

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до організації самостійної роботи
та проведення практичних занять
із навчальної дисципліни

«ОПТИМІЗАЦІЯ ЛОГІСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ»

*(для студентів рівня підготовки «магістра»
денної і заочної форм навчання
спеціальності 073 – Менеджмент
освітньо-професійної програми «Логістика»)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2018

Методичні рекомендації до організації самостійної роботи та проведення практичних занять із навчальної дисципліни «Оптимізація логістичних процесів» (для студентів рівня підготовки «магістра» денної і заочної форм навчання спеціальності 073 – Менеджмент освітньо-професійної програми «Логістика») / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. М. В. Ольхова – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 51 с.

Укладач канд. техн. наук М. В. Ольхова

Рецензент

О. О. Лобашов, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри транспортних систем і логістики Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

*Рекомендовано кафедрою транспортних систем і логістики,
протокол № 2 від 31.08.2017.*

ЗМІСТ

| | |
|--|----|
| Вступ..... | 4 |
| ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 1 Планування випуску продукції..... | 5 |
| ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 2 Міні-кейс «Планування випуску продукції на кондитерській фабриці»..... | 10 |
| ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 3 Оптимізація стратегії управління виробництвом та запасами | 21 |
| ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 4 Вибір оптимальної кількості транспортних засобів під час перевезення вантажу..... | 31 |
| ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 5 Оптимальний план розміщення підприємства: де вибрати місце для стоянки таксі?..... | 37 |
| Список рекомендованих джерел | 41 |
| Додаток..... | 42 |

ВСТУП

Метою дисципліни «Оптимізація логістичних процесів» є засвоєння студентами теоретичних і практичних основ підвищення ефективності логістичної системи та окремих її учасників на основі методів оптимізації логістичних процесів.

Основними завданнями вивчення дисципліни «Оптимізація логістичних процесів» є вивчення **механізму** оптимізації логістичних процесів, **інструментів** підвищення ефективності функціонування логістичної системи та окремих її учасників. Набуті теоретичні і практичні знання під час вивчення дисципліни дозволять сформулювати необхідні **навички і компетенції** щодо оптимізації логістичних процесів та створити логічну основу для подальшої підготовки висококваліфікованих фахівців з логістики.

Результатом виконання практичних занять є набуття вмінь щодо оптимізації процесів на виробництві різних рівнів; обрати оптимальну технологію роботи складу; організувати оптимальний процес транспортування; використати принципи оптимізації для підвищення ефективності логістичної системи; застосувати критерії ефективності міської логістики. Вміння застосовувати отримані знання, що базуються на застосуванні методик оптимізації процесів у логістичних системах на макро- і мікрорівнях.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 1

Планування випуску продукції

Мета заняття: набути навичок щодо планування випуску продукції із застосуванням математичної моделі та інформаційних технологій

Завдання: розрахувати оптимальний план виробництва продукції на підприємстві.

Теоретичні аспекти

Планування випуску продукції відноситься до математичних моделей задач типу «багато-до-одного». За умовами задачі перевезення вантажів відбувається у транспортних мережах. Рух вантажу здійснюється у напрямку від постачальників до замовника.

Для виготовлення n видів виробів на підприємстві використовуються m видів сировини. Витрати i -го виду сировини на виготовлення j -го виду виробу в вагових одиницях становлять a_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$. Запаси i -го виду сировини зосереджені на i -му складі в розмірі b_i , $i = \overline{1, m}$, вагових одиниць. Витрати на перевезення однієї вагової одиниці сировини i -го виду зі складу на підприємство становлять c_i ум. од. Скласти оптимальний план виробництва, якщо прибуток підприємства від реалізації одного виробу j -го виду без врахування витрат на перевезення сировини становить d_j ум. од., $j = \overline{1, n}$.

Математична модель задачі. Нехай x_j – кількість виробів j -го виду, $j = \overline{1, n}$, тоді задача про планування випуску продукції зводиться до задачі цілочислового лінійного програмування:

$$y = \sum_{j=1}^n d_j x_j - \sum_{i=1}^m c_i \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \rightarrow \max_{x_j \in \Omega} \quad (1.1)$$

$$\Omega: \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (1.2)$$

$$x_j \geq 0, x_j = \text{int}, \quad j = \overline{1, n} \quad (1.3)$$

Тут цільова функція (1.1) визначає розмір прибутку підприємства за відрахуванням витрат на перевезення сировини. Система нерівностей (1.2) обмежує витрати сировини її складською наявністю. Системи обмежень (1.3) визначають простір рішень.

Завдання

Для виготовлення п'яти видів виробів A1, A2, A3, A4, A5 на підприємстві використовується чотири види сировини B1, B2, B3, B4. Витрати кожного виду сировини на виготовлення того або іншого виробу в вагових одиницях наведено в таблиці 1.1. У ній також наведені запаси кожного типу сировини (в тих самих вагових одиницях), витрати (у тисячах умовних грошових одиницях)

на перевезення однієї вагової одиниці сировини та питомий прибуток від реалізації одиниці продукції без урахування витрат на перевезення (саме в тисячах умовних грошових одиницях). Скласти оптимальний план виробництва.

Таблиця 1.1 – Вихідні дані для планування випуску продукції

| Вид сировини | Витрати сировини на один виріб | | | | | Запаси | Витрати на перевезення |
|------------------|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|------------------------|
| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | | |
| B1 | 3 +j/10 | 2+j/10 | 2+i/10 | 4+i/10 | 3+j/10 | 180+j | 0,25+i/10 |
| B2 | 4+i/10 | 3+j/10 | 3+i/10 | 3+i/10 | 3+j/10 | 250+i | 0,15+i/10 |
| B3 | 2+j/10 | 3+j/10 | 2+i/10 | 2+i/10 | 3+i/10 | 300+j | 0,20+j/10 |
| B4 | 5+j/10 | 1+j/10 | 3+i/10 | 2+i/10 | 4+j/10 | 220+i | 0,12+j/10 |
| Питомий прибуток | 8+i | 6+j | 6+i | 7+j | 7+i | | |

Примітка: i – остання цифра студентського квитка,
 j – передостання цифра студентського квитка.

Етапи виконання завдання

1. Скласти математичну модель планування випуску продукції.
2. Розрахувати оптимальний план виробництва, використовуючи інформаційне середовище Microsoft Excel.
3. Зробити висновки.

Рекомендації до виконання

1. Математична модель задачі при використанні позначень, що прийняті для загальної моделі цієї задачі (1.1 – 1.3) буде мати вигляд:

$$y = 11x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 10x_4 + 10x_5 - 0,55(6x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 6x_5) - \\ - 0,45(7x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 6x_4 + 6x_5) - 0,5(5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 5x_4 + 6x_5) - \\ - 0,42(8x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 7x_5) \rightarrow \max$$

$$\Omega : f_1 = 6x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 6x_5 \leq 183,$$

$$f_2 = 7x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 6x_4 + 6x_5 \leq 253,$$

$$f_3 = 5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 5x_4 + 6x_5 \leq 303,$$

$$f_4 = 8x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 7x_5 \leq 223.$$

$$x_j \geq 0, x_j = \text{int}, j = 1,5.$$

2. Цифрова модель і розв'язання задачі в інформаційному середовищі Microsoft Excel:

Розподіл і призначення клітинок електронної таблиці для задачі про планування випуску продукції в умовах прикладу може бути таким:

- клітинки C3:G3 – для шуканих змінних задачі $x_j, j=1,5$.
- клітинки C3:G8 – для задання витрат сировини $a_i, i=1,4, j=1,5$
- клітинки C10:G13 – для проміжних результатів із завантаженими формулами для обчислення добутку $a_{ij}x_j, i=1,4, j=1,5$.
- клітинки C15:G15 – для задання питомого прибутку $d_j, j=1,5$.
- клітинки C17:G17– для проміжних результатів із завантаженими формулами для обчислення добутку $d_jx_j, j=1,5$.
- клітинки I10:I13 – для проміжних результатів із завантаженими формулами для обчислення суми $a_{ij}x_j, i=1,4$.
- клітинки K10:K13 – для задання об'єму сировини на складі $b_i, i=1,4$.
- клітинки M10:M13 – для задання витрат на перевезення сировини $c_i, i=1,4$.
- клітинки O10:O13 – для проміжних результатів із завантаженими формулами для обчислення суми $c_i a_{ij}x_j, i=1,4$.
- клітинка I3 – для проміжного результату із завантаженою формулою для обчислення суми d_jx_j .
- клітинка K3 – для проміжного результату із завантаженою формулою для обчислення подвійної суми $c_i * a_{ij}x_j$
- клітинка M3 – для значення цільової функції u із завантаженою формулою для обчислення виразу $d_jx_j - c_i a_{ij}x_j$.

Усі клітинки, що призначені для цифрової моделі, повинні мати числовий формат із числом десяткових знаків, рівним 2. Виключення складають клітинки з цілочисловими даними. Це – клітинки C3:G3 для шуканих змінних задачі. Вони повинні мати числовий формат із числом десяткових знаків, рівним 0.

Установки даних в діалоговому вікні команди Сервіс/Пошук рішень:

Цільова клітинка – **\$M\$3**.

Тип екстремуму – **максимум**.

Клітинки зі змінними – **\$C\$3:\$G\$3**.

Обмеження: **\$C\$3:\$G\$3=ціле**.

\$C\$3:\$G\$3>=0.

\$I\$10:\$I\$13<= \$K\$10:\$K\$13.

На рисунку 1.1 показаний вигляд екрана, що повинний передувати виконанню команди Сервіс/Пошук рішення.

| | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P |
|----|---|-------|------|------|-------|-------|---|------|----|-----|---|------|---|---|---|
| 1 | задача про планування випуску продукції | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | Xj | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0,00 | _ | 0 | | 0,00 | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | 6,00 | 5,00 | 5,00 | 7,00 | 6,00 | | | | | | | | | |
| 6 | | 7,00 | 6,00 | 6,00 | 6,00 | 6,00 | | | | | | | | | |
| 7 | aij | 5,00 | 6,00 | 5,00 | 5,00 | 6,00 | | | | | | | | | |
| 8 | | 8,00 | 4,00 | 6,00 | 5,00 | 7,00 | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | ci | | | |
| 10 | | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | 0,00 | <= | 183 | | 0,55 | | 0 | |
| 11 | | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | 0,00 | <= | 253 | | 0,45 | | 0 | |
| 12 | aijxj | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | 0,00 | <= | 303 | | 0,5 | | 0 | |
| 13 | | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | 0,00 | <= | 223 | | 0,42 | | 0 | |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | dj | 11,00 | 9,00 | 9,00 | 10,00 | 10,00 | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | djxj | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | | |

Рисунок 1.1 – Екран з початковими установками

Вигляд екрана після виконання команди Сервіс/Пошук рішення показаний на рисунку 1.2.

| | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O |
|----|---|-------|--------|------|-------|--------|---|--------|----|-------|---|--------|---|---------|
| 1 | i | 3 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | j | 3 | | | | | | | | | | | | |
| 3 | задача про планування випуску продукції | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | Xj | 0 | 69 | 0 | 0 | 14 | | 761,00 | _ | 435,9 | | 325,14 | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | | 3,30 | 2,30 | 2,30 | 4,30 | 3,30 | | | | | | | | |
| 8 | | 4,30 | 3,30 | 3,30 | 3,30 | 3,30 | | | | | | | | |
| 9 | aij | 2,30 | 3,30 | 2,30 | 2,30 | 3,30 | | | | | | | | |
| 10 | | 5,30 | 1,30 | 3,30 | 2,30 | 4,30 | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | ci | | |
| 12 | | 0,00 | 158,70 | 0,00 | 0,00 | 46,20 | | 204,90 | <= | 183 | | 0,55 | | 112,695 |
| 13 | | 0,00 | 227,70 | 0,00 | 0,00 | 46,20 | | 273,90 | <= | 253 | | 0,45 | | 123,255 |
| 14 | aijxj | 0,00 | 227,70 | 0,00 | 0,00 | 46,20 | | 273,90 | <= | 303 | | 0,5 | | 136,95 |
| 15 | | 0,00 | 89,70 | 0,00 | 0,00 | 60,20 | | 149,90 | <= | 223 | | 0,42 | | 62,958 |
| 16 | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | dj | 11,00 | 9,00 | 9,00 | 10,00 | 10,00 | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | djxj | 0,00 | 621,00 | 0,00 | 0,00 | 140,00 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | | | | | | |

Рисунок 1.2 – Екран з проміжними і кінцевими результатами

Оптимальним розв'язком задачі є вектор-рядок $X^* = (0 \ 69 \ 0 \ 0 \ 14)$. Компоненти вектора X^* свідчать про те, що за умовами задачі оптимальний план виробництва припускає випуск 69 виробів 2-го типу та 14 виробів 5-го типу. До того ж буде вичерпана повністю сировина 1-го типу. Інша сировина

буде мати незначні залишки. У разі застосування плану підприємство отримає максимальний прибуток у розмірі $y = 325,14$ тис. ум. од.

