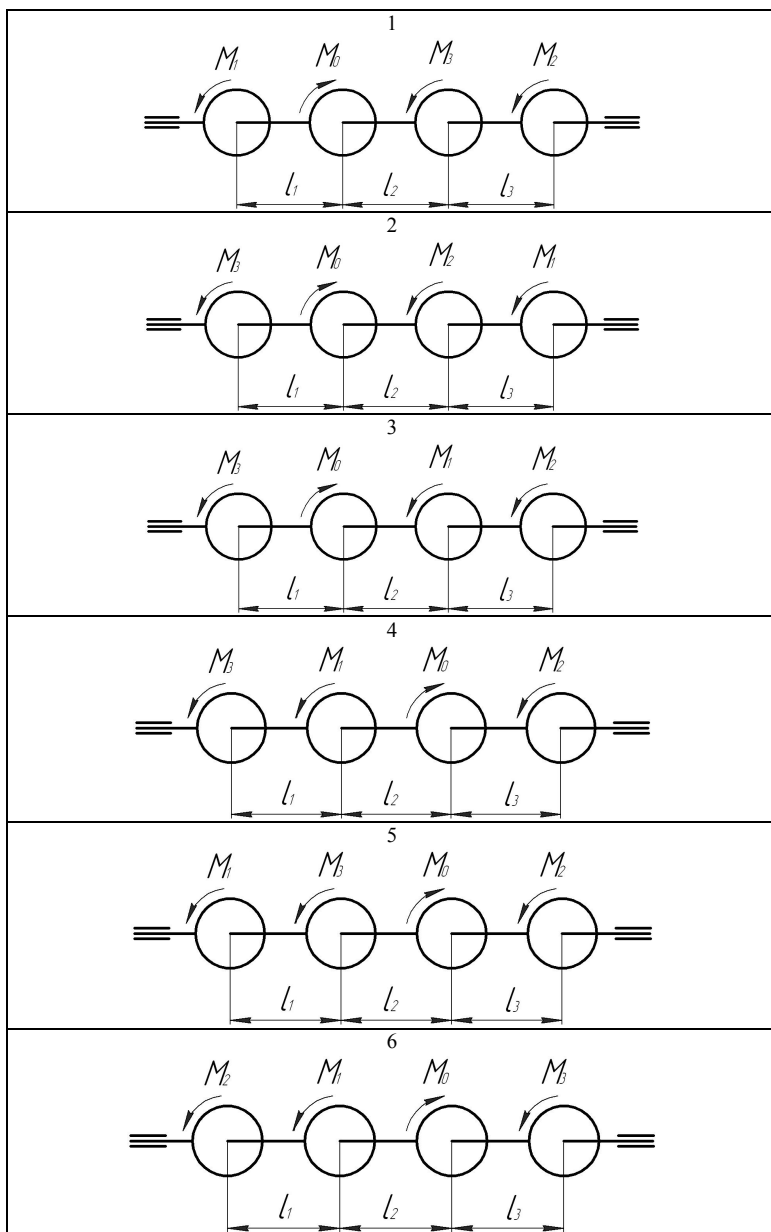


Рисунок 2.9

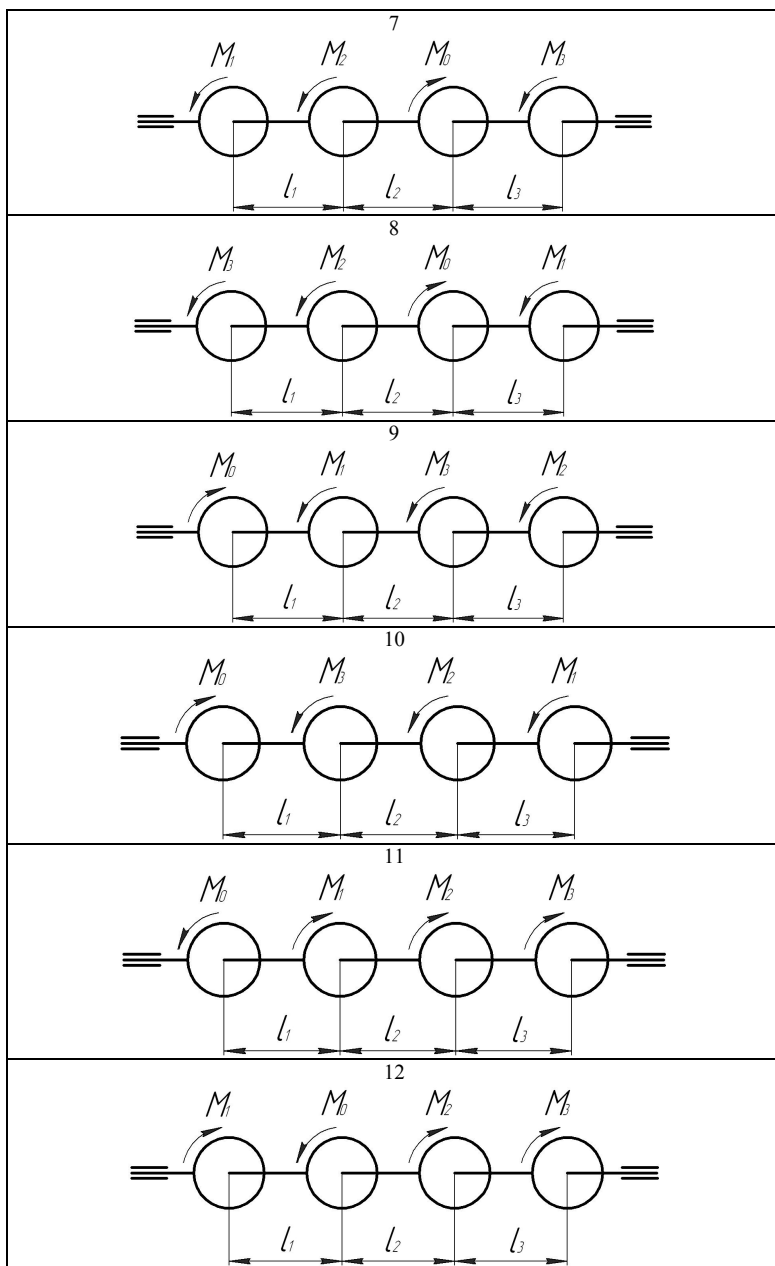


Рисунок 2.10

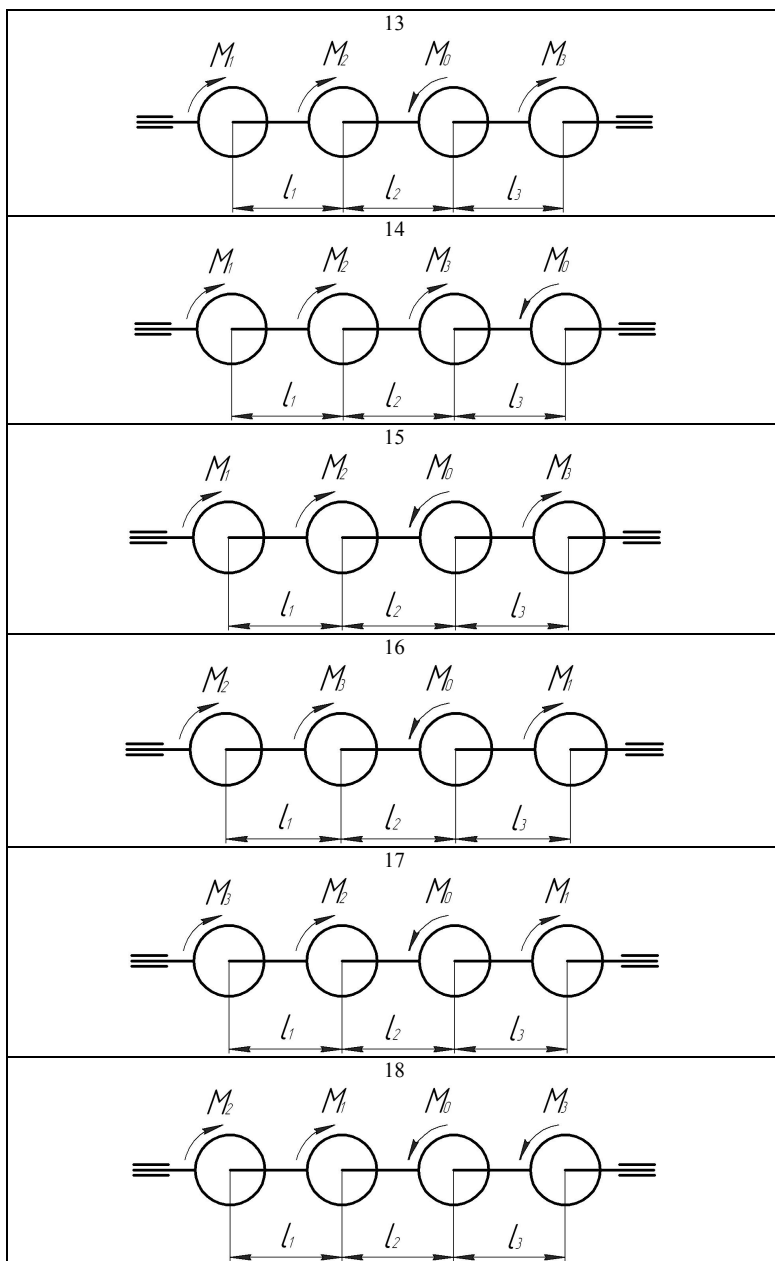


Рисунок 2.11

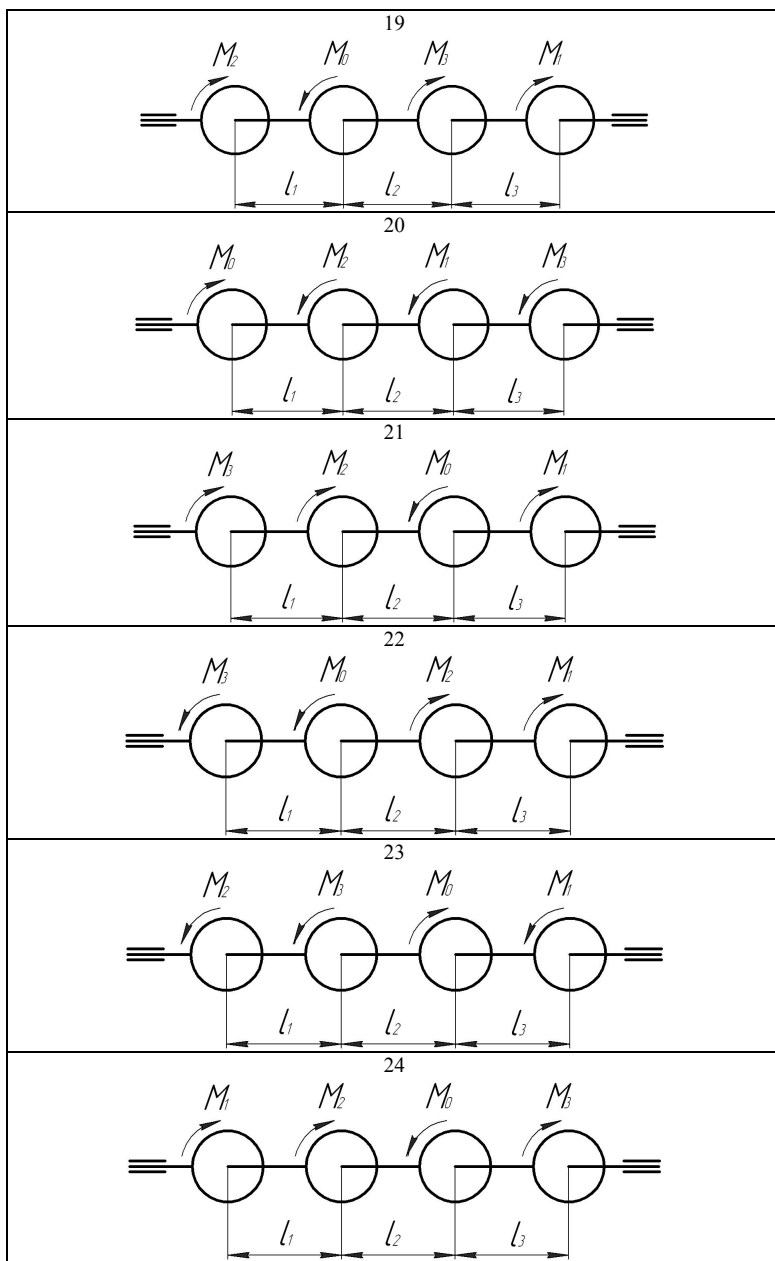


Рисунок 2.12

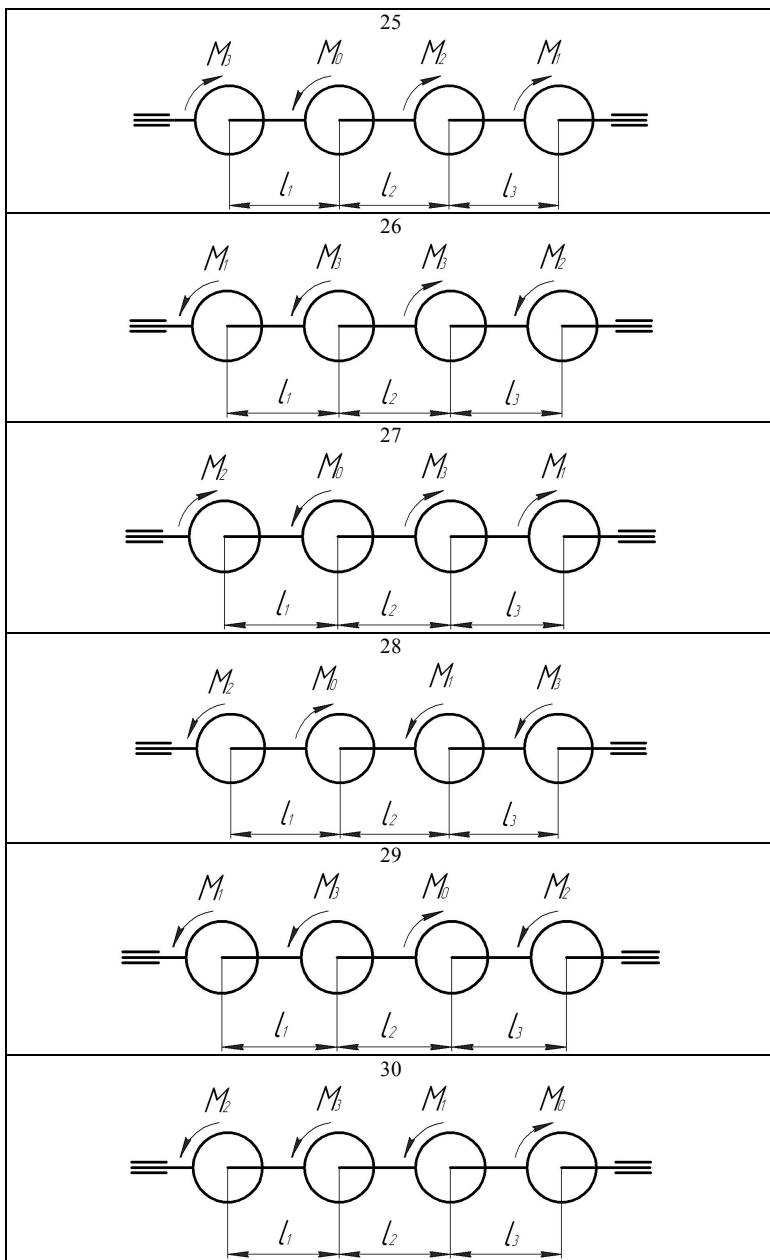


Рисунок 2.13

3 ЗГИН БАЛОК ЗІ СТАЛОЮ ПО ВСІЙ ДОВЖИНІ ПЛОЩЕЮ ПЕРЕРІЗУ

Чистим згином називають такий вид деформації, при якому в будь-якому поперечному перерізі бруса виникає тільки згинаючий момент. Деформація чистого згину буде, наприклад, тоді, коли до прямого бруса в площині, яка проходить через вісь, прикласти дві однакові за величиною і протилежні за знаком пари сил (рис. 3.1).

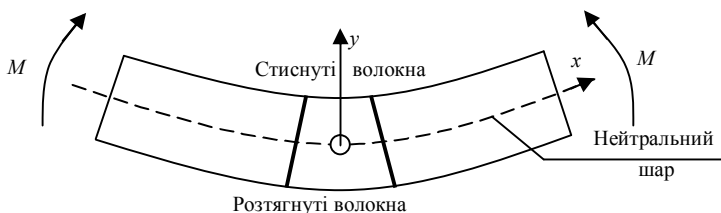


Рисунок 3.1

Волокна, які лежать на опуклому боці, розтягуються, а ті, що лежать на вгнутому боці – стискаються. На межі між ними лежить нейтральний шар волокон, які тільки викривляються, не змінюючи своєї довжини. При чистому згині в поперечних перерізах бруса виникають тільки нормальні напруження розтягу і стиску, які нерівномірно розподілені по перерізу.

Лінію перетину нейтрального шару з площиною поперечного перерізу називають нейтральною віссю. На нейтральній осі нормальні напруження дорівнюють нулю.

Для визначення внутрішніх силових факторів застосуємо метод перерізів. Згин, при якому в поперечному перерізі балки діють згинаючий момент і поперечна сила, називають поперечним.

