

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

А. С. Сисоєв

ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА

(Частина друга)

Електродинаміка. Коливання і хвилі.

Оптика. Атомна фізика

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

*(для студентів денної і заочної форм навчання освітнього рівня «бакалавр»
за спеціальностями 141 – Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка, 275 – Транспортні технології (за видами),
192 – Будівництво та цивільна інженерія, 263 – Цивільна безпека,
185 – Нафтогазова інженерія та технології)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2018

УДК 537 (075.8)

Сисоєв А. С. Загальна фізика (частина друга). Електродинаміка. Коливання і хвилі. Оптика. Атомна фізика : конспект лекцій для студентів денної і заочної форм навчання освітнього рівня «бакалавр» за спеціальностями 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, 275 – Транспортні технології (за видами), 192 – Будівництво та цивільна інженерія, 263 – Цивільна безпека, 185 – Нафтогазова інженерія та технології / А. С. Сисоєв; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 118 с.

Автор

канд. фіз.-мат. наук А. С. Сисоєв

Рецензенти:

С. Д. Гапченко, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізики (Харківський національний технічний університет «ХПІ»);

А. В. Безуглий, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізики (Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова)

Рекомендовано кафедрою фізики, протокол № 10 від 14. 04. 2018.

Конспект лекцій складено з метою допомогти студентам електромеханічних, будівельних, екологічних і транспортних спеціальностей вишів при підготовці до занять, заліків та іспитів за розділами «Електродинаміка», «Оптика» і «Атомна фізика» курсу «Загальна фізика».

© А. С. Сисоєв, 2018

© ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1 ЕЛЕКТРОДИНАМІКА	6
ТЕМА 1 Сталий електричний струм	6
1.1 Електричний струм. Сила струму. Густина струму	6
1.2 Електрорушійна сила	7
1.3 Закон Ома для однорідної ділянки кола	8
1.4 Закон Джоуля–Ленца	10
1.5 Закон Ома для неоднорідної ділянки кола	11
1.6 Розгалужені кола. Правила Кірхгофа	12
ТЕМА 2 Елементарна класична теорія провідності металів	13
2.1 Основні положення	13
2.2 Закон Ома	14
2.3 Закон Джоуля	16
ТЕМА 3 Магнітне поле у вакуумі	16
3.1 Взаємодія струмів. Магнітне поле	15
3.2 Закон Біо – Савара	18
3.3 Магнітна індукція прямолінійного струму	19
3.4 Магнітна індукція в центрі колового струму	20
3.5 Циркуляція вектора магнітної індукції	20
3.6 Поле соленоїда	22
ТЕМА 4 Взаємодія струмів і частинок з магнітним полем	23
4.1 Сила, діюча на струм у магнітному полі. Закон Ампера	23
4.2 Сила Лоренца	23
4.3. Рух зарядженої частинки у однорідному магнітному полі	24
4.4 Контур з струмом у магнітному полі	25
4.5 Робота при переміщенні струму у магнітному полі	27
ТЕМА 5 Магнітне поле у речовині	27
5.1 Намагнічування речовини	27
5.2 Опис поля у магнетиках	27
5.3 Умови для магнітного поля на межі двох магнетиків	30
5.4 Види магнетиків	32
ТЕМА 6 Електромагнітна індукція	36
6.1 Явище електромагнітної індукції	36
6.2 Індуктивність	37
6.3 Вихрові струми. Скін – ефект	38
6.4 Самоіндукція	39
6.5 Енергія магнітного поля	41
ТЕМА 7 Електромагнітне поле	42
7.1 Вихрове електричне поле	42
7.2 Струм зміщення	43
7.3 Рівняння Максвелла	44

РОЗДІЛ 2 КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ	45
ТЕМА 8 Гармонічні коливання	45
8.1 Коливальний рух	45
8.2 Гармонічні коливання	46
8.3 Вільні механічні гармонічні коливання	46
8.4 Вільні електромагнітні коливання у контурі без активного опору	47
8.5 Згаслі механічні коливання	48
8.6 Згаслі електромагнітні коливання	49
8.7 Вимушені коливання	49
ТЕМА 9 Хвилі	51
9.1 Хвилі і їх характеристики	51
9.2 Формула пласкої хвилі	52
9.3 Хвильове рівняння	53
9.4 Електромагнітні хвилі	54
РОЗДІЛ 3 ОПТИКА	55
ТЕМА 10 Світло та його характеристики	55
10.1 Світло і його природа. Розділи оптики	55
10.2 Світлова хвиля	55
ТЕМА 11 Інтерференція світла	56
11.1 Поняття про інтерференцію	56
11.2 Умови для інтерференційних максимумів і мінімумів	58
11.3 Дослід Юнга	59
11.4 Інтерференція у тонких плівках	60
ТЕМА 12 Дифракція світла	62
12.1 Поняття про дифракцію. Принцип Гюйгенса	62
12.2 Принцип Гюйгенса – Френеля	63
12.3 Зони Френеля	64
12.4 Дифракція Френеля на круглому отворі	66
12.5 Дифракція Фраунгофера на щілині	67
12.6 Дифракційна ґратка	68
ТЕМА 13 Поляризація світла	69
13.1 Види поляризації	69
13.2 Поляризатори	71
13.3 Поляризація при відбитті та заломленні	72
13.4 Поляризація при подвійному променезаломленні	74
13.5 Штучне подвійне променезаломлення	76
ТЕМА 14 Теплове випромінювання	77
14.1 Характеристики теплового випромінювання	77
14.2 Закони теплового випромінювання	78
14.3 Формула Релея – Джинса	80
14.4 Формула Планка	81

ТЕМА 15 Фотони і їх властивості.....	83
15.1 Зовнішній фотоефект.....	83
15.2 Фотони.....	83
РОЗДІЛ 4 АТОМНА ФІЗИКА.....	84
ТЕМА 16 Квантово-механічний опис руху мікрочастинок.....	84
16.1 Гіпотеза де Бройля. Хвильові властивості речовини.....	84
16.2 Рівняння Шредінгера. Хвильова функція.....	85
ТЕМА 17 Квантово-механічна теорія атома.....	86
17.1 Атом водню.....	86
17.2 Багатоелектронні атоми.....	89
17.3 Спин електрона.....	90
17.4 Розподіл електронів в атомі по енергетичним рівням. Періодична система Менделєєва.....	91
ТЕМА 18 Молекули.....	94
18.1 Основні види міжатомного зв'язку.....	94
18.2 Енергія молекули.....	95
18.3 Спектри атомів і молекул.....	97
ТЕМА 19 Основи квантової теорії металів.....	98
19.1 Енергетичні зони. Поділ речовин на три класи.....	98
19.2 Розподіл Фермі. Енергія Фермі.....	101
ТЕМА 20 Напівпровідники.....	102
20.1 Види провідності.....	102
20.2 Напівпровідниковий діод.....	106
20.3 Внутрішній фотоефект (фотоопір).....	108
20.4 Фоторушійна сила (вентильний фотоефект).....	108
ТЕМА 21 Вимушене випромінювання. Лазери.....	111
21.1 Вимушене випромінювання.....	111
21.2 Посилення та послаблення світла.....	112
21.3 Лазери.....	114
21.4 Використання лазерів.....	116
Список використаної літератури.....	118

РОЗДІЛ 1 ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

ТЕМА 1 Сталий електричний струм

1.1 Електричний струм. Сила струму. Густина струму

Впорядкований рух вільна електричних зарядів називається електричним струмом. Впорядкований рух зарядів виникає під дією електричного поля.

Якщо за час Δt крізь поперечний переріз протікає заряд Δq , то середня сила струму за час Δt

$$i_{\text{сер}} = \frac{\Delta q}{\Delta t}, \quad (1.1)$$

Миттєва сила струму

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}, \quad (1 \text{ Кл/с} = 1 \text{ А}). \quad (1.2)$$

За напрям струму приймається напрям руху позитивних зарядів.

Перенесення негативних зарядів у одному напрямку еквівалентні перенесенню також позитивного заряду у протилежному напрямку. Тому визначення напрямку струму є справедливим і для металевих провідників, де носіями струму є вільні електрони.

Якщо у провіднику рухаються заряди обох знаків, сила струму

$$i = \frac{dq^+}{dt} + \frac{|dq^-|}{dt}.$$

Заряд у електричному струмі перебуває у двох рухах: тепловому хаотичному й упорядкованому: \vec{v} – швидкість хаотичного теплового руху, u – швидкість впорядкованого руху.

Середня швидкість заряду

$$\langle \vec{v} + \vec{u} \rangle = \langle \vec{v} \rangle + \langle \vec{u} \rangle = \langle \vec{u} \rangle, \text{ оскільки } \langle \vec{v} \rangle = 0, \text{ але } \langle \vec{u} \rangle \neq 0.$$

Якщо струм по поперечному перерізу розподіляється нерівномірно, то струм характеризується вектором густини струму:

$$\vec{j} = \frac{d\vec{i}}{ds_{\perp}}. \quad (1.3)$$

Знаючи густину струму, можна визначити силу струму:

$$i = \int_S \vec{j}_n ds, \quad (1.4)$$

де \vec{n} – нормаль до перерізу S .

1.2 Електрорушійна сила

Сили електричного поля переміщують позитивні заряди від точок з більшим потенціалом до точок з меншим потенціалом (тобто у напрямі зменшення потенціалу):

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi, \quad \vec{F} = q\vec{E} = -q(\vec{\nabla} \varphi).$$

У замкнутому колі поряд з ділянками з зменшенням потенціалу повинні мати місце і ділянки з збільшенням потенціалу. Переміщення позитивних зарядів на ділянках з збільшенням потенціалу можливо за допомогою сторонніх (тобто неелектричних) сил (рис. 1.1).

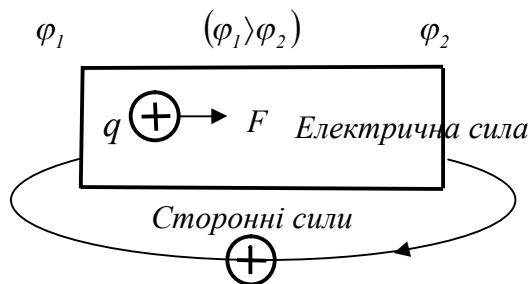


Рисунок 1.1 – Сили на різних ділянках кола

Сторонні сили можна характеризувати роботою по переміщенню одиничного заряду – це і є електрорушійна сила:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст. сил}}}{q}. \quad (1.5)$$

Сторонні сили діють у джерелі струму, у зовнішній частині кола – електричні сили (рис. 1.2).

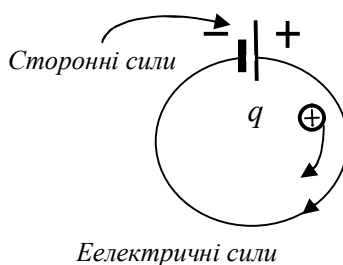


Рисунок 1.2 – Сили на різних ділянках кола

Джерело струму витрачає енергію на переміщення зарядів по замкнутому колу.

Розглянемо ділянку кола, яка має джерело струму (рис. 1.3).

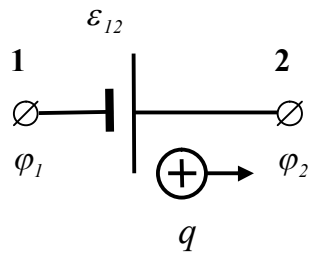


Рисунок 1.3 – Ділянка кола

Повна робота по переміщенню заряду q на ділянці становить

$$A_{12}^{повна} = A_{12}^{ел.} + A_{12}^{стор.} . \quad (1.6)$$

Розділимо на заряд q :

$$\frac{A_{12}^{повн.}}{q} = \frac{A_{12}^{ел.}}{q} + \frac{A_{12}^{стор.}}{q} ,$$

де $\frac{A_{12}^{повн.}}{q} = U_{12}$ – напруга на ділянці кола,

$$\frac{A_{12}^{ел.}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 - \text{різниця потенціалів на ділянці.}$$

Тоді

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12} \quad (1.7)$$

Напруга на ділянці кола дорівнює сумі різниці потенціалів і електрорушійної сили.

1.3 Закон Ома для однорідної ділянки кола

Однорідною називається ділянка кола, в якій не діють сторонні сили (рис. 1.4).

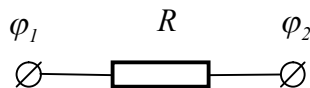


Рисунок 1.4 – Однорідна ділянка

Ом дослідно встановив, що

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} \quad (1.8)$$

Для циліндричних провідників опір $R = \rho \frac{l}{S}$,

де ρ – питомий опір (рис. 1.5).

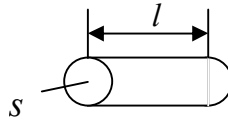


Рисунок 1.5 – Циліндричний провідник

Закон Ома можна записати у диференційній формі. Виокремимо у провіднику елементарний циліндричний об'єм dV уздовж напрямку вектора \vec{E} (рис. 1.6).

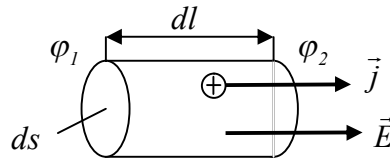


Рисунок 1.6 – Елементарний об'єм

$$I = jds, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = Edl, \quad R = \rho \frac{dl}{ds},$$

$$jds = \frac{ds}{\rho dl} Edl, \quad \vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E},$$

Підставивши ці вирази в закон Ома отримаємо диференційну форму

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (1.9)$$

де $\sigma = \frac{1}{\rho}$ – електропровідність.

Закон Ома у диференційній формі дозволяє диференційно (окремо) розглядати струм в різних точках поперечного перерізу провідника. Густина струму за поперечним перерізом змінюється також як і напруженість.

Зі збільшенням температури опір металевих провідників збільшується

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (1.10)$$

де α – температурний коефіцієнт опору (рис. 1.7).

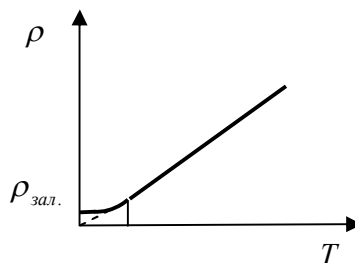


Рисунок 1.7 – Опір металевих провідників

Якщо $T = 0$ питомий опір до нуля не падає, а маємо $\rho_{зал.}$ (залишковий опір).

Залишковий опір залежить від різновиду металу і наявності механічних напружень.

Деякі метали (Pb, Sn, Zn, Al та інші) при $T < T_{кр}$ переходять в надпровідний стан, їх електричний опір дорівнює нулю.

1.4 Закон Джоуля – Ленца

При протіканні електричного струму по провідниках останні нагріваються, кількість виділеного у провіднику тепла визначається за законом Джоуля - для сталого струму.

$$Q = I^2 R t, \quad (1.11)$$

Для змінного струму час протікання струму розбиваємо на елементарні проміжки часу (рис. 1.8)

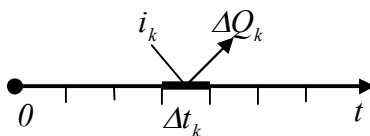


Рисунок 1.8 – Елементарні проміжки часу

Для k -го проміжку часу

$$\Delta Q_k = i_k^2 R_k \Delta t_k.$$

За весь час протікання струму

$$Q = \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \sum_{(k)} i_k^2 R_k \Delta t_k = \int_0^t i^2 R dt. \quad (1.12)$$

На координатній площині $(i^2 R, t)$ кількість виділеного тепла від миті t_1 до t_2 дорівнює площі криволінійної трапеції (рис. 1.9)

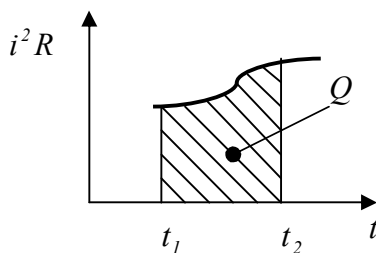


Рисунок 1.9 – Кількість виділеного тепла

Формула (1.12) визначає кількість тепла, що виділяється у всьому провіднику. Можна перейти до виразу, за яким визначають кількість тепла, виділеного в різних частинах провідника, до так званій диференційній формі закону Джоуля.

Виріжемо у провіднику вздовж вектора \vec{E} елементарний циліндричний об'єм dV (рис. 1.10), для якого

$$I = jds, R = \rho \frac{dl}{ds}.$$

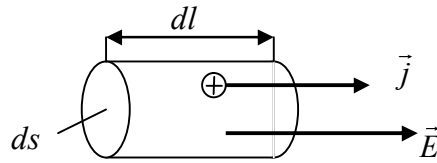


Рисунок 1.10 – Елементарний об'єм

В ньому за час dt виділяється тепло dQ

$$dQ = i^2 R dt = (jds)^2 \rho \frac{dl}{ds} dt = \rho j^2 dV dt,$$

де $dV = ds dl$. Оскільки $j = \sigma E$, то

$$dQ = \sigma E^2 dV dt,$$

де $\sigma = \frac{1}{\rho}$ - електропровідність..

Введемо $W = \frac{dQ}{dV dt}$ – питому потужність електричного струму, це

кількість теплоти, що виділяється у одиниці об'єму в одиницю часу $(Bm/m^3)_{CI}$. Тоді

$$W = \sigma E^2. \quad (1.13)$$

Формула (1.13) і є законом Джоуля в диференційній формі а саме: питома потужність електричного струму пропорційна квадрату напруженості електричного поля.

1.5 Закон Ома для неоднорідної ділянки кола

Неоднорідна ділянка – це ділянка, на якій діють сторонні сили, тобто містить джерело струму (рис. 1.11).

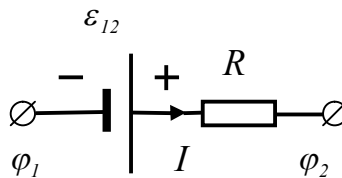


Рисунок 1.11 – Неоднорідна ділянка

Будьмо виходити із закону збереження енергії. Якщо провідник нерухомий, то робота всіх сил по переміщенню заряду dq йде на нагрівання

$$dA = dQ,$$

де

$$dA = dA_{\text{стор.}} + dA_{\text{ел.}},$$

$$dA = \varepsilon_{12} dq + (\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$dQ = I^2 R dt = IR(Idt) = IRdq,$$

оскільки. $I = \frac{dq}{dt}$.

Звідси

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12} = U_{12},$$

де U_{12} – напруга на ділянці. Остаточно:

$$I = \frac{U_{12}}{R} \quad (1.14)$$

Сила струму на неоднорідній ділянці кола прямо пропорційна напрузі на ділянці і обернено пропорційна електричному опору ділянки кола.

1.6 Розгалужені кола. Правила Кірхгофа

Вузлом називається точка кола, у якій збігаються більш ніж два провідники (рис. 1.12).

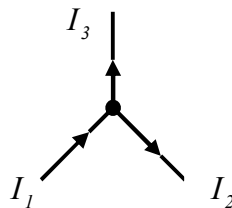


Рисунок 1.12 – Вузол

Щоб потенціал вузла у часі не змінювався, потрібно щоб виконувалась умова

$$\sum_{(\text{в вузлі})} I = 0 \quad (1.15)$$

Це і є перше правило Кірхгофа.

При цьому скільки зарядів за одиницю часу втікає в вузол, стільки і витікає, а його потенціал залишається незмінним, отже незмінними залишаються і струми в розгалуженому колі.

Виділимо замкнутий контур у розгалуженому колі й задамося напрямом його обігу (за годинниковою стрілкою або проти неї) (рис. 1.13).

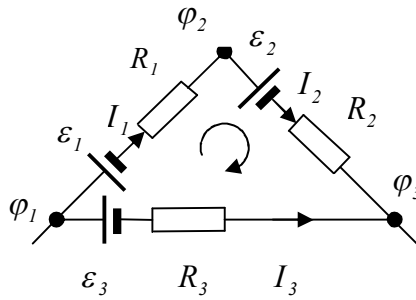


Рисунок 1.13 – Замкнений контур

Застосуємо для кожної ділянки контура закон Ома

$$I_1 R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1,$$

$$I_2 R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2,$$

$$I_3 R_3 = \varphi_3 - \varphi_1 + \varepsilon_3,$$

Підсумовуючи, отримуємо
$$\sum I_k R_k = \sum \varepsilon_k. \quad (1.16)$$

Це і є друге правило Кірхгофа.

При обігу по замкнутому контуру алгебраїчна сума добутків струмів на опори резисторів дорівнює алгебраїчній сумі ЄРС у цьому контурі.

Порядок розрахунку розгалуженого кола.

1. У кожній нерозгалуженій ділянці (гілці) довільно задаємо напрям струму і нумеруємо їх. Кількість невідомих струмів дорівнює кількості гілок у колі.
2. Складаємо $N - I$ рівняння за першим правилом (де N – кількість вузлів).
3. У колі виділяємо замкнуті контури і довільно задаємося напрямком їх обігу.
4. Складаємо рівняння за другим правилом. Якщо напрям обігу контуру збігається з напрямком струму $I_k R_k > 0$, якщо при обігу контуру переходимо в джерелі з мінусу на плюс, то $\varepsilon_k > 0$.
5. Загальна кількість рівнянь повинна дорівнювати кількості невідомих струмів.

ТЕМА 2 Елементарна класична теорія провідності металів

2.1 Головні положення

1. Електрони провідності у металі ведуть себе подібно до молекул ідеального газу, тобто уявляють собою електронний газ, який пронизує кристалічну ґратку металу.

2. На відміну від молекул газу, пробіг яких визначається співударами між молекулами, електрони провідності співударяються переважно не між собою, а з позитивними іонами, які утворюють кристалічну ґратку металу.

3. Ці зіткнення призводять до встановлення теплової рівноваги між електронним газом і кристалічною ґраткою.

4. На електронний газ можуть бути поширені результати кінетичної теорії газів.

Тоді для оцінки швидкості теплового руху електронів можна скористатися формулою:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}.$$

Для кімнатної температури ($\sim 300\text{ K}$)

$$\langle v \rangle \approx 10^5 \text{ м/с}.$$

При утворенні електричного поля в провіднику на тепловий рух електронів накладається впорядкований рух під дією поля з швидкістю \vec{u} . Величину цієї швидкості можливо оцінити відповідно до формули для густини струму

$$j = ne\langle u \rangle.$$

Максимальна густина струму для міді $j = 10 \text{ А/мм}^2 = 10^7 \text{ А/м}^2$, $n = 10^{23} \text{ 1/см}^3 = 10^{29} \text{ 1/м}^3$.

Тоді

$$\langle u \rangle = \frac{j}{en} = 10^{-3} \text{ м/с},$$

Тому повна швидкість дорівнює швидкості теплового руху

$$|\vec{v} + \vec{u}| = |\vec{v}|.$$

оскільки $u \ll v$. При цьому, впорядкований рух збільшує кінетичну енергію електронів E_k в середньому на

$$\langle \Delta E_e \rangle = \frac{m\langle u^2 \rangle}{2}.$$

2.2 Закон Ома

Можна вважати, що після чергового співудару електрона з іоном кристалічної ґратки, швидкість впорядкованого руху електрона дорівнює нулю (рис 1.14).

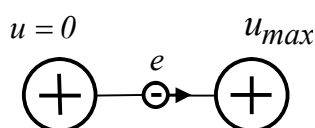


Рисунок 1.14 – Співудар електрона з іоном

До кінця пробігу швидкість упорядкованого руху досягає максимального значення

$$u_{\max} = a\tau,$$

де a – прискорення руху, $\tau = \frac{\lambda}{v}$ – середній час між двома послідовними співударами електрона з іонами ґратки.

Оскільки $a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$, то
$$u_{\max} = \frac{eE\lambda}{mv}$$

Швидкість впорядкованого руху u змінюється за час пробігу лінійно, тому її середнє значення

$$\langle u \rangle = \frac{1}{2} u_{\max} = \frac{eE\lambda}{2mv}.$$

Підставляючи $\langle u \rangle$ у формулу для j отримуємо:

$$j = ne\langle u \rangle = \frac{ne^2\lambda}{2mv} E \quad (1.17)$$

Якщо позначити $\frac{ne^2\lambda}{2mv} = \sigma$ – електропровідність, то отримаємо закон Ома у диференційній формі:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (1.18)$$

Отже, електричний опір металевих провідників обумовлений співударами вільних електронів з позитивними іонами кристалеві ґратки. Якщо б цих співударів не було, то довжина вільного пробігу λ і, відповідно, провідність були б нескінченно великі, а опір дорівнював би нулю.

2.3 Закон Джоуля

До кінця вільного пробігу електрон набуває від електричного поля додаткову кінетичну енергію

$$\Delta E_k = \frac{mu_{\max}^2}{2}$$

де $u_{\max} = \frac{eE\lambda}{mv}$ – максимальна швидкість упорядкованого руху електрона.

Тоді

$$\Delta E_k = \frac{e^2\lambda^2}{2mv^2} E^2.$$

Зіткнувшись з іоном кристалічної ґратки, електрон повністю передає цю енергію кристалічній ґратці. Ця енергія йде на збільшення внутрішньої енергії металу.

Кожний електрон за 1 с має в середньому кількість співударів з іонами

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{v}{\lambda}.$$

В одиниці об'єму за 1 с виділяється енергія

$$W = n\nu\Delta E_e = \frac{ne^2\lambda}{2m\nu} E^2 = \sigma E^2 \quad (1.19)$$

а це і є закон Джоуля в диференційній формі.

ТЕМА 3 Магнітне поле у вакуумі

3.1 Взаємодія струмів. Магнітне поле

Електричні струми взаємодіють між собою (див. рис. 1.15)

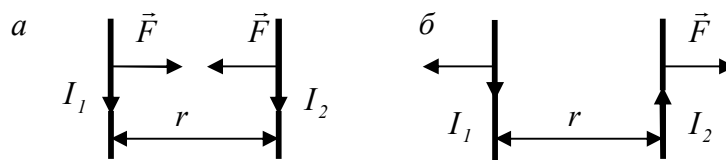


Рисунок 1.15 – Взаємодія струмів:

а – паралельні струми;

б – антипаралельні струми

Сила взаємодії

$$F = k \frac{I_1 I_2}{r} \quad (1.20)$$

у системі СІ $k = \frac{\mu_0}{4\pi}$,

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (Гн/м)

– магнітна стала.

Ця взаємодія не може бути пояснена за допомогою електричного поля. Взаємодія струмів відбувається за допомогою магнітного поля.

Магнітне поле – це форма матерії, яка утворюється зарядами, що рухаються, і діє на заряди, що рухаються.

Для дослідження магнітного поля використовують контур зі струмом малих розмірів (пробний контур). Орієнтація контура визначається за допомогою позитивної нормалі \vec{n} , яка пов'язана з напрямком струму за правилом свердлика (правого гвинта) (рис. 1.16).

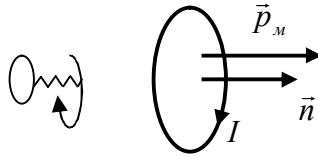


Рисунок 1.16 – Пробний контур

Головна характеристика контура – магнітний момент контуру

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (1.21)$$

де \vec{n} – одинична позитивна нормаль.

У магнітному полі на контур зі струмом діє обертальний момент сил \vec{M} , контур розвертається і займає рівноважне положення.

Силовa характеристика магнітного поля – вектор магнітної індукції \vec{B} :

$$\vec{B} = \frac{M_{max}}{p_m} \vec{n}_{рівн}, \quad (\text{Тл})_{\text{СИ}} \quad (1.22)$$

Магнітна індукція дорівнює відношенню максимального обертального моменту сил, що діють на контур, до магнітного моменту контуру. Напрямок \vec{B} визначається рівноважним положенням позитивної нормалі. Одиниця вимірювання – 1 Тесла (Тл) у СИ.

Зображуються магнітні поля за допомогою ліній магнітної індукції – це замкнуті лінії, у кожній точці яких вектор \vec{B} направлений по дотичній до лінії магнітної індукції. Напрямок ліній магнітної індукції пов'язаний із напрямом струму правилом свердлика (рис. 1.17, а).

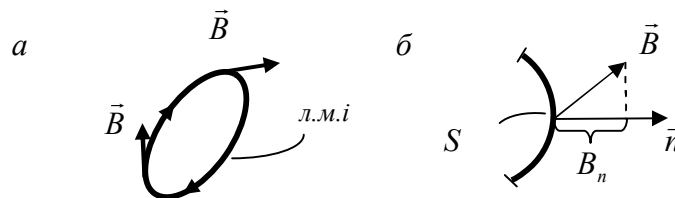


Рисунок 1.17 – Лінії магнітної індукції:

а – лінії магнітної індукції;

б – магнітний потік

Принцип суперпозиції для вектора магнітної індукції

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_N \quad (1.23)$$

Потік вектора магнітної індукції крізь поверхню \$S\$ (рис. 1.17)

$$\Phi = \int_S B_n dS = N_B \quad (1.24)$$

Для однорідного магнітного поля ($\vec{B} = const$) $B_n = const$ і пласкої поверхні магнітний потік визначається формулою (рис. 1.18):

$$\Phi = B_n S = BS \cos \alpha.$$

Одиниця вимірювання магнітного потоку – 1 Вебер (Вб), $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл м}^2$

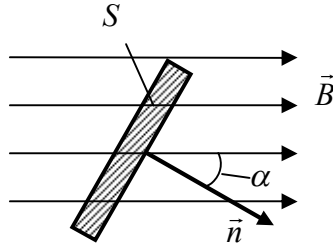


Рисунок 1.18 – Плaska поверхня

Потік вектора магнітної індукції крізь замкнуту поверхню дорівнює нулю

$$\oint_S B_n dS = 0, \quad (1.25)$$

оскільки лінії магнітної індукції замкнуті криві.