Запитання для перевірки знань та самостійної роботи

1. Від яких факторів залежить план випуску продукції?
2. Як оптимізувати план випуску продукції?
3. Як побудувати цифрову модуль у інформаційному середовищі Microsoft Excel?
4. Як впливає збільшення витрат окремого виду сировини на оптимальний план виробництва?
5. Які показники є обмеженням під час побудови математичної моделі планування випуску продукції?

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 2

Міні-кейс «Планування випуску продукції на кондитерській фабриці»

Мета заняття: набути практичних навичок щодо використання моделей лінійного програмування під час вирішення задачі оптимального випуску продукції за допомогою електронних таблиць Microsoft Excel.

Завдання: скласти оптимальний план випуску продукції за допомогою електронних таблиць Microsoft Excel.

Теоретичні аспекти

Лінійне програмування має справу з оптимізацією моделей, у яких цільова функція залежить лінійно від змінних рішення і обмеження являють собою лінійні рівняння або нерівності відносно змінних рішення.

Етапи виконання завдання

Етап 1. Боротьба наукового підходу та імперіки.

1.1 Скласти математичну модель виробничого плану кондитерської фабрики за наявних обмежень сировини.

1.2 Розрахувати оптимальний план виробництва на кондитерській фабриці за критерієм максимального прибутку, використовуючи інформаційне середовище Microsoft Excel.

1.3 Зробити висновки.

Етап 2. Шкода...ми всі так любимо «Батончик».

2.1 Проаналізувати звіт стійкості за результатами розрахунку математичної моделі.

2.2 Розрахувати знову план виробництва, враховуючи описані зміни у етапі 2.

2.3 Зробити висновки, надавши відповіді на питання у етапі 2.

Етап 3. Проблема обліку постійних витрат

3.1 Враховуючи постійні витрати, що виникли сформувавши оптимальний план виробництва для кондитерської фабрики, використовуючи інформаційне середовище Microsoft Excel .

3.2 Зіставити рішення із первинним рішенням лінійної задачі.

4. Зробити загальні висновки.

Етап 1 Боротьба наукового підходу та імперіки

Маленька кондитерська фабрика повинна закритися на реконструкцію. Необхідно реалізувати решту запасів сировини для виробництва продуктів із асортименту фабрики, отримавши максимальний прибуток. Запаси та витрати кожного виду сировини для виробництва одиниці продукції кожного виду, а також отриманий прибуток представлені у таблиці 2.1.

Майстер, використовуючи свій 20-літній досвід, пропонує випустити по 200 пакетів кожного продукту. Стверджує, що ресурсів «повинно вистачити», а прибуток, очевидно, буде становити 1 080 у. о.

Син власника фабрики, тільки що закінчив навчання за програмою «Бакалавр з менеджменту», стверджує, що такі проблеми треба вирішувати не приблизно, а за допомогою лінійного програмування. Розлючений батько пообіцяв сину увесь прибуток понад 1 080 у. о., якщо він запропонує кращий план, ніж досвідчені майстри.

Таблиця 2.1 – Вихідні дані (параметри задачі)

| Сировина | Запаси | Витрати сировини на виробництво одного пакета, у. о./пак. | | | | |
|-------------------------|-------------|---|---------------|------------|------------|-------------|
| | | Продукти | | | | |
| | | Горіховий дзвін | Райський смак | Батончик | Белка | Ромашка |
| Темний шоколад | $1411+i*j$ | $0,8+j/10$ | $0,5+j/10$ | $1+j/10$ | $2+j/10$ | $1,1+j/10$ |
| Світлий шоколад | $149+i*j$ | $0,2+j/10$ | $0,1+j/10$ | $0,1+j/10$ | $0,1+j/10$ | $0,2+j/10$ |
| Цукор | $815,5+i*j$ | $0,3+j/10$ | $0,4+j/10$ | $0,6+j/10$ | $1,3+j/10$ | $0,05+j/10$ |
| Карамель | $566+i*j$ | $0,2+j/10$ | $0,3+j/10$ | $0,3+j/10$ | $0,7+j/10$ | $0,5+j/10$ |
| Горіхи | $1080+i*j$ | $0,7+j/10$ | $0,1+j/10$ | $0,9+j/10$ | $1,5+j/10$ | 0 |
| Прибуток за пакет, у.о. | - | $1+i/10$ | $0,7+i/10$ | $1,1+i/10$ | $2+i/10$ | $0,6+i/10$ |

Примітка: i – остання цифра студентського квитка;

j – передостання цифра студентського квитка.

Рекомендації до виконання

1.1 Змінними є величини кількість пакетів кожного із 5 продуктів, що випускаються фабрикою (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 – Змінні величини

| Змінні | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Рішення | | | | | |

Далі запишемо *цільову функцію* – прибуток від виробництва даної кількості пакетів кожної продукції. Тобто, суму добутку кількості вироблених пакетів кожного продукту на прибуток від виробництва 1 пакета (табл. 2.3).

Таблиця 2.3 – Прибуток від виробництва

| | C_1 | C_2 | C_3 | C_4 | C_5 |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Прибуток, пакет. у. о | 1 | 0,7 | 1,1 | 2 | 0,6 |

$$P = c_1X_1 + c_2X_2 + c_3X_3 + c_4X_4 + c_5X_5. \quad (2.1)$$

Використовуючи прийняте в математиці позначення для суми не декількох добутків, вираз для цільової функції можна записати у вигляді:

$$P = \sum_{j=1}^5 c_j X_j , \quad (2.2)$$

де j – номер типу продукту в асортименті фабрики.

Опис обмежень на змінні рішення.

Походження цих обмежень пов'язане з тим, що витрати кожного з сировинних ресурсів на виробництво заданої кількості пакетів кожного з продуктів, що виробляються, не повинні перевищувати запасу даного ресурсу. Витрати кожного виду сировини на виробництво одного пакета кожного продукту можна знайти на перетині рядка (сировини) і стовпця (продукт) в таблиці параметрів. Це так звані технологічні коефіцієнти виробництва (табл. 2.4).

Таблиця 2.4 – Технологічні коефіцієнти виробника

| | Горіховий дзвін | Райський смак | Батончик | Белка | Ромашка |
|----------------|-----------------|---------------|----------|----------|----------|
| Темний шоколад | 0,8 | 0,5 | 1 | 2 | 1,1 |
| ... | a_{11} | a_{12} | a_{13} | a_{14} | a_{15} |

Використовуючи введені значення, витрати темного шоколаду на X_1, X_2, \dots, X_5 пакетів кожного з продуктів, запишемо у такому вигляді:

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + a_{13} X_3 + a_{14} X_4 + a_{15} X_5 \quad (2.3)$$

Аналогічно для витрат світлого шоколаду

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + a_{23} X_3 + a_{24} X_4 + a_{25} X_5 \quad (2.4)$$

Аналогічно – для інших продуктів.

Кількість пакетів кожного з продуктів має бути такою, щоб ця витрата була менше запасу кожної з ресурсів b_1 зазначених в таблиці параметрів. Результати наведені у таблиці 2.5.

Таблиця 2.5 – Обмеження за запасами

| Сировина | Запаси | Ресурс |
|-----------------|--------|--------|
| Темний шоколад | 1411 | b_1 |
| Світлий шоколад | 149 | b_2 |
| Цукор | 815,5 | b_3 |
| Карамель | 466 | b_4 |
| Горіхи | 1080 | b_5 |

Опис елементів моделі виробничого плану кондитерської фабрики зведено у таблиці 2.6.

Таблиця 2.6 – Елементи моделі

| Змінні рішення | Цільова функція |
|---|--|
| $X_1, X_2... X_5$ – план виробництва пакетів кожного з продуктів фабрики з наявних ресурсів | $P = c_1X_1+c_2X_2+c_3X_3+c_4X_4+c_5X_5$ |
| Обмеження | |
| $X_1, X_2... X_5... \geq 0$ | |
| $A_{11} X_1+ a_{12} X_2+ a_{13} X_3+a_{14} X_4+ a_{15} X_5 \leq b_1$ | Темний шоколад |
| $A_{31} X_1+ a_{32} X_2+ a_{33} X_3+a_{34} X_4+ a_{35} X_5 \leq b_3$ | Світлий шоколад |
| $A_{21} X_1+ a_{22} X_2+ a_{23} X_3+a_{24} X_4+ a_{25} X_5 \leq b_2$ | Цукор |
| $A_{41} X_1+ a_{42} X_2+ a_{43} X_3+a_{44} X_4+ a_{45} X_5 \leq b_4$ | Карамель |
| $A_{51} X_1+ a_{52} X_2+ a_{53} X_3+a_{54} X_4+ a_{55} X_5 \leq b_5$ | Горіхи |

1.2 Вирішення міні-кейса «На кондитерській фабриці» за допомогою Excel.

1.2.1 Організуйте дані відповідно прикладу, зображеного на рисунку 2.1.

| | A | B | C | D | E | F |
|----|-----------------|----------------------------|----------------|--------------|----------------------------|-------|
| 1 | Оптималь | | | | | |
| 2 | Продукти | | | | | |
| 3 | | Запаси | Ореховий дзвін | Райский вкус | Батончик | Белка |
| 4 | Темний шоколад | 1411 | 0,8 | 0,5 | 1 | 2 |
| 5 | Світлий шоколад | 149 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| 6 | Цукор | 815,5 | 0,3 | 0,4 | 0,6 | 1,3 |
| 7 | Карамель | 466 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,7 |
| 8 | Орехи | 1080 | 0,7 | 0,1 | 0,9 | 1,5 |
| 9 | Прибуток | | 1 | 0,7 | 1,1 | 2 |
| 10 | | | | | | |
| 11 | | | | | | |
| 12 | | | Ореховий дзвін | Райский вкус | Батончик | Белка |
| 13 | | Змінні | | | | |
| 14 | | | | | | |
| 15 | | Витрати | | P= | =СУММПРОИЗВ(C13:G13;C9:G9) | |
| 16 | Темний шоколад | =СУММПРОИЗВ(C13:G13;C4:G4) | | | | |
| 17 | Світлий шоколад | =СУММПРОИЗВ(C13:G13;C5:G5) | | | | |
| 18 | Цукор | =СУММПРОИЗВ(C13:G13;C6:G6) | | | | |
| 19 | Карамель | =СУММПРОИЗВ(C13:G13;C7:G7) | | | | |
| 20 | Орехи | =СУММПРОИЗВ(C13:G13;C8:G8) | | | | |

Рисунок 2.1 – Організація даних на листі у MS-Excel

У клітинці E15 введена цільова функція, що представляє собою суму добутку прибутку від продажу одного пакета кожного продукту (рядок 9) на вироблене кількість кожного продукту (рядок 13).

У клітинках C13:G13 містяться змінні.

У клітинках B16:B20 введені формули відображають витрата ресурсів на одиницю кожного продукту.

Виберіть пункт меню «Данные» «Поиск решения» (Tools Solver).

У вікні «Поиск решения» (solver) поле вікна «Установить целевую ячейку» (Set target cell) відзначити клітинку E15 і виберіть варіант положення «Равные максимальному значению» (Equal to Max). В полі вікна «Изменение ячейки» (By changing Cells) відзначте клітинку C13:G13.

Додайте обмеження, на кнопці «добавить» (Add). У вікні клацніть по полю «Ссылка на ячейку», а потім відзначте клітинки C13:G13 виберіть знак обмеження («Ограничение» (Constraints) і введіть у нього значення 0. Таким чином ви ввели обмеження $X(0)$. Натисніть на кнопку «Добавить».

У вікні клацніть по полю «Ссылка на ячейку», а потім відзначте усі клітинки B16: B20, що містять формули витрат ресурсів, виберіть знак обмеження («Ограничение» (Constraints) і відзначте в ньому клітинки B4: B8, що містять обмеження на ресурси (запаси).

Клацніть по кнопці «Параметры» (Options).

Перевірте, чи встановлений прапорець «Линейная модель». Якщо немає, встановіть його, натисніть на кнопку Ок і поверніться до вікна «Поиск решения».

Установка параметрів пошуку оптимального рішення для цього завдання показано на рисунку 2.3. Клацніть по кнопці «Выполнить» (solver) і прочитайте відповідь в клітинках C13: G13 (рис. 3). В клітинках містяться значення витрат ресурсів, які необхідні для отриманого оптимального плану. Оскільки кількості вироблених пакетів, звичайно, повинні бути цілими числами, округлятимете значення отриманих змінних до цілих так, щоб обмеження на ресурси були чітко дотримані.