Якщо зовнішнє навантаження намагається зігнути балку опуклістю вниз, то згинаючий момент у перерізі вважають додатним, і навпаки (рис. 3.2).

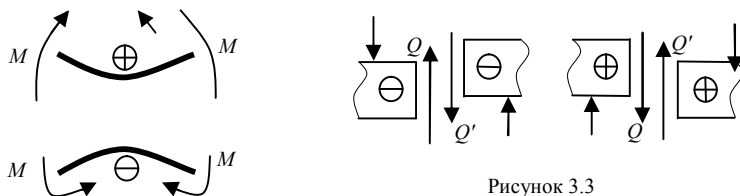


Рисунок 3.3

Рисунок 3.2

Якщо сума зовнішніх сил, які діють зліва від перерізу, дає рівнодіючу, напрямлену вгору, то поперечну силу Q в перерізі вважають додатною, і навпаки: для частини балки, розміщеної справа від перерізу, знаки поперечної сили будуть протилежними (рис. 3.3).

Підкреслимо, що для визначення опорних реакцій користуються правилами знаків статки, для визначення знаків згинаючого моменту і поперечної сили – правилами знаків опору матеріалів.

Якщо рівняння згинаючих моментів продиференціювати по абсцисі X перерізу, то отримаємо:

$$\frac{dM}{dx} = Q.$$

Якщо рівняння згинаючих моментів (для ділянок з рівномірно розподіленим навантаженням) продиференціювати вдруге, то матимемо

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = q,$$

тобто друга похідна від згинаючого моменту або перша похідна від поперечної сили за абсцисою перерізу балки дорівнює інтенсивності розподіленого навантаження. Це дає змогу за законом другої похідної судити про опуклість або вгнутість епюри згинаючого моменту.

Для наочного зображення розподілу вздовж осі балки поперечних сил і згинаючих моментів будують епюри, які дають змогу визначити можливий небезпечний переріз балки, встановити значення поперечної сили і згинаючого моменту в цьому перерізі.

В поперечних перерізах балки у випадку чистого згину виникають тільки нормальні напруження розтягу і стиску. Застосувавши закон Гука для розтягу і стиску, матимемо

$$\sigma_y = \frac{E y}{\rho},$$

де E – модуль пружності першого роду;

y – координата точки на перерізі;

ρ – радіус кривизни нейтрального шару.

З цієї формули видно, що нормальні напруження деформації згину розподілені по висоті перерізу нерівномірно: максимальні напруження виникають у волокнах, найбільше віддалених від нейтральної осі. По ширині перерізу нормальні напруження не змінюються. Закон розподілу нормальних напружень для круглого поперечного перерізу зображено на рисунку 3.4.

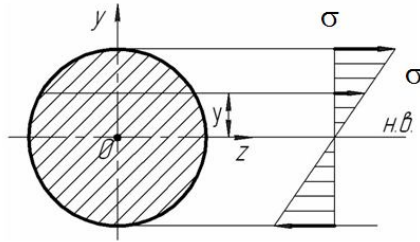


Рисунок 3.4

Однак ця формула для обчислення нормальних напружень незручна, бо до неї входить радіус кривизни. На практиці застосовується наступна формула:

$$M = \frac{EI}{\rho},$$

де I – момент інерції поперечного перерізу відносно осі Oz ;

EI – жорсткість перерізу при згині.

Оскільки у випадку чистого згину балки сталого перерізу

$M = \text{const}$ і $I = \text{const}$, то $\rho = \frac{EI}{M} = \text{const}$. Отже, зігнута вісь такої балки є дугою кола. Значення радіуса кривизни підставимо в формулу для обчислення нормальних напруг. Тоді максимальні значення нормальних напруг будуть там, де волокна найбільш віддалені від нейтральної осі:

$$\sigma_y = Ey = \frac{Ey}{EI} = \frac{My}{I}; \quad \sigma_{\max} = \frac{My_{\max}}{I} = \frac{M}{W_z},$$

де $W_z = \frac{I}{y_{\max}}$ – момент опору.

Момент опору кола діаметром d : $W_z = \frac{\pi d^4}{64} : \frac{d}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$.

Момент опору прямокутника шириною b і висотою h : $W_z = \frac{bh^2}{6}$.

Розрахункова формула на міцність у випадку згину має вигляд:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma].$$

Тобто, нормальні напруження в небезпечному перерізі не повинні перевищувати припустимі. Припустимі нормальні напруження для випадку згину беруть такими ж, як для розтягу і стиску.

3.1 Приклад розрахунку балок зі сталюю по всій довжині площею перерізу на згин

Приклад. Для заданої на рис. 3.5 схеми згину балки, яка складається з двох невідомих ділянок, до яких прикладені зовнішні зусилля: згинний момент M_1 і рівномірно розподілене навантаження q , побудувати епюри поперечних сил і згинних моментів (на схемі балки показати напрями реакцій і вказати їх величини; побудувати епюру поперечних сил і вказати на епюрі її характерні значення; побудувати епюру згинних моментів і вказати на кресленні її характерні значення); із умови міцності по нормальним напруженням при $[\sigma] = 140 \text{ МПа} = 140 \cdot 10^3 \text{ кПа}$ провести підбір прямокутного та круглого перерізів балки, порівняти величини площин різних перерізів (для прямокутного перерізу $h/b = \beta = 2,3$).

Розглянемо напружено-деформований стан балки (рис. 3.5). Для побудови епюр поперечних сил Q і згинаючих моментів T балки розрахуємо опорні реакції. Введемо систему координат AXY , вісь абсцис AX якої співпадає з віссю стержня, а вісь ординат AY їй перпендикулярна. Реакцію жорсткого закріплення подаємо у вигляді двох проекцій R_{AX} і R_{AY} , а також реактивного моменту M_A .

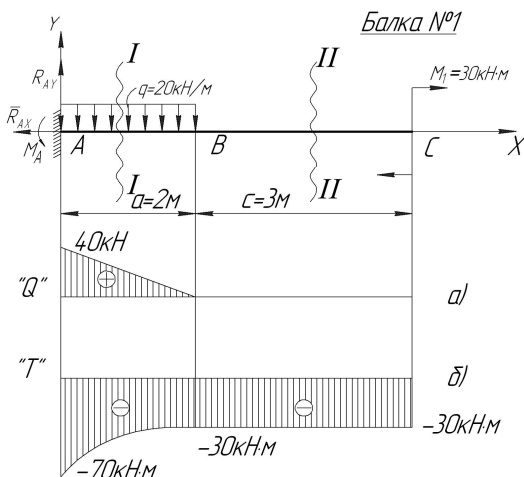


Рисунок 3.5

Складемо рівняння рівноваги балки. Прирівняємо до нуля суму проєкцій усіх сил на вісь X , які діють на балку, $\sum F_{KX} = 0$. Отримуємо $R_{AX} = 0$.

Те ж саме на вісь Y : $\sum F_{KY} = 0$,

$$R_{AY} - q \cdot a = 0,$$

звідки

$$R_{AY} = q \cdot a = 20 \cdot 2 = 40 \text{ кН}.$$

Прирівняємо до нуля суму моментів усіх сил відносно будь-якої точки, наприклад, відносно точки A :

$$\sum M_A(F_K) = 0; \quad M_A - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} - M_1 = 0,$$

звідки

$$M_A = \frac{q \cdot a^2}{2} + M_1 = \frac{20 \cdot 2^2}{2} + 30 = 70 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Знак «плюс» вказує на те, що прийнятий на початку напрямок реактивного моменту вибраний правильно. При $M_A < 0$ напрямок реактивного моменту потрібно змінити на зворотній. Для перевірки правильності розв'язку можна використати, наприклад, рівняння моментів $\sum M_B(F_K) = 0$.

Для знаходження внутрішніх зусиль в поперечних перерізах балки – згинаючого моменту T і поперечної сили Q – застосуємо метод перерізу. На ділянці AB балки AC на відстані X від точки A (початок координат) зробимо переріз I-I. Відкинемо одну із частин балки, наприклад, праву, і розглянемо рівновагу лівої частини. Взаємодію частин балки замінимо внутрішніми зусиллями: згинаючим моментом T_1 і поперечною силою Q_1 (рис. 3.6).

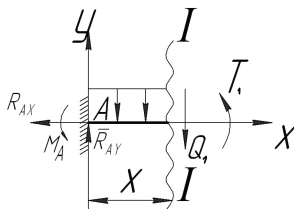


Рисунок 3.6

Для отримання закону зміни сили Q_1 на ділянці AB використовуємо рівняння рівноваги:

$$\sum F_{KY} = 0; \quad R_{AY} - q_x - Q_1 = 0,$$

звідки $Q_1 = R_{AY} - q_x$ – рівняння прямої лінії. Значення координати X на ділянці AB змінюється в межах $0 \leq X \leq 2$. Розрахуємо значення сили Q_1 в крайніх точках ділянки AB .

$$Q_{1/X=0} = R_{AY} = 40 \text{ кН}; \quad Q_{1/X=2} = R_{AY} - q \cdot 2 = 40 - 20 \cdot 2 = 0 \text{ кН}.$$

На епюрі Q (рис. 3.5,а) відкладаємо в масштабі отримані значення Q_1 і з'єднуємо прямою лінією.