3.2 Закон Біо – Савара

Цей закон визначає магнітну індукцію, що породжується елементом струму $d\vec{l}$ (рис. 1.19):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I(d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}, \quad (1.26)$$

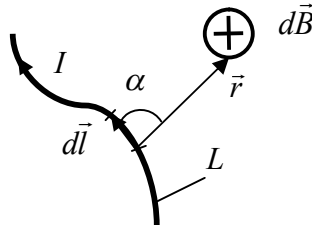


Рисунок 1.19 – Елемент струму

де $d\vec{B}$ – магнітна індукція, що утворює елемент струму $d\vec{l}$;

\vec{r} – радіус-вектор з елемента $d\vec{l}$ у точку спостереження.

У скалярному вигляді

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (1.27)$$

оскільки. $|d\vec{l} \times \vec{r}| = rdl \sin \alpha$ – векторний добуток.

Розбивши провідник зі струмом на елементи струму та використовуючи принцип суперпозиції, можна визначити магнітну індукцію \vec{B} , що утворюється у даній точці всім провідником

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B}. \quad (1.28)$$

Інтеграл у (1.28) береться за контуром, форма якого збігається з формою провідника.

3.3 Магнітна індукція прямолінійного струму

Усі $d\vec{B}$ від різних елементів струму мають однаковий напрям (рис. 1.20).

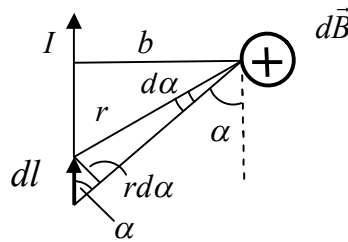


Рисунок 1.20 – Прямолінійний струм

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}; \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha},$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I b d\alpha \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha b^2} \sin \alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \sin \alpha d\alpha,$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (-\cos \alpha) \Big|_0^\pi,$$

і остаточно

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \quad (1.29)$$

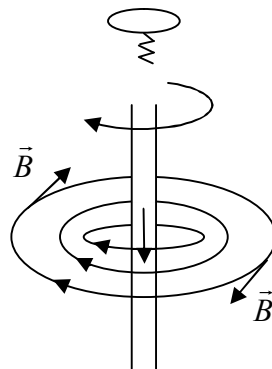


Рисунок 1.21 – Лінії магнітної індукції прямолінійного струму

Для обмеженого провідника

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_{\alpha_1}^{\pi - \alpha_2} \sin \alpha d\alpha.$$

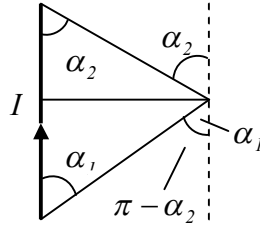


Рисунок 1.22 – Геометрія для формули (1.30)

Остаточно

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) \quad (1.30)$$

3.4 Магнітна індукція в центрі колового струму

Розглянемо струм, що тече по коловому провіднику радіусом R (рис. 1.23).

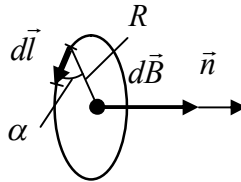


Рисунок 1.23 – Коловий струм

Для всіх елементів струму

$$r = R, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}, \quad dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{R^2}.$$

Індукція в центрі колового струму

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (1.31)$$

3.5 Циркуляція вектора магнітної індукції

Інтеграл $\oint_L \vec{B}_l dl$ називається циркуляцією вектора \vec{B} , де B_l – проекція вектора \vec{B} на вектор елемента інтегрування $d\vec{l}$ (на напрям дотичної до контуру) (рис. 1.24.)

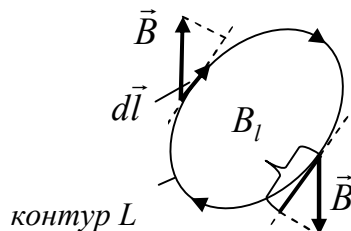


Рисунок 1.24 – Контур інтегрування

Розглянемо випадок, коли контур інтегрування L лежить у площині, яка перпендикулярна прямому струму I (рис. 1.25).

Тоді

$$dl_B = r d\alpha, \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

$$B_l dl = B dl_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\alpha,$$

$$\oint_L B_l dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint_L d\alpha,$$

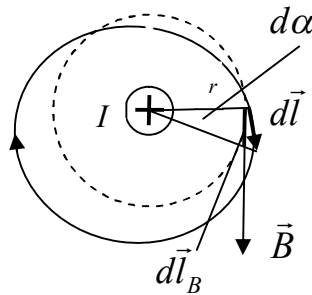


Рисунок 1.25 – Контур інтегрування

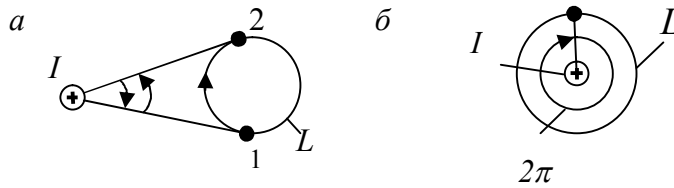


Рисунок 1.26 – Геометрія задачі:

а – контур не охоплює струм;

б – контур охоплює струм

$$\int_L d\alpha = \begin{cases} 2\pi \\ 0 \end{cases} \quad \text{– якщо контур } L \text{ не охоплює струм.}$$

Якщо під струмами розуміти тільки струми, які охоплюються контуром інтегрування, то

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 I \quad (1.32)$$

Якщо контур інтегрування охоплює кілька струмів

$$\oint B_l dl = \mu_0 \sum I \quad (1.33)$$

Це і є теорема про циркуляцію вектора \vec{B} .

При цьому позитивними вважаються струми, напрям яких пов'язаний з напрямом інтегрування правилом свердлика.

3.6 Поле соленоїда

Соленоїд – це котушка зі струмом. Застосуємо теорему про циркуляцію вектора \vec{B} . У якості контуру інтегрування візьмемо прямокутний контур (рис. 1.27)

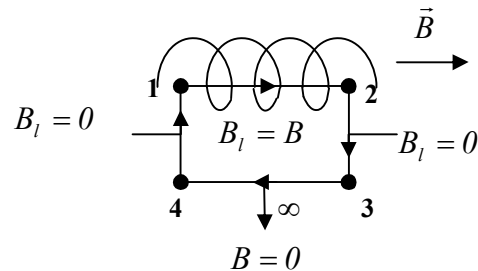


Рисунок 1.27 – Контур інтегрування

Вектор \vec{B} направлений уздовж осі соленоїда.

$$\oint_L B_l dl = \int_1^2 B_l dl + \int_2^3 B_l dl + \int_3^4 B_l dl + \int_4^1 B_l dl = Bl.$$

Тоді

$$\begin{aligned} Bl &= \mu_0 n l I, \\ B &= \mu_0 n I \text{ – в середині соленоїда,} \end{aligned} \quad (1.34)$$

де n – кількість витків на одиниці довжини ($n = N/l$);

$B = 0$ – поза (зовні) соленоїдом, оскільки при цьому контур не охоплює витків.

Для обмеженого соленоїда (довгий соленоїд) магнітне поле зображене на рисунку 1.28.

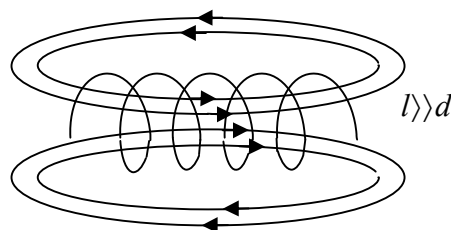


Рисунок 1.28 – Обмежений соленоїд

ТЕМА 4 Взаємодія струмів і частинок з магнітним полем

4.1 Сила, що діє на струм у магнітному полі. Закон Ампера

На елемент струму $d\vec{l}$ у магнітному полі діє сила $d\vec{F}$ (рис. 1.29)

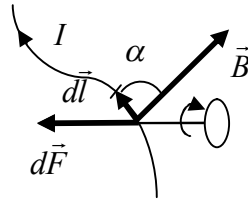


Рисунок 1.29 – Елемент струму

$$d\vec{F} = I(d\vec{l} \times \vec{B}) \quad (1.35)$$

– закон Ампера, або у скалярному вигляді

$$dF = IBdl \sin \alpha.$$

Напрямок сили визначається за правилом лівої руки: якщо розташувати ліву руку так щоб вектор \vec{B} входив у ладонь, чотири пальці направлені вздовж струму, то відігнутий великий палець дає напрям сили Ампера. Якщо розбити провідник на елементи струму, то можна визначити розподіл сили по провіднику.

4.2 Сила Лоренца

Сила, що діє на провідник з струмом у магнітному полі, обумовлена дією сил на окремі заряди, що рухаються у провіднику.

Виріжмо у провіднику елементарний об'єм dV (рис. 1.30)

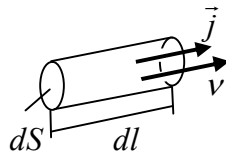


Рисунок 1.30 – Елементарний об'єм

$$I = jdS, \quad dV = dSdl,$$

$$d\vec{F} = I(d\vec{l} \times \vec{B}) = dSdl(\vec{j} \times \vec{B}) = (\vec{j} \times \vec{B})dV.$$

Сила, що діє на одиницю об'єму

$$\vec{F}_{од.об.} = \vec{j} \times \vec{B},$$

оскільки $\vec{j} = nq\vec{v}$, то

$$\vec{F}_{од.об.} = nq(\vec{v} \times \vec{B}).$$

Сила, що діє на заряд (сила Лоренца)

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}), \quad F_L = qvB \sin \alpha \quad (1.36)$$

Напрямок \vec{F}_L визначається за правилом свердлика (рис. 1.31).

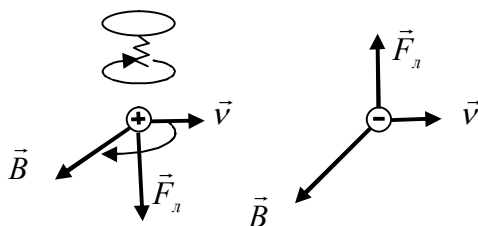


Рисунок 1.31 – Правило свердлика

Оскільки $\vec{F}_L \perp \vec{v}$, то вона ніякої роботи не виконує і змінити чисельне значення швидкості не може. Вона тільки змінює напрям вектора \vec{v} .

4.3 Рух зарядженої частинки у однорідному магнітному полі

а) Частинка влітає $\perp \vec{B}$ (рис. 1.32) Сила Лоренца $\vec{F}_L \perp \vec{v}$, тому ніякої роботи не виконує і енергію змінити не може.

Отже $v = \text{const}$ і швидкість змінюється тільки за напрямком.

Під дією сили Лоренца частинка набуває сталого нормального прискорення ($a_n = \text{const}$)

$$a_n = \frac{F_L}{m} = \frac{qvB}{m}, \quad a_n = \frac{v^2}{R}.$$

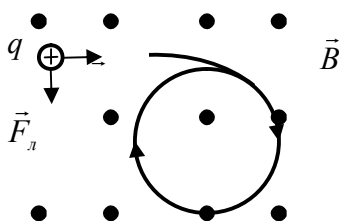


Рисунок 1.32—Частинка у магнітному полі

Звідсіля випливає, що радіус кривини траєкторії $R = \text{const}$, тобто це рівномірний рух по колу з радіусом

$$R = \frac{mv}{qB} \quad \text{і періодом} \quad T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (1.37)$$

Період обертання не залежить від швидкості.

б) Швидкість \vec{v} частинки утворює з вектором \vec{B} кут α (рис. 1.33)

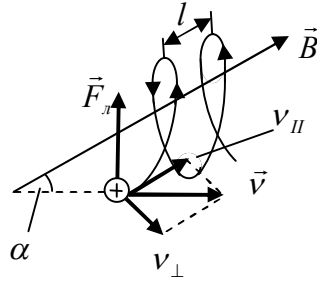


Рисунок 1.33 – Частинка у магнітному полі

тоді

$$v_{\perp} = v \sin \alpha,$$

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha.$$

Сила Лоренцо

$$F_{\vec{E}} = qvB \sin \alpha = qv_{\perp} B$$

і лежить у площині $\perp \vec{B}$.

Утворене нею прискорення є для v_{\perp} нормальним. Складник $F_{\vec{E}}$ уздовж \vec{B} дорівнює нулю, тому $v_{\parallel} = \text{const}$.

Результуючий рух є рухом по спіралі, вісь якої співпадає з \vec{B} .

$$\text{Радіус спіралі } R = \frac{mv_{\perp}}{qB}, \text{ крок спіралі } l = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m v_{\parallel}}{qB} \quad (1.38)$$

Використовується для магнітного фокусування.

4.4 Контур з струмом у магнітному полі

Розглянемо прямокутний плоский контур, розміщений у магнітному полі.

а) Вектор \vec{B} паралельний до площини контуру (рис. 1.34).

$$F = Iba.$$

Ці дві сили F утворюють пару сил з моментом

$$M = Fb = IabB = p_M B \quad (1.39)$$

де $p_M = Iab$ – магнітний момент контуру.

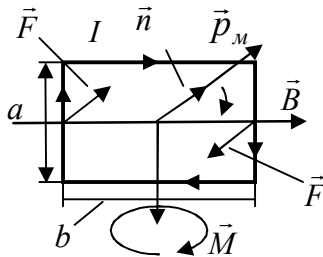


Рисунок 1.34 – Контур з струмом

Момент сил M розвертає контур так, щоб \vec{p}_M встановився паралельно \vec{B} .

b) Вектор \vec{B} паралельно \vec{p}_M (рис. 1.35)

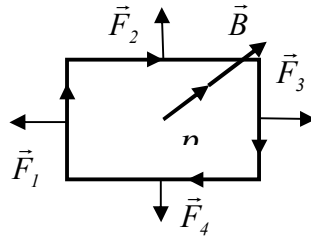


Рисунок 1.35 – Контур з струмом

$$F_1 = F_3 = Iba,$$

$$F_2 = F_4 = Ib b.$$

Моменти цих сил

$$M = 0,$$

оскільки. всі сили знаходяться у площині контуру. Настає стан рівноваги.

c) Довільна орієнтація контуру (рис. 1.36).

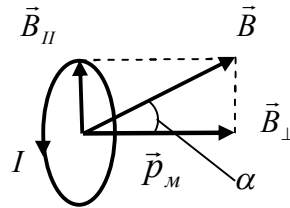


Рисунок 1.36 – Довільна орієнтація

Розкладемо вектор \vec{B} на два складники

$$\vec{B} = \vec{B}_{\perp} + \vec{B}_{\parallel},$$

де \vec{B}_{\perp} – обумовлює сили, що розтягують, або стискають контур;

\vec{B}_{\parallel} – утворює обертальний момент M .

$$M = p_M B_{\parallel} = p_M B \sin \alpha,$$

або у векторному вигляді

$$\vec{M} = \vec{p}_M \times \vec{B}. \quad (1.40)$$

Формула (1.40) визначає обертальний момент сил, що діє на контур з струмом у магнітному полі.

Контур розвертається доки \vec{B} встановиться паралельно \vec{p}_M .

4.5 Робота при переміщенні струму у магнітному полі

a) Робота при переміщенні провідника з струмом у магнітному полі.

Розглянемо контур, у якому одна сторона може вільно переміщуватися.

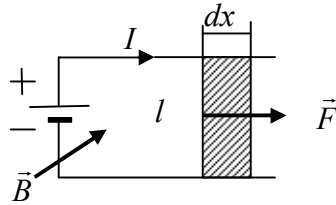


Рисунок 1.37 – Контур у магнітному полі

На цю сторону діє сила

$$F = IBl.$$

dA – робота сили F на переміщенні dx

$$dA = Fdx = IBldx = IBds,$$

$$dA = Id\Phi, \text{ де } d\Phi = BdS.$$

Інтегруючи отримуємо

$$A = I\Phi \quad (1.41)$$

де Φ – магнітний потік, який перетинає провідник при своєму русі.

b) Робота при переміщенні контуру з струмом у магнітному полі.

Розіб'ємо контур на провідники 1 і 2 (рис. 1.38). Сили, які прикладені до провідника 1 утворюють з напрямом переміщення гострі кути, тоді робота по переміщенню провідника 1 позитивна

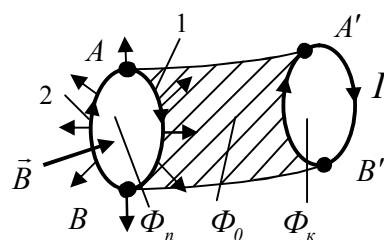


Рисунок 1.38 – Геометрія задачі

$$A_1 = I(\Phi_0 + \Phi_\epsilon).$$

Сили, що прикладені до частини 2 утворюють з напрямом переміщення тупі кути і їхня робота $A_2 < 0$:

$$A_2 = -I(\Phi_0 + \Phi_n).$$

Робота з переміщення контуру

$$A = A_1 + A_2 = I(\Phi_0 + \Phi_\kappa) - I(\Phi_0 + \Phi_n) = I(\Phi_\kappa - \Phi_n),$$

$$A = I\Delta\Phi \quad (1.42)$$

де $\Delta\Phi = \Phi_\kappa - \Phi_n$ – приріст магнітного потоку крізь контур при переміщенні.

ТЕМА 5 Магнітне поле у речовині

5.1 Намагнічування речовини

Будь-яка речовина є магнетиком, тобто здатна під дією магнітного поля отримувати магнітний момент (намагнічуватися). Намагнічена речовина створює власне поле з індукцією \vec{B}' , яке накладається на утворене струмами зовнішнє магнітне поле \vec{B}_0

Поле у речовині $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$.

Намагнічування магнетика характеризується намагніченістю \vec{J} – магнітним моментом одиниці об'єму

$$\vec{J} = \frac{\sum_{(\Delta V)} \vec{p}_m}{\Delta V}, \quad (1.43)$$

де \vec{p}_m – магнітні моменти молекул.

Для пояснення намагнічування тіл Ампер припустив, що у молекулах циркулюють колові молекулярні струми з магнітними моментами \vec{p}_i . Унаслідок хаотичної орієнтації магнітних моментів окремих молекул магнітний момент тіла у відсутності зовнішнього магнітного поля дорівнює нулю (рис. 1.39).

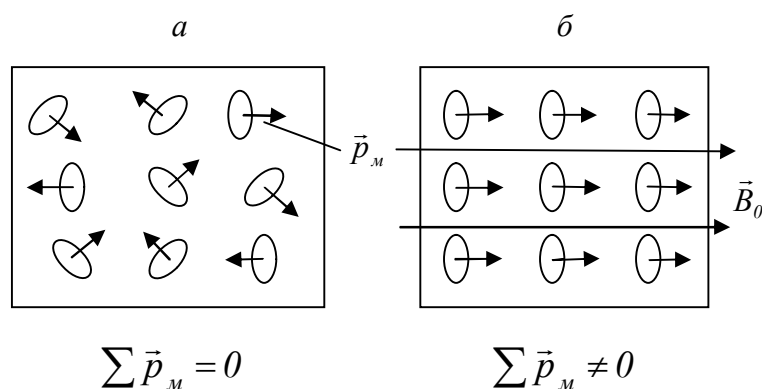


Рисунок 1.39 – Орієнтація молекулярних струмів:

а – без магнітного поля;

б – у магнітному полі

Під дією зовнішнього магнітного поля магнітні моменти молекул набувають упорядковану орієнтацію вздовж зовнішнього магнітного поля \vec{B}_0 і магнітний момент тіла стає відмінним від нуля. У цьому і полягає гіпотеза Ампера стосовно намагнічування речовини.

5.2 Опис поля у магнетиках

Циркуляція вектора \vec{B} у речовині записується у вигляді

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \sum I + \mu_0 \sum I_m, \quad (1.44)$$

де $\sum I$ – відомі макроскопічні струми у провідниках, які утворюють зовнішнє поле \vec{B}_0 , $\sum I_m$ – невідомі мікроскопічні молекулярні струми, які утворюють поле намагніченої речовини \vec{B}' .

Таким чином, за формулою (1.44) вектор \vec{B} визначається через невідомі молекулярні струми $\sum I_m$, а ті зі свого боку визначаються через поле \vec{B} . Виникає замкнене коло. Це означає, що однією індукцією \vec{B} при опису поля в магнетиках не обійтися, потрібно ввести додаткові величини.

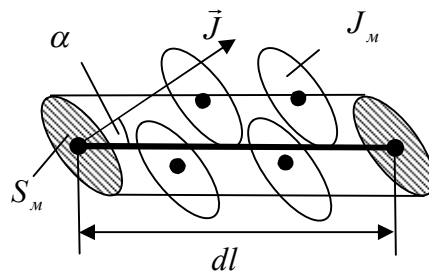


Рисунок 1.40 – Молекулярні струми

Визначимо суму молекулярних струмів $\sum I_m$, що охоплюються контуром інтегрування L .

Елемент dl перетинає ті молекулярні струми, центри яких лежать у циліндрі $S_m dl \cos \alpha$ (рис.1.40)

$$(\sum I_m)_{dl} = I_m n S_m dl \cos \alpha,$$

де $I_m S_m = p_m$ – магнітний момент молекулярного струму

$$(\sum I_m)_{dl} = n p_m dl \cos \alpha,$$

де

$$n p_m = J$$

– намагніченість,

$$(\sum I_m)_{dl} = J dl \cos \alpha = (J \cos \alpha) dl = J_l dl,$$

де $J_l = J \cos \alpha$.

Тоді сума молекулярних струмів, що охоплюється всім контуром інтегрування L

$$(\sum I_m)_L = \oint_L J_l dl$$

- де інтеграл у правій частині циркуляція намагніченості.

Підставляючи в формулу (1.44) маємо

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \sum I + \mu_0 \oint_L J_l dl,$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) dl = \sum I, \quad (1.45)$$

Величина, що стоїть у дужках визначається через відомі струми у провідниках, саме вона і повинна бути взята у якості додаткової величини для опису магнітного поля у речовині і вона називається напруженістю

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (1.46)$$

Для напруженості циркуляція дорівнює сумі відомих струмів

$$\oint_L H_l dl = \sum I, \quad (1.47)$$

У вакуумі $J = 0$ і $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

Як свідчить досвід у речовині

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

де χ – магнітна сприйнятливість.

Тоді

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H} \rightarrow \vec{H} = \frac{B}{\mu_0(1 + \chi)}.$$

Введемо $\mu = 1 + \chi$ – відносну магнітну проникність. Тоді

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (1.48)$$

– у речовині.

Оскільки. у вакуумі $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, то $\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$.

Підставляючи в (1.48) отримуємо

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \mu \vec{B}_0,$$

Звідси

$$\mu = \frac{B}{B_0}, \quad (1.49)$$

Тобто μ показує у кілька разів індукція \vec{B} у речовині більше ніж індукція поза речовиною у вакуумі \vec{B}_0 . Отже, для опису магнітного поля у речовині крім індукції \vec{B} вводяться ще дві величини: напруженість \vec{H} і відносна магнітна проникність μ .

5.3 Умови для магнітного поля на межі двох магнетиків

Кількість ліній магнітної індукції, перетинаючи площинку ds дорівнює

$$dN = B_n ds.$$

Візьмемо ds на межі розподілу двох середовищ з μ_1 і μ_2 (рис. 1.41).

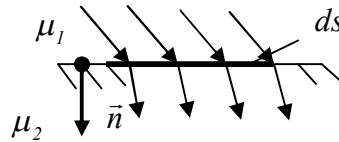


Рисунок 1.41 – Лінії магнітної індукції

Лінії магнітної індукції безперервні, тому $N_1 = N_2$

$$B_{1n}ds = B_{2n}ds,$$

звідки

$$B_{1n} = B_{2n}. \quad (1.50)$$

Таким чином при переході крізь межу розподілу двох магнетиків нормальна складова \vec{B} залишається незмінною.

Оскільки $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, то

$$\begin{aligned} \mu_1 H_{1n} &= \mu_2 H_{2n} \\ \frac{H_{1n}}{H_{2n}} &= \frac{\mu_2}{\mu_1}, \end{aligned} \quad (1.51)$$

Тепер візьмемо на межі магнетиків прямокутний контур і підрахуємо для нього циркуляцію вектора \vec{H} (рис. 1.42).

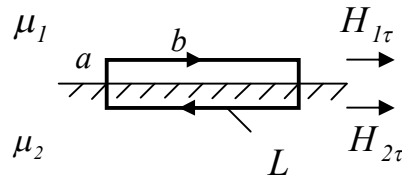


Рисунок 1.42 – Контур на межі розподілу

Ширину контуру a візьмемо настільки маленькою, що внеском сторони a можливо знехтувати. Тоді

$$\oint_L H_l dl = bH_{1\tau} - bH_{2\tau} = 0.$$

Оскільки контур не охоплює струмів, маємо

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}. \quad (1.52)$$

Отже, при переході крізь межу розподілу двох магнетиків, тангенціальна складова напруженості залишається безперервною. Оскільки

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}; \text{ то } \frac{B_{1\tau}}{\mu_1} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_2}; \text{ і } \frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad (1.53)$$

Відношення тангенсів кутів падіння ліній індукції на межу розподілу (рис. 1.43, а)

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{B_{1\tau} / B_{1n}}{B_{2\tau} / B_{2n}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

При переході у магнетик з більшою μ лінії магнітної індукції відхиляються від нормалі до поверхні, що призводить до скупчення ліній (рис.1.43, б).

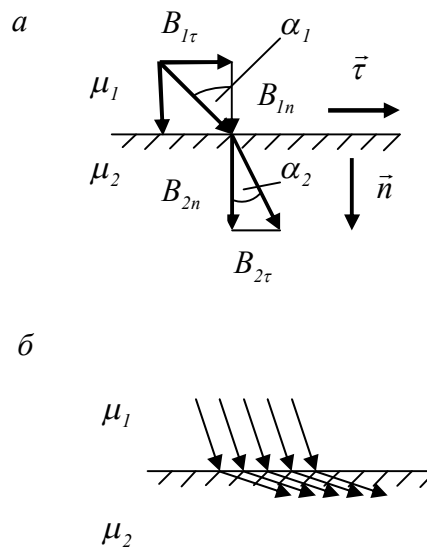


Рисунок 1.43 – На межі розподілу:

а – лінії магнітної індукції;

б – скупчення ліній

Скупчення ліній B у речовині з великою μ дає можливість формувати магнітні потоки, тобто надавати їм необхідну форму та напрям. Магнітопроводи виробляються з феромагнетиків.

5.4 Види магнетиків

В залежності від магнітної проникності всі речовини можна поділити на три групи:

- 1) діамагнетики, для них $\mu < 1$,
- 2) парамагнетики, для них $\mu > 1$,
- 3) феромагнетики, для них $\mu = f(H)$, $\mu_{\max} \gg 1$.

5.4.1 Діамагнетики

Це речовини, магнітні моменти атомів яких дорівнюють нулю ($\vec{p}_m = 0$). Під дією зовнішнього магнітного поля відбувається прецесія електронних

орбіт, що призводить до виникнення індукційного магнітного моменту \vec{p}_i , напрям якого протилежний до зовнішнього магнітного поля \vec{B}_0 (рис. 1.44).

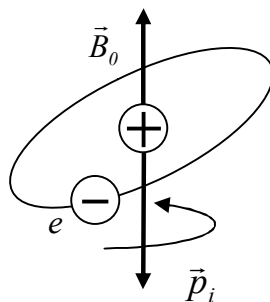


Рисунок 1.44 – Прецесія електронних орбіт

В результаті у речовині (рис. 1.45)

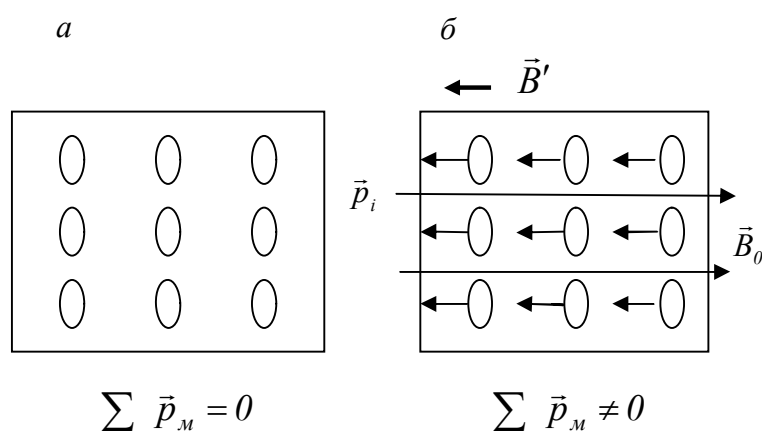


Рисунок 1.45 – Сумарний магнітний момент у речовині:

a – без магнітного поля;

б – у магнітному полі

Магнітна індукція намагніченої речовини \vec{B}' направлена назустріч зовнішньому магнітному полю

$$B = B_0 - B', \quad B < B_0 \quad \text{і} \quad \mu < 1.$$

У результаті діамagnetики трохи послаблюють зовнішнє поле в середині.
Приклади: вода, мідь та інші.