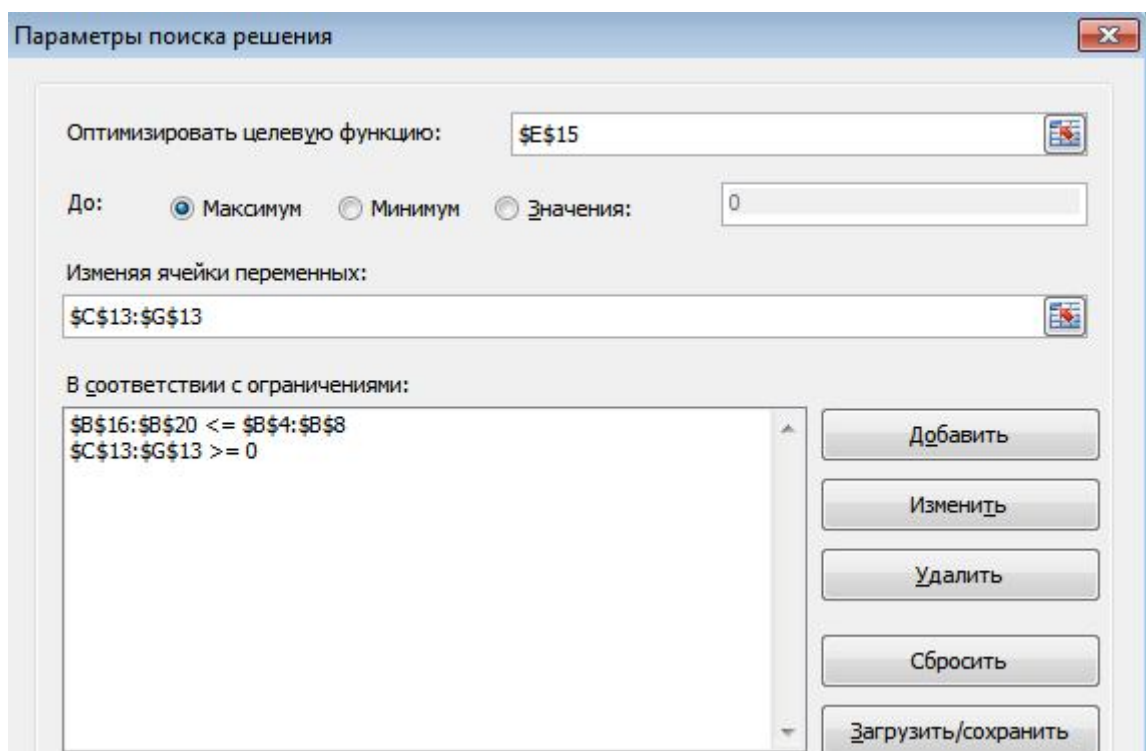


Рисунок 2.2 – Введення даних прикладу «На кондитерській фабриці» у вікні «Поиск решений»

| | A | B | C | D | E | F | G |
|----|--|---------|----------------|---------------|----------|--------|---------|
| 1 | Оптимальний план для кондитерської фабрики | | | | | | |
| 2 | Продукти | | | | | | |
| 3 | | Запаси | Оріховий дзвін | Райський вкус | Батончик | Белка | Ромашка |
| 4 | Темний шоколад | 1411 | 0,8 | 0,5 | 1 | 2 | 1,1 |
| 5 | Світлий шоколад | 149 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,2 |
| 6 | Сахар | 815,5 | 0,3 | 0,4 | 0,6 | 1,3 | 0,05 |
| 7 | Карамель | 466 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,7 | 0,5 |
| 8 | Орехи | 1080 | 0,7 | 0,1 | 0,9 | 1,5 | 0 |
| 9 | Прибуток | | 1 | 0,7 | 1,1 | 2 | 0,6 |
| 10 | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | |
| 12 | | | Оріховий дзвін | Райський вкус | Батончик | Белка | Ромашка |
| 13 | | Змінні | 454,48 | 58,78 | 0,00 | 503,99 | 9,13 |
| 14 | | | | | | | |
| 15 | | Витрати | | R= | 1509,09 | | |
| 16 | Темний шоколад | 1411,00 | | | | | |
| 17 | Світлий шоколад | 149,00 | | | | | |
| 18 | Сахар | 815,50 | | | | | |
| 19 | Карамель | 465,89 | | | | | |
| 20 | Орехи | 1080 | | | | | |

Рисунок 2.3 – Результати рішення прикладу «На кондитерській фабриці» на аркуші MS-Excel.

1.3 Зробіть висновки щодо отриманих даних.

Етап 2 Шкода...ми всі так любимо «Батончик»

Після розв'язання задачі оптимального плану для рідної кондитерської фабрики син володаря фабрики відчував себе двояко. З однієї сторони прибуток, який відповідає виробничому плану, майже на 430 у. о. більше, ніж за планом майстра. Отже він заробив більше 400 баксів.

А з іншої сторони, чому комп'ютер відмовився від випуску «Батончика» (цю цукерку юнак з дитинства любив більше всіх останніх). Він був упевнений, що «Батончик» – один з найкращих продуктів, які випускає фабрика його батька. Якщо його не буде на прилавках, може постраждати імідж фабрики. Адже не тільки він сам, а й усі сусіди обожають цю цукерку.

Крім того, він згадав, що на заняттях по дослідженням операцій у менеджменті викладач весь час нагадував про аналіз отриманого оптимального рішення на стійкість: малі зміни величини запасів можуть привести до радикальних змін рішення. Раптом цей старий майстер не тільки план виробництва визначає навмання, але і запаси сировини зважає абияк? Що коли якихось запасів не вистачить для його оптимального плану? Він не добере прибутку! Може тоді прибутковішим буде інший план? Який?

І ще одна думка. У нього в кармані є приблизно 50 баксів. Може використати їх у діло? Докупити у знайомого оптовика якої-небудь сировини,

потихеньку підкласти на склад (щоб майстер не побачив), ніби так і було. Тоді можна отримати додатковий прибуток і премію. Тільки якої сировини докупити і скільки?

2.1 Дайте відповіді на наступні питання.

1. Як потрібно змінити норму прибутку для улюбленого продукту сина власника фабрики («Батончика»), щоб він увійшов в оптимальний план? (відповісти не розв'язуючи задачу, аналізуючи тільки звіт стійкості).

2. Внесіть ці зміни і розв'яжіть задачу знову. Як змінився оптимальний план?

3. Який ресурс найбільш дефіцитний (максимально впливає на прибуток)?

4. Чи можете ви сказати (не розв'язуючи задачу знову), як зміниться прибуток від виробництва, якщо кількість цього ресурсу оцінено:

а) з надлишком у 10 одиниць;

б) з недоліком у 5 одиниць?

5. Чи є інший спосіб домогтися виробництва «Батончика» (окрім зміни норм прибутку)?

Етап 3 Проблема обліку постійних витрат

Після проведеного аналізу син власника фабрики приніс у цех свій перший оптимальний план і з гордістю показав майстру. Той на мить насупився («Бач, який розумний знайшовся!»), але потім із полегшенням зітхнув і голосно засміявся.

«Ну що ж, молодий чоловік, чудово! Будемо реалізовувати! Тільки врахуй, що по технології до (чи після) виробництва цукерки «Белка» (особливо у такій кількості, як ти пропонуєш) треба зупинити виробничу лінію і ретельно її вичистити, а то буде брак! А коштує така чистка 400 у. е. Так що з премією своєю можеш попрощатися»

Ось це удар! Що робити? Треба терміново перерахувати оптимальний план з урахуванням цієї постійної витрати, тим паче (згадав юнак) що для цього існує дуже витончений метод, використовуючи цілочисленні змінні.

Перш ніж розпочати безпосередньо аналіз, несподівано виниклої проблеми сина власника кондитерської фабрики, зауважимо, що спроба обліку постійних витрат наштовхується на фундаментальне обмеження моделей лінійного програмування. Дійсно, цільова функція F (будь то прибуток чи витрати) у лінійній моделі повинна бути представлена як сума додатку цільових коефіцієнтів на змінні рішення:

$$F = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_nX_n \quad (2.5)$$

Якщо трактувати X_j як кількість вироблених одиниць продукту j -го типу, а коефіцієнт c – як витрати на одиницю виробленого продукту (чи прибуток одного виробу), то зрозуміло, що приймаються у розрахунок тільки ті витрати, які пропорційні кількості випущених виробів. Ці витрати називаються змінними, і до них відносять зароблену оплату праці, витрати матеріалів, електроенергії і та ін.

Однак наряду із змінними витратами у процесі виробництва завжди зв'язані і постійні витрати. До такого роду витрат можна віднести затрати на оренду приміщення, оплату роботи менеджерів та додаткових служб, витрати на зв'язок та оргтехніку і т. і.

Якщо ці витрати однакові незалежно від виду виробничої продукції, то вони не впливають на значення оптимального плану випуску продукції. Їх просто можна додати к оптимальним змінним витратам (чи відняти із оптимального прибутку) певним чином рішення оптимізованої задачі.

Уявимо, однак, що на одну і ту ж виробничу лінію можна випускати різну продукцію, притім для кожного нового продукту потрібно переналадити обладнання, а це потребує нових витрат (setup cost). У такому разі вид цільової функції повинен бути суцільно змінений.

Зауважимо, що зустрічаються в бухгалтерському обліку практика «розмазування» постійних витрат на усю партію випущених виробів та підвищення таким чином величини витрат на один виріб зовсім незастосовна при рішенні ЛП-задачі про оптимальний план. У цій задачі кількість випущених виробів даного типу – це змінна X , підлягає визначенню (тобто заздалегідь неясно, на яку кількість виробу треба «розмазати» постійні витрати), а витрати (чи прибуток) на одне виробництво виробу повинні бути постійні (не залежати від кількості випущених виробів).

Повернемося тепер до аналізу ситуації на кондитерській фабриці (рис. 4). Введемо у розглянуту величину постійні витрати $FC=400$ у. о. зв'язану з виробництвом цукерок «Белка». Це продукт №4. Зрозуміло що кількість пакетів цих цукерок позначено X_4 . Будемо вважати, що постійні витрати FC з'являються, коли вироблений один пакет цих цукерок (хоча майстер із кейса явно лукавить: він же не включає цю витрату при оцінці прибутку для свого «оптимального» плану – кожного продукту 200 пакетів. Вона не залежить від того, як багато пакетів X_4 вироблено. Однак якщо «Белка» не випускається зовсім ($X_4=0$) то цієї витрати немає.

| B14 | | f(x) | | | | |
|-----|------------------|----------------------------|---|------------|---------------------------------------|--|
| A | B | C | D | E | F | |
| 1 | Опти | | На кондитерській фабриці (облік постійних витрат) | | | |
| 2 | | | Продукти | | | |
| 3 | Запаси | Горіховий дзвін | Райський вкус | Батончик | Білка | |
| 4 | Темний шоколад | 1411 | 0,8 | 0,5 | 1 | |
| 5 | Світлий шоколад | 149 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | |
| 6 | Сахар | 815,5 | 0,3 | 0,4 | 0,6 | |
| 7 | Карамель | 466 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | |
| 8 | Горіхи | 1080 | 0,7 | 0,1 | 0,9 | |
| 9 | Прибуток | 1 | 0,7 | 1,1 | 2 | |
| 10 | постійні витрати | | | | 400 | |
| 11 | | | | | | |
| 12 | | Горіховий дзвін | Райський вкус | Батончик | Білка | |
| 13 | Змінні | 0 | 283,66 | 1168,47998 | 0 | |
| 14 | | | | | | |
| 15 | Обмеження | | | | Мета | |
| 16 | Темний шоколад | =СУММПРОИЗВ(C13:G13;C4:G4) | | P= | =СУММПРОИЗВ(B16C13:G13;C9:G9)-F10*N13 | |
| 17 | Світлий шоколад | =СУММПРОИЗВ(C13:G13;C5:G5) | | | | |
| 18 | Сахар | =СУММПРОИЗВ(C13:G13;C6:G6) | | | | |
| 19 | Карамель | =СУММПРОИЗВ(C13:G13;C7:G7) | | | | |
| 20 | Горіхи | =СУММПРОИЗВ(C13:G13;C8:G8) | | | | |
| 21 | такні | =E13-10000*N13 | | | | |

Рисунок 2.4 – Оптимальний план для кондитерської фабрики:
облік постійних витрат

У цих умовах цільовою функцією – прибуток можна записати наступним чином:

$$P = \sum c_j X_j - \begin{cases} 0, & \text{якщо } X_4 = 0 \\ FC, & \text{якщо } X_4 > 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Однак такий вид функції зовсім не співвідноситься принципам лінійної моделі. Можна зберегти «лінійний» вид цільової функції, якщо ввести нову цілочисельну змінну Y , котра буде приймати тільки два значення 0 чи 1, та зв'язати значення змінної Y із значенням X_4 аналогічно умовам.