Розрахуємо тепер поперечну силу в розрізі II – II ділянки BC . Для цього відкинемо, наприклад, ліву частину стержня і розглянемо рівновагу правої (рис. 3.7).

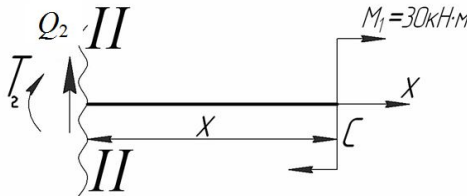


Рисунок 3.7

Дію відкинутої лівої на праву, що залишилася, частину балки замінимо згинаючим моментом T_2 і поперечною силою Q_2 (у відповідності з прийнятим правилом знаків для внутрішніх сил). Запишемо умову рівноваги для вибраної частини балки:

$$\sum F_{KY} = 0; \quad Q_2 = 0.$$

Отже, на протязі всієї ділянки BC ($0 \leq x \leq 3$) балки AC поперечна сила дорівнює нулю. Відкладаємо отриманий результат на кресленні і отримуємо епюру поперечної сили Q балки AC (рис. 3.5,а).

Побудуємо епюру згинаючих моментів T в перерізах балки AC . Згинаючий момент в перерізі I-I знайдемо, якщо складемо суму моментів всіх сил, які діють на частину балки, що залишилася, відносно перерізу I-I:

$$\sum M_{I-I}(F_K) = 0; \quad M_A - R_{AY} \cdot x + q \cdot x \cdot \frac{x}{2} + T_1 = 0,$$

$$\text{звідки } T_1 = -M_A + R_{AY} \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2} \text{ – рівняння параболи.}$$

Знак «плюс» для реактивного згинаючого моменту M_A вибраний тому, що момент направлений в сторону, протилежну обертанню годинникової стрілки. Змінна довжина X лежить в межах: $0 \leq X \leq 2$. Для побудови епюри згинаючого моменту на ділянці AB балки розрахуємо два значення T_1 :

$$T_{1/X=0} = -M_A = -70 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$T_{1/X=2} = -M_A + R_{AY}a - q \frac{a^2}{2} = -70 + 40 \cdot 2 - 20 \cdot \frac{2^2}{2} = -30 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Дослідимо на екстремум формулу для згинаючого моменту T_1 :

$$\frac{dT_1}{dx} = R_{AY} - q \cdot x = 0,$$

звідки $X = R_{AY} / q = 40 / 20 = 2 \text{ м}$, $T_{1\text{max}} = T_{1/X=2} = -30 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

Відкладаємо на епюрі моменти T_1 у вибраному масштабі і, з'єднавши знайдені характерні точки, отримуємо епюру згинаючих моментів на ділянці AB (рис. 3.5,б). Згинаючий момент в перерізі II – II отримуємо з рівняння

$$\sum M_{II-II}(F_K) = 0; \quad -T_2 - M_1 = 0,$$

звідки

$$T_2 = -M_1 = -30 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Відкладаємо отриманий результат в заданому масштабі на епюрі. Епюра T зображена на рисунк 3.1,б.

Для підбору перерізу балки із рівняння міцності отримуємо залежність $W_Z \geq T_{\text{max}} / [\sigma]$.

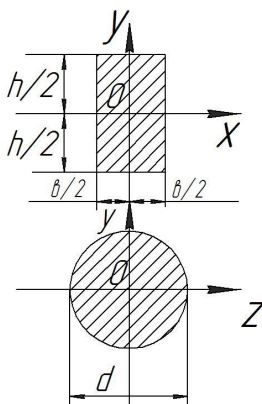


Рисунок 3.8

Підберемо прямокутний і круглий поперечний перерізи для балки (рис. 3.4). З рисунок 3.5,б видно, що $T_{\max} = 70 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Тоді для прямокутного і круглого поперечного перерізів момент опору при згині

$$W_Z = T_{\max} / [\sigma] = 70 / 140 \cdot 10^3 = 0,0005 \text{ м}^3 = 500 \text{ см}^3.$$

Для прямокутного поперечного перерізу при $h / b = 2,3$ момент опору в цьому випадку має вигляд

$$W_Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{h \cdot h^2}{2,3 \cdot 6} = \frac{h^3}{13,8} \text{ см}^3.$$

звідки $h = \sqrt[3]{6900} = 19 \text{ см}$, а $b = 8,3 \text{ см}$.

Площа прямокутного поперечного перерізу

$$A = 8,3 \cdot 19 = 157,7 \text{ см}^2.$$

Для круглого поперечного перерізу складемо рівняння $0,1d^3 = 500$, звідки $d = \sqrt[3]{5000} \approx 17 \text{ см}$. Площина перерізу

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 17^2}{4} = 227 \text{ см}^2.$$

Видно, що при рівній міцності площа прямокутного поперечного перерізу більше площини круглого.

3.2 Завдання до теми 3

Постановка задачі розглянута в розділі 3.1. Необхідні чисельні значення параметрів наведені в таблиці 3.1; варіанти розрахункових схем балок – на рисунках 3.9 – 3.16.

Таблиця 3.1

Варіант	Довжина, м			Зовнішні силові фактори					
	a	c	l	F_1 , кН	F_2 , кН	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	M_1 , кН·м	M_2 , кН·м
1	1	1	6	20	25	10	8	30	20
2	2	1	6	25	30	12	14	40	20
3	3	1	6	30	35	14	16	50	20
4	1	2	7	25	35	16	10	30	30
5	2	2	8	35	40	18	10	40	40
6	3	2	7	30	40	20	10	50	20
7	1	3	7	35	45	10	12	30	40
8	2	3	8	40	40	12	16	40	50
9	3	3	10	50	40	14	18	50	30
10	1	2	8	45	35	16	18	30	50
11	2	3	9	45	40	18	20	40	20
12	3	1	8	50	40	20	14	50	40
13	1	2	9	40	45	10	14	30	20
14	2	3	10	45	50	12	18	40	30
15	3	1	9	35	50	14	20	50	30
16	1	2	8	30	45	16	20	30	40
17	2	3	9	50	45	18	14	40	40
18	3	1	10	40	50	20	16	50	40
19	1	1	7	20	15	5	15	20	10
20	2	1	7	25	20	10	5	30	10
21	3	1	8	30	25	15	5	40	10
22	1	2	9	35	30	20	5	50	20
23	2	2	10	40	35	5	10	20	30
24	3	2	9	45	40	10	15	20	30
25	1	3	8	50	45	15	10	40	20
26	2	3	7	20	50	20	10	50	20
27	3	1	6	25	45	5	15	20	30
28	1	2	7	30	40	10	15	30	40
29	2	3	8	35	15	15	10	40	30
30	3	2	9	40	20	20	15	50	30
31	1	2	6	45	20	5	20	20	40
32	2	3	7	50	25	10	20	30	40