5.4.2 Парамагнетики

Якщо магнітний момент атома відмінний від нуля, то магнетик називається парамагнетиком ($\vec{p}_m \text{ атому} \neq 0$). У відсутності магнітного поля магнітні моменти атомів розташовані хаотично і їх сумарний момент дорівнює нулю (рис. 1.46a) Зовнішнє магнітне поле \vec{B}_0 намагається встановити магнітні моменти атомів вздовж \vec{B}_0 . Одночасно виникають індукційні магнітні моменти у напрямку протилежному \vec{B}_0 . Результуючий магнітний момент направлений

уздовж \vec{B}_0 , тому і індукція намагніченої речовини \vec{B}' направлена вздовж \vec{B}_0 (рис. 1.46, б).

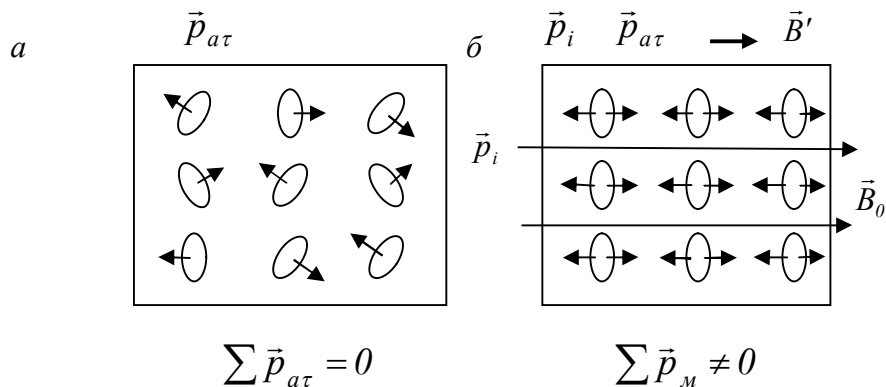


Рисунок 1.46 – Магнітна індукція у речовині:
а – сумарний магнітний момент без магнітного поля;
б – сумарний магнітний момент у магнітному полі

У результаті індукція в середині парамагнетика

$$B = B_0 + B', \quad B > B_0 \quad \text{і} \quad \mu > 1.$$

Унаслідок парамагнетика трохи підсилюють магнітне поле. До них належать алюміній, платина та інші.

5.4.3 Феромагнетики

Це речовини, які здатні мати намагніченість у відсутності магнітного поля (залізо, нікель, кобальт, та їх сплави). Вони сильно намагнічуються і у багато разів підсилюють зовнішнє магнітне поле, тому для них $\mu \gg 1$.

Намагніченість феромагнетиків залежить від напруженості \vec{H} . При збільшенні напруженості намагніченість сягає насиченості (див рис.1.47а).

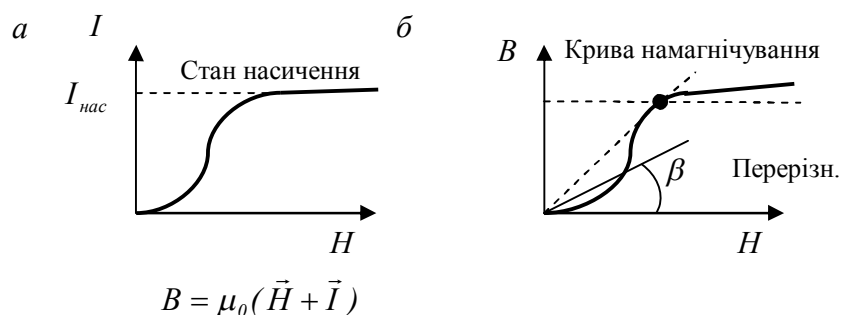


Рисунок 1.47 – Намагніченість феромагнетиків:
а – стан насичення;
б – крива намагнічування

При досягненні насичення $B = \mu_0 H + const$, де $const = \mu_0 I_{нас}$. Тангенс кута нахилу перерізної на кривій намагнічування $tg\beta = \frac{B}{H} = \mu\mu_0$, тобто зі зміною H як змінюється $tg\beta$, також змінюється і відносна магнітна проникність μ . Максимальне μ там, де перерізна перетворюється на дотичну (рис. 1.48, а).

$$\mu = 1 + \chi = 1 + \frac{I}{H}.$$

При проходженні максимуму $\mu \rightarrow I$, оскільки I сягає насичення (рис. 1.47, а).

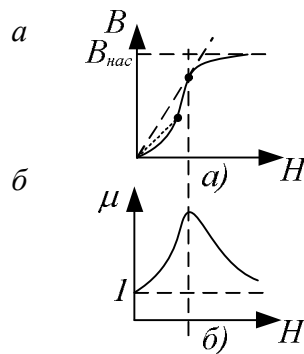


Рисунок 1.48 – Магнітна індукція і відносна магнітна проникність:

а – крива намагнічування;

б – відносна магнітна проникність

Крім нелінійної залежності між B і H , у феромагнетиках спостерігається гістерезис між цими двома величинами (рис. 1.49).

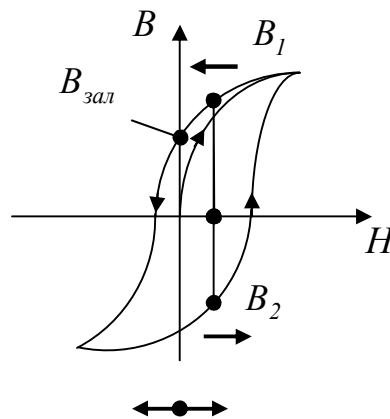


Рисунок 1.49 – Петля гістерезисна

При перемагнічуванні феромагнетику точка, що описує залежність B від H , описує петлю проти годинникової стрілки. Таким чином B залежить не тільки від величини H , але і від напрямку зміни H (це і є явище гістерезису). На рисунку 1.49 заданому значенню H відповідає B_1 , якщо H зменшується, і B_2 – якщо H збільшується.

За певних умов у кристалах виникають сили, що змушують магнітні моменти електронів вишикуватися паралельно один одному. Виникають області з внутрішньою впорядкованістю магнітних моментів електронів. Вони називаються доменами та мають розміри $\sim 10^{-4} - 10^{-3}$ см.

Відповідальними за магнітні властивості феромагнетиків є власні (спінові) магнітні моменти електронів.

У межах кожного домену феромагнетик спонтанно намагнічений до насичення. Напрями цих моментів для різних доменів різні, так що у відсутності зовнішнього магнітного поля сумарний магнітний момент всього феромагнетика дорівнює нулю (рис. 1.50, а).

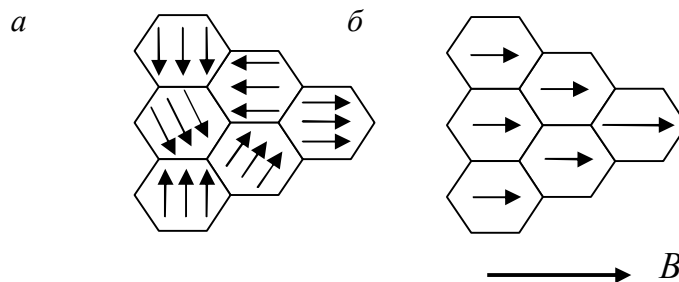


Рисунок 1.50 – Доменна структура:

а – без магнітного поля;

б – у магнітному полі

У зовнішньому полі має місце поворот магнітних моментів доменів та розташування у напрямку зовнішнього магнітного поля (рис. 1.50, б).

При цьому магнітні моменти електронів у межах домену обертаються одночасно без порушення їх строгої паралельності.

При нагріванні до певної температури (точка Кюрі) доменна структура розсипається і феромагнетик перетворюється на парамагнетик. Для Fe $T_c = 768^\circ C$, Ni – $T_c = 365^\circ C$.

ТЕМА 6 Електромагнітна індукція

6.1 Явище електромагнітної індукції

У будь-якому замкнутому контурі при зміні магнітного потоку виникає ЕРС індукції i , отже, електричний струм (він називається індукційним). Це явище і називається електромагнітною індукцією (рис. 1.51).

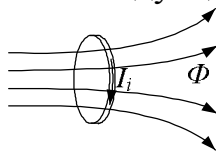


Рисунок 1.51 – Контур у магнітному полі

Величина індукційного струму не залежить від способу, яким змінюється магнітний потік і визначається тільки швидкістю його зміни.

За законом Фарадея

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.54)$$

Напряг індукційного струму визначається правилом Ленца – індукційний струм направлений так, що своїм магнітним полем перешкоджає зміні магнітного потоку, що його породжує (рис. 1.52).

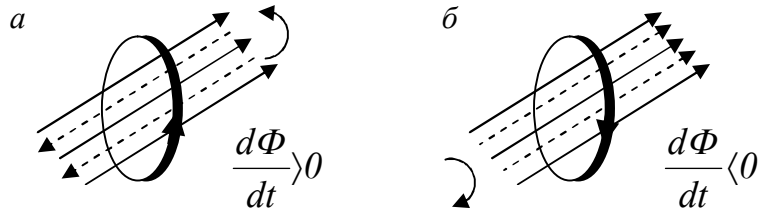


Рисунок 1.52 – Напряг індукційного струму:

а – магнітний потік збільшується;

б – магнітний потік зменшується

На рисунку 1.52 суцільні лінії – зовнішній магнітний потік, пунктирні лінії – магнітне поле індукційного струму.

Якщо контур складається не з одного витка, а з N витків, з'єднаних послідовно, то

$$E_i = -\frac{d}{dt} \left(\sum_{i=1}^N \Phi_i \right) = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad (1.55)$$

де $\sum_{i=1}^N \Phi_i = \Psi$ – повний магнітний потік.

Якщо всі витки однакові, то $\Psi = N\Phi$, де Φ – магнітний потік крізь один виток.

Явище електромагнітної індукції свідчить про те, що зміна магнітного поля викликає появу електричного поля, яке на відміну від поля породженого зарядами отримало назву вихрового. Наявність контуру лише дозволяє виявити за виникненням у ньому індукційного струму наявність вихрового електричного поля.

6.2 Індуктивність

Магнітний потік, який утворюється контуром, пропорційний струму, що тече по контуру (рис. 1.53).

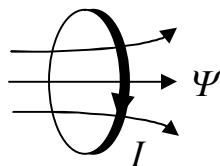


Рисунок 1.53 – Контур з струмом

$$\Psi = LI. \quad (1.56)$$

Коефіцієнт пропорційності L має назву індуктивності.

Індуктивність характеризує здатність контуру утворювати магнітний потік. При сталій силі струму у контурі його індуктивність може змінюватися за рахунок форми і розмірів контуру. Отже, індуктивність залежить від форми, розмірів контуру і магнітних властивостей середовища, що оточує контур (відносної магнітній проникності μ). Одиниця вимірювання індуктивності в СІ 1 Генрі (Гн) – це індуктивність контуру, який при струмі 1 А утворює магнітний потік 1 Вб.

Підрахуємо індуктивність соленоїда. У соленоїді

$$B = \mu\mu_0 nI .$$

де n – кількість витків, що припадає на одиницю довжини соленоїда. Магнітний потік, що утворюється одним витком

$$\Phi = BS \cos \alpha , \alpha = 0 , \Phi = BS .$$

Введемо $N = nl$ – кількість витків соленоїда, l – довжина, n – кількість витків на 1 м (рис. 1.54).

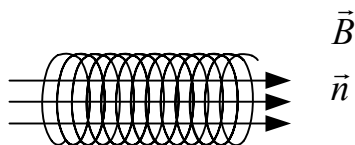


Рисунок 1.54 – Довгий соленоїд

Повний магнітний потік

$$\Psi = N\Phi = nlBS = \mu\mu_0 n^2 lSI . \quad (1.57)$$

Все, що стоїть перед I , це і є індуктивність соленоїда

$$L = \mu\mu_0 n^2 lS = \mu\mu_0 n^2 V , \quad (1.58)$$

де $V = Sl$ – об'єм соленоїда.

6.3 Вихрові струми. Скін-ефект

Індукційні струми можуть виникати і в суцільних металевих провідниках, які розміщено у змінному магнітному полі. У цьому випадку вони мають вигляд вихрів і тому називаються вихровими. Оскільки електричний опір суцільного провідника малий, то вихрові струми можуть досягати великих величин (рис. 1.55).

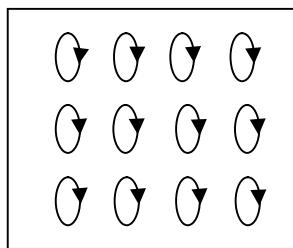


Рисунок 1.55 – Вихрові струми

Вихрові струми, як індукційні за природою струми підкоряються правилу Ленца – вони обирають у середині провідника такі траєкторії, щоб своєю дією можливо сильніше протидіяти зміні магнітного поля (тобто причині, які їх породжує). Тому, провідники, що рухаються у магнітному полі, гальмуються магнітним полем (причина – рух провідника).

Теплова дія вихрових струмів використовується:

- 1) в індукційних печах. Така піч уявляє собою тигель у котушці, яка живиться високочастотним струмом великої сили.
- 2) в індукторах (кільце з високочастотним струмом) – для розігрівання металевих деталей в різних технологічних процесах.

В багатьох випадках з вихровими струмами потрібно боротися – у осередках трансформаторів, електричних двигунів. Ці осередки набираються з тонких металевих пластин, електрично ізольованих одна від одної. Пластины розташовуються так, щоб можливі напрямки вихрових струмів перерізалися пластинами (рис. 1.56).

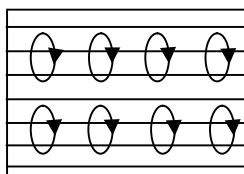


Рисунок 1.56 – Осереддя приладів

Вихрові струми виникають і у провідниках, по яким течуть змінні струми (рис. 1.57).

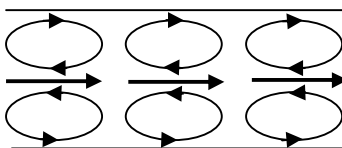


Рисунок 1.57 – Вихрові струми у провідниках

При цьому вони послаблюють струм у середині провідника та посилюють на поверхні (див. рис. 1.57). Унаслідок цього швидкозмінні струми витісняються на поверхню провідника (скін-ефект). Тому у високочастотних колах провідники виготовляються у вигляді трубок.

6.4 Самоіндукція

Електричний струм, який тече у контурі, утворює пронизуючий цей контур магнітний потік. При зміні струму буде змінюватися і магнітний потік і, отже, у контурі буде виникати ЕРС індукції. У цьому разі вона називається ЕРС самоіндукції. ЕРС самоіндукції дорівнює

$$E_s = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Li).$$

У разі відсутності феромагнетиків $L = \text{const}$

$$E_s = -L \frac{di}{dt} \quad (1.59)$$

Тобто ЕРС самоіндукції визначається швидкістю зміни струму у контурі.

Напрямок струму самоіндукції визначається за правилом Ленца – струм самоіндукції протидіє зміні струму у контурі: у разі збільшенні струму у контурі струм самоіндукції направлений назустріч і не дає йому збільшуватися, у разі зменшенні струму у контурі струм самоіндукції направлений у той самий бік і не дає йому зменшуватися (див. рис.1.58).

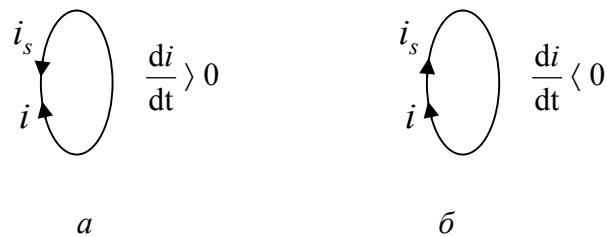


Рисунок 1.58 – Напрямок струму самоіндукції
а – зростання струму;
б – зменшення струму

Унаслідок самоіндукції встановлення струму при замиканні кола з індуктивністю і зменшення струму при розмиканні кола відбувається не миттєво, а поступово. Виникають перехідні процеси (рис. 1.59).

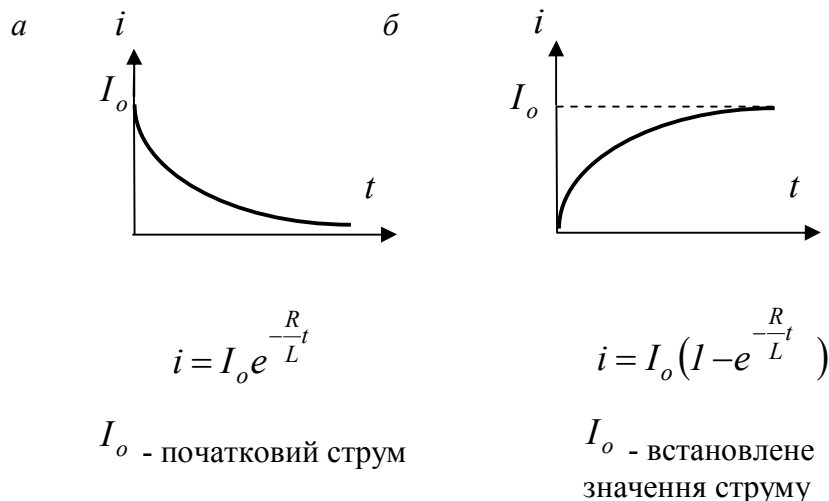


Рисунок 1.59 – Струм при замиканні і розмиканні кола:
а – розмикання кола;
б – замикання кола

6.5 Енергія магнітного поля

Розглянемо електричне коло, яке містить котушку індуктивності (рис. 1.60).

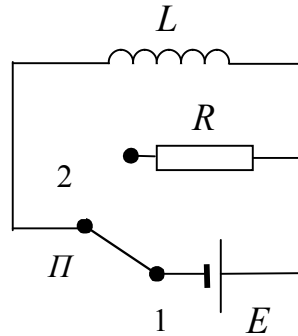


Рисунок 1.60 – Електричне коло з індуктивністю

1. Спочатку перемикач Π у положенні 1. У соленоїді встановиться струм I .
2. Якщо відімкнути джерело струму (перемикач у положенні 2), то у колі деякий час унаслідок самоіндукції буде протікати струм. Робота цього струму за час dt :

$$dA = E_s idt = -\frac{d\Psi}{dt} idt = -id\Psi,$$

Оскільки. $\Psi = Li$, $d\Psi = Ldi$, то
 $dA = -Lidi$.

Уся робота за час зникнення струму

$$A = -\int_I^0 Lidi = -L \int_I^0 idi = -\frac{Li^2}{2} \Big|_I^0 = \frac{LI^2}{2}.$$

Робота ця іде на приріст внутрішньої енергії провідників і супроводжується зникненням магнітного поля. Отже, магнітне поле є носієм енергії, за рахунок якої і виконується робота

$$A = W_i, \quad W_i = \frac{LI^2}{2}, \quad (1.60)$$

Формула (1.60) визначає енергію магнітного поля контуру зі струмом.

Виразимо енергію магнітного поля через параметри самого поля, а не контуру з струмом. Для цього розглянемо необмежений соленоїд

$$L = \mu\mu_0 n^2 V, \quad H = nI, \quad I = \frac{H}{n}$$

Тоді енергія соленоїда

$$W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V.$$

Оскільки магнітне поле соленоїда однорідне, можливо ввести густину енергії магнітного поля w

$$w_m = \frac{W_m}{V},$$

для якої

$$w_i = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (1.61)$$

Густина енергії w_m пропорційна до квадрату напруженості.

ТЕМА 7 Електромагнітне поле

7.1 Вихрове електричне поле

Індукційний струм обумовлений електричним полем, що виникає у контурі. Тобто змінне магнітне поле породжує електричне, яке позначимо \vec{E}_B

$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q}, \quad A_{cm} = \oint F_l dl = q \oint E_l^{cm} dl, \quad \vec{E}^{cm} = \vec{E}_B,$$

тоді

$$\varepsilon_i = \oint_L E_{Bl} dl, \quad (1.62)$$

тобто ЕРС індукції дорівнює циркуляції вектора \vec{E}_B .

З закону електромагнітної індукції маємо

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S B_n dS, \quad (1.63)$$

де інтеграл береться по будь-якій поверхні, яка спирається на контур L . Оскільки контур нерухомий, то операції диференціювання за часом і інтегрування по поверхні можна поміняти місцями

$$\frac{d}{dt} \int_S B_n dS = \int_S \left(\frac{d\vec{B}}{dt} \right)_n dS. \quad (1.64)$$

Тоді з (1) і (2) отримуємо

$$\oint_L E_{Bl} dl = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)_n dS. \quad (1.65)$$

Формула (4) встановлює зв'язок між змінним магнітним полем і вихровим електричним \vec{E}_B , що виникає.

Вихрове електричне поле \vec{E}_B істотно відрізняється від породженого нерухомими зарядами електростатичного поля \vec{E}_q . Електростатичне поле потенціальне, його лінії напруженості розімкнуті криві та циркуляція

$$\oint_L E_{ql} dl = 0. \quad (1.66)$$

Циркуляція вихрового поля відмінна від нуля, його лінії напруженості замкнуті криві.

У загальному випадку електричне поле можна визначити так:

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B.$$

Додавши (1.65) та (1.66) отримуємо остаточно

$$\oint_L E_l dl = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)_n dS. \quad (1.67)$$

Остання формула і встановлює зв'язок між змінним магнітним полем і електричним, що виникає при цьому.

7.2 Струм зміщення

Головна ідея Максвелла полягала в тому, що між електричним і магнітним полями має місце і зворотне співвідношення, тобто змінне у часі електричне поле породжує магнітне поле.

Для встановлення кількісних співвідношень між змінним електричним полем і магнітним полем, що виникає, Максвелл увів у розгляд так званий струм зміщення.

Розглянемо коло змінного струму, яке містить конденсатор (рис. 1.61).

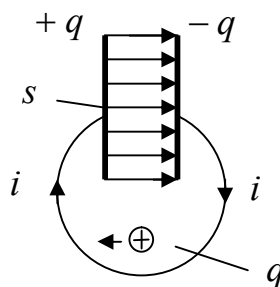


Рисунок 1.61 – Коло з конденсатором

Струм провідності має місце по всьому колу, крім зазору між обкладками конденсатора. Однак там існує електричне поле. Максвелл припустив, що в площинах розриву струму провідності лінії струму провідності безперервно переходять у лінії струму, який він назвав струмом зміщення.

Сила струму провідності становить

$$i = \frac{dq}{dt} = \dot{q}.$$

Густина струму провідності на обкладинках дорівнює

$$j_{np} = \frac{i}{s} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{s} \right) = \frac{d\sigma}{dt} = \dot{\sigma},$$

де s – площа обкладинок, q – заряд обкладинки.

У площині розриву

$$j_{np} = j_{зм} = \dot{\sigma}. \quad (1.68)$$

Виразимо $j_{зм}$ через параметри електричного поля в зазорі. Електричне поле в зазорі визначається вектором електричного зміщення

$$D = \varepsilon_0 E_0 = \varepsilon_0 \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \sigma,$$

Звідси $\dot{\sigma} = \dot{D}$ і густина струму зміщення становить

$$j_{зм} = \dot{D} = \frac{dD}{dt}. \quad (1.69)$$

З усіх фізичних властивостей, які притаманні струму провідності, Максвелл приписав струму зміщення тільки одну – здатність утворювати магнітне поле.

Згідно з Максвеллом при розрахунку магнітних полів у формули необхідно підставляти повну густина струму

$$\vec{j}_{нов} = \vec{j}_{np} + \vec{j}_{зм} = \vec{j}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Тоді циркуляція вектора \vec{H} по будь-якому контуру становить

$$\oint_L H_l dl = \oint_S (\vec{j}_{нов})_n ds = \oint_S \left(\vec{j}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)_n dS. \quad (1.70)$$

Ця формула і встановлює зв'язок між змінним електричним полем і магнітним полем, що виникає при цьому.

Згідно з формулою (1.70) струм зміщення є всюди, де є змінне електричне поле. Отже він існує і в середині провідника, по якому тече змінний електричний струм. Однак у середині провідників

$$j_{зм} \ll j_{np}$$

і його можна не враховувати.

7.3 Рівняння Максвелла

Основу теорії електромагнітного поля утворюють дві пари рівнянь Максвелла. Перша пара

$$\oint_L E_l dl = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)_n dS, \quad (1.71)$$

$$\oint_S B_n dS = 0. \quad (1.72)$$

Рівняння (1.71) є законом електромагнітної індукції. Рівняння (1.72) відбиває ту властивість, що лінії магнітної індукції замкнуті криві.

Друга пара

$$\oint_L H_l dl = \int_S j_n dS + \int_S \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)_n dS, \quad (1.73)$$

$$\oint_S D_n dS = \int_V \rho dV. \quad (1.74)$$

Рівняння (1.73) встановлює зв'язок між струмами провідності й зміщення та породженим магнітним полем. Рівняння (1.74) показує, що лінії вектора \vec{D} разомкнуті криві. Усі властивості електромагнітного поля містяться у цих рівняннях у неявному вигляді.

РОЗДІЛ 2 КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

ТЕМА 8 Гармонічні коливання

8.1 Коливальний рух

Коливаннями називаються періодичні процеси при яких коливальна система по чергові проходить так званий стан рівноваги.

В залежності від фізичної природи розділяють коливання: механічні, електромагнітні, електромеханічні та інші.

Коливання широко поширені у природі та техніці. В багатьох випадках вони відіграють негативну роль (коливання мостів, корпусу корабля, крил літака, тощо.). В інших випадках вони лежать в основі різних областей техніки – так уся радіотехніка заснована на електромагнітних коливаннях.

В залежності від характеру впливу сил коливання підрозділяються:

1. Вільні коливання – це коливання в системі, яку виведено з положення рівноваги та вона надана сама собі.

2. Вимушені коливання – це коливання, які виникають у коливальній системі під дією зовнішньої періодичної сили.

3. Автоколивання – вони, як і вимушені, виникають під дією зовнішньої сили, однак моменти часу, коли відбувається ця дія, задаються самою коливальною системою.

4. Параметричні коливання – при цьому внаслідок зовнішньої дії відбувається періодична зміна якого-небудь параметра системи.

8.2 Гармонічні коливання

Найпростішими є гармонічні коливання, при яких величина, що описує коливальний процес, змінюється у часі за законом синуса або косінуса.

$$\xi = \xi_m \cos(\omega t + \alpha), \quad (2.1)$$

де ξ – поточне значення коливальної величини,

ξ_m – максимальне її значення (амплітуда),

$\omega t + \alpha$ – фаза коливання,

α – початкова фаза,

ω – циклічна частота, $\omega = 2\pi\nu$,

ν – частота коливань, $\nu = \frac{1}{T}$,

T – період коливань.

У якості величини ξ можуть бути (рис. 2.1)

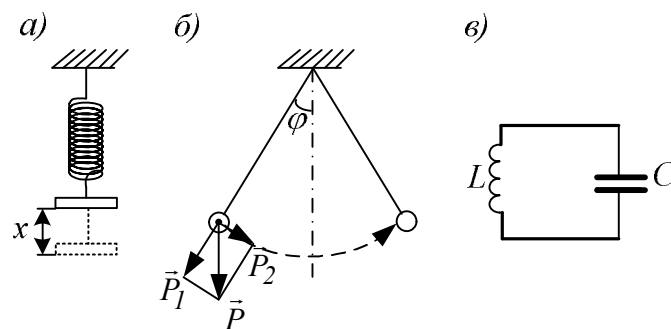


Рисунок 2.1 – Приклади коливальних систем:

а – коливання на пружинці;

б – математичний маятник;

в – коливальний контур

$$\xi = \{x, \varphi, q, U_c, i, E, H\},$$

де x – зміщення тіла від положення рівноваги,

φ – кут відхилення,

q – заряд на конденсаторі,

U_c – напруга на конденсаторі.

8.3 Вільні механічні гармонічні коливання

Вони відбуваються в коливальній системі під дією квазіпружної сили

$$F = -kx.$$

Ця сила пропорційна зміщенню від стану рівноваги і завжди спрямована до положення рівноваги.

Рівняння руху

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -kx, \\ \ddot{x} + \omega_0^2 x &= 0, \end{aligned} \quad (2.2)$$

де $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ – циклічна частота коливань.

Рішення рівняння руху

$$x = a \cos(\omega_0 t + \alpha). \quad (2.3)$$

Період вільних коливань

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

8.4 Вільні електромагнітні коливання у контурі без активного опору

Коливання виникають після заряду конденсатора та від'єднання його від джерела. Різні фази коливань показано на рисунку 2.2.