При цьому на змінну Y треба наложити додаткові умови:

$$Y \geq 0, Y \leq 1 \text{ і } Y - \text{ціле.}$$

Тепер, щоб перетворити задачу про оптимальний план з урахуванням постійних витрат в задачі цілочисельного лінійного програмування, необхідно замінити «логічний» зв'язок значення Y та X_4 ще одним лінійним умовам. Фактично мова йде про те, що якщо оптимізаційний алгоритм «згоден» покласти $Y = 1$ та зменшити прибуток P на величину $FC = 400$ у. о., то обмеження на виробництво «Белка» ні ($X_4 > 0$). Якщо ж алгоритм «бажає» покласти $Y = 0$, то йому доведеться відмовитись від виробництва «Белка» ($X_4 = 0$). Таке «блимаюче» обмеження на X_4 котрого нема, якщо $Y = 1$, і котре з'являється, якщо $Y = 0$, можна записати у вигляді лінійної нерівності наступним чином:

$$X_4 - M \cdot Y \leq 0,$$

Де M повинна бути дуже великим числом «дуже велике» - означає, велике будь-якої мислимої кількості пакетів X_4 , яке можна виробити із наявних

ресурсів. Із рішення вихідної задачі ясно, що кількість X_4 на в'яз чи може перевищити 1 000. Тому задаємо $M=10\ 000$ (значення M не важливо, можна задати і мільйон). Тоді якщо $Y=0$, то записане нерівність зведеться до

$$X_4 \leq 0.$$

Однак оскільки, як і всі другі змінні, X_4 повинна бути більше 0, залишається єдина можливість $X_4 = 0$, що і потрібно за смислом. Якщо ж $Y = 1$, то нерівність приводиться до виду

$$X_4 \leq M \text{ (чи } 10\ 000)$$

Оскільки X_4 все одно не може бути таким великим, то ця нерівність фактично ніяких обмежень на X_4 не має. Вона називається незв'язним. Його як би і не існує.

Рекомендації до виконання

3.1 Організуйте дані так, як показано на рисунку 4. Для цього:

- додайте в рядок №10 заголовок Постійні витрати і введіть число 400- постійні витрати – у колонку Белка;
- додайте нову змінну Y у рядок змінні рішення (у клітинку Н12 – назва змінної, у клітинку Н13 – 0);
- у формулу для прибутку додайте добуток $400Y$ із знаком «–»;
- додайте нове обмеження у колонку обмежень (так/ні – у клітинку А22 у вираз Белка – $10\ 000Y$ ($=\$E\$13 - 10\ 000 \times \$H\13) – у клітинку В22)

2. Викличте «Поиск решений» і зробіть необхідні зміни у установках:

а) змінні клітинки С13:Н13;

б) обмеження:

С13:Н13 ≥ 0 (усі змінні позитивні),

Н13 ≤ 1 ,

Н13 – ціле (Y – ціла величина $=0$ або 1),

В22 ≤ 0 (не виробляє «Белку», якщо $Y=0$, виробляє, якщо $Y=1$)

Замість двох умов $Н13 \leq 1; Н13$ – ціле можна задати лише одно $Н13$ – двійкове (тобто може дорівнювати 0, або 1).

3.2 Зіставити рішення із первинним рішенням лінійної задачі. Для цього необхідно відповісти на питання:

а) як змінився оптимальний план?

б) на скільки зменшився максимальний прибуток?

с) чи рекомендує отримане альтернативне рішення переналадку обладнання для виробництва продукту «Белка»?

д) якщо ні, спробуйте знайти, на скільки потрібно збільшити норму прибутку цукерок «Белка», щоб їх стало вигідно випускати.

Запитання для перевірки знань та самостійної роботи

1. Який загальний вид повинні мати цільова функція і обмеження для того, щоб для аналізу моделі можна було би застосувати методи лінійного програмування?
2. У чому полягає аналіз рішення задачі лінійного програмування, після того як оптимальне рішення отримане?
3. Від яких параметрів залежить оптимальний план випуску продукції?
4. У чому полягає аналіз на стійкість під час розрахунку оптимального випуску продукції у середовищі Microsoft Excel?
5. Яким чином можливо урахувати постійні витрати під час розрахунку оптимального плану випуску продукції?

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 3

Оптимізація стратегії управління виробництвом та запасами

Мета заняття: набути практичних навичок щодо розв'язування однопродуктових оптимізаційних задач управління запасами з використанням відповідних економіко–математичних моделей та обчислювальної техніки.

Завдання: визначити стратегію управління виробництвом та запасами виготовленої продукції за критерієм мінімум витрат.

Теоретичні аспекти

Ключова проблема в управлінні запасами полягає у тому, щоб мінімізувати загальні витрати, пов'язані зі зберіганням запасів, їх поповненням, а також з втратами внаслідок дефіциту. Задачі оптимального управління запасами можна розподілити на однопродуктові та багатопродуктові. Багатопродуктові задачі розв'язуються, насамперед, заміною їх відповідною кількістю однопродуктових задач. Але бувають випадки, коли заміна багатопродуктової задачі однопродуктовими неможлива – наприклад, коли різна продукція зберігається в одному сховищі, місткість якого є принципово обмеженою.

Припустимо, що інтенсивність попиту на певну продукцію є сталою та дорівнює r одиниць продукції за одиницю часу. Запаси цієї продукції можуть поповнюватися неперервно з інтенсивністю s одиниць продукції за одиницю часу. Якщо інтенсивність s поповнення запасів є меншою від інтенсивності r їх використання ($s < r$), через певний час весь запас буде вичерпано, після чого необмежено зростатиме дефіцит. Уникнути дефіциту можна або шляхом скорочення інтенсивності споживання продукції, або шляхом збільшення інтенсивності її виробництва.

Тому практичній інтерес має випадок, коли інтенсивність поповнення запасів s перевищує інтенсивність споживання запасів r :

$$s > r \tag{3.1}$$

Вважатимемо, що система розпочинає функціонування у момент часу $t=0$ з нульовим запасом продукції. Тоді з швидкістю $(s-r)$ почне накопичуватись запас, який впродовж часу t_1 досягне максимального рівня H : $H=(s-r)t_1$. В момент часу t_1 поповнення запасів припиняється. Отже, з цього моменту часу запаси із швидкістю r почнуть скорочуватися та впродовж часу $t_2 = H/r$ досягнуть нульового рівня. Далі, впродовж часу t_3 , із швидкістю r утворюватиметься дефіцит продукції, який потрібно буде ліквідувати у майбутньому. Коли дефіцит досягне максимального рівня h ($h=rt_3$), поповнення запасів відновлюється. Спочатку, впродовж часу t_4 , із швидкістю $(s-r)$ буде ліквідовано дефіцит продукції ($t_4 = h/(s-r)$), а далі цикл зміни обсягу запасів (рис. 3.1) тривалістю $T=t_1+t_2+t_3+t_4$ одиниць часу відновиться.

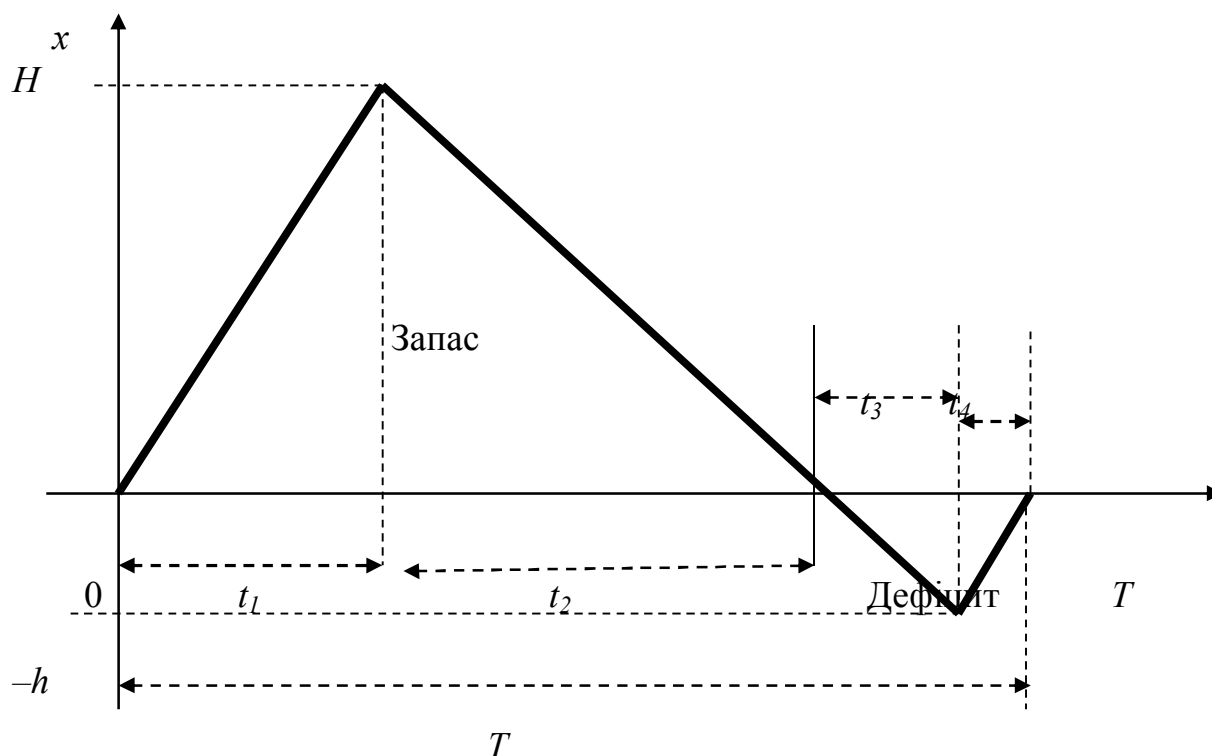


Рисунок 3.1 – Цикл зміни обсягу запасів
(при $x > 0$ маємо запас продукції, при $x < 0$ – дефіцит)

Завдання

Фірмовою продукцією меблевої фабрики є гарнітур «Соната», який вона може виготовляти у кількості 300 одиниць на місяць. Вартість одного гарнітура – 5 тис. гривень. Щомісячний попит на цю продукцію дорівнює 200 одиниць і вважається рівномірним. Якщо запит на поставку гарнітура фабрика виконає із запізненням, вона несе збитки у розмірі 0,1 % вартості за кожний день затримки. Фабрика може зберігати готову продукцію. Витрати на зберігання складають приблизно 2 % середньої вартості запасів на місяць. У вільний від виготовлення гарнітурів час фабрика виробляє меблеві дрібниці. Витрати на налагодження поточної лінії для запуску виробництва партії гарнітурів – 10 тис. гривень. Вихідні дані для вирішення задачі наведені у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Вихідні дані

| Назва показника | Значення |
|--|--------------|
| Інтенсивність поповнення запасів, гарнітурів на місяць | $200+3*i$ |
| Інтенсивність використання запасів, гарнітурів на місяць | $300+3*i$ |
| Витрати на зберігання одного гарнітура впродовж місяця, тис. грн. | $0,1+j/100$ |
| Втрати внаслідок дефіциту (через відсутність потрібного гарнітура впродовж одного місяця), тис. грн. | $0,15+j/100$ |
| Витрати, пов'язані з налагодженням поточної лінії та відновленням виробництва гарнітурів, тис. грн. | $10+j/10$ |

Примітка : i – остання цифра студентського квитка;
 j – передостання цифра студентського квитка.

З якою періодичністю доцільно організовувати цикл для виробництва гарнітурів та яким має бути розмір однієї партії гарнітурів? Якою має бути місткість складу? Чи є сенс допускати дефіцит, яким може бути максимальний економічно виправданий розмір дефіциту?

Етапи виконання завдання

1. Розрахувати оптимальні параметри циклу управління запасами для базової економіко-математичної моделі однопродуктової задачі управління запасами.

2. Вирішити задачу оптимального управління запасами з використанням інструменту «Поиск решения». Провести аналіз на стійкість.

3. Охарактеризувати стратегію управління виробництвом та запасами виготовленої продукції, виходячи із отриманих результатів. Надати чисельні значення.

4. Побудувати графік залежності оптимальних загальних середньомісячних витрат в системі управління запасами від розміру однієї партії поповнення запасів та графік залежності оптимальних загальних середньомісячних витрат в системі управління запасами від тривалості циклу зміни обсягу запасів.

5. Зробити висновки по роботі.

Рекомендації до виконання

1. Розрахувати оптимальні параметри циклу управління запасами для базової економіко-математичної моделі однопродуктової задачі управління запасами.

1.1 Оптимальна тривалість циклу розраховується за формулою:

$$T^* = \sqrt{\frac{2s(c_1 + c_2)c_3}{r(s-r)c_1c_2}} \quad (3.2)$$

де s – інтенсивність поповнення запасів, гарнітурів на місяць;

r – інтенсивність використання запасів, гарнітурів на місяць;

c_1 – витрати на зберігання одиниці продукції впродовж одиниці часу, гарнітур/міс.;

c_2 – втрати внаслідок дефіциту одиниці продукції за одиницю часу гарнітур/міс.;

c_3 – витрати, пов'язані з відновленням поповнення запасів продукції, гарнітур/міс.