Варіанти схем балок

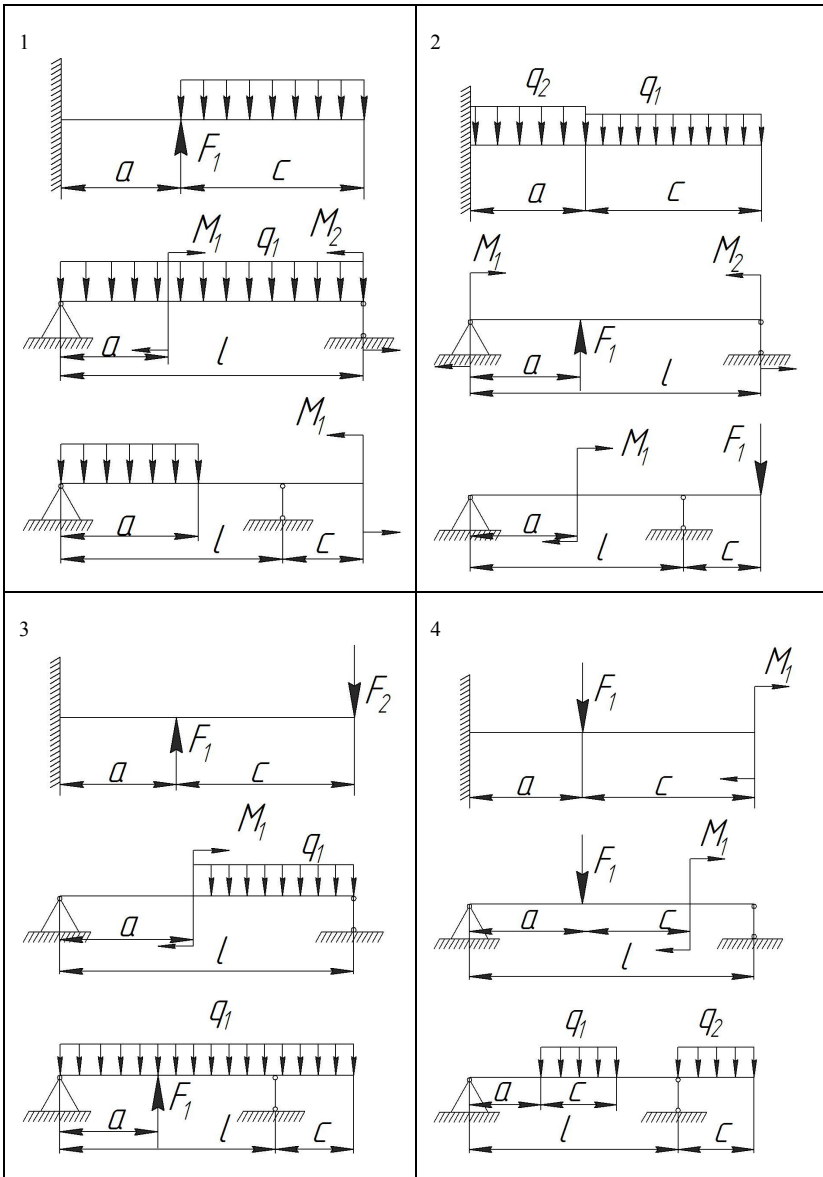


Рисунок 3.9

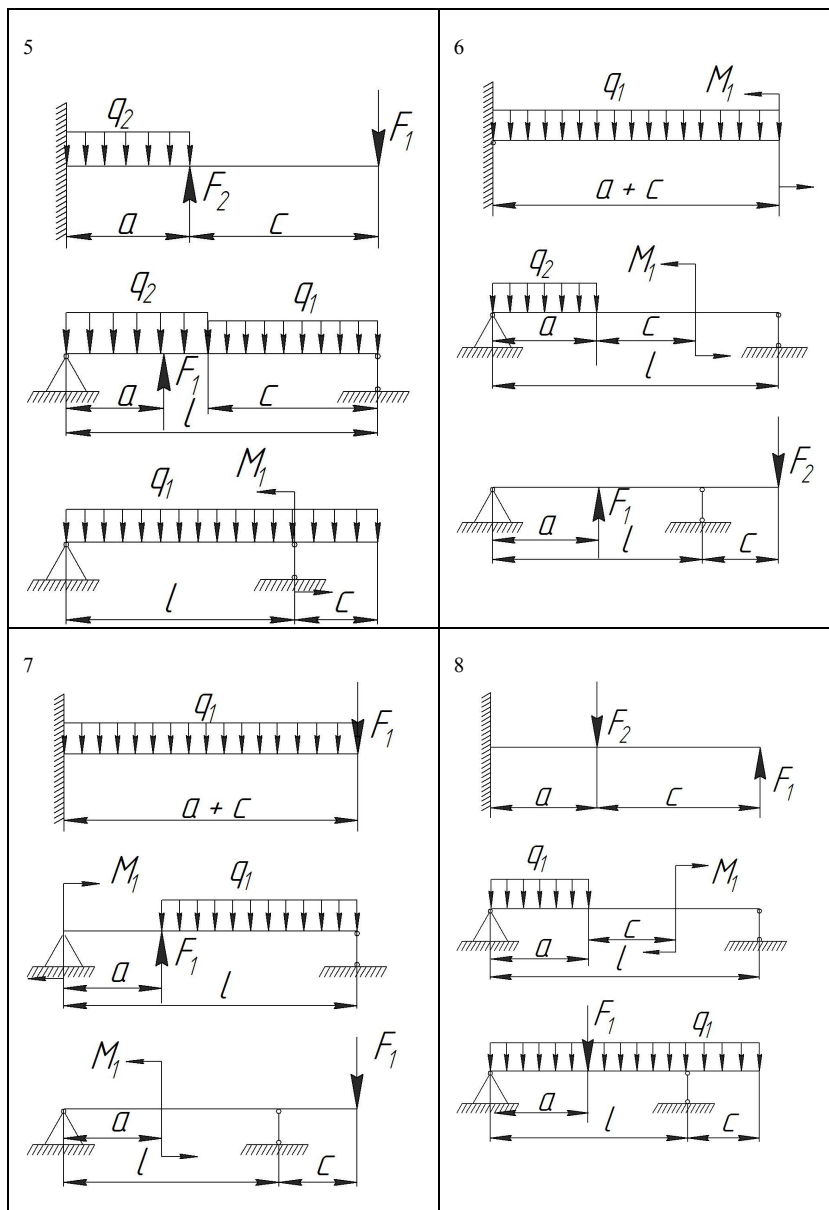


Рисунок 3.10

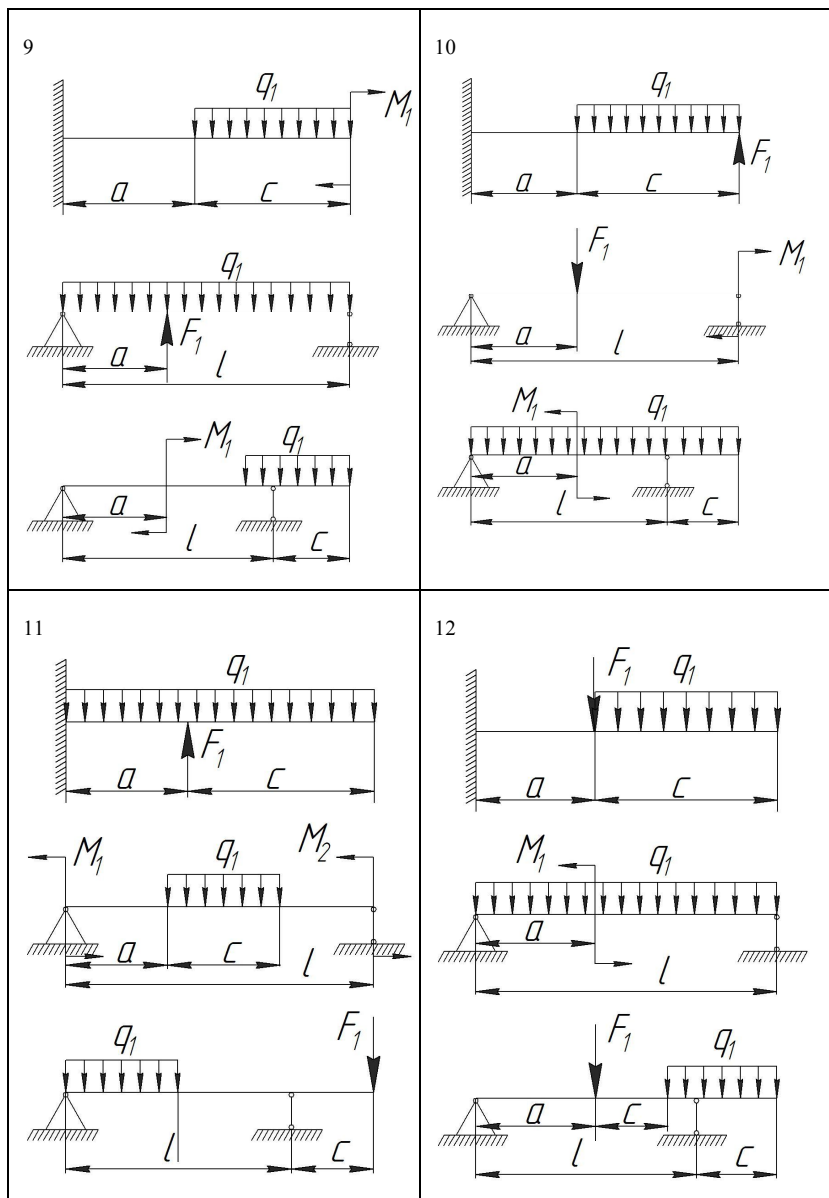


Рисунок 3.11

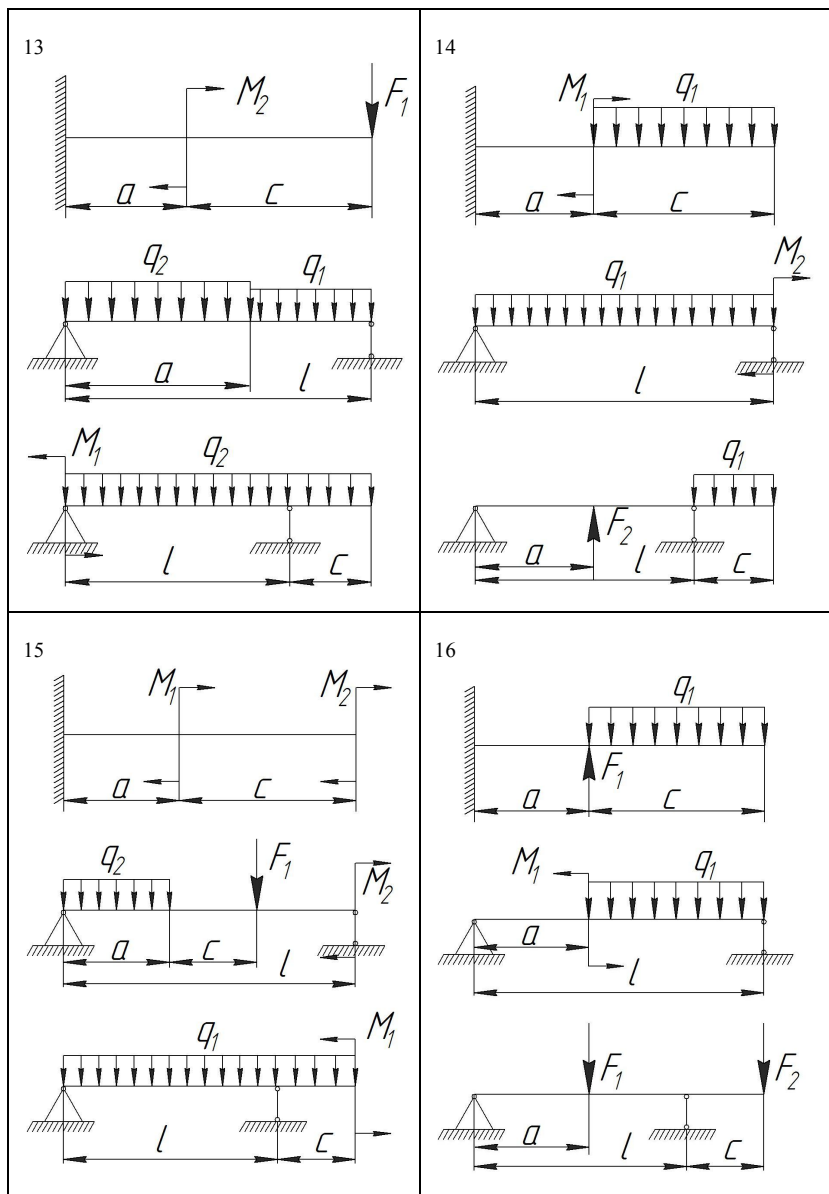


Рисунок 3.12

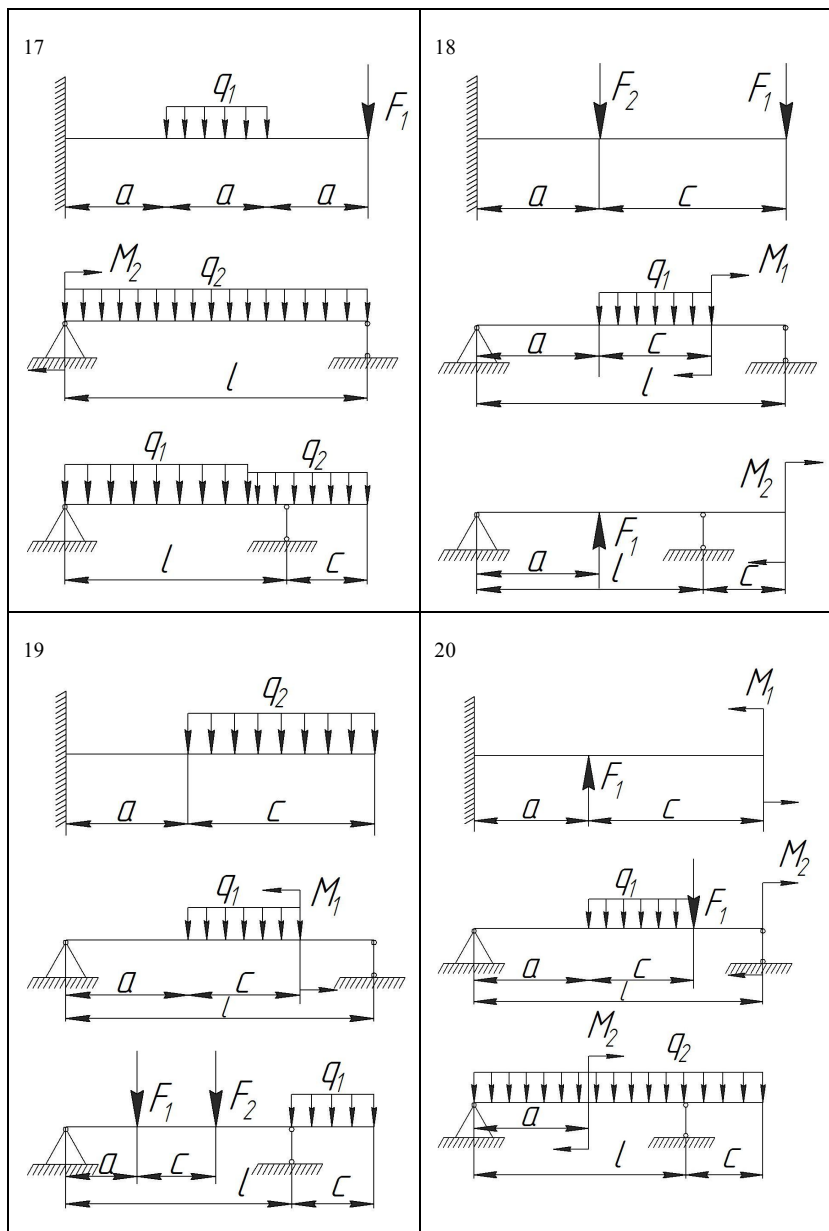


Рисунок 3.13

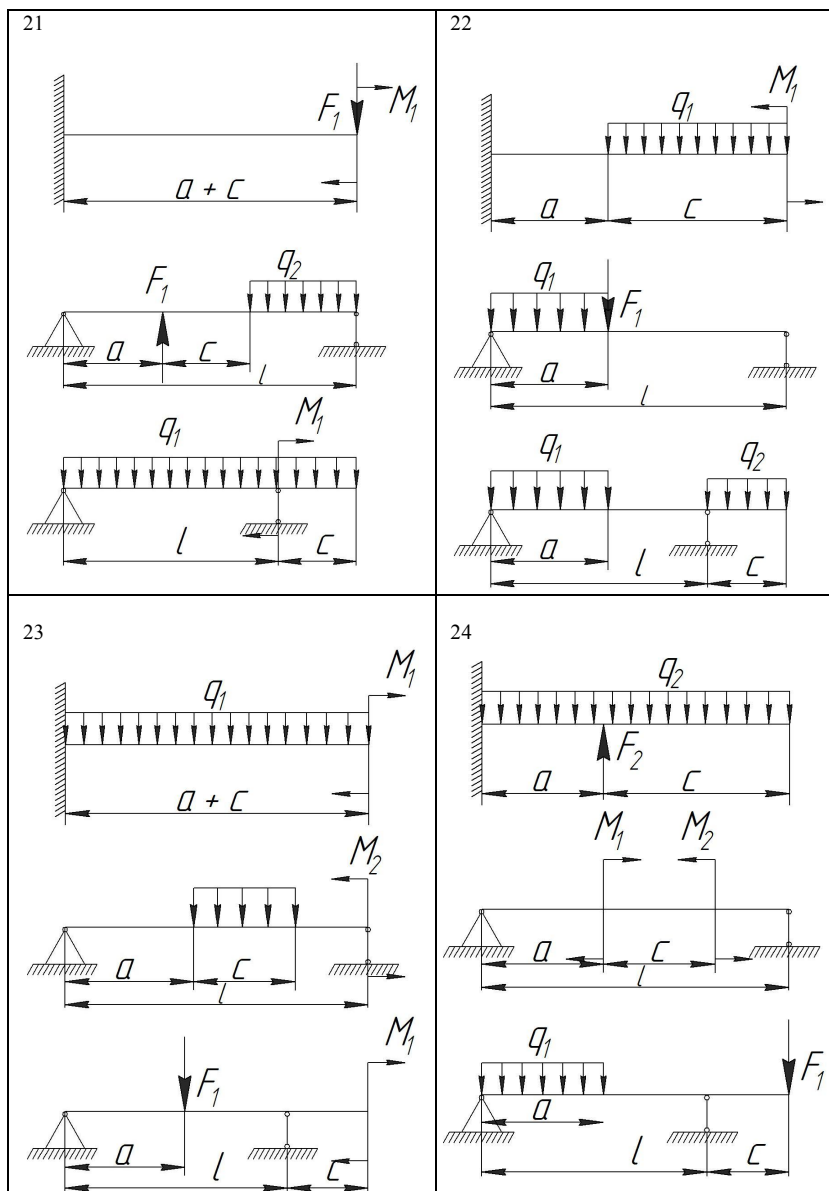


Рисунок 3.14

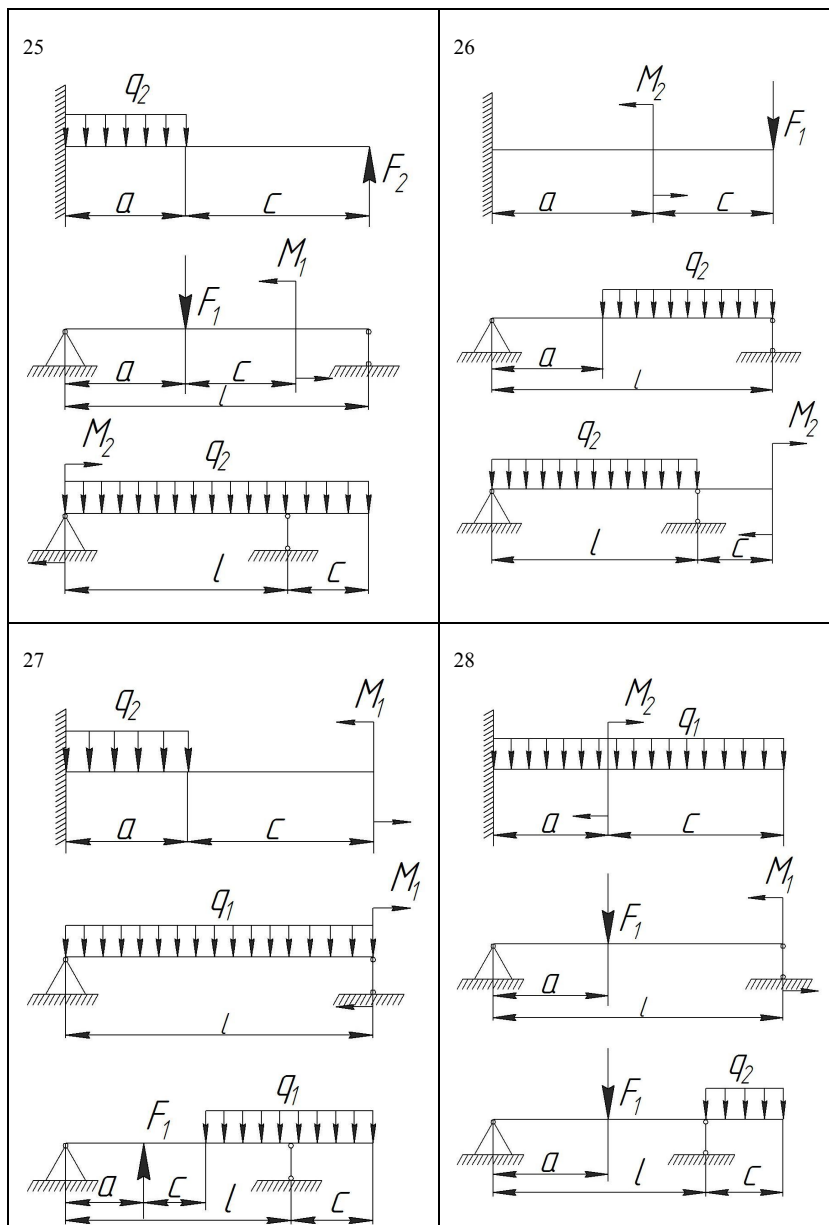


Рисунок 3.15

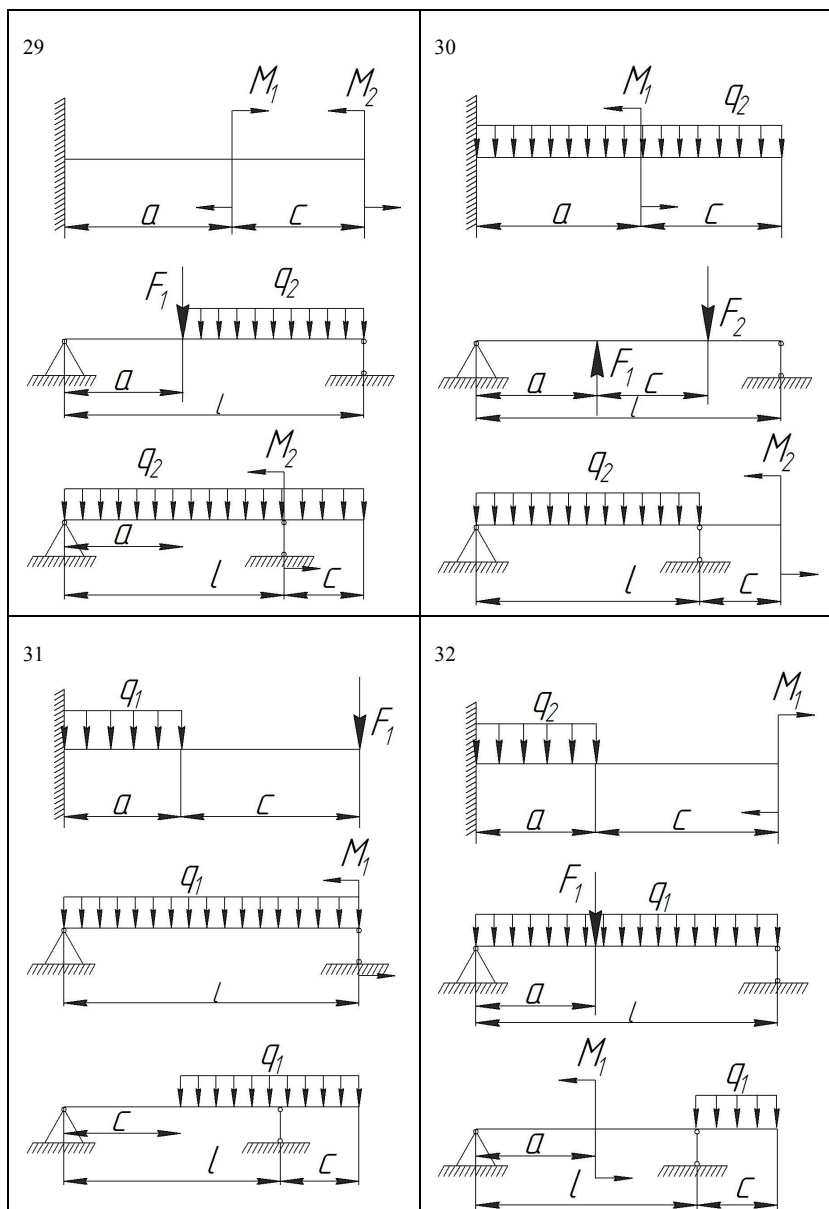


Рисунок 3.16

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Писаренко Г. С. Опір матеріалів / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Є. С. Уманський. – Київ : Вища школа, 1993. – 655 с.