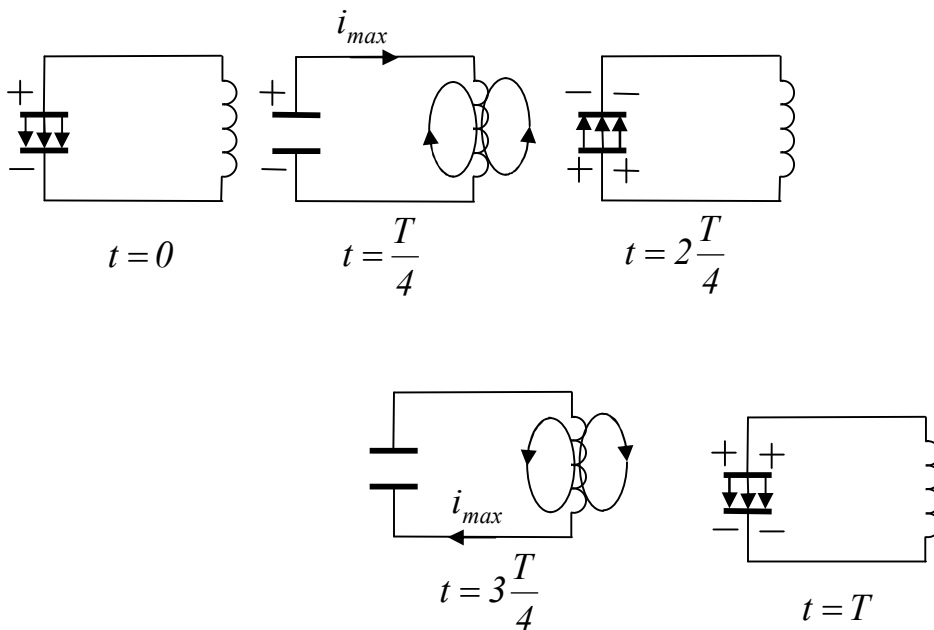


Рисунок 2.2 – Фази коливань

Після зарядки конденсатора починається його розряд. Енергія електричного поля конденсатора і магнітного поля котушки

$$W_e = \frac{q^2}{2C}, \quad W_m = \frac{Li^2}{2}.$$

Оскільки $R = 0$, то повна енергія

$$W = W_e + W_m = \text{const}.$$

Тому, коли заряд на конденсаторі стає $q = 0$, то струм досягає максимального значення. Потім, унаслідок самоіндукції, починається перезарядка

конденсатора, і, коли струм обертається у нуль, заряд сягає максимального значення. Потім все повторюється в зворотньому напрямку.

За час коливань зовнішня напруга до конденсатора не прикладена, тому з другого правила Кірхгофа

$$U_L + U_C = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{c} = 0, \quad \ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0, \quad \ddot{q} + \omega_0^2 q = 0, \quad (2.4)$$

де $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, період коливань:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \text{ – формула Томпсона.}$$

Рішення рівняння (2.4)

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad U_c = \frac{q_m}{c} \cos(\omega_0 t + \alpha).$$

8.5 Згаслі механічні коливання

У всякій реальній системі мають місце сили опору

$$F_r = -rv = -r\dot{x},$$

де r – коефіцієнт опору.

Рівняння руху

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}, \quad \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (2.5)$$

де $2\beta = \frac{r}{m}, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}.$

Рішення рівняння (2.5):

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

де β – коефіцієнт згасання (рис. 2.3)

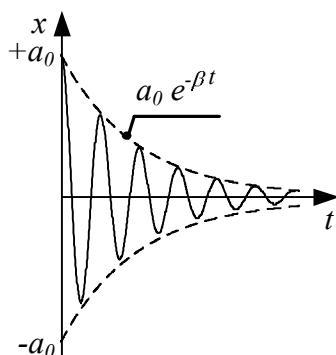


Рисунок 2.3 – Згасаючі коливання

Циклічна частота згасних коливань відрізняється від частоти незгасних коливань

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Умова існування згасаючих коливань $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$, тобто $\omega_0 > \beta$.

При $\omega_0^2 - \beta^2 = 0$, $\omega = 0$, $T = \infty$ – коливання припиняються.

8.6 Згаслі електромагнітні коливання

Виникають у коливальному контурі з опором (рис. 2.4).

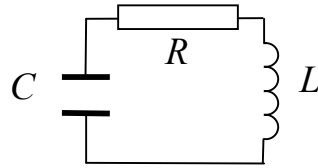


Рисунок 2.4 – Контур з опором

Енергія, яка запасена у контурі, поступово витрачається на нагрівання опору R , унаслідок чого коливання згасають. З другого правила Кірхгофа

$$U_L + U_R + U_C = 0, \quad (2.6)$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = 0. \quad (2.7)$$

Уведемо $i = \dot{q}$, $\frac{di}{dt} = \ddot{q}$, $\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$,

тоді рівняння (2.7) має вигляд $\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = 0$, (2.8)

де введено $2\beta = \frac{R}{L}$, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$.

Рішення рівняння (2.8)

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (2.9)$$

де частота згасних коливань

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (2.10)$$

При $\beta^2 \geq \omega_0^2$ замість коливань відбуваються аперіодичний розряд конденсатора.

При $\beta^2 = \omega_0^2$ – критичний випадок

$$\frac{1}{LC} = \frac{R_{кр}^2}{4L^2},$$

звідки

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Коливання існують, коли опір контуру $R < R_{кр}$.

8.7 Вимушені коливання

Вони виникають під дією зовнішньої періодичної сили

$$F = F_0 \cos \omega t.$$

Рівняння руху має вигляд

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t, \quad (2.11)$$

або

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t, \quad (2.12)$$

де введено $\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad 2\beta = \frac{r}{m}, \quad f_0 = \frac{F_0}{m}.$

Рівняння (2.12) – це неоднорідне диференціальне рівняння. Його рішення x складається з двох частин:

$$x = x_1 + x_2,$$

де x_1 – загальне рішення однорідного рівняння,

x_2 – часткове рішення неоднорідного,

$$x_1 = ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) \rightarrow 0 \text{ через деякий час,}$$

$$x_2 = a \cos(\omega t - \varphi).$$

Функція x_2 описує коливання, що встановлюються через деякий час. Це є гармонічні коливання з частотою, яка дорівнює частоті сили, що діє на систему.

Амплітуда

$$a = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

За деякою частотою амплітуда досягає максимального значення – це явище називається резонансом (рис. 2.5).

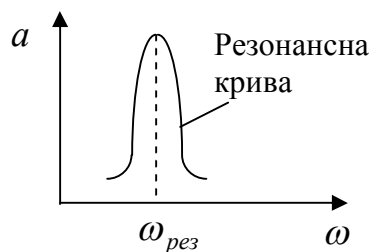


Рисунок 2.5 – Резонанс

Резонансна частота $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \quad (2.13)$

$$a_{рез} = \frac{f_0}{2\beta \sqrt{\omega^2 - \beta^2}}.$$

При $2\beta^2 > \omega_0^2$ резонанс не спостерігається.

ТЕМА 9 Хвилі

9.1 Хвилі і їх характеристики

Процес поширення коливань у просторі називається хвилею. Частинки середовища, у якому поширюється хвиля, хвилею не переносяться, вони лише виконують коливання коло своїх положень рівноваги. Отже, хвиля переносить енергію, але не переносить речовину.

Хвилі мають той же період зміни у часі, що і джерело хвиль. Напрямок перенесення енергії хвилею – промінь. Поверхня, куди дійшли хвилі – хвильовий фронт. Промінь завжди перпендикулярний до хвильового фронту.

Хвилі підрозділяються на поперечні та повздовжні.

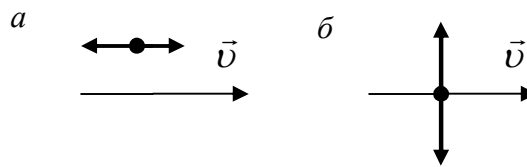


Рисунок 2.6 – Види хвиль:

а – повздовжні хвилі;

б – поперечні хвилі

У поперечних хвилях напрям коливань частинок середовища перпендикулярний до напрямку поширення хвилі, у повздовжніх частинки коливаються вздовж напрямку поширення.

Поперечні хвилі можуть виникати лише у середовищі, яке має опір деформації зсуву. Тому у рідинах і газах можуть виникати тільки повздовжні хвилі. Один виняток – поперечні хвилі на поверхні рідини. У твердому тілі можливе виникнення як повздовжніх так і поперечних хвиль.

Різні частинки у хвилі коливаються зі зміщенням за фазою. Частинки, відстань між якими дорівнює vT , де v – швидкість поширення хвилі, T – період коливань, коливаються в однакових фазах. Ця відстань називається довжиною хвилі λ (рис. 2.7).

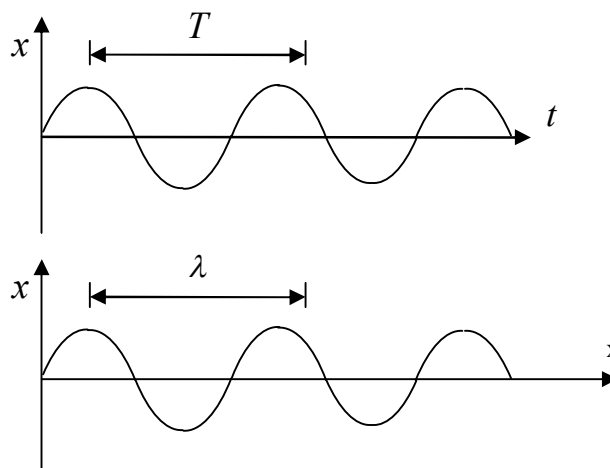


Рисунок 2.7 – Хвиля

$$\lambda = \nu T,$$

Введемо $\nu = \frac{1}{T}$ – частота коливань (Гц), тоді

$$\lambda \nu = \nu.$$

Хвиля двічі періодичний процес – у часі й у просторі, тому λ називають ще періодом повторення коливань у просторі, x – зміщення від рівноваги.

Поверхня, точки якої коливаються в однаковій фазі, називається хвильовою поверхнею. За формою хвильової поверхні хвилі розділяють на плоскі, циліндричні і сферичні (рис. 2.8).

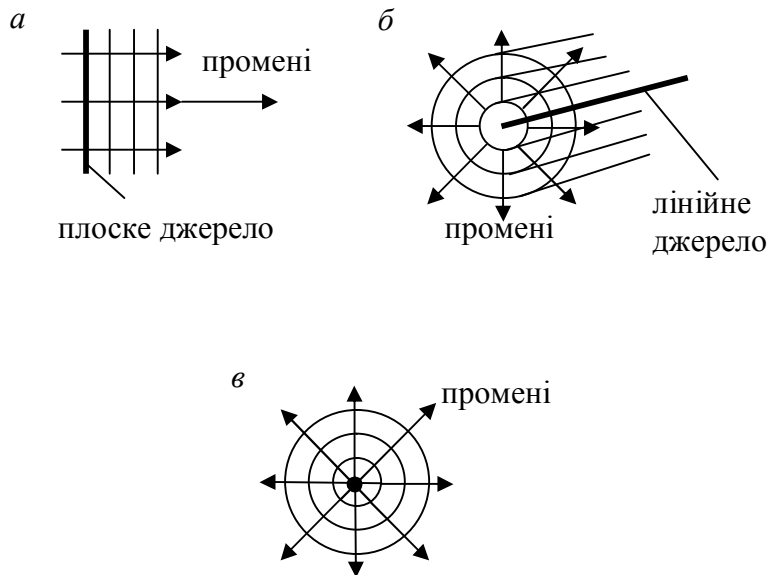


Рисунок 2.8 – Хвильові поверхні:

- а – плоска хвиля;
- б – циліндрична хвиля;
- в – сферична хвиля

Плоска хвиля породжується плоским джерелом, циліндрична хвиля – лінійним, сферична – точковим джерелом.

9.2 Формула плоскої хвилі

Розглянемо плоску хвилю, яка поширюється вздовж осі z (рис. 2.9).

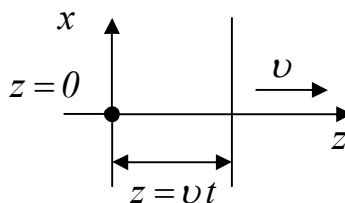


Рисунок 2.9 – Плоска хвиля

У площині $z = 0$ гармонічні коливання

$$x(0, t) = a \cos \omega t.$$

У площині z коливання відстають від коливань при $z = 0$ на час $\tau = \frac{z}{v}$

$$x(z, t) = a \cos \omega \left(t - \frac{z}{v} \right).$$

Кінцева формула

$$x(z, t) = a \cos(\omega t \pm kz), \quad (2.14)$$

де $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число.

Якщо у формулі (2.14) знак мінус, то хвиля поширюється вздовж осі oz , а знак плюс – у протилежний бік.

9.3 Хвильове рівняння

Формула (2.14) є рішенням диференційного рівняння, яке називається хвильовим.

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\omega^2 x, \quad \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = -\frac{\omega^2}{v^2} x = -k^2 x.$$

Звідки видно, що x є рішенням рівняння

$$\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (2.15)$$

яке називається хвильовим рівнянням.

Усяка функція, що задовільне хвильовому рівнянню описує деяку хвилю.

9.4 Електромагнітні хвилі

Змінне електричне поле породжує змінне магнітне поле, яке зі свого боку, породжує електричне. У такий спосіб у просторі виникає послідовність взаємних перетворень електричного і магнітного полів, які поширюються від точки до точки. Цей процес періодичний у просторі та у часі, і тому є електромагнітною хвилею.

Висновок про можливість існування електромагнітних хвиль впливає з рівнянь Максвелла.

Розглянемо плоску електромагнітну хвилю, яка поширюється вздовж осі z .

З рівнянь Максвелла випливає

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \end{cases} \quad (2.16)$$

Це хвильові рівняння. Їх рішення є пласка хвиля з компонентами (рис. 2.10)

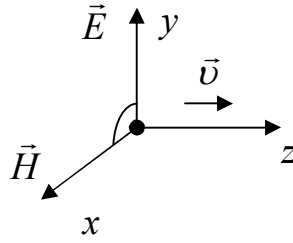


Рисунок 2.10 – Компоненти плоскої хвилі

З формули (2.14)

$$\begin{cases} E_y = E_m \cos(\omega t - kz + \alpha) \\ H_x = H_m \cos(\omega t - kz + \alpha) \end{cases}$$

Швидкість електромагнітних хвиль

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}.$$

У вакуумі $\epsilon = 1$, $\mu = 1$ і $v = c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла.

Властивості електромагнітних хвиль (рис. 2.11).

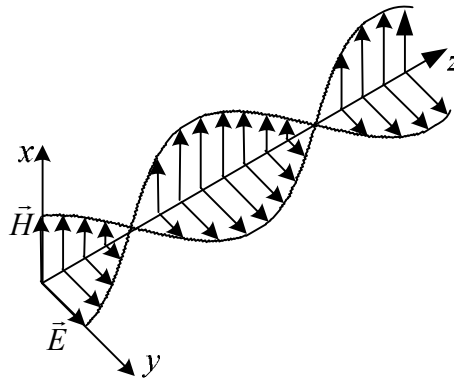


Рисунок 2.11 – Електромагнітна хвиля

1. В електромагнітній хвилі коливаються вектор напруженості електричного поля \vec{E} і вектор напруженості магнітного поля \vec{H} .

2. Коливання векторів \vec{E} і \vec{H} відбуваються у площині поперечній до напрямку поширення, тому плоска електромагнітна хвиля – поперечна.

3. Коливання \vec{E} і \vec{H} відбуваються в перпендикулярних площинах, ($\vec{E} \perp \vec{H}$).

4. Коливання \vec{E} і \vec{H} – синфазні (тобто одночасно досягають максимального значення й одночасно обертаються у нуль).

5. Вектори \vec{E} і \vec{H} утворюють із напрямом поширення правогвинтову систему.

РОЗДІЛ 3 ОПТИКА

ТЕМА 10 Світло і його характеристики

10.1 Світло і його природа. Розділи оптики

Оптика вивчає поширення світла і його взаємодію з речовиною. Основне поняття оптики – світло.

Світло має складну двоїсту природу – з одного боку світло – це електромагнітна хвиля, з іншого – потік світлових частинок (корпускул), які отримали назву фотонів. Ця подвійність природи світла називається корпускулярно-хвильовим дуалізмом.

Оптику умовно підрозділяють на три розділи.

1. Геометрична оптика – це розділ, в якому нехтується кінцевістю довжини світлової хвилі $\lambda_{\text{світла}} \approx 10^{-7}$ м.

У граничному випадку, що відповідає $\lambda \rightarrow 0$, закони оптики можна сформулювати на мові геометрії. Основне поняття геометричної оптики – промінь, це напрям вздовж якого поширюється світло.

2. Хвильова оптика – охоплює коло оптичних явищ, в основі яких лежить хвильова природа світла (інтерференція, дифракція, поляризація).

3. Квантова оптика – охоплює коло оптичних явищ, що обумовлені корпускулярною природою світла (теплове випромінювання, фотоефект, рентгенівське випромінювання та інші).

10.2 Світлова хвиля

Світлова хвиля – це електромагнітна хвиля. Фотофізіологічна, фотохімічна, фотоелектрична дія світла обумовлена електричною компонентою \vec{E} електромагнітної світлової хвилі. Тому вектор \vec{E} світлової хвилі називається світловим вектором і позначається \vec{A} , (тобто $\vec{E} = \vec{A}$), так було введено, коли не знали природу світла.

Світлова хвиля, що поширюється вздовж осі z

$$a = A \cos(\omega t - kz + \alpha), \quad (3.1)$$

де a – поточне значення вектора \vec{A} ;

A – амплітуда (максимальне значення);

$\omega = 2\pi\nu$ – циклічна частота;

$\nu = \frac{1}{T}$ – частота;

T – період коливань;

$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число;

$\lambda = vT$ – довжина хвилі.

При переході крізь межу розподілу двох середовищ частота залишається не змінною, а змінюється довжина хвилі, оскільки змінюється швидкість поширення хвилі (рис. 3.1).

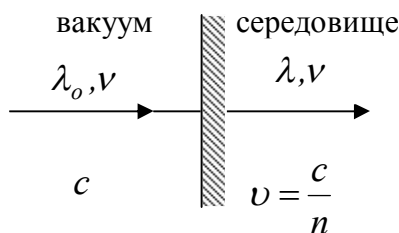


Рисунок 3.1 – Зміна довжини хвилі

У вакуумі

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu},$$

у середовищі

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n\nu} = \frac{\lambda_0}{n},$$

де $n = \frac{c}{v}$ – абсолютний показник заломлення. Тобто, при переході вакуум – середовище, довжина хвилі зменшується в n разів.

Видиме світло – це накладання світлових хвиль з довжинами хвиль у діапазоні

$$\Delta\lambda \approx (0.40 \div 0.76)10^{-6} \text{ м},$$

або частотами

$$\Delta\nu \approx (4.0 \div 7.5)10^{14} \text{ Гц}.$$

Око людини не встигає реагувати на таку частоту. Воно реєструє середній у часі потік енергії

Середня у часі густина потоку енергії називається інтенсивністю світла

$$I = \langle \vec{E} \times \vec{H} \rangle = nA^2.$$

ТЕМА 11 Інтерференція світла

11.1 Поняття про інтерференцію

Розглянемо накладання двох світлових хвиль однакового напрямку коливань світлового вектора й однакової частоти (рис. 3.2).

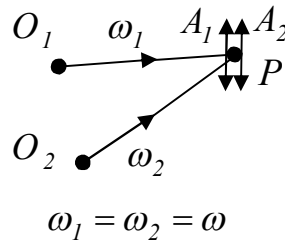


Рисунок 3.2 – Накладання двох хвиль

В точці P хвилі породжують коливання

$$a_1 = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1)$$

+

$$a_2 = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$$

$$a = A \cos(\omega t + \alpha)$$

Отримуємо результуюче коливання, де амплітуда результуючого коливання визначається за формулою

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1),$$

або через інтенсивності

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1). \quad (3.2)$$

Якщо $\alpha_2 - \alpha_1 \neq \text{const}$, тобто різниця фаз у часі змінюється, то хвилі називаються некогерентними і оскільки $\langle \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \rangle = 0$, то

$$I = I_1 + I_2. \quad (3.3)$$

Формула (3.3) називається некогерентним законом додавання інтенсивностей.

Якщо $\alpha_2 - \alpha_1 = \text{const}$, то хвилі називаються когерентними. Для когерентних хвиль, у точках де

$$1) \cos(\alpha_2 - \alpha_1) > 0, \quad I > I_1 + I_2 - \text{посилення світла};$$

$$2) \cos(\alpha_2 - \alpha_1) < 0, \quad I < I_1 + I_2 - \text{послаблення світла}.$$

Тобто внаслідок накладання когерентних хвиль в одних точках простору світло посилюється, в інших – послаблюється. Це явище і називається інтерференцією світла. При цьому у просторі виникає чергування максимумів і мінімумів інтенсивності (інтерференційна картина).

Максимуми інтенсивності у точках, де $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = +1$

$$I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2. \quad (3.4)$$

Якщо $I_1 = I_2$, то $I_{\max} = 4I_1$.

Мінімуми інтенсивності у точках, де $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = -1$

$$I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2. \quad (3.5)$$

Якщо $I_1 = I_2$, то $I_{\min} = 0$.

Формули (3.4), (3.5) дають когерентний закон додавання інтенсивностей.

11.2 Умови для інтерференційних максимумів і мінімумів

Для спостереження інтерференцій потрібні когерентні джерела світла, які однак у природі не існують. Природні джерела світла некогерентні.

Когерентні джерела світла можна одержати, якщо розділити хвилю на дві частини.

Нехай джерело світла розташовано на межі розподілу двох середовищ у точці O . В точку P приходять дві хвилі, які поширювалися у різних середовищах (шляхи S_1 і S_2) (рис. 3.3).

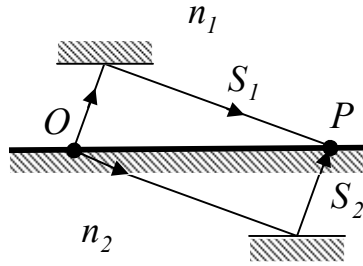


Рисунок 3.3 – Поділ хвилі на дві частини

Коливання світлового вектора в точці O

$$a = A \cos \omega t,$$

у точці P

$$a_1 = A_1 \cos \omega \left(t - \frac{S_1}{v_1} \right),$$

$$a_2 = A_2 \cos \omega \left(t - \frac{S_2}{v_2} \right),$$

де $v_1 = \frac{c}{n_1}$, $v_2 = \frac{c}{n_2}$ – швидкості світла в середовищах.

Різниця фаз коливань у точці P

$$\delta = \omega \left(\frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 S_2 - n_1 S_1).$$

Оскільки

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0},$$

тому

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta L,$$

де $\Delta L = L_2 - L_1 = n_2 S_2 - n_1 S_1$ – оптична різниця ходи променів.

$$1. \text{ Якщо } \Delta L = \pm m \lambda_0, \text{ де } m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.6),$$

то

$$\delta = \pm 2\pi m,$$

тобто коливання складаються в одній фазі. Тому у даній точці спостерігається максимум інтенсивності.

2. Якщо

$$\Delta L = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0, \quad (3.7)$$

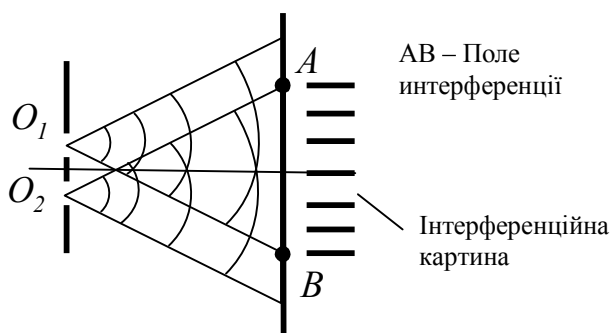
то

$$\delta = \pm (2\pi m + \pi),$$

коливання накладаються у протифазі, і у даній точці спостерігається інтерференційний мінімум.

11.3 Дослід Юнга

Дві когерентні хвилі у цьому досліді отримувалися за допомогою двох щілин в екрані (рис. 3.4).



Рисунрк 3.4 – Дослід Юнга

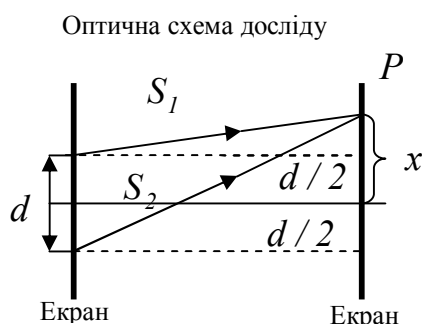


Рисунок 3.5 – Схема дослід Юнга

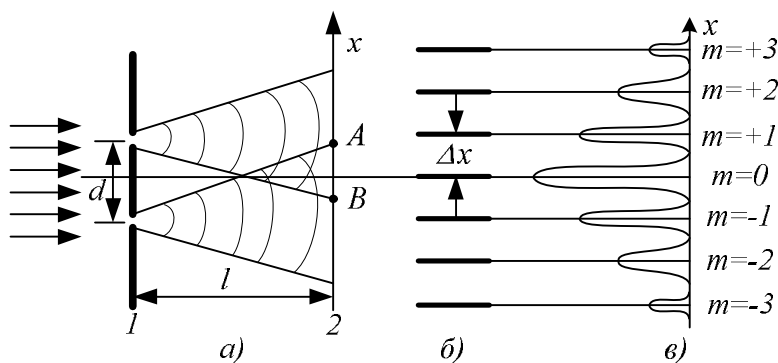


Рисунок 3.6 – Інтерференційна картина:

а – дослід Юнга; б – інтерференційна картина; в – розподіл інтенсивності

Оптична різниця ходи

$$\Delta L = n(S_2 - S_1),$$
$$S_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2, S_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2$$
$$S_2^2 - S_1^2 = (S_2 - S_1)(S_2 + S_1) = 2xd.$$

Чітка картина спостерігається при $x \ll l$, $d \ll l$, тому

$$S_2 + S_1 = 2l,$$

тоді

$$S_2 - S_1 = \frac{xd}{l}, \quad \Delta L = n \frac{xd}{l}.$$

1. Якщо $\Delta L = \pm m \lambda_0$, то у цих точках спостерігаються інтерференційні максимуми ($m = 0, 1, 2, \dots$)

$$n \frac{x_{\max} d}{l} = \pm m \lambda_0, \quad x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda, \quad (3.8)$$

де $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ довжина хвилі у середовищі..

2. Якщо $\Delta L = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0$, то у цих точках спостерігаються інтерференційні мінімуми

$$x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \lambda. \quad (3.9)$$

Тоді Δx – відстань між двома сусідніми \min або \max визначається:

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda, \quad (3.10)$$

Формула (3.10) була застосована Юнгом для вимірювання довжин хвиль різних кольорів. Маючи примітивні вимірювальні прилади: метр для вимірювання l і d , дерев'яну лінійку для вимірювання Δx за формулою

$$\lambda = \frac{d}{l} \Delta x. \quad (3.11)$$

Юнг з високою точністю виміряв довжину хвилі λ , оскільки сам інтерференційний метод дуже точний. Довжина хвилі λ змінювалася за допомогою світлофільтрів, якими закривалися щілини.

11.4 Інтерференція у тонких плівках

Розглянемо випадок нормального падіння променів на тонку плівку товщиною d (рис. 3.7).

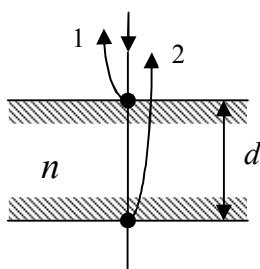


Рисунок 3.7 – Геометрія задачі

При відбитті від кожної поверхні плівки утворюється відбитий промінь. На рисунку 3.7 вони викривлені, щоб було видно звідки вони відбиваються.

Оптична різниця ходи променів 1 і 2

$$\Delta L = 2nd \pm \frac{\lambda_0}{2}. \quad (3.12)$$

При відбитті від оптично більш густого середовища втрачається пів довжини хвилі в оптичній різниці ходи (для променя 1).

1. Якщо $\Delta L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$, то відбувається послаблення відбитого світла (промені 1 і 2 в протифазі)

$$\begin{aligned} 2dn + \frac{\lambda_0}{2} &= m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 1, 2, \dots, \\ d &= m \frac{\lambda_0}{2n} = m \frac{\lambda}{2}, \\ d_{min} &= \frac{\lambda}{2}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Півхвильова плівка послаблює відбите світло.

2. Якщо $\Delta L = m\lambda_0$, то спостерігається підсилення відбитого світла (промені 1 і 2 накладаються у фазі)

$$\begin{aligned} 2nd - \frac{\lambda_0}{2} &= m\lambda_0, \quad d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}, \\ d_{min} &= \frac{\lambda}{4}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Мінімальна товщина при $m = 0$. Чверть хвильова плівка посилює відбите світло.

При падінні білого світла, підсилення відбувається тільки на одній довжині хвилі з усього спектру білого світла, яка задовольняє (3.14). Унаслідок цього відбите світло має певний колір.

Ці оптичні ефекти застосовуються для просвітлення оптики – усунення відбитого світла (рис. 3.8).

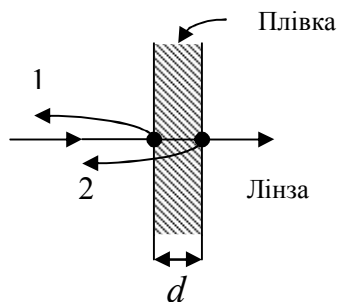


Рисунок 3.8 – Лінза покрита плівкою

При кожному відбитті від поверхні лінзи втрачається 4% падаючого світлового потоку, крім того виникають відблиски.

Лінза вкривається плівкою. Відбиті промені 1 і 2 інтерферують. Якщо

1. $d = \frac{\lambda}{4}$, то $I_{від} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$, тобто промені 1 і 2 накладаються в протифазі;
2. $n_{пл} = \sqrt{n_{лінзи}}$, то $I_1 = I_2$ і $I_{від} = 0$, тобто відбите світло відсутнє. Це явище називається просвітленням оптики.