1.2 Оптимальний максимальний рівень запасів розраховується за формулою:

$$H^* = \sqrt{\frac{2r(s-r)c_2c_3}{sc_1(c_1 + c_2)}} \quad (3.3)$$

1.3 Оптимальний максимальний рівень дефіциту розраховується за формулою:

$$h^* = \sqrt{\frac{2r(s-r)c_1c_3}{sc_2(c_1+c_2)}} \quad (3.4)$$

1.4 Оптимальні середні загальні витрати за одиницю часу розраховується за формулою:

$$y^* = \sqrt{\frac{2r(s-r)c_1c_2c_3}{s(c_1+c_2)}} \quad (3.5)$$

1.5 Оптимальний розмір однієї партії поповнення запасів впродовж одного циклу розраховується за формулою:

$$q^* = rT^* = \sqrt{\frac{2rs(c_1+c_2)c_3}{(s-r)c_1c_2}} \quad (3.6)$$

Відкриємо робочу книгу Excel, якій дамо назву «Меблі.xls», та на першому аркуші у клітинках A1:F1 (об'єднуємо) впишемо назву задачі: «Оптимальне управління виробництвом та зберіганням меблів», у клітинках A2:F2 (об'єднуємо) уточнюємо, що йдеться про базову однопродуктову модель управління запасами, а в клітинках A3:F3 (теж об'єднуємо) зазначаємо, що йдеться про використання підсумкових розрахункових формул.

Блок клітинок A5:E10 відводимо для вихідних даних, а блок клітинок A12:E17, який за формою збігається з блоком A5:E10 – для підсумкових даних про оптимальний цикл управління запасами:

- тривалість циклу,
- максимальний рівень запасів,
- максимальний рівень дефіциту,
- загальні середньомісячні витрати,
- розмір однієї партії гарнітурів.

Для цього у клітинки E13:E17 заносимо потрібні формули:

- у клітинку E13 (відповідає формулі (3.2):
=КОРЕНЬ(2*E7*(E8+E9)*E10/E6/(E7-E6)/E8/E9)
- у клітинку E14 (відповідає формулі (3.3):
=КОРЕНЬ(2*E6*(E7-E6)*E9*E10/E7/E8/(E8+E9))
- у клітинку E15 (згідно формули (3.4):
=КОРЕНЬ(2*E6*(E7-E6)*E8*E10/E7/E9/(E8+E9))
- у клітинку E16 (відповідає формулі (3.5):
=КОРЕНЬ(2*E6*(E7-E6)*E8*E9*E10/E7/(E8+E9))
- у клітинку E17 (згідно формули (3.6):
=КОРЕНЬ(2*E6*E7*(E8+E9)*E10/(E7-E6)/E8/E9)

Автоматично після введення кожної формули отримуємо відповідний результат. Підсумки усіх розрахунків показано на рисунку 3.2.

| | A | B | C | D | E | F |
|----|--|---|---|---|---------|---|
| 1 | Оптимальне управління виробництвом та зберіганням меблів | | | | | |
| 2 | Базова однопродуктова модель | | | | | |
| 3 | Підсумкові розрахункові формули | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | Вихідні дані: | | | | | |
| 6 | 1. Інтенсивність попиту | | | | 200 | |
| 7 | 2. Інтенсивність виробництва | | | | 300 | |
| 8 | 3. Питомі витрати на зберігання | | | | 0,1 | |
| 9 | 4. Питомі втрати від дефіциту | | | | 0,15 | |
| 10 | 5. Витрати на відновлення виробництва | | | | 10 | |
| 11 | | | | | | |
| 12 | Параметри оптимального циклу: | | | | | |
| 13 | 1. Тривалість циклу | | | | 2,23607 | |
| 14 | 2. Максимальний рівень запасів | | | | 89,4427 | |
| 15 | 3. Максимальний рівень дефіциту | | | | 59,6285 | |
| 16 | 4. Загальні середньомісячні витрати | | | | 8,94427 | |
| 17 | 5. Розмір однієї партії | | | | 447,214 | |
| 18 | | | | | | |

Рисунок 3.2 – Робочий аркуш Excel з вихідними даними задачі про оптимальне управління виробництвом та зберіганням меблевих гарнітурів «Соната» та результатами розрахунків за підсумковими формулами

2. Розв’язування задачі з використанням інструменту «Поиск решения» як нелінійну багатовимірну оптимізаційну задачу з використанням інструменту пошуку рішення Excel. Для цього працюватимемо на другому аркуші нашої робочої книги. В клітинках A1:F1 знову вписуємо назву задачі: «Оптимальне управління виробництвом та зберіганням меблів», а в клітинках A2:F2 – що йдеться про базову однопродуктову модель. В клітинках A3:F3 уточнюємо, що будемо використовувати інструмент пошуку розв’язку.

Блок клітинок A5:E10 відводимо для вихідних даних задачі. Цей блок є точною копією аналогічного блоку з попереднього аркушу (рис. 3.2).

В блоці A12:E22 (дивись рис. 3.3) побудуємо таблицю для підсумкових даних про всі параметри оптимального циклу управління запасами. А саме: тривалість циклу, з розбивкою на періоди накопичення та використання запасів і періоди накопичення та ліквідації дефіциту (відповідно, змінні T , t_1 , t_2 , t_3 і t_4), максимальний рівень запасів (H), максимальний рівень дефіциту (h), загальні

середньомісячні витрати (y – цільова змінна) та розмір однієї партії гарнітурів (q). Для цього, крім текстових записів, заносимо формули:

- у клітинку E13, відповідно до рівняння (3.2):

$$=СУММ(E15:E18)$$
- у клітинку E19, відповідно до першого з двох рівнянь (3.4):

$$=(E7-E6)*E15$$
- у клітинку E20, відповідно до першого з двох рівнянь (3.5):

$$=E6*E17$$
- у клітинку E21, відповідно до формули (3.3):

$$=(0,5*E8*E19*(E15+E16)+0,5*E9*E20*(E17+E18)+E10)/E13$$
- у клітинку E22, відповідно до першої розрахункової формули (3.1):

$$=E6*E13$$

| | A | B | C | D | E | F | G |
|----|--|---|---|---|------------|---|------------|
| 1 | Оптимальне управління виробництвом та зберіганням меблів | | | | | | |
| 2 | Базова однопродуктова модель | | | | | | |
| 3 | Інструмент пошуку рішення | | | | | | |
| 4 | | | | | | | |
| 5 | Вихідні дані: | | | | | | |
| 6 | 1. Інтенсивність попиту | | | | 200 | | |
| 7 | 2. Інтенсивність виробництва | | | | 300 | | |
| 8 | 3. Питомі витрати на зберігання | | | | 0,1 | | |
| 9 | 4. Питомі втрати від дефіциту | | | | 0,15 | | |
| 10 | 5. Витрати на відновлення виробництва | | | | 10 | | |
| 11 | | | | | | | |
| 12 | Параметри оптимального циклу: | | | | | | |
| 13 | 1. Тривалість циклу | | | | 2,23617454 | | 2,23606798 |
| 14 | У тому числі: | | | | | | |
| 15 | 1) накопичення запасів | | | | 0,89446254 | | |
| 16 | 2) використання запасів | | | | 0,44723127 | | |
| 17 | 3) накопичення дефіциту | | | | 0,29816024 | | |
| 18 | 4) ліквідація дефіциту | | | | 0,59632048 | | |
| 19 | 2. Максимальний рівень запасів | | | | 89,4462544 | | 89,4427191 |
| 20 | 3. Максимальний рівень дефіциту | | | | 59,632048 | | 59,6284794 |
| 21 | 4. Загальні середньомісячні витрати | | | | 8,94427192 | | 8,94427191 |
| 22 | 5. Розмір однієї партії | | | | 447,234907 | | 447,213595 |
| 23 | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | |

Рисунок 3.3 – Робочий аркуш з вихідними даними задачі оптимального управління виробництвом і зберіганням меблевих гарнітурів «Соната» та результатами розрахунків з використанням інструменту «Поиск решения» Excel

Помічаємо, що після запису формул у зазначених клітинках з'явилися нулі, крім клітинки E21, де результатом є повідомлення: «#ДЕЛ/0!». Причиною цього є відсутність значень в клітинках E15:E18, призначених для

змінних t_1 , t_2 , t_3 і t_4 , через що Excel вважає, що значення цих змінних дорівнюють нулю. Отже, значення змінної T в клітинці E13 теж дорівнює нулю, через що вираз в клітинці E21 є невизначеним.

Уведемо у клітинки E15:E18 довільні додатні початкові значення змінних t_1 , t_2 , t_3 і t_4 . Покладемо, наприклад, $t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = 7$.

Тепер звернемося до інструменту пошуку рішення. У діалоговому вікні «Поиска решения» в полі «Установить целевую ячейку» вкажемо на адресу цільової клітинки (\$E\$21) та ввімкнемо перемикач вибору оптимізаційного спрямування цільової функції у положення «минимальному значению».

У полі «Изменяя ячейки» вкажемо на адреси клітинок з незалежними змінними t_1 , t_2 , t_3 і t_4 : \$E\$15:\$E\$18

Далі введемо обмеження задачі (йдеться про другі рівняння у записах (3.4) та (3.5)):

| | | |
|---------|---|--------------------------|
| \$E\$19 | = | \$E\$6*\$E\$16 |
| \$E\$20 | = | (\$E\$7-\$E\$6)* \$E\$18 |

Усі обмеження задачі враховано.

Звернемося тепер до встановлення потрібних параметрів пошуку рішення:

| Параметр | Що робимо | Кінцеве значення |
|---------------------------|-------------------|------------------|
| Максимальное время | не міняємо | 100 секунд |
| Предельное число итераций | збільшуємо | 10000 |
| Относительная погрешность | зменшуємо | 0,00001 |
| Допустимое отклонение | зменшуємо | 1% |
| Сходимость | зменшуємо | 0,000001 |
| Неотрицательные значения | ставимо прапорець | |
| Оценки | зазначаємо | квадратичная |
| Разности | | центральные |
| Метод поиска | | Ньютона |

Повертаємося до діалогового вікна пошуку рішення та натискаємо кнопку «Выполнить». Після завершення пошуку рішення у вікні «Результаты поиска решения» увімкнемо перемикач «Сохранить найденное решение» та натиснемо **ОК**.

Результати розрахунків наведено на рисунку 3.3. Нелінійна оптимізація призводить лише до наближеного розв'язку задачі. Тому, для порівняння з точним розв'язком, у клітинки F13, F19:F22 ми переписали результати, отримані попереднім способом. Спостерігаємо досить високий збіг кінцевих результатів. Водночас радимо при розв'язуванні нелінійних задач оптимізації робити на один розрахунок, а серію розрахунків, щоб бути впевненим у попаданні в окіл точки оптимуму. Скажімо, наші перші результати (з дещо

слабкішими значеннями параметрів пошуку рішення) призводили до стратегії з загальними середньомісячними витратами близько 10 тисяч гривень, що перевищує оптимальний рівень мало не на 10 %.

Перевага налаштованого інструменту пошуку рішення полягає у тому, що він дозволяє швидко отримати розв'язок задачі у випадку, коли потрібно врахувати додаткові умови (наприклад, вимогу, щоб розмір однієї партії гарнітурів не був меншим від 500 одиниць або, скажімо, щоб максимальний розмір дефіциту не перевищував 40 одиниць продукції). Це свідчить про доцільність та можливість використовувати інструмент «Поиск решения» для всебічного аналізу розв'язку оптимізаційної логістичної задачі.

3. Описати обрану стратегію управління виробництвом та запасами виготовленої продукції за результатами отриманих розрахунків:

- 1) розмір однієї партії гарнітурів;
- 2) рівень запасів гарнітурів;
- 3) який можна допускати дефіцит готової продукції.

Зазначити мінімум загальних середньомісячних витрат, пов'язаних зі зберіганням запасів, відновленням виробництва та втратами внаслідок дефіциту.

4. Для визначення залежності оптимальних загальних середньомісячних витрат в системі управління запасами від параметрів необхідно варіювати значення тривалості циклу зміни обсягу запасів T , значення розміру однієї партії поповнення запасів впродовж одного циклу q . Залежність оптимальних загальних середньомісячних витрат Y^* від розміру однієї партії поповнення запасів q можливо встановити в межах варіації цього керованого параметру від 200 до 700 одиниць продукції (гарнітурів). Побудуємо кусково-лінійну апроксимацію цієї залежності. Для цього розіб'ємо інтервал $[200, 700]$ на відрізки довжиною 50 одиниць продукції та зафіксуємо значення межових точок (таких точок 11):

$$200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 550, 600, 650, 700.$$

Далі для кожного наведеного значення розміру однієї партії поповнення запасів q_i , $i = \overline{1, 11}$, потрібно розв'язати оптимізаційну задачу управління запасами (3.3) – (3.6) з додатковою умовою:

$$q = rT = q_i \quad (3.7)$$

Перше з двох рівнянь (3.6) ми враховували, коли вносили формулу у клітинку E22 Листа 2 книги «Mebli.xls», тому в кожній i -й задачі лишається взяти до уваги лише друге рівняння умови (3.6).

Розпочнемо з першої задачі ($i = 1$, $q_1 = 200$). Активізуємо в книзі «Mebli.xls» на її другому аркуші інструмент пошуку рішення, який було використано раніше для розв'язування базової задачі (рис. 3.4), та командою «Добавить» додамо обмеження: $\$E\$22=200$, після чого натиснемо на кнопку «Выполнить».