2. Дарков А. И. Сопротивление материалов / А. И. Дарков, Г. С. Шпиро. – Изд. 4-е, перераб. – М. : Высшая школа, 1975. – 654 с.
3. Беляев Н. М. Сопротивление материалов / Н. М. Беляев. – М. : Высшая школа, 1976. – 608 с.
4. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни «Прикладна механіка» (для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом підготовки 6.050702 – Електромеханіка) / Харків. нац. акад. міськ. госп-ва ; уклад. : О. М. Кузнецов, В. П. Шпачук. – Харків : ХНАМГ, 2012. – 51 с.
5. Методичні вказівки для виконання розрахунково-графічного завдання, практичних занять, самостійної і контрольної роботи з дисципліни «Технічна механіка» (для студентів 2, 3 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом 6.170202 – Охорона праці) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : О. М. Кузнецов, А. О. Гарбуз. – Харків : ХНУМГ, 2013. – 42 с.

ДОДАТОК А

Методичні рекомендації щодо використання ПЕОМ при виконанні завдання з теми «Згин балок зі сталюю по всій довжині площею перерізу»

Для перевірки достовірності результатів розв'язання системи алгебраїчних рівнянь рівноваги конструкції при визначенні реакцій в'язей використовується ПЕОМ. Розрахунки виконуються у програмі MS Excel пакету MS Office, або OpenOffice.org Calc пакету OpenOffice.org.2.0.4.