ТЕМА 12 Дифракція світла

12.1 Поняття про дифракцію. Принцип Гюйгенса

Огинання хвилями перешкод називається дифракцією хвиль. Виникнення дифракції можливо пояснити за допомогою принципу Гюйгенса:

Кожна точка хвильового фронту є джерелом вторинних хвиль, огинаючи яких дає положення хвильового фронту у наступну мить часу (рис. 3.9, а).

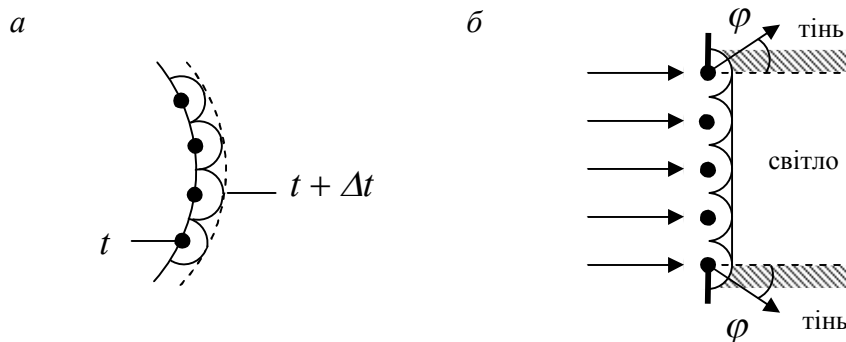


Рисунок 3.9 – Принцип Гюйгенса:

а – принцип Гюйгенса; б – пояснення дифракції

Після проходження отвору в екрані частина світлової хвилі поширюється під кутом φ до початкового напрямку у область геометричної тіні. Відхилення

поширення світла від прямолінійного називається дифракцією світла, а кут φ – кутом дифракції (рис. 3.9, б).

Дифракція світла призводить до проникання світла у область геометричної тіні й утворення дифракційної картини – чергування світлих і темних ділянок (рис. 3.10).

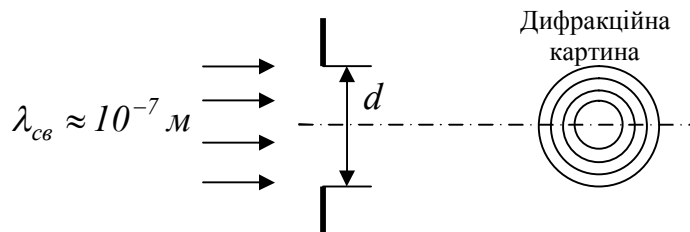


Рисунок 3.10 – Дифракційна картина

Дифракція сильно залежить від співвідношення розмірів перешкоди d і довжини хвилі λ . Дифракція найсильніше виражена при $d \approx \lambda$. При $d \gg \lambda$, дифракція практично не помітна (наприклад дифракція світла на віконному проїмі).

Принцип Гюйгенса дозволяє тільки якісно пояснити явище дифракції, але не дозволяє визначити амплітуду дифрагрованої хвилі. Цей недолік було усунуто Френелем.

12.2 Принцип Гюйгенса-Френеля

Френель доповнив принцип Гюйгенса уявленням про інтерференцію вторинних хвиль. Підрахунок амплітуд і фаз вторинних хвиль дозволяє знайти амплітуду результуючої хвилі у будь-якій точці простору.

Кожний елемент хвильової поверхні слугує джерелом вторинних хвиль (рис. 3.11).

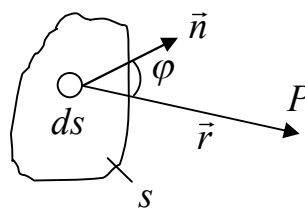


Рисунок 3.11 – Геометрія задачі

Коливання світлового вектору на елементі ds хвильової поверхні

$$da = A_0 \cos(\omega t + \alpha).$$

В точці спостереження P коливання визначаються так:

- 1) $da \sim ds$, $da \sim \frac{1}{r}$, оскільки, вторинні хвилі сферичні,
- 2) $da \sim K(\varphi)$, де $K(\varphi) \big|_{\varphi=0} = 1$, $K(\varphi) \big|_{\varphi=\pi/2} = 0$.

В результаті внесок елементу ds у коливання в точці P :

$$da = K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha) ds.$$

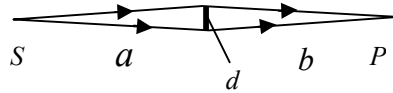
Результуюче коливання в точці P становить суперпозицію коливань (тобто інтегралу), які приходять від усіх елементів хвильової поверхні S з урахуванням їх амплітуд і фаз

$$a = \int_S K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kz + \alpha) ds. \quad (3.15)$$

Отже, результуюче коливання дорівнює сумі коливань, які приходять в точку P від усіх елементів поверхні S з врахуванням їхніх амплітуд і фаз.

Розділяють два види дифракції:

1. Дифракція Фраунгофера – дифракція у паралельних променях

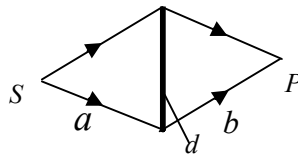


$$a, b \gg d,$$

d - розмір перешкоди.

Рисунок 3.12 – Дифракція Фраунгофера

2. Дифракція Френеля – у непаралельних променях



$$d \sim a, b.$$

Рисунок 3.13 – Дифракція Френеля

12.3 Зони Френеля

Використаємо принцип Гюйгенса – Френеля, щоб знайти амплітуду світлових коливань, які породжуються у точці P сферичною хвилею, яка поширюється з точкового джерела S . Френель розбив сферичну хвильову поверхню на кільцеві зони, які побудовані так, що відстань від меж зони до точки P відрізняються на $\frac{\lambda}{2}$ (рис. 3.14).

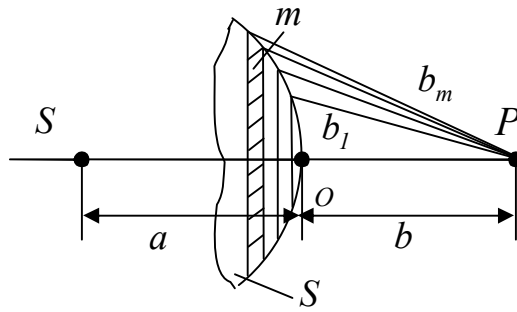


Рисунок 3.14 – Зони Френзеля

Відстані від зовнішньої межі m – ї зони до точки P :

$$b_1 = b + \frac{\lambda}{2},$$

$$b_2 = b + 2\frac{\lambda}{2}, \dots, \dots,$$

$$b_m = b + m\frac{\lambda}{2} -$$

Тоді коливання, що приходять у точку P від двох сусідніх зон знаходяться в проті фазах.

Площі зон $S_m = const$, а радіуси зовнішньої межі

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda. \quad (3.16)$$

Амплітуди A_m коливань, які створюються зонами у точці P , монотонно зменшуються з збільшенням номера зони m

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 \dots,$$

а фази коливань для сусідніх зон відрізняються на π . Тому амплітуда результуючого коливання

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

Цю формулу можливо переписати у вигляді

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

Унаслідок монотонного зменшення

$$A_m = \frac{A_m + A_{m-1}}{2}$$

і у результаті

$$A = \frac{A_1}{2}. \quad (3.17)$$

Тобто амплітуда, яка утворюється в точці P сферичною хвильовою поверхнею, дорівнює половині амплітуди, що утворюється центральною зоною Френзеля. При $a = b = 1 \text{ м}$, $\lambda = 0.55 \text{ мкм}$, радіус центральної зони $r_i = 0.5 \text{ мм}$.

12.4 Дифракція Френеля на круглому отворі

Розмістимо на шляху сферичної хвилі екран з отвором діаметром r_0 . Джерело світла S і точка спостереження P лежать на осі системи (рис 3.15).

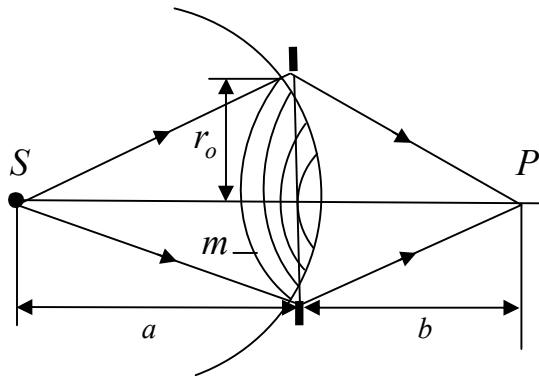


Рисунок 3.15 – Отвір в екрані

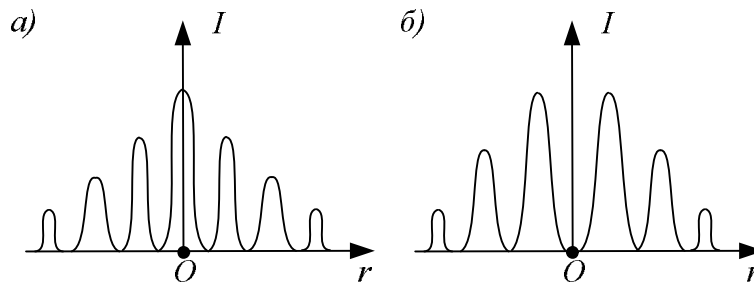


Рисунок 3.16 – Інтерференційні картини:

а – m – непарне;

б – m – парне

Зовнішній радіус m -ої зони Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}.$$

Тоді кількість зон, що відкриває отвір, з $r_m = r_0$

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right).$$

Амплітуда коливань у т. P

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - \dots \pm A_m,$$

знак "+", якщо m – непарне, знак "-", якщо m – парне.

Цю формулу можливо привести до вигляду

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) +$$

$$+ \begin{cases} \dots + \left(\frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) + \frac{A_m}{2} & m \text{ – непарне} \\ + \left(\frac{A_{m-3}}{2} - A_{m-2} + \frac{A_{m-1}}{2} \right) + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m & m \text{ – парне.} \end{cases}$$

Остаточно

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}. \quad (3.18)$$

При малих m $A_1 \approx A_m$, і тоді

$A_p = A_1$, якщо m – непарне,

$A_p = 0$, - якщо m – парне.

Нагадаємо, що у відсутності перешкоди $A_p = \frac{A_I}{2}$.

Отже, перешкода з отвором, яка відкриває непарну кількість зон Френеля, не тільки не послаблює світло, але навпаки, призводить до збільшення амплітуди світла у два рази, тобто діє як збиральна лінза. Інтерференційна картина, якщо m – непарне, наведена на рисунку 3.13, а, якщо m – парне на рисунку 3.13, б.

Якщо отвір відкриває не більше однієї зони Френеля, то на екрані розмита світла пляма (дифракційна картина не виникає).

12.5 Дифракція Фраунгофера на щілині

Нехай на необмежено довгу щілину падає плоска світлова хвиля. Щілина розсіює промені у всіх напрямках (рис. 3.17а). Ці промені когерентні і ті, що ідуть у одному напрямку інтерферують між собою, унаслідок чого на екрані спостерігається дифракційна картина.

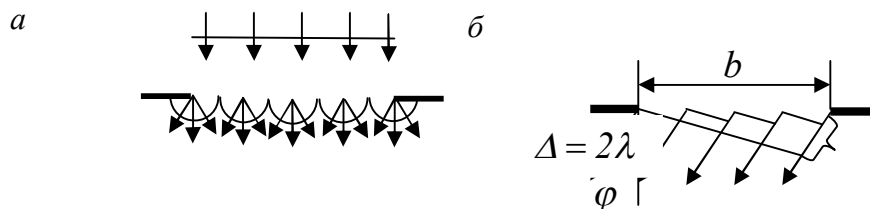


Рисунок 3.17 – Дифракція на щілині:
а – розсіяні промені; б – крайні промені

Розглянемо сукупність розсіяних променів, які ідуть під кутом дифракції φ (рис. 3.17б).

Різниця ходи крайніх променів $\Delta = b \sin \varphi$.

Якщо $\Delta = \pm k\lambda$, де $k = 1, 2, 3, \dots$, то хвильова поверхня на щілині розбивається на $2k$ (парне) число зон Френзеля унаслідок чого у цьому напрямку спостерігається дифракційний мінімум. Тобто для мінімумів

$$b \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (3.19)$$

Якщо $\Delta = \pm(k + \frac{1}{2})\lambda$, де $k = 1, 2, 3, \dots$, то хвильова поверхня на щілині розбивається на $2k + 1$ (непарну) кількість зон Френзеля і в цьому напрямку спостерігається дифракційний максимум. Тобто для максимумів

$$b \sin \varphi = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (3.20)$$

Під кутом $\varphi = 0$ усі вторинні промені додаються в однаковій фазі й під цим кутом спостерігається головний дифракційний максимум.

Дифракційна картина уявляє собою чергування світлих і темних смуг.

В центрі найбільш яскрава світла смуга. На рисунку (3.17) показані кути дифракції праворуч на мінімумах, ліворуч на максимумах інтенсивності (кути відраховуються від напрямку падаючого світла).

12.6 Дифракційна ґратка

Коливання, які поширюються від різних щілин ґратки, є когерентними та інтерферують. Амплітуда результуючого світлового вектору хвиль, що поширюється під кутом дифракції φ , дорівнює

$$\vec{A}(\varphi) = \sum_{i=1}^N \vec{A}_i(\varphi),$$

де \vec{A}_i - амплітуди світлових векторів від окремих щілин. Модулі $|\vec{A}_i(\varphi)|$ однакові для усіх щілин і результат підсумовування залежить від різниці фаз \vec{A}_i для двох сусідніх щілин (рис. 3.18).

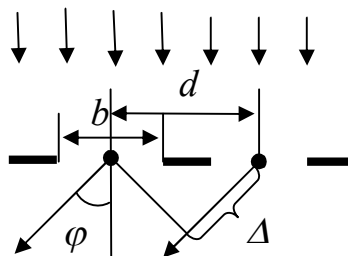


Рисунок 3.18 – Дифракційна ґратка

Різниця фаз між однаковими променями од двох сусідніх щілин

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda},$$

де $\Delta = d \sin \varphi$ – оптична різниця ходи цих променів.

1. Якщо $d \sin \varphi = \pm m\lambda$, ($m = 0, 1, 2, \dots$), то всі \vec{A}_i складаються в однаковій фазі, коливання від окремих щілин взаємно підсилюють одне одного і у цьому напрямку виникають головні дифракційні максимуми.

2. Якщо $d \sin \varphi = \pm k\lambda$, ($k = 1, 2, 3, \dots$), то у цьому напрямку всі $\vec{A}_i = 0$ і у цьому напрямку спостерігаються дифракційні мінімуми.

Амплітуда в максимумі $A_{max} = NA_0$, інтенсивність $I_{max} = N^2 I_0$, де N – кількість щілин, тому максимуми дуже вузькі (див. рис. 3.19).

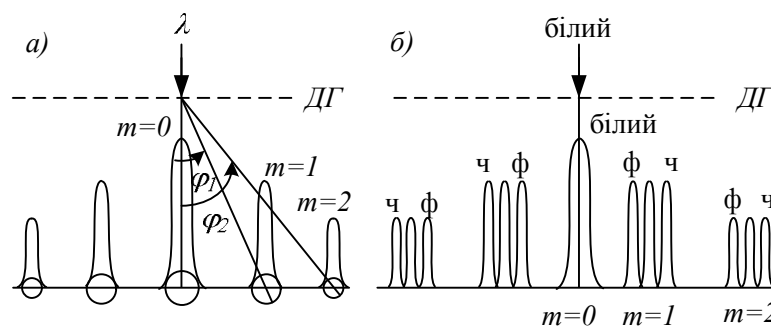


Рисунок 3.19 – Дифракційна картина:

а – для монохроматичного світла;

б – для білого світла

Положення головних максимумів залежить від λ , тому при дифракції білого світла усі максимуми, крім центрального, розкладаються у спектр (рис. 3.19, б). Найбільш якісні спектри отримуються за допомогою дифракційних ґраток.

ТЕМА 13 Поляризація світла

13.1 Види поляризації

Упорядкованість коливань світлового вектора називається поляризацією світла.

1. У природному світлі коливання світлового вектора різних напрямів швидко та безпорядково змінюють одне одне. Світлова хвиля з певним напрямком світлового вектора відповідає випромінюванню окремого атому. Одночасно випромінюють світло багато атомів. Таке світло має назву неполяризованого світла (немає ніякої впорядкованості в коливаннях світлового вектора). На промені поляризація світла позначається за допомогою стрілок (паралельні коливання) та точок (перпендикулярні коливання).

Для неполяризованого світла густина стрілок і точок однакова (рис. 3.20).

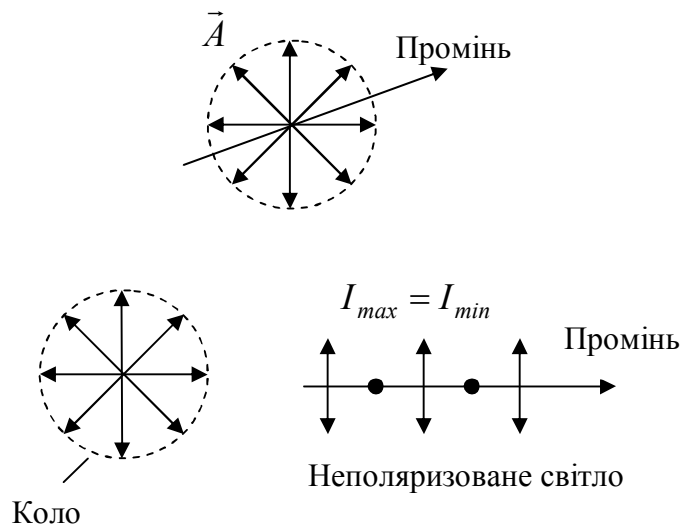


Рисунок 3.20 – Неполяризоване світло

Світло, у якого напрям коливань світлового вектора впорядковано у будь-який спосіб, називається поляризованим. Розрізняють часткову та повну поляризації.

2. Часткова поляризація. Коливання світлового вектора частково впорядковані (рис. 3.21).

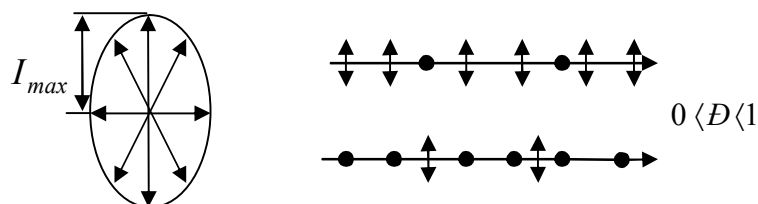


Рисунок 3.21 – Частково поляризоване світло

Мірою поляризації є ступінь поляризації:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (3.21)$$

На промені для частково поляризованого світла переважає густина стрілок або точок (рис. 3.21).

3. Повна поляризація. Коливання світлового вектора повністю впорядковані, наприклад здійснюються в одній площині (плоскополяризоване світло) (рис. 3.22).

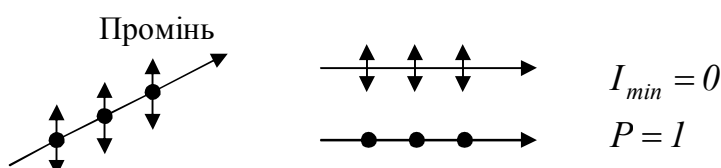


Рисунок 3.22 – Повністю поляризоване світло

На промені для повністю поляризованого світла одні точки або стрілки.

13.2 Поляризатори

Це прилади, які повністю пропускають коливання, паралельні певній площині, яка називається площиною поляризатора, і повністю затримують коливання, перпендикулярні до неї (рис. 3.23).

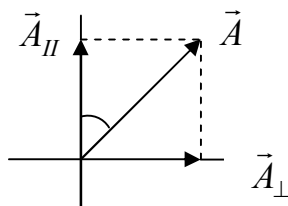


Рисунок 3.23 – Схема поляризатора

На вихід поляризатора проходить паралельний складник

$$A_{\parallel} = A \cos \varphi,$$

$$I_{\text{вих}} = A^2 \cos^2 \varphi.$$

Розглянемо кілька випадків.

1. На поляризатор падає повністю поляризоване світло. На виході інтенсивність

$$I_{\text{вих}} = I_0 \cos^2 \varphi \quad (3.22)$$

Формула (3.22) носить назву закону Малюса.

Поляризатор повертає площину коливань на кут φ .

2. На поляризатор падає повністю неполяризоване світло (рис. 3.24).

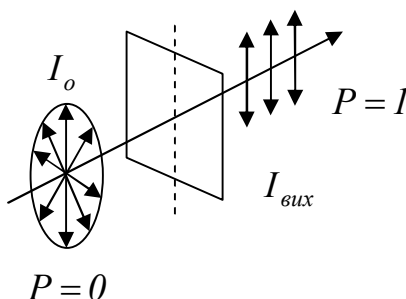


Рисунок 3.24 – Падіння неполяризованого світла

$$I_{\text{вих}} = I_0 \langle \cos^2 \varphi \rangle.$$

Для неполяризованого світла кут φ приймає всі значення від 0 до 2π , і тому потрібно взяти його середнє значення

$$\langle \cos^2 \varphi \rangle = \frac{1}{2},$$

і тому

$$I_{\text{вих}} = \frac{1}{2} I_0.$$

На виході повністю поляризоване світло з інтенсивністю вдвічі меншою, ніж на вході.

3. Повністю неполяризоване світло падає на два поляризатора, площини яких розвернуто на кут φ (рис. 3.25).

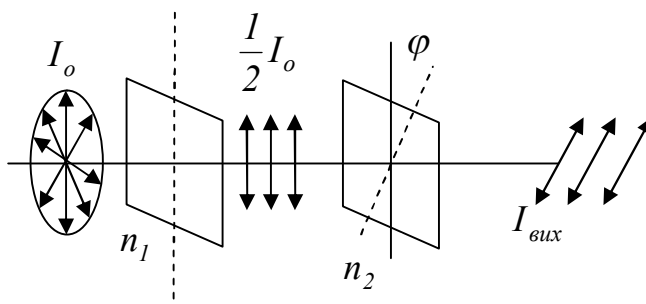


Рисунок 3.25–Схрещені поляризатори

Інтенсивність на виході

$$I_{вих} = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi. \quad (3.23)$$

Якщо кут $\varphi = \pi/2$ (схрещені поляризатори), то $I_{вих} = 0$, отже, крізь схрещені поляризатори світло не проходить.

13.3 Поляризація при відбитті і заломленні

При падінні на межу розподілу природного (повністю неполяризованого світла), відбитий і захоплений промені частково поляризовані. При цьому у відбитому світлі домінують коливання перпендикулярні площині падіння, а у захопленому – паралельні площині падіння (рис. 3.26).

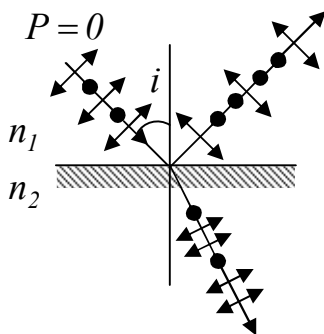


Рисунок 3.26 – Часткова поляризація

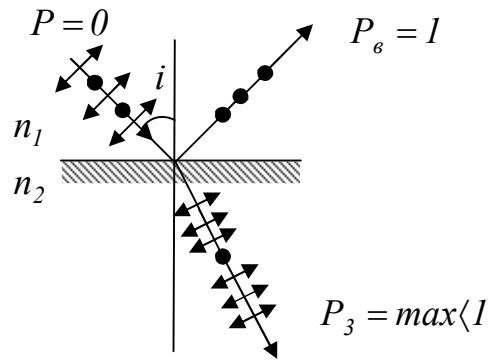


Рисунок 3.27 – Повна поляризація

При зміні кута падіння i змінюються ступені поляризації відбитого і захопленого променів. При куті падіння i_B відбите світло повністю поляризоване, а ступень поляризації заломленого сягає максимуму $\langle I$ (рис. 3.27).

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1} \text{ – закон Брюстера.} \quad (3.24)$$

Зміна ступені поляризації відбитого і заломленого світла при зміні кута падіння пояснюється тим, що випромінювання зарядів, які коливаються, має спрямований характер.

Відбитий і заломлений промені утворюються вторинними хвилями, які випромінюються зарядами середовища, що коливаються під дією падаючого світла.

Діаграму спрямованості випромінювання заряду, що коливається показано на рисунку 3.28

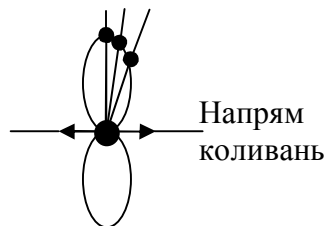


Рисунок 3.28 – Діаграма спрямованості

У напрямі коливань заряд не випромінює, максимальне випромінювання в напрямі, перпендикулярному до напрямку коливань.

Розглянемо коливання, паралельні площині падіння (рис. 3.29).

Падаючий промінь

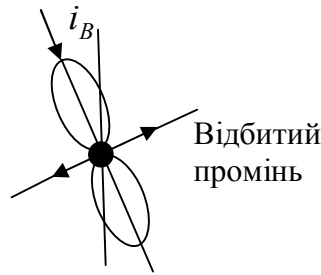


Рисунок 3.29 – Падіння під кутом Брюстера

При падінні під кутою Брюстера напрям паралельного коливання збігається з напрямком відбитого світла, а заряд в цьому напрямку не випромінює, тому у відбитому світлі $I_{\parallel} = 0$, залишається тільки I_{\perp} , тобто світло повністю поляризоване.

13.4 Поляризація при подвійному променезаломленні

При проходженні крізь деякі кристали світловий промінь розділяється на два промені. Це явище називається подвійним променезаломленням (наприклад в CaCO_3 – ісландський шпат).

Напрямок в кристалі, при поширенні вздовж якого промінь не розділяється на два промені, називається оптичною віссю кристала. Площина, що проходить уздовж оптичної осі, називається головним перерізом кристалу. На рисунку 3.30 показано головний переріз кристала.

Один із заломлених променів підкоряється звичайному закону заломлення та називається звичайним (позначається o – від слова *ordinar*).

Другий не підкоряється звичайним законом заломлення та називається незвичайним (позначається e – *extraordinar*).

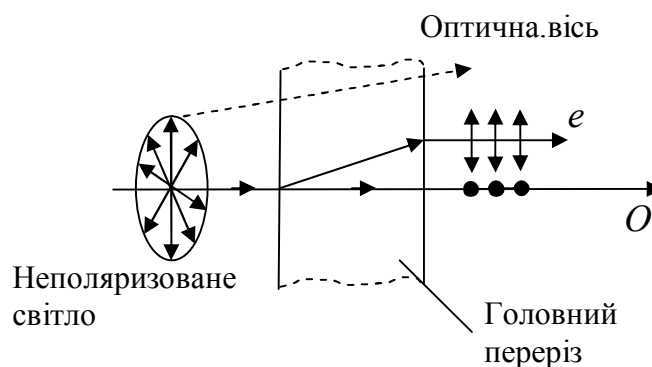


Рисунок 3.30 – Подвійне променезаломлення

Коливання світлових векторів у звичайному та незвичайному променях відбуваються у перпендикулярних площинах. У звичайному промені коливання світлового вектора перпендикулярні до головного перерізу, у незвичайному – у площині головного перерізу.

Явище подвійного променезаломлення спостерігається у всіх прозорих кристалах за винятком тих, які належать до кубічної системи.

Причиною подвійного променезаломлення у кристалах не кубічної системи є залежність діелектричної проникності кристала від напрямку променя (рис. 3.31).



Рисунок 3.31 – Діелектрична проникність

Швидкості звичайного і незвичайного променів

$$g_0 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\perp}}}, \quad g_e = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\parallel}}},$$

тоді показники заломлення

$$n_0 = \frac{c}{g_0} = \sqrt{\varepsilon_{\perp}}, \quad n_e = \frac{c}{g_e} = \sqrt{\varepsilon_{\parallel}}.$$

Призма Ніколя – це поляризатор, що уявляє собою кристал ісландського шпату, який перерізано по діагоналі та склеєно прозорим клеєм (рис. 3.32).. Показник заломлення клею підібрано так, щоб він знаходився посередині між показниками заломлення звичайного і незвичайного променів

$$n_0 > n_{\text{кл}} > n_e,$$

що дозволяє розділити ці два промені на виході поляризатора.

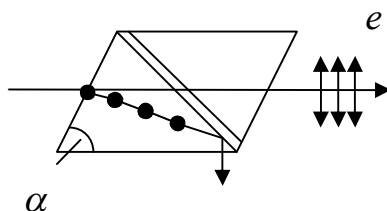


Рисунок 3.32 – Призма Ніколя

Кут α призми вибирається так, щоб кут падіння звичайного променя на клеючу плівку був більше граничного кута повного внутрішнього відбиття. Тоді звичайний промінь зазнає повне внутрішнє відбиття і на вихід іде один незвичайний промінь, який є повністю поляризованим.

13.5 Штучне подвійне променезаломлення

Виникає у прозорих ізотропних тілах під дією зовнішніх навантажень, що призводять до деформацій стискання, розтягу, згибу тощо. При цьому виникає анізотропія, мірою якої є різниця

$$n_0 - n_e = k\sigma,$$

де σ – механічні напруження.