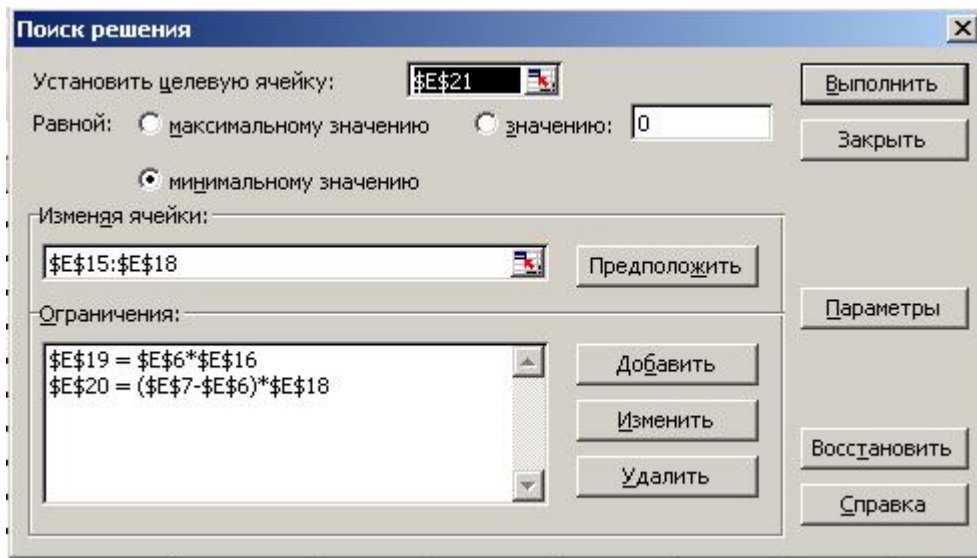


Рисунок 3.4 – Діалогове вікно інструменту пошуку рішення, яке було налаштоване для розв'язування базової задачі

Зафіксуємо результат, який буде отримано у клітинці E21: $y^* = 12.000$ (зараз і надалі обмежимося точністю подання обсягів оптимальних загальних середніх витрат із трьома знаками після десяткової коми).

Перейдемо до другої задачі ($i = 2, q_2 = 250$). Знову активізуємо інструмент пошуку рішення, виділимо в його діалоговому вікні щойно введене обмеження: $E22=200$, та за допомогою кнопки «**Изменить**» поміняємо на обмеження: $E22=250$. Натискаємо кнопку «**Выполнить**» та зафіксуємо з клітинки E21 новий результат: $y^* = 10.500$.

В аналогічний спосіб, щоразу змінюючи додаткове обмеження, розв'язуємо й решту дев'ять задач, фіксуючи відповідні результати у підсумковій таблиці 3.1.

Таблиця 3.2 – Залежність оптимальних загальних середньомісячних витрат від розміру однієї партії поповнення запасів

| q | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 | 550 | 600 | 650 | 700 |
|-------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| y^* | 12,000 | 10,500 | 9,667 | 9,214 | 9,000 | 8,944 | 9,000 | 9,136 | 9,333 | 9,577 | 9,857 |

Графік залежності оптимальних загальних середньомісячних витрат від розміру однієї партії поповнення запасів зображено на рисунку 3.5.

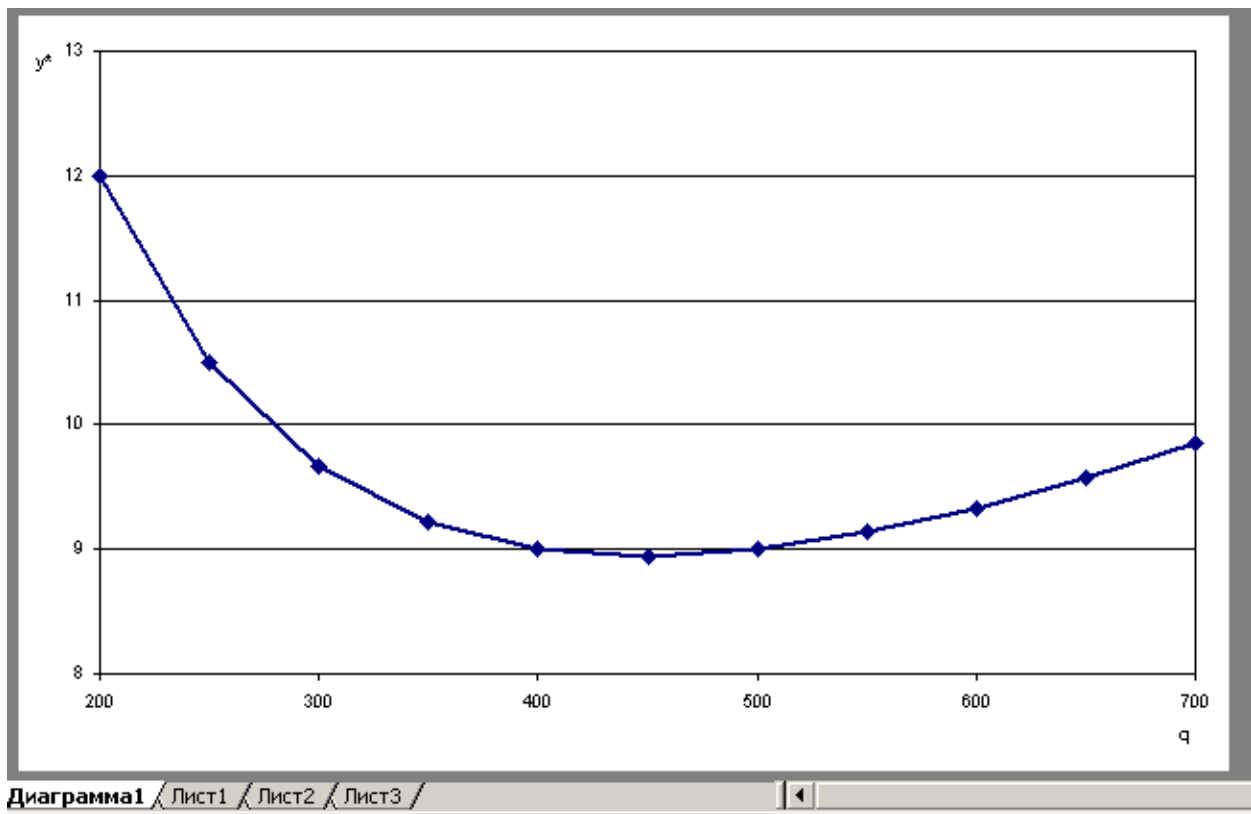


Рисунок 3.5 – Залежність оптимальних загальних середньомісячних витрат в системі управління запасами від розміру однієї партії поповнення запасів

5. Зробити висновки по роботі.

Запитання для перевірки знань та самостійної роботи

1. У чому полягає стратегія управління виробництвом і запасами?
2. Які критерії застосовуються під час вибору стратегії управління виробництвом і запасами?
3. У якому разі є сенс допускати дефіцит запасів?
4. Як зміниться оптимальна стратегія управління виробництвом і зберіганням меблевих гарнітурів, якщо питомі втрати внаслідок дефіциту зростуть удвічі,
5. Як зміниться оптимальна стратегія управління виробництвом і зберіганням меблевих гарнітурів, якщо витрати на відновлення виробництва гарнітурів збільшаться на 50 %, а умови зберігання готової продукції не дозволятимуть складувати одночасно понад 50 виготовлених гарнітурів?

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 4

Вибір оптимальної кількості транспортних засобів під час перевезення вантажу

Мета заняття: набути практичних навичок щодо вирішення задачі зі схемою перевезень типу «один-до-одного» про вибір транспортних засобів і розподіл вантажу в інформаційному середовищі Microsoft Excel.

Завдання: визначити найбільш економічний комплекс транспортних засобів для перевезення вантажу і обсяги вантажу.

Теоретичні аспекти

Задачі зі схемою перевезень типу «один-до-одного» складаються з двох класів: вибір транспортних засобів і розподіл вантажу і формування парку машин та їх розподіл. У цій роботі розглянуто задачу про вибір транспортних засобів і розподіл вантажу.

Математична постановка задачі. Нехай вантажний флот має у своєму складі судна n типів. Кількість суден типу j дорівнює q_j а витрати при використанні одного судна типу j у плановому періоді складають $c_j, j=1, 2, \dots, n$. Кожне судно має вантажні ємності m типів (трюмо, палуби, танки і т.п.). Вантажопідйомність i -ої ємності на судні типу j дорівнює $d_{ij}, i=1, 2, \dots, m$. Перевезенню підлягають p видів вантажу. Вантаж виду k в кількості $a_k, k=1, 2, \dots, p$. Потрібно вибрати найбільш економічний комплекс засобів для перевезення вантажу і обсяги вантажу, що будуть перевозитись кожною ємністю.

Позначимо через x_j кількість суден j -го типу, $j=1, 2, \dots, n$, що виділяються для перевезення, а через z_{ik} – кількість вантажу виду k , що завантажується в ємність $i, k=1, 2, \dots, p$. Тоді математична модель задачі вибору засобів постачання вантажу має вигляд:

$$y = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min_{x_j \in Q}, \quad (4.1)$$

$$\Omega: \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j - \sum_{k=1}^p z_{ik} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad (4.2)$$

$$\sum_{i=1}^m z_{ik} = a_k, \quad k = \overline{1, p} \quad (4.3)$$

$$0 \leq x_j \leq q_j, \quad j = \overline{1, n}, \quad (4.4)$$

$$x_j = \text{int}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (4.5)$$

$$z_{ik} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, p}. \quad (4.6)$$

Тут цільова функція (4.1) визначає сумарні витрати на перевезення вантажу. Система нерівностей (4.2) обмежує загальну кількість вантажу, що завантажується в ємності кожного типу i , вантажопідйомністю цих ємностей для кожного із суден. Система нерівностей (4.3) вимагає вивезення вантажу у повному обсязі. Система двосторонньої обмеженості змінних x_j (4.4) разом із системами (4.5) і (4.6) визначають простір можливих рішень відповідно до умов задачі та фізичної суті змінних.

Завдання

Нехай вантажний флот має у своєму складі судна чотирьох типів. Кількість суден j -го типу відповідно дорівнює 15, 20, 30, 25. Витрати при використанні одного судна j -го типу в плановому періоді складають відповідно 6, 5, 7, 4 од. Кожне судно має вантажні ємності трьох типів (трюмо, палуба, танки). Вантажопідйомність d_{ij} кожної i -ої ємності ($i=1, 2, 3$) на судні типу визначається матрицею $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$. Перевезенню підлягає вантаж двох видів ($p=2$). Вантаж виду ($k=1,2$) є наявним відповідно в кількості 220 і 130. Потрібно вибрати найбільш економічний комплекс засобів перевезення вантажу й обсяги вантажу у кожній ємності.

Вихідні дані для вирішення задачі наведені у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Вихідні дані

| Назва показника | | Значення |
|--------------------------------------|---|-----------------|
| Судно типу № 1 | Кількість суден | $15+i$ |
| | Витрати при використанні судна, USD/судно | $1003800+100*j$ |
| | Вантажомісткість трюми, $m^3/т$ | $4251+100*j$ |
| | Вантажомісткість палуби, $m^3/т$ | $3582-100*j$ |
| Судно типу № 2 | Кількість суден | $20+i$ |
| | Витрати при використанні судна, USD/судно | $617600+100*j$ |
| | Вантажомісткість трюми, $m^3/т$ | $1451+100*j$ |
| | Вантажомісткість палуби, $m^3/т$ | $2254+100*j$ |
| Судно типу № 3 | Кількість суден | $30+i$ |
| | Витрати при використанні судна, USD/судно | $950008+100*j$ |
| | Вантажомісткість трюми, $m^3/т$ | $1254+100*j$ |
| | Вантажомісткість палуби, $m^3/т$ | $1861+100*j$ |
| Судно типу № 4 | Кількість суден | $25+i$ |
| | Витрати при використанні судна, USD/судно | $258000+100*j$ |
| | Вантажомісткість трюми, $m^3/т$ | $1268+100*j$ |
| | Вантажомісткість палуби, $m^3/т$ | $1255+100*j$ |
| Кількість вантажу 1-го типу, $m^3/т$ | | $2203690-100*j$ |
| Кількість вантажу 2-го типу, $m^3/т$ | | $1305180-100*j$ |

Примітка : i – остання цифра студентського квитка;
 j – передостання цифра студентського квитка.

Етапи виконання завдання

1. Побудувати математичну модель вибору засобів постачання вантажу за вихідними даними.
2. Розробити цифрову модель і представити розв'язання задачі в інформаційному середовищі Microsoft Excel. Вибрати найбільш економічний комплекс засобів перевезення вантажу й обсяги вантажу у кожній ємності суден.
3. Зробити висновки за отриманими результатами.