1 Методологія розрахунків

Для розв'язання системи алгебраїчних рівнянь рівноваги використовується метод, згідно з яким рівняння рівноваги записуються у матричній формі:

$$[A] * [X] = [B], \quad (\text{A.1})$$

де $[A]$ – квадратна матриця коефіцієнтів при невідомих реакціях опор;

$[X]$ – матриця-стовпець невідомих реакцій опор;

$[B]$ – матриця-стовпець правих частин алгебраїчної системи рівнянь, у яку входять задані силові фактори. Наприклад, система рівнянь рівноваги

$$R_{Ax} = 0; \quad R_{Ay} - q \cdot a = 0; \quad M_A - q \cdot a^2/2 - M_1 = 0.$$

де $q = 20 \text{ кН/м}$, $M_1 = 30 \text{ кН}\cdot\text{м}$ – задані силові фактори;

a – геометричний розмір ділянки конструкції, записується у формі:

$$R_{Ax} = 0; \quad R_{Ay} = 40; \quad M_A = 70.$$

Матрична форма запису такої системи рівнянь набуде вигляду:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \\ M_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 40 \\ 70 \end{bmatrix}$$

Якщо обидві частини рівняння (A.1) помножити зліва на обернену матрицю $[A]^{-1}$, отримаємо розв'язок:

$$[X] = [A]^{-1} * [B]. \quad (\text{A.2})$$

Таким чином, для отримання розв'язка (A.2) системи алгебраїчних рівнянь необхідно:

- 1) сформувати матрицю коефіцієнтів при невідомих реакціях опор $[A]$ і матрицю-стовпець правих частин $[B]$;
- 2) обчислити обернену матрицю $[A]^{-1}$;
- 3) отримати матрицю-стовпець шуканих реакцій опор $[X]$ як результат добутку оберненої матриці $[A]^{-1}$ на матрицю-стовпець правих частин $[B]$.

2 Запуск програми OpenOffice.org Calc

Для запуску програми можна використати один з двох способів:

- 1) якщо на робочому столі, або на панелі задач ОС Windows є ярлик запуску програми *OpenOffice.org Calc*, двічі клацнути лівою кнопкою миші (2ЛК) по цьому ярлику;
- 2) клацнути лівою кнопкою миші (1ЛК) по кнопці «Пуск» на панелі задач, у головному меню підвести курсор миші до стрічки «Программы», в меню другого рівня – до стрічки «OpenOffice.org 2.0.4», в меню третього рівня клацнути 1ЛК – по стрічці «OpenOffice.org Calc».

За декілька секунд на екрані з'явиться робоче вікно програми *OpenOffice.org Calc*.

3 Збереження робочого файлу

Відкритий файл програми *OpenOffice.org Calc* зручно до початку роботи зберегти у папку з прізвищем викладача під назвою, яке є прізвищем студента. Для цього скористатися пунктом головного меню програми «Файл» і стрічкою «Сохранить как». У вікні «Сохранение документа» зробити 2ЛК на папці з прізвищем викладача, а у полі «Имя файла» ввести своє прізвище, після чого клацнути 1ЛК по кнопці «Сохранить».

4 Підготовка початкових даних:

- у комірки $A1$ і $N1$ ввести назви для матриць, що будуть формуватись: «матриця коефіцієнтів при реакціях опор» і «матриця правих частин» відповідно;
- у комірки $A2$ - $C2$ ввести позначки шуканих реакцій опор;
- у комірки $A3$ - $C5$ ввести значення матриці коефіцієнтів при невідомих реакціях опор $[A]$;
- у комірки $L3$ - $L5$ ввести значення матриці-стовпця правих частин $[B]$.

5 Обчислення оберненої матриці $[A]^{-1}$:

- у комірку A16 ввести назву: «обернена матриця»;
- встановити курсор на комірку A17, з якої буде починатись обернена матриця;
- клацнути ЛК на іконці « f_x » у стрічці формул, по якій викликається Майстер функцій;
- у вікні Майстра функцій вибрати у полі «Категорія» значення «Массив», у полі «Функции» відмітити функцію «INVERSE», яка обчислює обернену матрицю, і клацнути по кнопці «Далее»;
- у центральній частині вікна Майстра функцій з'явиться поле, у яке треба ввести діапазон комірок початкової матриці $[A]$. Для цього можна клацнути на кнопку зі стрілкою, яка знаходиться праворуч даного поля (вона мінімізує розміри вікна Майстра функцій), помітити мишею або клавішами зі стрілками при натиснутій клавіші «Shift» комірки A3-C5 матриці коефіцієнтів, знов клацнути на кнопку зі стрілкою, яка знаходиться праворуч поля (вона максимізує розміри вікна Майстра функцій);
- клацнути по кнопці «ОК» Майстра функцій. У комірках A17-C19 з'являться коефіцієнти оберненої матриці $[A]^{-1}$.

6 Обчислення значень матриці-стовпця шуканих реакцій опор $[X]$

- у комірку L16 ввести назву: «матриця розв'язків»;
- встановити курсор на комірку L17, з якої буде починатись матриця-стовпець шуканих реакцій опор;
- клацнути ЛК на іконці « f_x » у стрічці формул, по якій викликається Майстер функцій;
- у вікні Майстра функцій вибрати у полі «Категория» значення «Массив», у полі «Функции» відмітити функцію «MMULT», яка обчислює добуток двох матриць, і клацнути по кнопці «Далее»;
- у центральній частині вікна Майстра функцій з'являться два поля, у перше з яких треба ввести діапазон комірок оберненої матриці $[A]^{-1}$: A17-C19, а у друге – діапазон комірок матриці-стовпця правих частин $[B]$: L3-L5. Для цього потрібно послідовно у кожному з двох полів: клацнути на кнопку зі стрілкою, яка знаходиться праворуч даного поля (вона мінімізує розміри вікна Майстра функцій), помітити мишею або клавішами зі стрілками при натиснутій клавіші «Shift» потрібні комірки, знов клацнути на кнопку зі стрілкою, яка знаходиться праворуч поля (вона максимізує розміри вікна Майстра функцій);

- клацнути по кнопці «ОК» Майстра функцій. У комітках L17-L19 з'являться результати розрахунків шуканих реакцій опор;
- у комірки H17-H19 ввести позначки шуканих реакцій опор зі знаками рівності, які вирівняти по правому краю комірок;
- послідовно виділити усі матриці і проставити в них границі комірок.

7 Збереження файлу з розрахунками на жорсткому диску і дискеті

Для збереження файлу на жорсткому диску можна скористатися пунктом головного меню програми «Файл» і стрічкою «Сохранить» (або відповідною іконкою на панелі інструментів).

Для збереження файлу на дискеті потрібно скористатися пунктом головного меню програми «Файл» і стрічкою «Сохранить как». У вікні «Сохранение документа» у полі «Папка» вибрати стрічку «Диск 3,5 (A:)», у полі «Тип файла» вибрати стрічку «Microsoft Office 97/2000/XP», після чого клацнути ЛК по кнопці «Сохранить».

8 Оформлення результатів розрахунків

Сторінку з результатами розрахунків потрібно надрукувати на будь-якому принтері і додати до звіту.

Приклади оформлення робочого листа файлу і сторінка розрахунків наведені на рисунок А.1 і рисунок А.2 відповідно.

The screenshot shows a Microsoft Excel window titled 'Microsoft Excel - СЛАУ10.xls'. The worksheet contains the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Матрица коэффициентов при реакциях опор:										Матрица правых частей				
2	R_{Ax}	R_{Ay}	M_A												
3		1	0	0									0		
4		0	1	0									40		
5		0	0	1									70		
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15	Обращенная матрица										Матрица возмущения				
16		1	0	0									0		
17		0	1	0									40		
18		0	0	1									70		
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															
29															
30															
31															
32															
33															
34															
35															
36															

Рисунок А.1

Результати розрахунку реакцій опор конструкції на ПЕОМ.

Матриця коефіцієнтів при реакціях опор:

R_{AX}	R_{AY}	M_A
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Обернена матриця:

1	0	0
0	1	0
0	0	1

Матриця правих частин

0
40
70

Матриця розв'язків:

$R_{AX} =$	0
$R_{AY} =$	40
$M_A =$	70

Рисунок А.2

Виробничо-практичне видання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
для виконання розрахунково-графічного завдання, практичних занять,
самостійної і контрольної роботи з дисциплін

**«ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА»,
«ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА»**

*(для студентів 1–4 курсів денної і заочної форм навчання,
освітнього рівня «бакалавр» за спеціальностями
141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»;
263 – Цивільна безпека. Охорона праці)*

Укладачі: **КУЗНЕЦОВ** Олександр Миколайович,
ШПАЧУК Володимир Петрович

Відповідальний за випуск *В. П. Шпачук*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *О. М. Кузнецов*

План 2017, поз. 152М

Підп. до друку 22.03.2017. Формат 60×84/16
Друк на ризографі. Ум. друк. арк. 2,5
Тираж 50 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017.