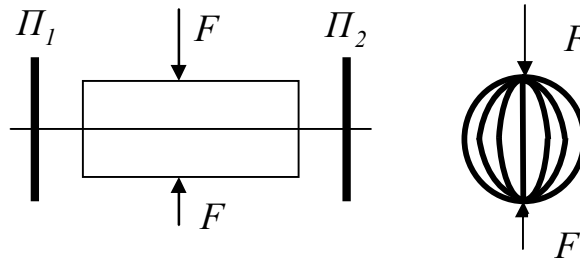


Рисунок 3.33 – Оптична схема

На рисунку 3.33 Π_1 і Π_2 – перехрещені поляризатори, площини яких обернуті відносно головного перерізу на $\pi/2$.

На виході кругополяризоване світло з інтенсивністю

$$I_{\text{вих}} = I \sin^2 \frac{\delta}{2},$$

де δ – різниця фаз.

Спостереження у прохідних променях дає картину, покриту барвистими смугами (рис. 3.33). Кожна така смуга відповідає однаково деформованим місцям тіла. За конфігурацією смуг можливо судити про розподіли механічних напружень у тілі.

Штучне подвійне променезаломлення спостерігається й у рідинах (тут воно має назву ефект Керра, відкрито у 1875 р.).

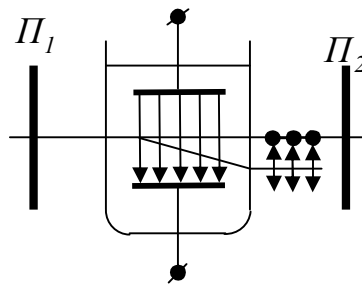


Рисунок 3.34 – Оптична схема

Під дією електричного поля рідини набувають властивості одноосного кристала внаслідок поляризації рідини (рис. 3.34).

Міра виникаючої анізотропії

$$n_0 - n_e = kE^2,$$

Π_1 і Π_2 – перехрещені поляризатори.

У відсутності напруги на конденсаторі світловий затвор закрито. оскільки світло крізь перехрещені поляризатори не проходить.

При прикладанні напруги внаслідок подвійного променезаломлення один з променів проходить крізь другий поляризатор Π_2 .

Час спрацювання оптичного затвора $\tau \approx 10^{-10} \text{ с}$. Час спрацювання механічного затвора $\tau \approx 10^{-3} \text{ с}$.

ТЕМА 14 Теплове випромінювання

14.1 Характеристики теплового випромінювання

Випромінювання електромагнітних хвиль нагрітими тілами називається тепловим випромінюванням. Джерелом енергії для теплового випромінювання є внутрішня енергія тіла.

Для характеристики теплового випромінювання використовують:

1. Потік енергії Φ_e – це кількість енергії, яка випромінюється у одиницю часу

$$\Phi_e = \frac{dW}{dt}, \quad (1 \text{ Дж/с} = 1 \text{ Вт})_{\text{CI}}, \quad (3.25)$$

де dW – кількість енергії, що випромінюється за час dt .

2. Енергетична світність тіла R_e – потік енергії, що випромінюється одиницею поверхні у всіх напрямках

$$R_e = \frac{d\Phi_e}{dS}, \quad (1 \text{ Вт/м}^2)_{\text{CI}}, \quad (3.26)$$

де $d\Phi$ – потік енергії з площини dS .

3. Теплове випромінювання складається з електромагнітних хвиль різних частот ω (рис. 3.35).

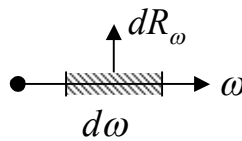


Рисунок 3.35 – Інтервал частот

Уведемо dR_ω – потік енергії з одиниці поверхні у інтервалі частот $d\omega$.

Він пропорційний інтервалу $d\omega$

$$dR_\omega = r_\omega d\omega,$$

де r_ω – випромінювальна здібність тіла. Це потік енергії з одиниці площі тіла в одиничному інтервалі частот

$$r_\omega = \frac{dR_\omega}{d\omega}. \quad (3.27)$$

Тоді енергетична світимість

$$R_e = \int dR_\omega = \int_0^\infty r_\omega d\omega.$$

4. Уведемо $d\Phi_\omega$ – падаючий на площину потік енергії у інтервалі $d\omega$, $d\Phi'_\omega$ – поглинутий потік у цьому інтервалі частот $d\omega$ (рис. 3.36).

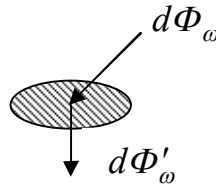


Рисунок 3.36 – Поглинутий потік

Тоді

$$a_\omega = \frac{d\Phi'_\omega}{d\Phi_\omega} \leq 1 \quad (3.28)$$

називається поглинальною здібністю тіла.

Якщо $a_\omega = 1$ – тіло називається абсолютно чорним тілом, а якщо <1 – сірим тілом.

Доброю моделлю абсолютно чорного тіла є сажа, платинова чернь, але найкращою моделлю є внутрішня порожнина у тілі з малим отвором (рис. 3.37).

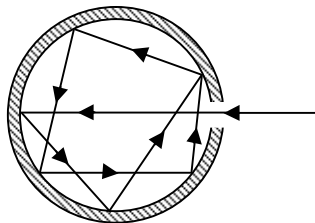


Рисунок 3.37 – Модель абсолютно чорного тіла.

Промінь випромінювання багаторазово відбивається від стінок, ймовірність його виходу практично дорівнює нулю та він повністю поглинається.

14.2 Закони теплового випромінювання

14.2.1 Закон Кірхгофа

Випромінювальні і поглинальні здатності для всіх тіл різні, але відношення випромінювальної до поглинальної здібностей для всіх тіл є однаковою функцією частоти і температури

$$\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}} = f(\omega, T). \quad (3.29)$$

Для абсолютно чорного тіла $a_{\omega,T}^* = 1$ і тому

$$f(\omega, T) = r_{\omega,T}^*,$$

тобто універсальна функція Кірхгофа $f(\omega, T)$ є випромінювальною здібністю абсолютно чорного тіла.

Функція $f(\omega, T)$ була визначена дослідно. Усі дифракційні максимуми, крім нульового, розкладаються у спектр (рис. 3.38).

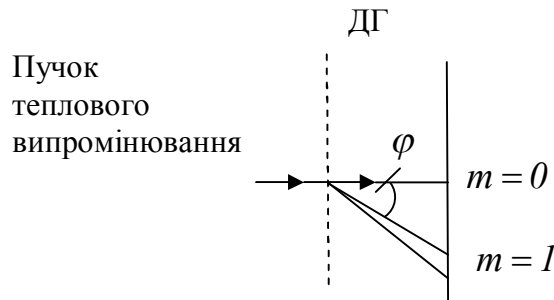


Рисунок 3.38 – Схема досліду

Найбільш інтенсивний максимум першого порядку.

$$d \sin \varphi_m = m \lambda,$$

(m – порядок дифракційного максимуму).

Тобто кут дифракції визначає довжину хвилі й вимірювалася інтенсивність випромінювання під різними кутами. Унаслідок цього одержано криві, зображені на рисунку 3.39

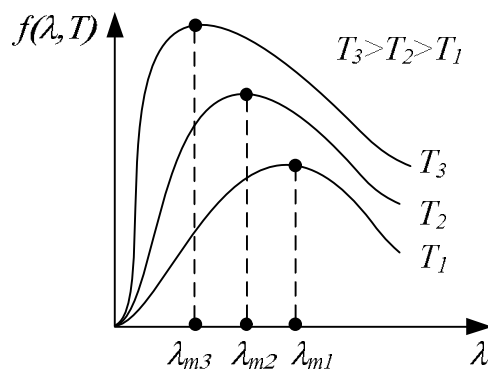


Рисунок 3.39 – Криві функції Кірхгофа

Від залежності від частоти можна перейти до залежності від довжини хвилі за формулою

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} f(\lambda, T),$$

λ_m – довжина хвилі, на яку припадає максимум функції $f(\lambda, T)$.

Енергетична світимість абсолютно чорного тіла

$$R_e^* = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega.$$

Функція $f(\lambda, T)$ визначає розподіл енергії у спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла (її називають спектральною густиною енергетичної світимості абсолютно чорного тіла).

14.2.2 Закон Стефана – Больцмана

Енергетична світимість абсолютно чорного тіла пропорційна T^4

$$R_e^* = \sigma T^4, \quad (3.30)$$

де $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2\text{К}^4$ – стала Стефана – Больцмана.

14.2.3 Закон Віна

Добуток абсолютної температури на довжину хвилі, на яку припадає максимум функції $f(\lambda, T)$ абсолютно чорного тіла, є сталою величиною

$$T\lambda_m = b, \quad (3.31)$$

де $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ (м К)}$ – стала Віна.

Закон Віна дозволяє пояснити, чому під час нагрівання тіла його колір змінюється від темно червоного до білого. Під час нагрівання тіла максимум функції $f(\lambda, T)$ зміщується ліворуч зі збільшенням температури. При температурі, коли $\max f(\lambda, T)$ припадає на червону границю тіло має темно червоний колір, при температурі, коли у $\max f(\lambda, T)$ попадає весь оптичний діапазон, тіло має білий колір.

14.3 Формула Релея – Джинса

Релей і Джинс зробили спробу теоретично визначити функцію спектрального розподілу енергії $f(\omega, T)$ для випромінювання абсолютно чорного тіла, згідно з теоремою класичної статистики про рівнорозподіл енергії за ступеням вільності.

Електромагнітне поле вони розглядали як безперервне середовище електромагнітних коливань і припустили, що на кожне електромагнітне коливання припадає у середньому енергія

$$\langle \varepsilon \rangle_{\text{кл}} = kT, \quad (3.32)$$

(половинка kT на електричний складник, половинка на магнітний складник електромагнітного коливання). Це результат класичної теорії, тому індекс «кл».

Спектральна густина енергетичної світимості

$$f(\omega, T) = \frac{c w}{4},$$

де w – густина енергії електромагнітного випромінювання

$$w = n \langle \varepsilon \rangle,$$

де n – кількість електромагнітних коливань у одиниці об'єму

$$n = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}.$$

В результаті отримуємо

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \langle \varepsilon \rangle, \quad (3.33)$$

Використавши класичне значення середньої енергії одного коливання (3.32), Релей і Джинс отримали формулу

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT, \quad (3.34)$$

Графік функції $f(\lambda, T)$ наведено на рисунку.3.40

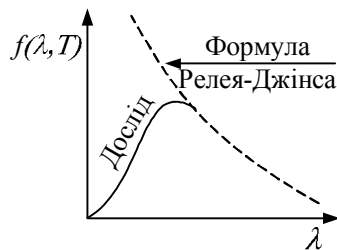


Рисунок 3.40 – Ультрафіолетова катастрофа

Починаючи з ультрафіолетового діапазону дослід і теорія діаметрально розходяться. Розходження дослідів та теорії отримало назву ультрафіолетової катастрофи.

14.4 Формула Планка

Розходження формули Релея – Джинса з дослідом вказувало на існування якихось закономірностей, які не сумісні з уявленням класичної статистичної фізики й електродинаміки.

У 1900 році Планк припустив, що випромінювання породжується не безперервно, а у вигляді окремих порцій (квантів) з енергією

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega, \quad (\hbar = \frac{h}{2\pi}). \quad (3.35)$$

Енергія електромагнітного коливання складається з n порцій (квантів)

$$\varepsilon_n = n\hbar\omega. \quad (3.36)$$

Згідно з законом Больцмана імовірність P_n того, що енергія електромагнітного коливання має величину ε_n , визначається формулою

$$P_n = A e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}} = A e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}.$$

Середнє за часом значення енергії коливання

$$\langle \varepsilon \rangle_{\text{кв}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \varepsilon_n = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}, \quad (3.37)$$

Формула (3.37) дає квантове значення середньої енергії коливання.

Зазначимо, що

$$\lim_{\hbar \rightarrow 0} \langle \varepsilon \rangle_{\text{кв}} = kT = \langle \varepsilon \rangle_{\text{кл}}$$

оскільки

$$e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} \approx 1 + \hbar\omega/kT.$$

тобто коли енергія кванта спрямовується до нуля середнє квантове значення енергії коливання переходить у класичне. Підставляючи замість $\langle \varepsilon \rangle_{\text{кл}}$ значення $\langle \varepsilon \rangle_{\text{кв}}$ Планк отримав формулу, яка повністю збігається з дослідом:

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^2}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}, \quad (3.38)$$

Для енергетичної світимості абсолютно чорного тіла

$$R_e^* = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4.$$

Отже, формула Планка дає вичерпний опис рівноважного теплового випромінювання.

ТЕМА 15 Фотони і їх властивості

15.1 Зовнішній фотоелектричний ефект

Під дією світла метали випромінюють електрони. Напруга запирання впливає з формули (рис. 3.41).

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_3.$$

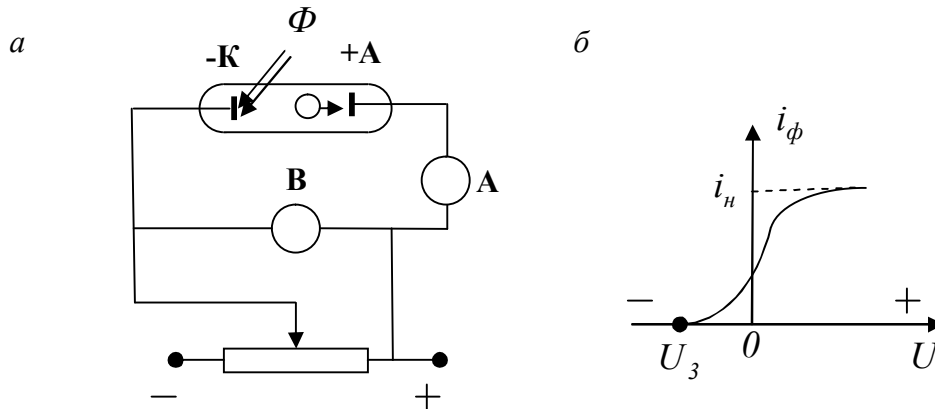


Рисунок 3.41 – Фотоелектричний ефект:
а – електрична схема; б – фотострум

Вимірюючи U_3 можливо визначити максимальну швидкість електронів.

Закони Столетова

1. Фотострум насичення пропорційний до світлового потоку $i_n \sim \Phi_n$.

2. Напруга запирання є функцією частоти світла, і не залежить від світлового потоку. Тобто швидкість електронів є функцією частоти, а не світлового потоку, що не відповідає класичній теорії.

Ейнштейн припустив, що випромінювання не тільки породжується, але і поглинається окремими порціями (квантами) енергії.

Закон збереження енергії при поглинанні кванта

$$\hbar\omega = A_{\text{вих}} + \frac{mv^2}{2}, \quad (3.39)$$

де $A_{\text{вих}}$ – робота виходу електрона з металу.

Звідси випливає, що швидкість електронів залежить від частоти світла, а не від світлового потоку.

15.2 Фотони

Ейнштейн висунув гіпотезу, що випромінювання не тільки породжується, поглинається але і поширюється у вигляді квантів енергії, тобто у вигляді світлових частинок, які отримали назву фотонів.

1. Фотони мають енергію

$$E = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}. \quad (3.40)$$

2. Фотони мають масу.

$$E = mc^2, \text{ відкіля } m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}, \text{ оскільки } \nu\lambda = c. \quad (3.41)$$

З іншого боку

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

оскільки для фотонів швидкість $v = c$, то звідси випливає, що $m_0 = 0$ – маса спокою фотонів дорівнює нулю, тобто нерухомих фотонів у природі не існує. Фотон може існувати тільки рухаючись зі швидкістю світла.

3. Фотони мають імпульс.

Для релятивістської частинки $E = c\sqrt{P^2 + m_0^2 c^2}$, для фотона $m_0 = 0$, тому імпульс

$$P = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (3.42)$$

Отже світло повинно утворювати тиск, який і було виміряно у досліді Лебедева.

Око людини починає реагувати на світло при паданні ~ 100 фотонів за 1 с.

За умови освітленості $E = 50 \text{ лк}$ (це нормальна освітленість) і $\lambda = 0,55 \text{ мкм}$ (зелене світло) на 1 см^2 падає $2 \cdot 10^{13}$ фотонів за 1 с.

РОЗДІЛ 4 АТОМНА ФІЗИКА

ТЕМА 16 Квантово-механічний опис руху мікрочастинок

16.1 Гіпотеза де Бройля. Хвильові властивості речовини

У 1924 р. де Бройль висунув гіпотезу, що подвійність властивостей не є особливістю одних тільки оптичних явищ, але має універсальне значення.

Він припустив, що частинки речовини поряд із корпускулярними властивостями мають також і хвильові, і переніс на випадок частинок речовини тіж правила переходу від корпускулярної картини до хвильової, які справедливі для світла.

Для світла: фотон має енергію $\varepsilon = h\nu$ й імпульс $p = \frac{h}{\lambda}$.

Для частинок речовини – за ідеєю де Бройля рух частинки пов'язаний з хвильовим процесом з параметрами

$$\text{довжина хвилі } \lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\vartheta}, \text{ частота } \nu = \frac{\varepsilon}{h}.$$

Замість руху частинки можливо розглядати поширення хвилі матерії.

Гіпотеза де Бройля була блискавично підтверджена у досліді Девісона і Джермера по дифракції електронів (рис. 4.1).

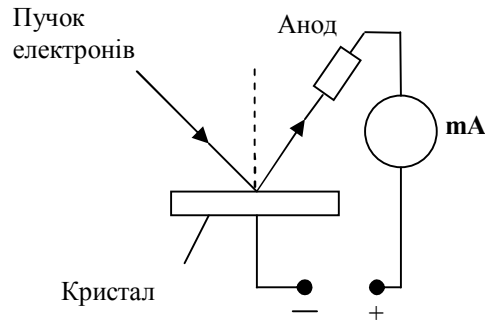


Рисунок 4.1 – Схема досліду

Пучок електронів дає дифракційну картину, яка подібна до отриманої від електромагнітних хвиль. Дифракційна картина відповідає довжині хвилі

$$\lambda = \frac{h}{m\vartheta}.$$

16.2 Рівняння Шредінгера. Хвильова функція

Виникла необхідність створити механіку, яка б враховувала хвильові властивості частинок. Ця механіка спочатку отримала назву хвильової, а потім квантової механіки.

Головним рівнянням квантової механіки є рівняння Шредінгера. Стан мікрочастинки описується у квантовій механіці хвильовою функцією Ψ . Вигляд хвильової функції визначається потенціальною енергією U . Для силового поля, яке не залежить від часу (стаціонарне), потенціальна енергія також не залежить від часу і хвильова функція $\Psi(x, y, z)$ описує стаціонарні стани частинки й задовольняє рівнянню

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0, \quad (4.1)$$

де E – повна енергія частинки,

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Δ – оператор Лапласа, m - маса мікрочастинки, U - потенціальна енергія частинки у зовнішньому силовому полі..

Сама хвильова функція $\Psi(x, y, z)$ фізичного змісту не має. Фізичний зміст має квадрат модуля $|\Psi|^2$. Він визначає густину ймовірності знаходження

частинки у відповідному місці простору. Тоді ймовірність dP того, що частинка знаходиться у об'ємі dV дорівнює

$$dP = |\Psi|^2 dV.$$

Таким чином, квантова механіка має статистичний характер. Вона не дозволяє визначити місцеположення частинки у просторі або траєкторію, по якій рухається частинка. У застосуванні до мікрочастинок поняття певного місцезнаходження і траєкторії зовсім відсутні. Певне місцеположення і рух по певній траєкторії не сумісні з хвильовими властивостями частинок.

Ступінь точності, з якою до частинки можливо застосувати уявлення про певне положення у просторі дається співвідношенням невизначеностей: частинка не може одночасно мати точні значення координати та відповідний до цієї координати складник імпульсу

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar,$$

де Δx – невизначеність (абсолютна похибка) координати,

Δp_x – невизначеність імпульсу вздовж цієї координати.

З цього співвідношення випливає таке: чим точніше визначена одна з величин (x або \hat{p}_x), тим більшою стає невизначеність другої.

Відповідно до її фізичного змісту, на хвильову функцію накладаються три умови – вона повинна бути однозначною, кінцевою та безперервною у всій області змін x, y, z .

Рівняння Шредінгера має рішення, які задовольняють цим трьом умовам, не за будь-яких значень енергії E , а лише деяких визначених. Отже, енергія частинки E квантована, тобто змінюється не безперервно, а дискретно.

ТЕМА 17 Квантово-механічна теорія атома

17.1 Атом водню

Атом водню є найпростішим атомом. Він складається з ядра й одного електрону. Заряд того і іншого e .

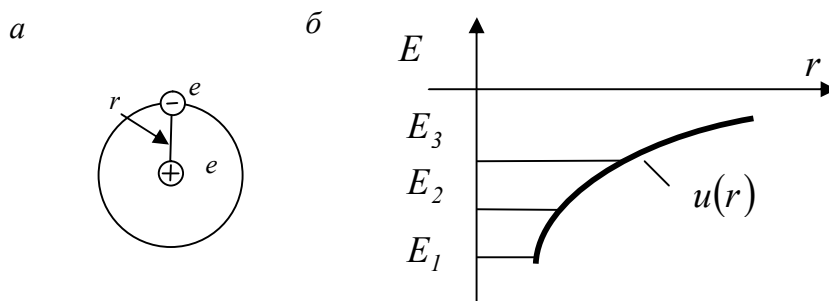


Рисунок 4.2 – Схема енергетичних рівнів:

а – атом водню;

б – схема енергетичних рівнів

Потенціальна енергія атома

$$U = -\frac{e^2}{r}, \quad (4.2)$$

(в системі СГС).

Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{r} \right) \Psi = 0 \quad (4.3)$$

має рішення у таких двох випадках:

1. При будь-яких позитивних значеннях енергії E . Цей випадок відповідає електрону, який пролітає поблизу ядра й уходить на нескінченність.

2. При дискретних негативних значеннях. Цей випадок, як видно з рисунку 4.2, б відповідає електрону, що локалізований поблизу ядра (тобто захоплений ядром).

З рівняння Шредінгера значення енергії електрона становлять

$$E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (4.4)$$

Власні хвильові функції Ψ_{nlm} , які відповідають значенню енергії E_n , мають три цілочисельні параметри, які називаються квантовими числами:

1) n – головне ($n=1, 2, 3, \dots$);

2) l – азимутальне ($l=0, 1, 2, \dots, n-1$) – всього n значень;

3) m – магнітне ($m=-l, \dots, 0, \dots, +l$) – всього $2l+1$ значень.

Тобто кожному значенню енергії E_n відповідає кілька хвильових функцій Ψ_{nlm} , які відрізняються значення l і m .

Стани з однаковою енергією називаються виродженими. Кратність виродження

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2.$$

Головне квантове число за формулою (4.4) визначає енергію електрона в атомі водню.

Азимутальне квантове число l визначає орбітальний момент імпульсу електрона в атомі, з законом квантування

$$M_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}. \quad (4.5)$$

Магнітне квантове число m визначає проекцію орбітального моменту імпульсу електрона на магнітне поле (на вектор магнітної індукції \vec{B}), з законом квантування

$$M_{lB} = m\hbar. \quad (4.6)$$

Отже, орбітальний момент імпульсу електрона в атомі і його проекція на напрям магнітного поля, як і енергія, є квантовими величинами.

Напрямок орбітального моменту імпульсу \vec{M}_l у просторі є невизначеним. Відомий тільки кут ϑ , що утворює \vec{M}_l із напрямом вектора \vec{B} . Вектор \vec{M}_l може мати напрям однієї з утворюючих конусу, до того ж усі вони рівноймовірні. Можна уявити собі діло так, що вектор \vec{M}_l рівномірно обертається (процесує) навколо напрямку вектора \vec{B} складаючи з цим напрямом кут ϑ . Тоді всі напрями, які характеризуються кутом ϑ , будуть рівно ймовірні (рис. 4.3).

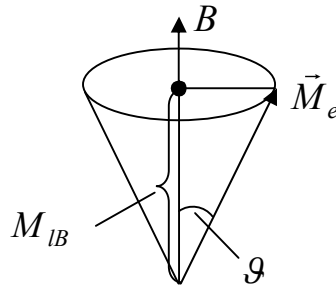


Рисунок 4.3 – Напрями орбітального моменту

Енергетичний спектр електрона в атомі, випромінювання та поглинання фотонів

Стани мають умовні позначення

$l=0$, s – стан;

$l=1$, p – стан;

$l=2$, d – стан;

$l=3$, f – стан,

потім g, h і далі за абеткою.

Приклад: стан $3p$ ($n=3$, $l=1$).

Оскільки $l=0, 1, 2, \dots, n-1$ можливі варіанти

$1s$

$2s, 2p$

$3s, 3p, 3d$

$4s, 4p, 4d, 4f$

Тоді схему енергетичних рівнів електрона в атомі водню зручно надати у вигляді.

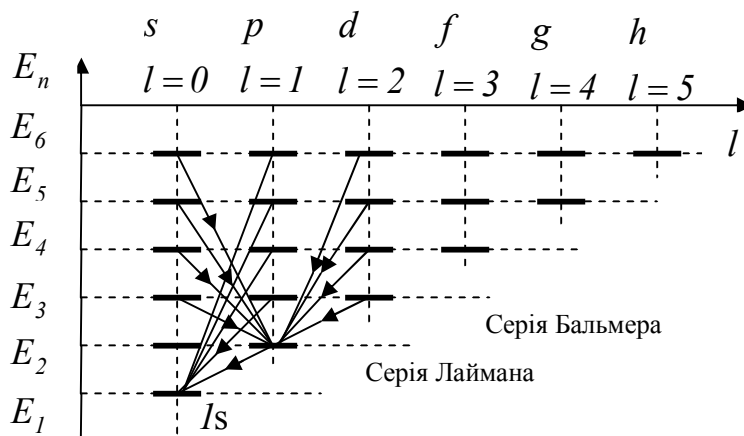


Рисунок 4.4 – Енергетичні рівні атому водню

Випромінювання та поглинання фотонів відбувається при переході електронів з одного енергетичного рівня на інший.

Можливі тільки такі переходи, для яких

$$\Delta l = \pm 1 \quad (4.7)$$

Це так зване правило відбору.

Фотон має власний момент імпульсу \hbar . При випромінюванні фотон уносить з атому цей момент, а при поглинанні вносить. Тому правило відбору є переформульованим через квантове число l законом збереження моменту імпульсу.

Згідно за правилом відбору випромінюються серії ліній:

1) серія Лаймана – це переходи $np \rightarrow 1s$ ($n = 2, 3, \dots$);

2) серія Бальмера – це переходи

$$ns \rightarrow 2p, \quad nd \rightarrow 2p, \quad np \rightarrow 2s \quad (n = 3, 4, \dots),$$

та інші серії.

Стан $1s$ – основний стан. Він має мінімальну енергію. Атом поглинає тільки ті фотони, енергія яких в точності дорівнює різниці енергій двох його енергетичних рівнів ($h\nu = E_n - E_m$).

Спектр поглинання з основного стану

$$1s \rightarrow np \quad (n = 2, 3, \dots)$$

Фотон при поглинанні його атомом зникає, передаючи атому всю енергію. Атом не може поглинути частину фотону.

Радіуси орбіт електрона в атомі водню

Радіуси орбіт – це відстані від ядра до максимуму густини ймовірності знайти електрон. Густина ймовірності знаходження електрону визначається квадратом модуля хвильової функції $|\Psi|^2$.

Радіус n -ої орбіти $r_n = n^2 r_1$,

$$\frac{r_n}{r_1} = n^2,$$

r_1 – радіус 1-ої орбіти, r_n – радіус n -ї орбіти.

Електрон можливо знайти не тільки на орбіті з радіусом r_n , але імовірність цього дуже мала.

17.2 Багато електронні атоми

В атомах, які мають кілька електронів, кожний з електронів рухається в усередненому полі ядра та решти електронів. Таке поле є центральносиметричним.

Енергетичні рівні електрона у центральносиметричному полі залежать не тільки від головного квантового числа n , але й від азимутального l

$$E = E_{nl},$$

а хвильова функція від трьох квантових чисел $\Psi = \Psi_{nlm}$, тобто у цьому випадку знімається виродження по l . Орбітальний момент імпульсу атому в цілому складається з моментів імпульсу електронів, які входять до складу атома.

Додавання моментів імпульсу виконується за квантовими законами.

Моменти імпульсу двох електронів

$$M_1 = \hbar \sqrt{l_1(l_1 + 1)}, \quad M_2 = \hbar \sqrt{l_2(l_2 + 1)}$$

додаються

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{M}$$

і в результаті отримуємо

$$M = \hbar \sqrt{L(L + 1)},$$

де азимутальне квантове число L сумарного моменту визначається через азимутальні числа електронів, за правилом

$$L = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2|$$

l_1 і l_2 – азимутальні квантові числа, що визначають моменти M_1 і M_2 , які додаються.

Отже, результуючий орбітальний момент імпульсу може мати $2l_2 + 1$, або $2l_1 + 1$ (потрібно взяти менше з двох l_i) різних значень.

За класичними уявленнями обидва моменти, що додаються, внаслідок взаємодії один з одним, повинні процесувати навколо напрямку результуючого моменту.

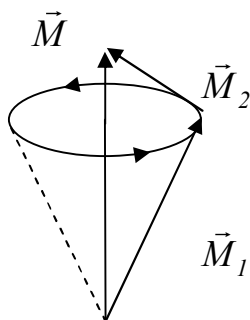


Рисунок 4.5 – Додавання моментів

Переходи підкорюються правилу відбору: можливі тільки такі переходи електронів, за яких момент імпульсу атома змінюється на одиницю.

$$\Delta L = \pm 1.$$

17.3 Спін електрона

Якщо атоми, що випромінюють світло, примістити у магнітне поле, то лінії випромінювання у спектрі атома розщеплюються на декілька ліній – мультиплети (рис. 4.6).