Рекомендації до виконання

1. Математична модель задачі при використанні позначень, що прийняті для загальної моделі цієї задачі (1.1) – (1.6), буде мати вигляд:

$$\begin{aligned}y &= 6x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 4x_4 \rightarrow \min_{x_j \in \Omega}, \\ \Omega: y_1 &= 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - (z_{11} + z_{12}) \geq 0, \\ y_2 &= 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 - (z_{21} + z_{22}) \geq 0, \\ y_3 &= 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 - (z_{31} + z_{32}) \geq 0, \\ y_4 &= z_{11} + z_{21} + z_{31} + 220, \\ y_5 &= z_{12} + z_{22} + z_{32} = 130, \\ 0 &\leq x_1 \leq 15, \\ 0 &\leq x_2 \leq 20, \\ 0 &\leq x_3 \leq 30, \\ 0 &\leq x_4 \leq 25, \\ x_j &= \text{int}, j = \overline{1,4}, \\ z_{ik} &\geq 0, i = \overline{1,3}; k = 1,2.\end{aligned}$$

2. Цифрова модель і розв'язання задачі в інформаційному середовищі Microsoft Excel. Розподіл і призначення клітинок електронної таблиці для задачі про вибір засобів доставки вантажу в умовах прикладу може бути таким:

- клітинка B6:E6 – для шуканих змінних задачі $x_j, j = \overline{1,4}$;
- клітинки I5:M5 – для шуканих змінних задачі $z_{ik}, i = \overline{1,3}, k = 1,2$;
- клітинки B4:E4 – для заданих кількостей суден d_j кожного типу, $j = \overline{1,4}$;
- клітинки B9:E9 – для заданих витрат на використання одного судна c_j j -го типу $j = \overline{1,4}$
- клітинки B11:E11 – для проміжних результатів із завантаженими формулами для обчислення добутку $c_j x_j, j = \overline{1,4}$;
- клітинка G5:E7 – для указівки ємностей транспортних засобів $d_{ij}, i = \overline{1,3}, j = \overline{1,4}$;
- клітинки L9:M9 – для функцій $y_{3+k}, k = \overline{1,2}$, завантаженими формулами для обчислення суми $z_{1k} + z_{2k} + z_{3k}$;
- клітинки L11:M11 – для завдання об'ємів вантажу $a_k, k = 1,2$, що підлягає вивезенню;

- клітинки G14:J16 – для проміжних результатів із завантаженими формулами для обчислення добутку $d_{ij}x_j$, $i=\overline{1,3}$, $j=\overline{1,4}$;
- клітинки L14:L16 – для проміжних результатів із завантаженими формулами для обчислення суми $d_{i1}x_1+d_{i2}x_2+d_{i3}x_3+d_{i4}x_4$, $i=\overline{1,3}$;
- клітинки N14:N16 – для проміжних результатів із завантаженими формулами для обчислення суми $z_{1k}+z_{2k}$, $k=1,2$;
- клітинки P14:P16 – для остаточного обчислення функцій y_i , $i=\overline{1,3}$, з відповідними завантаженими формулами;
- клітинка C13 – для значення цільової функції u із завантаженою формулою для обчислення суми $\sum_{j=1}^4 c_j x_j$.

Всі клітинки що призначенні для цифрової моделі, повинні мати *числовий* формат із числом десяткових знаків, рівним 2. Виключення складають клітинки з цілочисловими даними. Це – клітинки B6:E6 для шуканих змінних задачі. Вони повинні мати числовий формат із числом десяткових знаків, рівним 0.

Після завантаження в електронну таблицю всіх необхідних констант і формул для обчислення проміжних і кінцевого результатів треба обов'язково виконати необхідні установки даних у діалоговому вікні команди *Сервіс/Пошук_рішення*. В умовах прикладу установки визначаються в такий спосіб:

- для цільової клітинки-\$C\$13, рівної **мінімальному значенню**;
 - для клітинок із змінними – \$B\$6:\$E\$6:\$5:\$M\$7
 - для обмежень:\$B\$6:\$E\$6<=\$B\$4:\$E\$4;
- $$\begin{aligned} & \B6:E6=ціле \\ & \B6:E6>= 0 \\ & L5:M7>=0 \\ & L9:M9=L11:M11 \\ & P14:P16>=0 \end{aligned}$$

Вигляд діалогового вікна з необхідними установками показаний на (рис. 4.2).

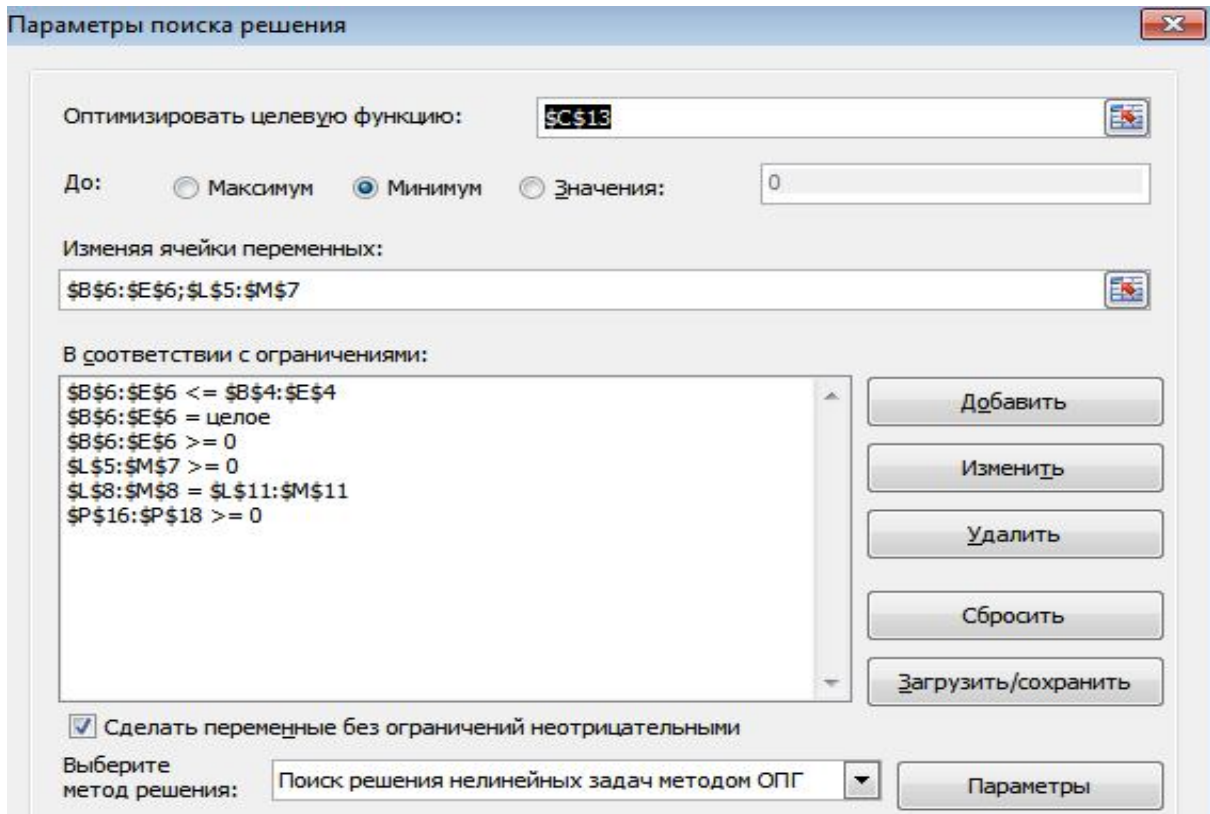


Рисунок 4.2 – Діалогове вікно команди *Сервіс/Пошук рішення* після установки початкових даних

На рисунку 4.3 показаний вигляд екрана, що повинний передувати виконанню команди *Сервіс/Пошук рішення*.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | | | | |
|----|---------|------|------|------|------|---|---|------|------|------|-----------|-----------|--------|------|---|------|----|---|--|--|--|--|
| 1 | | | | | | | Задача про вибір засобів доставки вантажу | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | dxj | | | | | zxj | | | | | | | | | |
| 4 | q_j | 15 | 20 | 30 | 25 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | V | V | V | V | | 4,00 3,00 3,00 2,00 | | | | 0,00 0,00 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 3,00 2,00 3,00 4,00 | | | | 0,00 0,00 | | | | | | | | | | | |
| 7 | (Gj) | V | V | V | V | | 2,00 2,00 2,00 3,00 | | | | 0,00 0,00 | | | | | | | | | | | |
| 8 | | 6,00 | 5,00 | 7,00 | 4,00 | | | | | | | 0,00 0,00 | | | | | | | | | | |
| 9 | (Gj Xj) | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | ax | 220,00 | 130,00 | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | 0,00 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | dj xj | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | 0,00 | = | 0,00 | = | 0,00 | >= | 0 | | | | |
| 17 | | | | | | | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | 0,00 | = | 0,00 | = | 0,00 | >= | 0 | | | | |
| 18 | | | | | | | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | 0,00 | = | 0,00 | = | 0,00 | >= | 0 | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Рисунок 4.3 – Екран з початковими установками

Вигляд екрана після виконання команди *Сервіс/Пошук рішення* показаний на рисунку 4.4.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R |
|----|-------|----------------|------|------|--------|----|---|------|------|------|----|--------|--------|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | Задача про вибір засобів доставки вантажу | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | qj | q _j | 15 | 20 | 30 | 25 | 4,00 | 3,00 | 3,00 | 2,00 | | 70,56 | 27,44 | | | | | |
| 6 | | V | V | V | V | | 3,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | | 141,06 | 0,39 | | | | | |
| 7 | | | | | | | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | | 0,39 | 102,17 | | | | | |
| 8 | xj | 14 | 0 | 0 | 25 | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | | V | V | V | V | | | | | | | 220,00 | 130,00 | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | Gj | 6,00 | 5,00 | 7,00 | 4,00 | | | | | | ax | 220,00 | 130,00 | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | Gj xj | 64,00 | 0,00 | 0,00 | 100,00 | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | Ymin | | 164,00 | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Рисунок 4.4 – Екран з проміжними і кінцевими результатами

Оптимальним рішенням задачі є вектор-рядок $X^T = [14 \ 0 \ 0 \ 25]$ матриця, $Z = \begin{bmatrix} 78,54 & 27,44 \\ 141,06 & 0,39 \\ 0,39 & 102,17 \end{bmatrix}$ які забезпечують мінімальне значення цільової функції = 184 ум.од.

3. Зробити висновки за отриманими результатами.

Запитання для перевірки знань та самостійної роботи

1. Який використовується критерій ефективності під час вибору транспортних засобів?
2. Які параметри обмежують цільову функцію?
3. До якого типу задач відноситься задача про вибір транспортних засобів і розподіл вантажу?
4. Від яких параметрів залежить цільова функція вибору транспортних засобів?
5. За допомогою яких команд можливе вирішення задачі вибору транспортних засобів в інформаційному середовищі Microsoft Excel?

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 5

Оптимальний план розміщення підприємства: де вибрати місце для стоянки таксі?

Мета заняття: набути практичних навичок щодо рішення задачі лінійного програмування з вимогою цілочисельності змінних в інформаційному середовищі Microsoft Excel.

Завдання: обрати оптимальні місця для стоянки таксі за критерієм мінімум витрат, враховуючи наявні обмеження

Теоретичні аспекти

Існує коло практично важливих моделей, при аналізі яких потрібно вирішити, які з великого набору елементів потрібно вибрати, щоб оптимізувати цільову функцію і задовольнити заданим обмеженням, а які відкинути. Цей клас завдань англійською називають завданнями типу «go / no go», що відповідає проблемі «брати/не брати». У цих випадках наші рішення «брати» або «не брати» можуть бути виражені введенням спеціальної цілочисельною змінної, яка може приймати тільки два значення: 0 («не брати») і 1 («брати»). Такі змінні називаються логічні чи «булеві» змінні (у діалоговому вікні команди *Сервіс/Пошук рішення* Microsoft Excel вони називаються двійковими «двоичними»). Формалізація логічних відносин зводиться до простих обмежень на введені логічних змін, їх суми та різниці.

У проблеми типу «брати/не брати» часто буває необхідно ввести крім логічних змінних також логічні параметри дорівнюють одиниці, якщо даний кандидат на входження оптимальний набір володіє тим чи іншим важливим ознакою і рівною нулю, якщо немає. Сума добутоків логічних змінних на такі логічні параметри для всіх розглянутих елементів показує, яка кількість елементів, потрапивши в оптимальний набір, володіє даною ознакою.

При малих змінах параметрів оптимальні рішення проблем типу «брати/не брати» різко змінюється, але цільова функція при цьому залишається приблизно постійною. Це означає наявність безлічі альтернативних рішень, близьких до оптимальних, що, як ми знаємо, розширює можливості менеджера прийняти рішення, яке задовольняє неформалізованим факторам, що залишилися.

Завдання

Керуючий нової таксомоторної компанії намагається визначити оптимальне розміщення для стоянок своїх таксі. У таблиці 5.1 зібрана необхідна інформація відносно припустимих точок стоянки. Потрібною характеристикою положення стоянки є здатність її персоналу своєчасно обслуговувати заклади тих районів міста, котрі знаходяться в зоні відповідальності даної стоянки. Транспортний засіб повинен прибувати за заказом у будь-яку точку підопічного району за час, що не перевищує деякий максимальний.