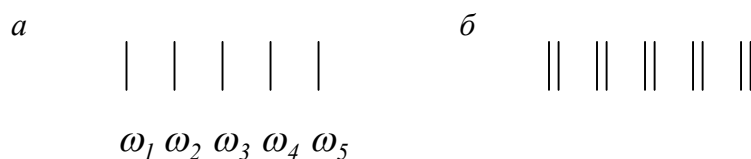


Рисунок 4.6 – Мультиплети:

а – без магнітного поля;

б – у магнітному полі

Для пояснення мультиплетної структури спектрів у 1925 р. було висунуто гіпотезу, що електрони мають крім орбітального M_l , ще і власний момент імпульсу M_s , не пов'язаний з рухом електрона по орбіті. Цей власний момент імпульсу електрона отримав назву спіна (spin) (рис. 4.7)

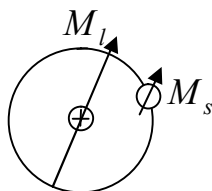


Рисунок 4.7 – Спін електрона

Спін потрібно вважати внутрішньою властивістю, яка притаманна електрону, подібно тому, як йому притаманні заряд і маса.

Величина власного моменту імпульсу електрона визначається квантовим числом s

$$M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}.$$

Вимірювання дали для електрона $s = \frac{1}{2}$ і $M_s = \frac{\hbar\sqrt{3}}{2}$.

Складник спіну вздовж магнітного поля

$$M_{sB} = m_s \hbar, \quad (4.8)$$

де

$$m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2}$$

s – спінове квантове число.

Повний момент імпульсу електрона складається з орбітального M_l і спінового M_s

$$M_j = M_l + M_s,$$

де

$$M_j = \hbar \sqrt{j(j+1)}.$$

При цьому

$$j = l + s, |l - s|.$$

При $l = 0$ $j = s = \frac{1}{2}$.

При $l \neq 0$ $j = l + \frac{1}{2}, j = l - \frac{1}{2}$.

Стани з різними j повинні мати різні енергії. Отже, кожний ряд енергетичних рівней, окрім s ($l = 0$), розщеплюється на два ряди – структура рівней стає дублетною (подвійною).

Дозволяються переходи, які задовольняють правилу відбору

$$\Delta j = 0, \pm 1.$$

17.4 Розподіл електронів в атомі по енергетичним рівням. Періодична система Менделєєва

Стан електрона в атомі характеризується чотирма квантовими числами:

- 1) головним $n = 1, 2, 3, \dots$ визначає енергію E_n ;
- 2) азимутальним $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$ – всього n – значень, визначає орбітальний момент імпульсу M_l ;
- 3) магнітним $m_l = -l, \dots, 0, \dots, +l$ – всього $2l+1$ значень, визначає проекцію орбітального моменту електрона M_{lB} на магнітне поле;

4) спіновим $m_s = \pm \frac{1}{2}$, усього два значення, визначає проекцію спіна на магнітне поле M_{sB} .

Енергія стану здебільшого залежить від чисел n і l . Крім того має місце слабка залежність від m_l і m_s .

Заселеність рівнів підкоряється двом принципам:

1) принципу Паулі – в одному і тому ж атомі не може бути двох електронів, які мають однаковий набір чотирьох квантових чисел $\{n, l, m_l, m_s\}$;

2) принцип мінімуму енергії: у незбудженому стані (із мінімумом енергії) атома електрони повинні розташовуватися на найнижчих досяжних для них енергетичних рівнях (рис. 4.8).

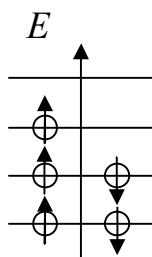


Рисунок 4.8 – Схема рівнів

Якщо енергетичні рівні розв'язані за квантовим числом n, l, m_l (тобто не мають однакових комбінацій), тоді на кожному енергетичному рівні розміщуються по два електрони з протилежно орієнтованими спінами.

На рисунку 4.8 показано основний стан атому бору B .

Сукупність електронів, які мають однакові n і l утворюють оболонку. Кількість електронів в оболонці

$$N_{обол} = 2(2l + 1).$$

Сукупність електронів з однаковим головним квантовим числом n утворює шар

$$N_{шари} = 2n^2.$$

З формул для кількості електронів у шарі видно, що елементи з кількістю електронів $z = 2$ (He) і $z = 10$ (Ne) мають повністю заповнені шари (K - шар для He і K і L шари – для Ne). Тому їх хімічні властивості подібні. Обидва вони повинні бути віднесені до групи інертних газів.

Елемент з $z = 3$ (Li) має повністю заповнений K – шар і один електрон у $2s$ – стані. Елемент з $z = 11$ (Na) має повністю заповнені K і L – шари і один електрон у $3s$ – стані. Електрони $2s$ для Li і $3s$ для Na зв'язані з ядром слабше за інші і є валентними електронами. У зв'язку з цим хімічні властивості Na подібні властивостям Li і їх потрібно віднести до групи лужних металів.

Отже, можливо розташувати всі хімічні елементи по групах періодичної системи. Тому з законів квантової механіки автоматично випливає періодична система елементів.

ТЕМА 18 Молекули

18.1 Головні види міжатомного зв'язку

Сили, які утримують атоми у молекулі, обумовлені взаємодією зовнішніх електронів. Електрони внутрішніх оболонок під час об'єднання атомів у молекулу залишаються у попередніх станах.

Розділяють два види зв'язку атомів у молекулах. Перший – частина електронів рухається навколо обох ядер. Такий зв'язок називається гомеополярним, або ковалентним. Він утворюється парами електронів з протилежно орієнтованими спінами (H_2 , N_2 , O_2 , CN) (рис. 4.9, а).

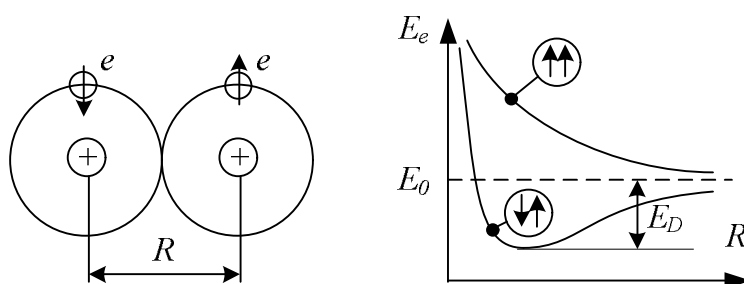


Рисунок 4.9 – Ковалентний зв'язок:

а – ковалентна пара;

б – енергія електронів

Атоми обмінюються електронами цієї пари. У середньому половину часу кожний електрон пари проводить навколо кожного ядра молекули.

Значення енергії електронів (електронної енергії) залежать від відстані між ядрами R , до того ж у випадках паралельної та антипаралельної орієнтації спінів електронів характер цієї залежності істотно різний (рис. 4.9, б). Утворення молекули можливе лише у разі наближення атомів з антипаралельними спінами, т. к. при цьому виникає мінімум енергії. На рисунку 4.9, б :

E_0 – сума енергій ізольованих атомів;

E_D – енергія зв'язку молекули.

Другий тип зв'язку – електрони двох атомів перерозподіляються так, що навколо одного з ядер виникає надлишок електронів, а у другого – недолік, унаслідок чого молекула становить собою два іони протилежних знаків. Це гетерополярний, або іонний зв'язок (рис. 4.10).

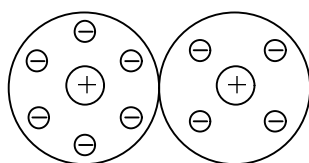


Рисунок 4.10 – Іонний зв'язок

18.2 Енергія молекули

Зазвичай зміна енергії молекули відбувається, як і в атомі, унаслідок змін у електронній конфігурації периферійної частини молекули. Енергія, яка обумовлена електронною конфігурацією, називається електронною та позначається E_e .

Однак при заданій електронній конфігурації ядра атомів молекули можуть різним чином коливатися та обертатися навколо загального центру інерції. З кожним з цих видів руху пов'язаний певний запас енергії.

Позначимо:

E_v – коливальна (вібраційна) енергія;

E_r – обертальна (ротаційна) енергія.

У першому наближенні окремі види енергії можливо вважати незалежними одна від одної, унаслідок чого повна енергія молекули

$$E = E_e + E_v + E_r.$$

Електронна енергія визначається з рівняння Шредінгера і нами обговорювалася раніше.

Визначимо коливальну енергію E_v .

Для цього розглянемо квантовий гармонічний осцилятор (рис. 4.11).

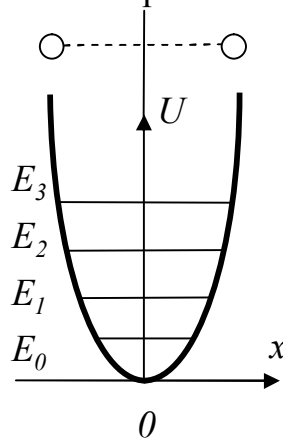


Рисунок 4.11 – Квантовий осцилятор

Потенціальна енергія осцилятора

$$U = \frac{kx^2}{2},$$

де x – зміщення від положення рівноваги.

Циклічна частота коливань

$$\omega_v = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

звідси

$$k = m\omega_v^2.$$

Тоді

$$U = \frac{m\omega_v^2 x^2}{2}.$$

Рівняння Шредінгера для квантового осцилятора

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E_v - \frac{m\omega_v^2 x^2}{2} \right) \Psi = 0.$$

Звідси енергетичний спектр коливань

$$E_v = \left(v + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_v,$$

де $v = 0, 1, 2, \dots$ – коливальне (вібраційне) число.

Для коливального квантового числа v маємо правило відбору

$$\Delta v = \pm 1,$$

звідки зміна енергії

$$\Delta E_v = \hbar\omega_v$$

Це і є енергія коливального переходу.

Отже енергія гармонічного осцилятора може змінюватися тільки порціями $\hbar\omega$, тобто квантами. Отже, енергія кванта природно впливає з квантової теорії.

Визначимо обертальну енергію

Енергія системи, яка має момент інерції I і обертається з кутовою швидкістю ω_r , дорівнює

$$E_r = \frac{I\omega_r^2}{2} = \frac{(I\omega_r)^2}{2I} = \frac{M^2}{2I},$$

де $M = I\omega_r$ – момент імпульсу молекули. Оскільки, момент імпульсу квантований за законом

$$M = \hbar\sqrt{J(J+1)},$$

де $J = 0, 1, 2, \dots$ – обертальне квантове число, то обертальна енергія молекули

$$E_r = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}.$$

За правилом відбору $\Delta J = \pm 1$, то зміна обертальної енергії

$$\Delta E_r = k\hbar\omega_l$$

де ΔE_r – енергія обертального переходу та $\omega_l = \frac{\hbar}{I}$, $k = 1, 2, 3, \dots$

Отже, повна енергія молекули

$$E = E_e + \left(v + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_v + \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}$$

і при цьому

$$\Delta E_r \ll \Delta E_v \ll \Delta E_e,$$

де ΔE – різниця енергій двох сусідніх рівнів (рис. 4.12).



Рисунок 4.12 – Енергетичні спектри:

а – електронний спектр;
б – коливальний спектр;
в – обертальний спектр

18.3 Спектри атомів і молекул

Молекулярні спектри сильно відрізняються від атомних. Атомарні спектри складаються з окремих ліній (лінії – частоти спектру). Молекулярні спектри уявляють собою систему смуг (смугасті спектри). Спектри молекул складніші за спектри атомів, що пояснюється їхньою складнішою будовою.

У спектрі молекул розділяють:

1. **Обертальні смуги.** Вони утворені лініями обертового спектру, тобто лініями випромінювання, які відповідають переходам у обертовому енергетичному спектрі (обертальні переходи)

$$\omega = \frac{\Delta E_r}{\hbar} = k\omega_I, \quad (4.9)$$

де $k = 1, 2, 3, \dots$, $\omega_I = \frac{\hbar}{I}$.

Отже, обертальний спектр складається з ряду рівно відстоячих ліній випромінювання, що розташовані у дальній інфрачервоній області (рис. 4.13).

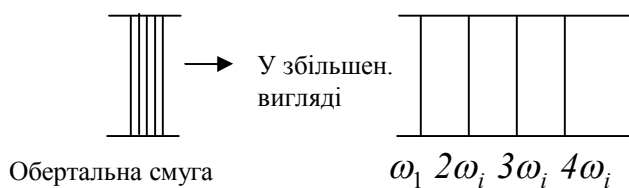


Рисунок 4.13 – Обертальні смуги

2. **Коливально-обертальні смуги.** Це сукупність обертальних ліній, які належать одному і тому ж коливальному переходу (рис. 4.14).

$$\omega = \frac{\Delta E_v + \Delta E_r}{\hbar} = \omega_v \pm k\omega_l, \quad (k=1, 2, 3..), \quad (4.10)$$

де $\omega_v = \frac{\Delta E_v}{\hbar}$ – частота коливального переходу, яка є сталою для даної смуги.

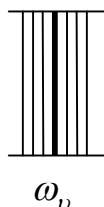


Рисунок 4.14 – Коливально-обертальні смуги

Розташовані в інфрачервоній області.

3. **Електронно-коливальні смуги.** Це сукупність обертальних ліній, які належать одному і тому ж електронному та коливальному переходам (рис. 4.14)

$$\omega = \frac{\Delta E_e + \Delta E_v + \Delta E_r}{\hbar} = \omega_0 \pm k\omega_l, \quad (4.11)$$

де $\omega_0 = \frac{\Delta E_e + \Delta E_v}{\hbar}$ – однакова для певної смуги частота електронно-коливального переходу.

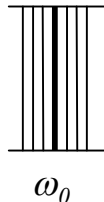


Рисунок 4.15 – Електронно-коливальні смуги

Розташовані у видимій частині спектру.

ТЕМА 19 Основи квантової теорії металів

19.1 Енергетичні зони. Поділ речовин на три класи

У класичній теорії вважається, що електрони провідності можуть мати будь-які значення енергії. Згідно з квантовою теорією енергія електронів у кристалічному тілі кантується, тобто приймає дискретні (розділені кінцевими проміжками) значення, які мають назву рівнів енергії. Дозволені рівні енергії електронів у кристалі групуються у зони.

Нехай спочатку маємо N ізольованих атомів. У незбудженому стані підсумкова енергія електронів має мінімальне значення. Усі електрони атому не можуть знаходитися на найнижчому рівні згідно з принципом Паулі. Якщо

рівні розв'язані (розділені) за квантовими числами $\{n, l, m_l\}$, то на кожному рівні будуть знаходитися по два електрони з протилежно орієнтованими спінами $\left(m_s = \pm \frac{1}{2}\right)$.

Доки атоми ізольовані вони мають повністю співпадаючі схеми енергетичних рівнів, що повністю співпадають (рис. 4.16).

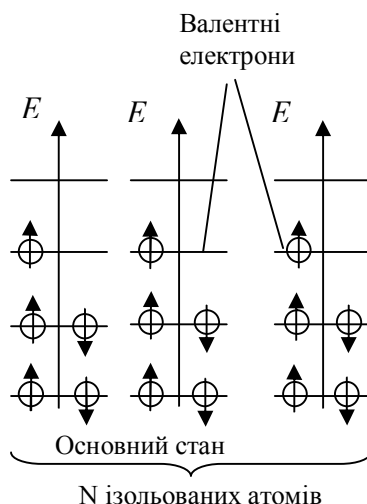


Рисунок 4.16 – Схеми енергетичних рівнів

Взаємодія при наближенні атомів призводить до зміни положення рівнів. Замість одного, однакового для всіх атомів рівня, виникає N дуже близьких, але не співпадаючих рівнів, які утворюють зону.

Енергетичні зони розділені проміжками, у яких дозволених значень енергії не має. Ці проміжки називаються забороненими зонами, їхня ширина становить ΔW .

Зона, яка виникла з того рівня, на якому знаходилися валентні електрони в основному стані атому, називається валентною зоною.

Більш високі дозволених зони будуть вільні від електронів і називаються вільними (рис. 4.17)

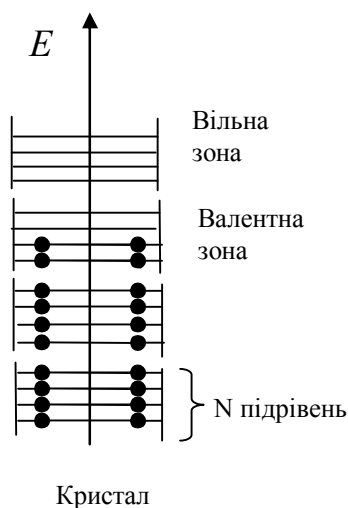


Рисунок 4.17 – Енергетичні зони

У залежності від ступеня заповнення валентної зони та ширини забороненої зони можливі три випадки:

1. Електрони заповнюють валентну зону не повністю

Якщо рівні розв'язані за квантовими числами $\{n, l, m_e\}$, то на кожному підрівні по два електрони з протилежними спінами (рис. 4.18).

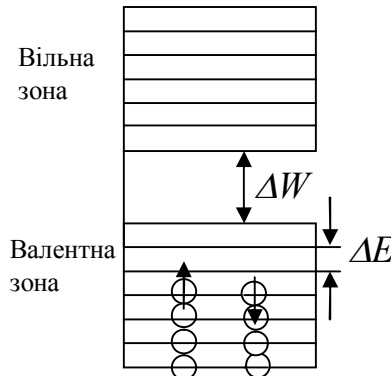


Рисунок 4.18 – Енергетичні зони металів

Різниця енергій двох підрівнів

$$\Delta E \approx 10^{-23} \div 10^{-22} \text{ eV.}$$

Тому достатньо надати електронам, які знаходяться на верхніх рівнях валентної зони зовсім невеличку енергію ($\sim 10^{-23} \div 10^{-22}$ eV) для того, щоб перевести їх на більш високі вільні від електронів рівні. Енергії електричного поля достатньо для цього. Тому електрони отримують енергію від електричного поля, приходять у впорядкований рух і утворюють електричний струм. Валентна зона є для них зоною провідності. Отже, кристал з подібною схемою енергетичних рівнів становить металевий провідник.

2. Рівні валентної зони заповнені повністю

Для того, щоб збільшити енергію електрона, необхідно надати йому кількість енергії не меншу, ніж ширина забороненої зони ΔW . Електричне поле надати таку енергію не може. За цих умов електричні властивості кристала визначаються шириною забороненої зони ΔW . Тут можливі два випадки.

1) ΔW **невелике** (приблизно кілька десятих eV). Енергії теплового руху kT достатньо для того, щоб перевести частину електронів у вільну зону ($kT > \Delta W$). Для них це буде зона провідності, така речовина називається **напівпровідником** (рис. 4.19).

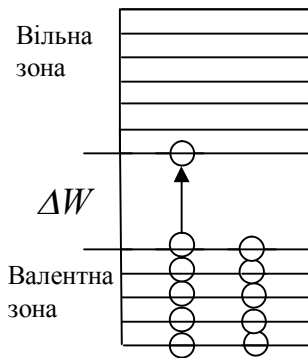


Рисунок 4.19 – Енергетичні зони напівпровідників

Перехід валентного електрона на енергетичній діаграмі у вільну зону фізично означає розрив електроном зв'язку між атомами, і валентний електрон стає вільним.

2) ΔW **велике** (кілька еВ). При цьому $kT \ll \Delta W$ і енергії теплового руху kT у цьому разі недостатньо, щоб перевести електрони у вільну зону. У цьому випадку електричний струм у речовині не виникає, оскільки відсутні вільні електрони і кристал є **діелектриком**.

19.2 Розподіл Фермі. Енергія Фермі

Розглянемо розподіл електронів за рівнями зони провідності у металах. У разі абсолютного нуля температури ($T = 0$ К) енергія електронів мінімальна і на кожному з $N/2$ нижчих рівнів зони буде знаходитися по два електрони (рис. 4.20)

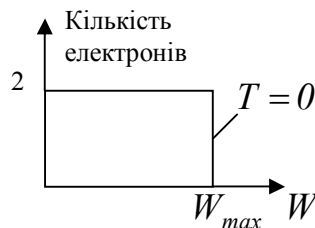


Рисунок 4.20 – Розподіл електронів у металах

Яка імовірність знаходження електронів на різних рівнях при $T \neq 0$ К? У класичній механіці розподіл частинок за енергіями характеризується розподілом Больцмана

$$f_B(W) = A e^{-\frac{W}{kT}},$$

яке визначає ймовірність того, що частинка має енергію W . Цей розподіл отримано у припущенні, що у кожному стані може перебувати необмежена кількість частинок. Функцію розподілу, яка враховує принцип Паулі та

визначає ймовірність заповнення електроном рівня з енергією W було винайдено Фермі

$$f_F(W) = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{kT}} + 1} \quad (4.12)$$

де W_F – рівень Фермі (енергія Фермі).

При $T = 0$ К

$$f_F(W) = 1, \text{ якщо } W < W_F,$$

$$f_F(W) = 0, \text{ якщо } W > W_F.$$

Отже, при $T = 0$ К рівень Фермі $W_F = W_{max}$, тобто дорівнює максимальній енергії електронів.

Для $T \neq 0$ К $W = W_F$ і $f_F(W_F) = \frac{1}{2}$, тобто рівень Фермі співпадає з тим рівнем енергії, ймовірність заселення якого дорівнює $\frac{1}{2}$ (рис. 4.21).

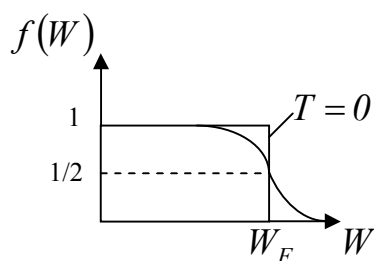


Рисунок 4.21 – Рівень Фермі

Ордината кривої на рисунку 4.21 характеризує середню у часі ймовірність заселення рівня. Ймовірність заселення $\frac{1}{2}$ означає, що половину часу у середньому рівень заселений електроном, а другу половину – вільний.

В області великих значень енергії, де $W - W_F \gg kT$, що виконується в області «хвоста» кривої розподілу

$$e^{\frac{W-W_F}{kT}} \gg 1,$$

$$f_F(W) \approx e^{-\frac{W-W_F}{kT}} = \text{conste} e^{-\frac{W}{kT}},$$

тобто розподіл Фермі переходить у розподіл Больцмана.

ТЕМА 20 Напівпровідники

20.1 Види провідності

У напівпровідників провідність σ росте з збільшенням температури, а у металів – зменшується (див. рис. 4.22).

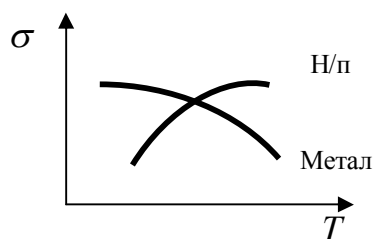


Рисунок 4.22 – Температурна залежність провідності

За температурною залежністю σ від T речовини класифікують на провідники і напівпровідники.

Підрозділяють власну і домішкову провідності напівпровідників.

1. Власна провідність. Вона виникає внаслідок переходу електронів на енергетичній діаграмі з верхніх рівнів валентної зони у зону провідності. Цьому переходу реально відповідає розрив зв'язку між атомами валентним електроном. Він стає вільним, на його місці виникає вакансія для валентного електрона, яка має позитивний заряд і називається діркою.

Тепловий рух при достатньо високих температурах у змозі розірвати окремий зв'язок між атомами, звільнити електрон і утворити пару «вільний електрон-дірка» (рис. 4.23).

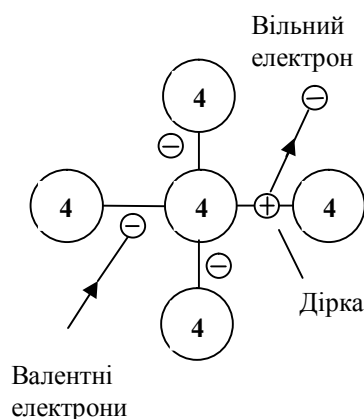


Рисунок 4.23 – Власна провідність

Отже, власна провідність – це електронно-діркова провідність, тобто носіями струму є вільні електрони та дірки. Дірки не будучи реальною частинкою (вони квазічастинки) виконують роль вільної позитивної частинки

У напівпровіднику одночасно проходять два процеси – народження пар «вільний електрон – дірка» та їх рекомбінація.

При накладенні зовнішнього електричного поля вільні електрони та дірки приходять у направлений рух і виникає електричний струм.

Для чистого напівпровідника рівень Фермі лежить посередині забороненої зони (рис. 4.24).

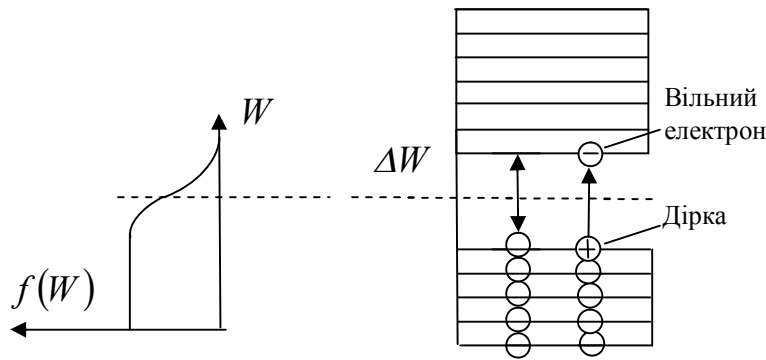


Рисунок 4.24 – Положення рівня Фермі

На «хвості» функції розподілу $f_F(W)$, тобто для електронів у вільній зоні

$$W - W_F \approx \frac{\Delta W}{2}, \quad f_F(W) = e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}.$$

Оскільки провідність напівпровідника $\sim f_F(W)$, то

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}, \quad (4.12)$$

тобто електропровідність напівпровідника швидко зростає зі збільшенням температури.

2. Домішкова провідність. Цей тип провідності виникає, якщо деякі атоми напівпровідника замінити у вузлах кристалічної ґратки на атоми, валентність яких відрізняється від валентності основних атомів на одиницю.

Підрозділяють два види домішкової провідності: донорна та акцепторна.

1) **Донорна** (n – типу, електронна) – виникає у разі введення домішки, валентність якої на одиницю більше, ніж валентність чистого напівпровідника

$$i_{\text{дом}} = i_{n/n} + 1,$$

германій Ge – чотири валентний, фосфор P – п'яти валентний (рис. 4.25).

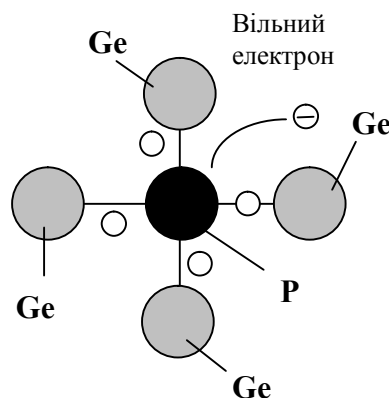


Рисунок 4.25 – Донорна провідність

П'ятий валентний електрон домішки зайвий, він легко відщеплюється від атому домішки і стає вільним. Дірки при цьому не виникають. Носіями струму є вільні електрони.

Розглянемо цей процес на енергетичній діаграмі (рис. 4.26).

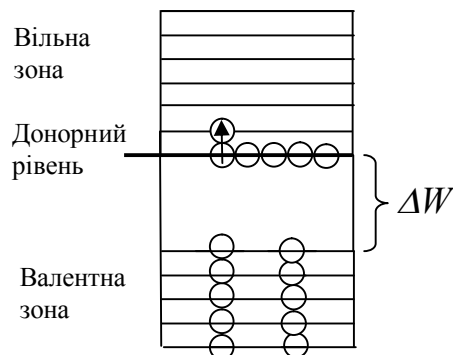


Рисунок 4.26 – Донорна провідність

У разі внесення домішки енергетична структура напівпровідника змінюється. У забороненій зоні біля дна вільної зони виникає донорний рівень. Зайві електрони займають цей рівень.

Енергії теплового збудження достатньо, щоб перевести електрони з донорного рівня у валентну зону (для електронів вона стає зоною провідності). При цьому не виникає дірок.

2) **Акцепторна** (*p*-тип, діркова) провідність. Виникає при введенні домішки, валентність якої на одинцю менша від валентності чистого напівпровідника.

$$i_{\text{дом}} = i_{n/n} - 1$$

Кремній *Si* – 4-х валентний, бор *B* – 3-х валентний (див. рис. 4.27).

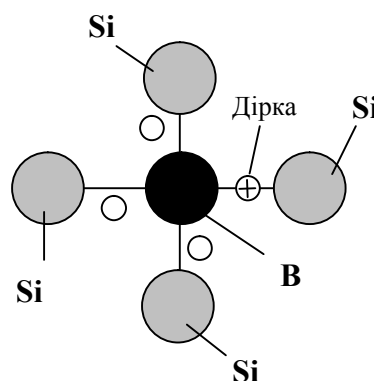


Рисунок 4.27 – Акцепторна провідність

Один із зв'язків буде не укомплектований і на його місці виникає дірка (вакансія для валентного електрона), яка виконує функцію позитивного носія струму.

Розглянемо цю ситуацію на енергетичній діаграмі (рис. 4.28).

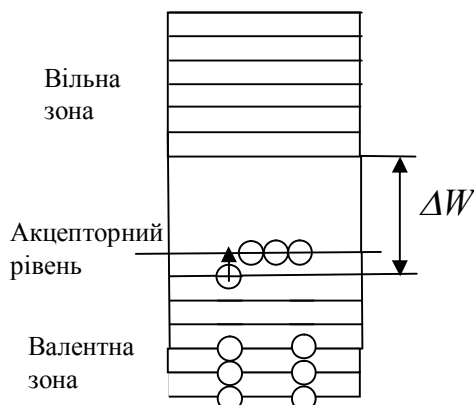


Рисунок 4.28 – Акцепторна провідність

На енергетичній діаграмі у разі внесення домішки, валентність якої на одиницю менша валентності напівпровідника, у забороненій зоні поблизу верха валентної зони виникає акцепторний рівень. Утворенню дірок відповідає перехід електронів із верхніх рівнів валентної зони на акцепторний рівень. При цьому не виникає вільних електронів.

20.2 Напівпровідниковий діод

Головним елементом діоду є $p-n$ – перехід – тонкий шар на межі двох напівпровідників із різним типом домішкової провідності (рис. 4.29).

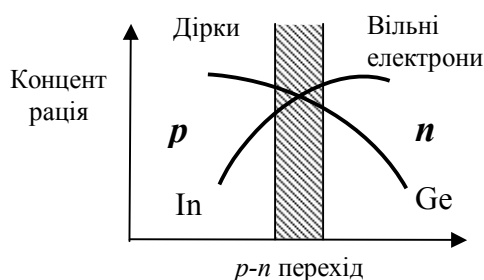


Рисунок 4.29 – Напівпровідниковий діод

У пластину германія Ge з n – типом провідності методом вакуумної дифузії вводиться індій In . Атоми In дифундують у Ge . В області, де проникли атоми In , провідність стає дірковою. У p – області головні носії струму – дірки, в n – області – вільні електрони. В результаті теплового руху дірки і електрони проникають у $p-n$ – перехід і рекомбінують (вільні електрони стають на місце дірок і перетворюються на валентні, тобто укомплектовують відповідний зв'язок між атомами). В результаті $p-n$ – перехід виявляється дуже збідненим носіями струму і набуває великий

електричний опір. Одночасно на межі між p і n – областями виникає подвійний електричний шар. Енергії дірок і електронів (рис. 4.30):

$$W_{pq} = e\varphi, \quad W_{pe} = -e\varphi. \quad (4.14)$$

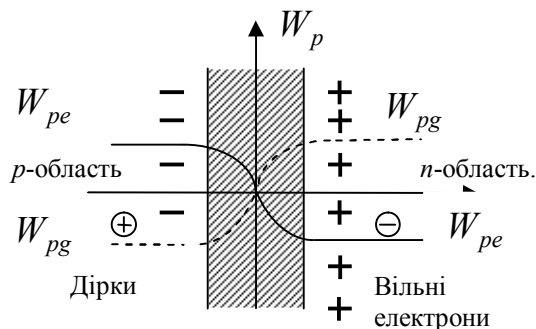


Рисунок 4.30 – Енергії дірок і електронів

Подвійний електричний шар є потенціальним бар'єром для головних носіїв струму і перешкоджає їх проникненню у $p-n$ – перехід.

Подамо на діод зовнішню напругу так, щоб плюс потенціал було прикладемо до p – області, а мінус – до n – області (ця напруга називається прямою) (рис. 4.31).

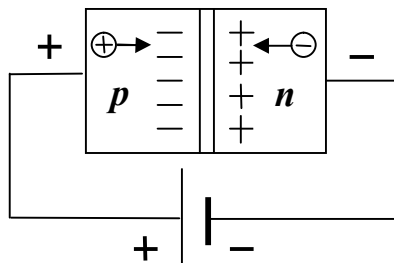


Рисунок 4.31 – Пряма напруга

При цьому потенціальний бар'єр подвійного електричного шару для основних носіїв зменшується, а струм основних носіїв різко зростає.

Електричне поле, яке виникає у кристалі при прямій напрузі, підтискує основні носії до $p-n$ – переходу, внаслідок чого ширина $p-n$ – переходу, збідненого носіями, зменшується. Відповідно зменшується електричний опір переходу, до того ж тим менше, чим більша напруга. Це призводить до додаткового збільшення струму основних носіїв і робить залежність струму від напруги нелінійною (рис. 4.32).

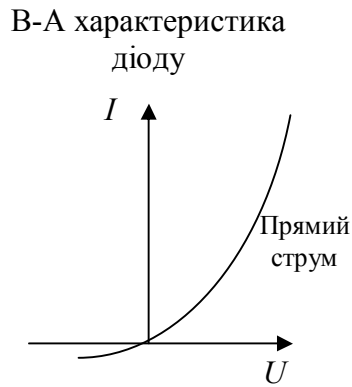


Рисунок 4.32–Вольт – амперна характеристика

Зворотна напруга призводить до збільшення потенціального бар'єру для основних носіїв і, відповідно, до зменшення струму основних носіїв. Існує невеликий струм неосновних носіїв, який швидко сягає насичення. (рис. 4.32). Отже, напівпровідниковий діод пропускає струм тільки в одному напрямку (вентильний ефект). Він використовується для випрямлення змінного струму. У разі його увімкнення струм тече в одному напрямку (рис. 4.33).

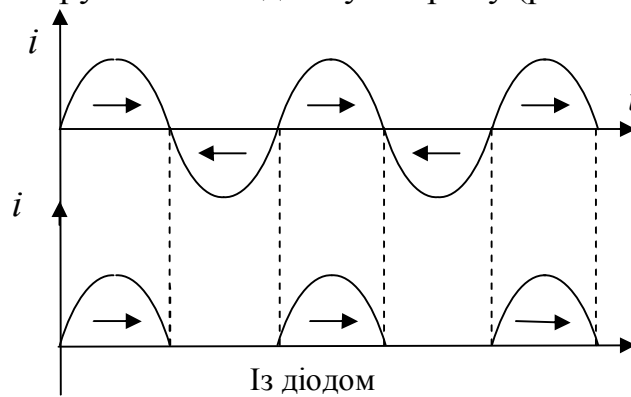


Рисунок 4.33 – Випрямлення струму

20.3 Внутрішній фотоефект (фотоопір)

Спостерігається у діелектриках і напівпровідниках (рис. 4.34).

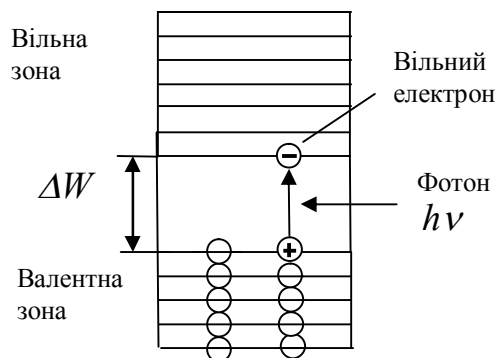


Рисунок 4.34 – Енергетичні зони

Якщо енергія падаючого фотона $h\nu > \Delta W$, електрон, який поглинув фотон, переходить із валентної зони у зону провідності. Унаслідок цього з'являється додаткова пара «вільний електрон – дірка», що проявляється у збільшенні електропровідності. Кількість виникаючих електронно-діркових пар (тобто носіїв струму) пропорційна до падаючого світлового потоку Φ (рис. 4.35).

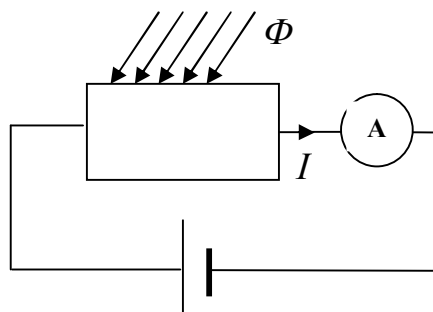


Рисунок 4.35 – Схема включення

Тому фоторезистори застосовують для цілей фотометрії, тобто для вимірювання світлових потоків. Фотометри на PbS , $PbSe$, $PbTe$, $InSb$ використовуються як детектори інфрачервоного випромінювання.

20.4 Фоторушійна сила (вентильний фотоэффект)

Цей ефект полягає у виникненні під дією світла електрорушійної сили (фотоерс) у $p-n$ – переходах.

Якщо енергія фотонів $h\nu > \Delta W$, то під дією світла виникає народження електронно-діркових пар.

Неосновні носії (вільні електрони у p – області й дірки – у n – області) проходять крізь $p-n$ – перехід, так як $p-n$ – перехід для них не являється потенціальним бар'єром, а, навпаки, потенціальними спусками, де діють сили $F = -\Delta W_p$, які і переміщують неосновні носії крізь $p-n$ – перехід. У наслідок цього у p – області накопичується збитковий позитивний заряд, а у n – області – негативний (рис. 4.36).

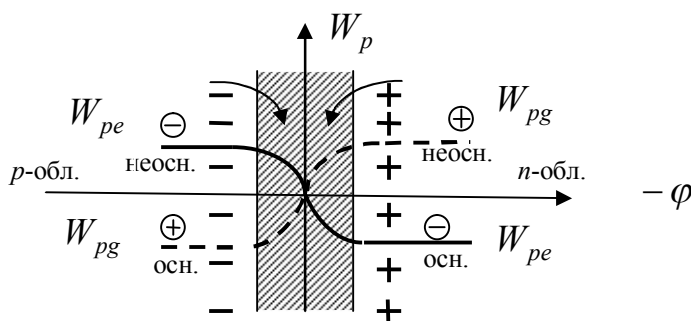


Рисунок 4.36 – Народження електронно-діркових пар

Це призводить до виникнення прикладеної до переходу напруги, яка і становить фотоерс. Під дією світла $p-n$ – перехід розділяє заряди і, отже, становить джерело струму (рис. 4.37).

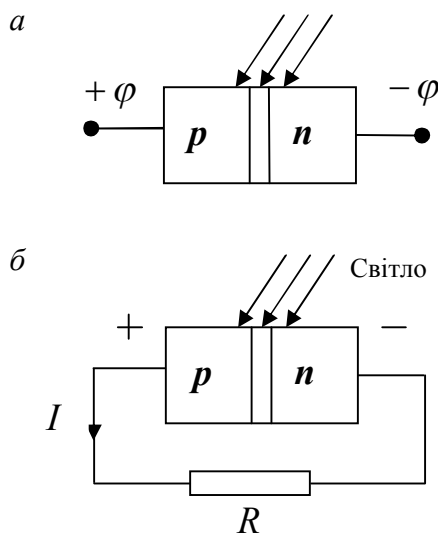


Рисунок 4.37 – Фотоерс:

а – $p-n$ – перехід;

б – схема включення

Якщо замкнути електричне коло, то в ньому потече електричний струм I пропорційний світловому потоку Φ . На цьому заснована дія фотометрів.

Можна набрати $p-n$ – переходи у батарею (рис. 4.38).

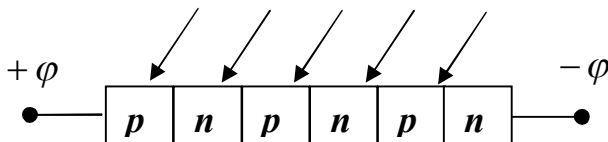


Рисунок 4.38 – Батарея переходів

Фотоерс батареї

$$\varepsilon_{\phi} = N\varepsilon_0$$

У такій батареї світло проникає крізь бокові поверхні $p-n$ – переходів, і тому невеликий струм і ккд.

Цей недолік відсутній у тонкоплівних елементах – сонячних батареях. На металеву пластину наносяться одне на одну дві плівки напівпровідників p і n – типів (рис. 4.39).

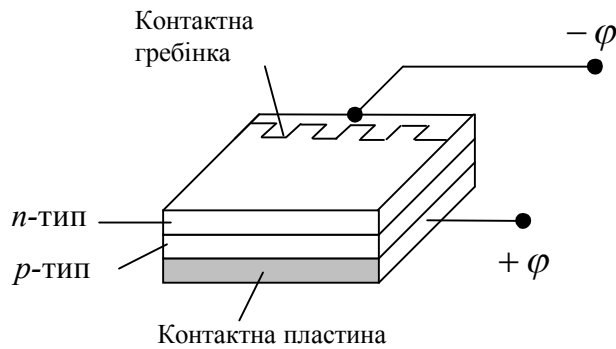


Рисунок 4.39 – Соняшна батарея

При цьому освітлюється вся площа $p-n$ – переходу. Сонячні батареї із арсеніду галію ($GaAr$) мають ккд до $15 \div 22\%$.

ТЕМА 21 Вимушене випромінювання. Лазери

21.1 Вимушене випромінювання

Крім само свавільних (спонтанних) переходів з одного рівня на інший існують також вимушені (або індукційні) переходи, які обумовлені дією на атом падаючого на нього випромінювання.

Самосвавільні (спонтанні) переходи можуть виконуватися тільки в одному напрямку – із більш високих енергетичних рівнів на більш низькі. При цьому випромінюється фотон (рис. 4.40)

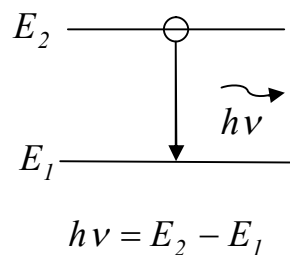


Рисунок 4.40 – Спонтанні переходи

У разі вимушеного (індукційного) переходу з одного з збуджених рівнів на більш низький енергетичний рівень відбувається випромінювання атомом фотона, додаткового до того фотона, під дією якого виникає перехід. Це додаткове випромінювання і є вимушеним (або індукційним) випромінюванням (рис. 4.41).

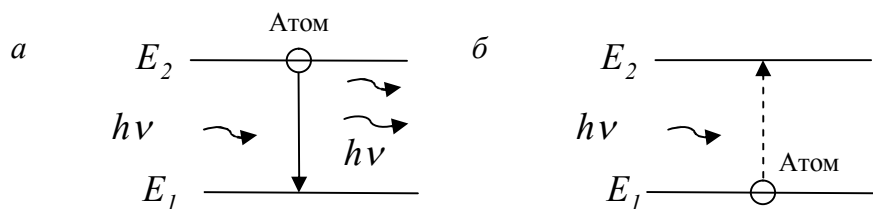


Рисунок 4.41 – Вимушені переходи:
а – перехід з випромінюванням;
б – перехід з поглинанням

Вимушене випромінювання має важливі властивості. Напрямок його поширення у точності співпадає з напрямком поширення зовнішнього випромінювання. Теж саме стосується і частоти, фази та поляризації вимушеного і зовнішнього випромінювань. Отже, вимушене і зовнішнє випромінювання є когерентними.

21.2 Підсилення та послаблення світла

Розглянемо проходження світла крізь середовище з дворівневою енергетичною схемою з рівнями E_n і E_m (рис. 4.42)

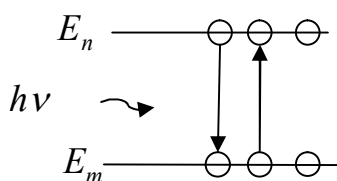


Рисунок 4.42 – Дворівнева схема

Падаюче на речовину світло з частотою ν , яка співпадає з частотою переходу $\nu_{nm} = (E_n - E_m)/h$ атомів речовини, буде викликати два процеси:

- 1) переходи знизу вгору (із поглинанням);
- 2) переходи зверху вниз (із випромінюванням).

Перший процес призводить до поглинання світла та послаблення падаючого потоку, другий – до підсилення падаючого світлового потоку. Результуюча зміна світлового потоку залежить від того, який з двох процесів переважає.

Розподіл атомів, які перебувають у стані термодинамічної рівноваги, за енергетичними станами визначається згідно з законом Больцмана

$$N_i = C e^{-\frac{E_i}{kT}},$$

де N_i – кількість атомів, які знаходяться при температурі T у стані з енергією E_i .

Зі збільшенням енергії стану заселеність рівня для системи атомів, які перебувають у стані термодинамічної рівноваги, зменшується. Кількість переходів між двома енергетичними рівнями пропорційна заселеності первинного рівня. Отже, у системі атомів, яка перебуває у стані термодинамічної рівноваги, поглинання падаючого світла переважає над підсиленням і, відповідно, падаюче світло при проходженні крізь речовину послаблюється (рис. 4.43).

Інтенсивність світлової хвилі на виході з речовини визначається за законом Бугера

$$I = I_0 e^{-\chi l}, \quad (4.15)$$

де I_0 – інтенсивність на вході, l – шлях, який хвиля проходить у речовині; χ – коефіцієнт поглинання.

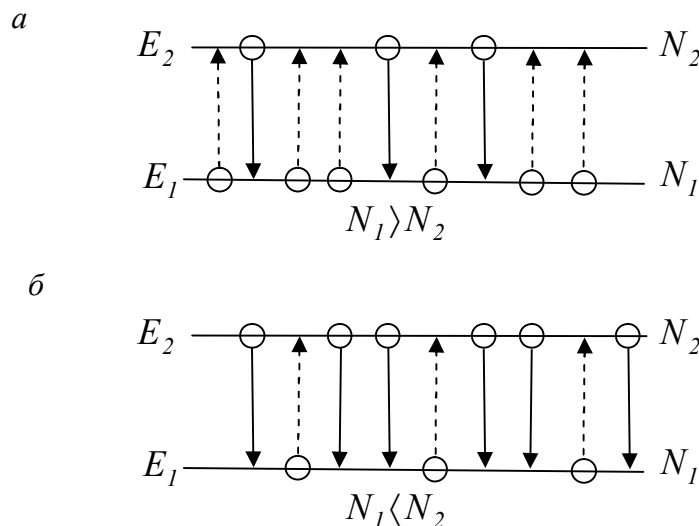


Рисунок 4.43 – Заселеність рівнів:

а – стан рівноваги;

б – інверсна населеність

Для того, щоб отримати підсилення падаючої світлової хвилі, потрібно обернути заселеність енергетичних рівнів, тобто зробити інверсну заселеність. Для цього систему атомів потрібно вивести з стану термодинамічної рівноваги шляхом надання їй зовнішньої енергії.

У речовині з інверсною заселеністю енергетичних рівнів вимушене випромінювання перевершує поглинання світла атомами, у наслідок чого падаючий пучок світла при проходженні крізь речовину буде підсилюватися за законом Бугера, у якому тепер коефіцієнт поглинання становить $\chi < 0$.

$$I = I_0 e^{|\chi| l}.$$

Отже, сукупність атомів з інверсною заселеністю можна розглядати як середовище з від'ємним коефіцієнтом поглинання.

21.3 Лазери

Явище підсилення світла у середовищі з інверсною населеністю дало змогу розробити принципово нові джерела світла – лазери. Практична реалізація лазера стала можливою після того, як були винайдені способи здійснення інверсної населеності в деяких речовинах.

У першому *лазері на твердому тілі* робочим тілом був циліндр із рожевого рубіна. Діаметр циліндра 1 см, довжина – 5 см. Торці рубінового стержня були ретельно відпольоровані та становили строго паралельні одне одному дзеркала. Один торець покривався густим непрозорим шаром срібла, другий – таким шаром, що пропускав близько 8% падаючого потоку.

Рубін становить окість алюмінію (Al_2O_3) у якій деякі з атомів алюмінію заміщені атомами хрому. Під час поглинання світла іони хрому Cr^{+++} переходять у збуджений стан.3 (рис. 4.44).

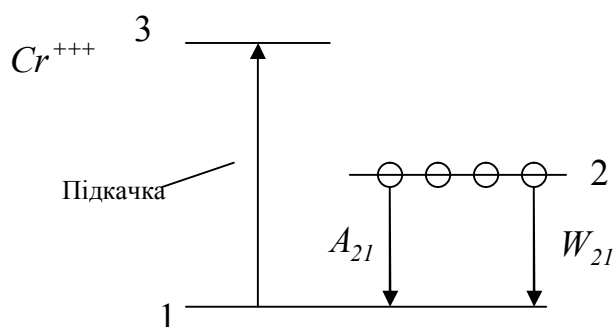


Рисунок 4.44 – Схема рівнів

Цей процес називається підкачкою, здійснюється за допомогою імпульсної ксенонової лампи. Зворотній перехід у основний стан протікає у два етапи. На першому етапі іони Cr віддають частину своєї енергії кристалічній ґратці й переходять у метастабільний стан 2. Перехід із метастабільного стану в основний заборонений правилами відбору. Тому середній час життя іона у метастабільному стані 2 ($\sim 10^{-3}$ с) приблизно у 10^5 разів більше часу життя у збудженому стані ($\sim 10^{-8}$ с).

На другому етапі іони хрому з метастабільного стану 2 переходять у основний, випромінюючи фотон із довжиною хвилі $\lambda = 694,3$ Нм.

Стрілка A_{21} зображує спонтанний перехід із метастабільного рівня 2 в основний 1. Фотон, який виник при цьому, може визивати вимушене випромінювання додаткових фотонів (переходи W_{21}), які, зі свого боку, призведуть до вимушеного випромінювання.

У такий спосіб утворюється каскад фотонів. Фотони, напрям руху яких утворює малі кути з віссю кристалічного стрижня, багаторазово відбиваються від торців, і тому каскади фотонів уздовж осі отримують особливий розвиток. Фотони інших напрямів виходять із кристала крізь бокову поверхню не утворюючи каскадів. Коли пучок світла вздовж осі стає достатньо інтенсивним,

частина його виходить крізь напівпрозорий торець кристала. Отже, формується світловий пучок у здовж осі.

Лазери на рубіні працюють в імпульсному режимі (частота – декілька імпульсів у хвилину). Усередині кристалу виділяється велика кількість тепла. Тому його приходится інтенсивно охолоджувати за допомогою повітря.

У 1961 р. був розроблений *газовий лазер*, який працював на суміші гелію та неону (гелій – неоновий лазер) (рис. 4.45).

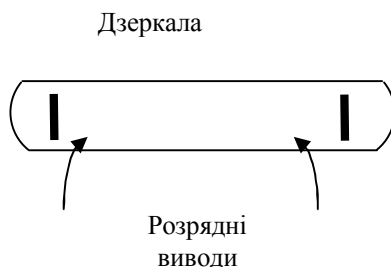


Рисунок 4.45 – Газовий лазер

Накачка у ньому здійснювалася за допомогою електричного розряду. Розрядна трубка заповнювалася сумішшю гелію під тиском 1 мм рт. ст. і неону під тиском 0,1 мм рт. ст. На кінцях газова трубка має плоскопаралельні дзеркала, одне з яких напівпрозоре. Розряд збуджує атоми гелію. Збуджені атоми He стикаються з атомами Ne і передають їм свою енергію. У наслідок цього атоми Ne переходять на метастабільний рівень. Перехід в основний стан дає випромінювання лазера. Лазер генерує інфрачервоне випромінювання з довжиною хвилі 1153 нм. Газові лазери працюють у безперервному режимі та не потребують охолодження.

У 1963 р. були розроблені перші *напівпровідникові лазери*. Напівпровідникові лазери мають великі *ккд* і перекривають великий діапазон довжин хвиль – від дальньої інфрачервоної області до ультрафіолетової (рис. 4.46).

Для отримання лазерного ефекту істотно, що в напівпровіднику разом із поглинанням світлових квантів спостерігається процес індукційної (вимушеної) рекомбінації, який супроводжується випромінюванням таких самих фотонів, до того ж за певних умов випромінювання може домінувати над поглинанням (за умови інверсної населеності).

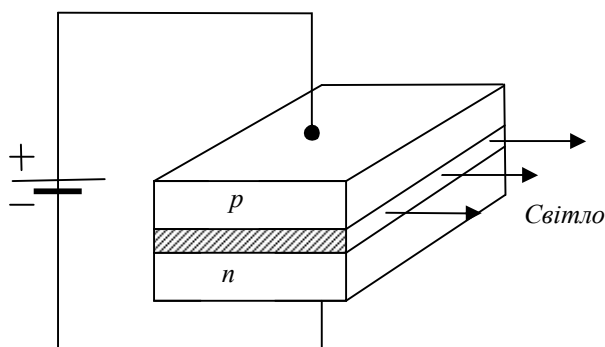


Рисунок 4.46 – Напівпровідниковий лазер

У разі прикладання до $p-n$ – переходу прямої напруги, яка практично знімає потенціальний бар'єр, виконується умова інверсії в $p-n$ – переході. Вона виконується з тим більшим запасом, чим більше електричне поле в переході, тобто, чим більший струм протікає через перехід.

У разі струму більше порогового, світло, яке поширюється у площині $p-n$ – переходу, підсилюється. Дзеркалами оптичного резонатора є гладкі грані самого напівпровідникового кристала.

Відмінною рисою напівпровідникових лазерів є високий ккд. У безперервному режимі потужність становить одиниці або десятки Ватт, а ккд – кілька відсотків.

Крім описаних існують ще:

1. **Хімічні лазери.** Це лазери, у яких інверсія населеностей виникає безпосередньо у процесі хімічної реакції. Існують реакції, у процесі яких швидкість утворених продуктів у верхніх енергетичних станах більше ніж, у нижніх. У наслідок цього й утворюється інверсія населеності;

2. **Рідинні лазери.** У рідинних лазерах активним середовищем є рідина. Порівняно з газовим активним середовищем рідинне середовище характеризується значно більшою концентрацією активних молекул, тому вона більш придатна для потужного безперервного випромінювання. Як рідинне середовище використовуються розчини. Збудження молекул забарвників здійснюється за допомогою імпульсів променевого потоку.

21.4 Використання лазерів

Випромінювання лазерів відрізняється низкою особливостей. Для нього характерні:

- 1) вузькість пучка;
- 2) велика густина потоку енергії (потужності).

Пучки світла з такою високою густиною потужності використовують:

- 1) для обробки;
- 2). лазерної порізки;
- 3). лазерної прошивання отворів у твердих тілах;
- 4). лазерного зміцнення гострих кромek і поверхонь;
- 5). лазерного зварювання.

В оптичному зв'язку лазерне випромінювання передається по волоконним лініям. Промені лазерного випромінювання шляхом повного внутрішнього відбиття відбиваються від оболонки волокна та поширюються по волокну (рис. 4.47).

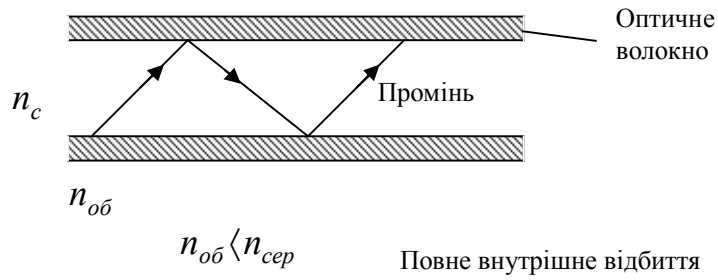


Рисунок 4.47 – Оптичне волокно

У наслідок великої частоти світла по одному волокну можливо передати тисячі телефонних каналів, або 100 кольорових телевізійних каналів.

У будівництві – лазерні візирі і теодоліти.

У медицині – лазерні скальпелі, лікування лазерним випромінюванням захворювань.

У військовій справі – лазерні приціли.

У комп'ютерах – запис і зчитування на оптичних дисках здійснюється за допомогою напівпровідникових лазерів.

Список використаної літератури

Основна

1. Савельев И. В. Курс общей физики в 3-х томах / И. В. Савельев. – М. : Наука, Т.1-3, 1989. – 1294 с.
2. Зисман Г. А. Курс общей физики в 3-х томах / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – М. : Наука, Т. 1-3, 1970. – 1200 с.
3. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1985. – 384 с.
4. Конспект лекцій з курсу «Загальна фізика», частина 1 / О. М. Петченко, А. С. Сисоєв, Є. І. Назаренко, Є. С. Орел. – Харків: ХНУМГ, репозиторій, 2016. – 150 с.

Допоміжна

1. Гаркуша І. П. Збірник задач з фізики : навч. посібник / І. П. Гаркуша. – Київ : Вища школа, 1995. – 334 с.
2. Дущенко В. П. Загальна фізика. Фізичні основи механіки, молекулярної фізики і термодинаміки / В. П. Дущенко, І. М. Кучерук. – Київ : Вища школа, 1993. – 431с.
3. Кучерук І. М. Загальна фізика. Електрика і магнетизм / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук. – Київ : Вища школа, 1995. – 392 с.
4. Богацька І. Г. Загальні основи фізики в двох томах. Т. 2. Електродинаміка і атомна фізика / І. Г. Богацька, Д. Б. Головка, Д. А. Маляренко, Ю. Л. Ментковський. – Київ : Либідь, 1998. – 192 с.

Навчальне видання

СИСОЄВ Анатолій Сергійович

**ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА
(частина друга)
Електродинаміка. Коливання і хвилі. Оптика.
Атомна фізика**

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

*(для студентів денної і заочної форм навчання освітнього рівня «бакалавр»
за спеціальностями 141 – Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка, 275 – Транспортні технології (за видами),
192 – Будівництво та цивільна інженерія, 263 – Цивільна безпека,
185 – Нафтогазова інженерія та технології)*

Відповідальний за випуск *Є. І. Назаренко*

За авторською редакцією

Комп'ютерне набір *І. М. Добробаба*

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

План 2018, поз.127Л

Підп. до друку 22.05.2018. Формат 60 × 84/16
Друк на ризографі. Ум. друк. арк. 4,1.
Тираж 50 пр. Зам. № .

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017.