Таблиця 5.1 – Оптимальний план для розміщення підприємства

| Точка стоянки | Обслуговуючі райони | Вартість оренди, долл. за добу |
|---------------|---------------------|--------------------------------|
| 1 | A,E | $400+10*i$ |
| 2 | A,C,D | $500+10*i$ |
| 3 | B,C,E | $450+20*j$ |
| 4 | B,D | $440+10*j$ |
| 5 | D,E | $420+20*i$ |

Примітка : i – остання цифра студентського квитка,
 j – передостання цифра студентського квитка.

Як бачимо із таблиці, потенційні місця для стоянок дозволяють обслуговувати по 2 чи 3 виділених районів міста.

Менеджер повинен вибрати деякі із цих районів так, щоб кожен район міста міг бути обслугований хоча б на одній із вибраних стоянок і щоб вартість оренди була мінімальною.

Етапи виконання завдання

1. Формалізувати задачу.
2. Розробити цифрову модель і представити розв'язання задачі в інформаційному середовищі Microsoft Excel.
3. Зробити висновки за отриманими результатами.

Рекомендації до виконання

1. Перш за все формалізуємо інформацію про те, в чи в змозі персонал i -ої стоянки обслуговувати j -ий район (занумеруємо райони в черговому порядку: A-1, B-2,...E-5). Для цього ведемо булеві (логічні) параметри a_{ij} , що рівні одиниці, якщо з i -ої стоянки можна обслуговувати j -ий район, та рівні нулю – якщо заборонено. Значення a_{ij} наведені в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2 – Параметри задачі

| Точка стоянки | Обслуговуючі райони | | | | | Вартість, долл. за добу |
|---------------|---------------------|----------|----------|----------|----------|-------------------------|
| | A (1) | B (2) | C (3) | D (4) | E (5) | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 400 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 500 |
| 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 450 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 440 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 420 |

Ведемо також змінні рішення X_j , що також приймають тільки значення 1 чи 0 залежно від того, чи вибрана дана точка стоянки менеджером чи ні (табл. 5.3).

Таблиця 5.3 – Змінні рішення

| Змінні | Булеві параметри |
|--------|------------------|
| X_1 | 1 |
| X_2 | 1 |
| X_3 | 0 |
| X_4 | 0 |
| X_5 | 1 |

Сума добутоків стовпчика змінних рішення X_j , на стовпець вартостей оренди c_i дасть сумарні щоденні витрати C на вибрані точки оренди.

Якщо, припустимо, що керуючий вибрав перші дві стоянки і п'яту, а третю і четверту відкинув. У стовпці змінних рішення відзначені (в дужках) значення змінних відповідні цього вибору. Тоді сума добутоків буде дорівнювати сумі витрат на оренду саме тих стоянок, які вибрав менеджер:

$$1 \times 400 + 1 \times 500 + 0 \times 450 + 0 \times 440 + 1 \times 420 = 400 + 500 + 420,$$

Розглянемо тепер суму добутоків стовпчика змінних рішення на стовпець коефіцієнтів a_{ij} відповідний району.

Наприклад, для першого району (А)

$$N_1 = 1 \times 1 + 1 \times 1 + 0 \times 0 + 0 \times 0 + 0 \times 1 = 2,$$

А для другого району (В)

$$N_2 = 0 \times 1 + 0 \times 1 + 1 \times 0 + 1 \times 0 + 0 \times 1 = 0$$

Числа N_1 і N_2 показують, скільки обраних стоянок можуть обслужити даний район. При обраному наборі стоянок 1 район (А) обслуговується з двох стоянок 1-й і 2-й, а другий район (В) не обслуговується жодною з обраних стоянок.

Ясно, що для виконання основної вимоги менеджера про те, що кожен район повинен обслуговуватися хоча б з однією з обраних стоянок, необхідно ввести в якості обмежень умови, що кожне з чисел N_i має бути більше або дорівнювати одиниці.

2. Для практичного вирішення завдання за допомогою Excel організуйте дані так, як показано на рисунку 5.2.

Введіть цільову функцію як суму добутоків стовпчика змінних рішення I5:I9 на стовпець вартостей оренди G5: G9.

Введіть обмеження на число стоянок, з яких може обслуговуватися 1 район (А), у клітинці в B10 як суму добутоків стовпчика змінних рішення \$I\$5 : \$I\$9 на стовпець коефіцієнтів a_{ij} B5:B9 і розповсюдьте цю формулу на всі райони (клітинки C10: F10)

| | A | B | C | D | E | F | G | I | |
|----|---|--------------------------|---|---|---------|--------------------------|------------------|----------------|--|
| 1 | Оптимальний план розміщення стоянок таксі | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | |
| 3 | Райони що обслуговуються | | | | | | | | |
| 4 | точка стоянки | A | B | C | D | E | вартість,\$/день | змінні рішення | |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 400 | 1 | |
| 6 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 500 | 1 | |
| 7 | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 450 | 0 | |
| 8 | 4 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 440 | 0 | |
| 9 | 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 420 | 0 | |
| 10 | Обмеження | =СУММПРОИЗВ(І5:І9;В5:В9) | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | Витрати | =СУММПРОИЗВ(І5:І9;G5:G9) | | | |

Рисунок 5.2 – Оптимальний план розміщення стоянок таксі

В установках «Поиск решений» введіть вимоги для булевських змінних рішень:

$$I5:I9 \geq 0;$$

$$I5:I9 \leq 1$$

$$I5:I9 - \text{цілі},$$

чи замість цих трьох умов $I5: I9$ – двійкові, а також обмеження на число N_i

$$B10:F10 \geq 1$$

Після виклику «Поиск решений» і необхідних установок прочитайте рішення в осередках I5: I9 (необхідно на вкладці «Параметри» відзначити прапорець «Линейная модель»).

3. Зробити висновки за отриманими результатами та поставленим завданням.

Запитання для перевірки знань та самостійної роботи

1. До якого типу задач відноситься задача про оптимальний план розміщення підприємства?
2. Що означає формалізувати задачу?
3. Що таке логічні змінні? У яких задач їх необхідно застосувати?
4. Що означають нулі і одиниці у кожній клітині таблиці?
5. Який використовується критерій ефективності для побудови оптимального плану розміщення стоянок таксі?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Самойленко М. І. Інформаційні технології в розв'язанні транспортних задач : навч. посібник / М. І. Самойленко, А. О. Кобець ; Харків. нац. акад. міськ. гоп-ва. – Харків : ХНАМГ, 2011. – 256 с.
2. Зайцев М. Г. Методы оптимизации управления для менеджеров: Компьютерно-ориентированный подход : учеб. пособие / М. Г. Зайцев. – М. : Дело, 2002. – 304 с.
3. Кігель В. Р. Оптимізація логістичних рішень : навчальний посібник для студентів спеціальності «Логістика» / В. Р. Кігель. – Київ : Університет економіки та права «КРОК», 2007. – 136 с.
4. Савченко Л. В. Оптимізація рішень в логістиці: Теорія і практика / Л. В. Савченко. – Київ : НТУ, 2007. – 248 с.

ДОДАТОК

Інструмент «Поиск решения» Excel та загальна методика його використання для розв'язування оптимізаційних логістичних задач

Інструмент «Поиск решения» призначений для розв'язування оптимізаційних задач або рівнянь чи систем рівнянь з використанням комп'ютерної техніки.

Для завантаження інструменту «Поиск решения» після запуску електронної таблиці Excel потрібно виконати такі дії:

1. В меню «Сервис» обрати команду «Надстройки».
2. В діалоговому вікні «Надстройки» встановити прапорець на інструменті «Поиск решения» та натиснути на кнопку ОК.

Процедура пошуку рішення дозволяє знаходити оптимальне (найбільше або найменше) чи наперед задане значення змінної (цільової функції), формула обчислення якої знаходиться у клітинці, що має назву цільової («Целевая ячейка»). Процедура працює з групою інших клітинок, які безпосередньо або опосередковано зв'язані з формулою в цільовій клітинці.

Щоб знайти потрібне значення (оптимальне або наперед задане) цільової функції, процедура пошуку рішення за спеціальними алгоритмами визначає значення усіх змінних, які впливають на результат. Множину можливої варіації значень змінних можна обмежувати. Необхідні обмеження у разі потреби вводять щодо значень клітинок з незалежними змінними, а також клітинок з кінцевими або проміжними значеннями, які прямо чи опосередковано зв'язані між собою.

Під час запису обмежень можна використовувати такі п'ять умовних операторів:

- 1) \leq – менше або дорівнює;
- 2) $=$ – дорівнює;
- 3) \geq – більше або дорівнює;
- 4) **цел** – умова цілочисловості;
- 5) **двоич** – умова отримати логічні (лише 0 або 1) значення.

Обмеження про цілочислові або логічні значення можна вводити лише щодо таких незалежних змінних, значення яких міститимуться у клітинках «изменяемые».

Розв'язування оптимізаційної задачі з використанням інструменту пошуку рішення Excel полягає у такому:

1. Обрати команду «Поиск решения» в меню «Сервис». Результатом виконання цієї команди буде поява на екрані діалогового вікна «Поиск решения» (рис. 1.1).

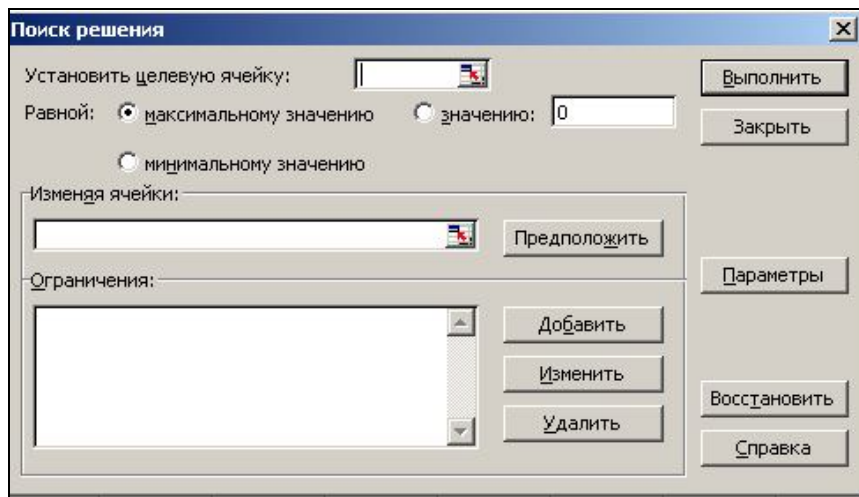


Рисунок 1.1 – Діалогове вікно «Поиск решения»

2. У полі «**Установить целевую ячейку**» вказати адресу клітинки із значенням цільової змінної – саме в цій клітинці має бути наведена формула обчислення значень цільової функції.

3. Ввімкнути у відповідне положення перемикач вибору оптимізаційного спрямування, а саме:

- **максимальному значенню** – для задачі максимізації;
- **минимальному значенню** – для задачі мінімізації;
- **значенню** – далі слід ввести конкретне числове значення – для розв’язування рівнянь.

4. У полі «**Изменяя ячейки**» вказати адреси клітинок з незалежними змінними. Різні клітинки зазначаються через кому. Суміжні клітинки можуть зазначатися як масив. Загальна кількість клітинок – до 200.

/Щоб автоматично визначити всі клітинки, що впливають на цільову змінну, можна натиснути кнопку «**Предположить**»./

5. У поле «**Ограничения**» ввести усі обмеження задачі. Якщо маємо лінійну задачу, для якої в параметрах пошуку рішення (дивись далі) буде встановлено прапорець «**Линейная модель**», кількість обмежень не регламентується. Навпаки, при розв’язуванні нелінійних задач, додатково до умов цілочисловості змінних, можна ввести ще понад 100 обмежень.

6. Натиснути кнопку «**Выполнить**». Через мить на екрані з’явиться вікно з результатами роботи процедури пошуку рішення.

7. Для збереження результатів перемикач «**Результаты поиска решения**» слід увімкнути у положення «**Сохранить найденное решение**». Якщо зберігати результати не потрібно, цей перемикач слід увімкнути у положення «**Восстановить исходные значения**».

Анотована інформація про функції або команди діалогового вікна «**Поиск решения**» наведена у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Призначення функцій та команд діалогового вікна «Поиск решения»

| Функція або команда | Призначення |
|----------------------------------|---|
| 1 | 2 |
| Установить целевую ячейку | Щоб вказати цільову клітинку робочого аркушу Excel, в якій міститься формула обчислення значення цільової функції |
| Равной | Щоб вказати оптимізаційне спрямування цільової функції (до максимуму чи до мінімуму) або вимогу до цієї функції набрати певне числове значення – це число слід ввести у відповідне поле діалогового вікна |
| Изменяя ячейки | Щоб вказати адреси тих клітинок робочого аркушу Excel, які відведені для значень незалежних змінних |
| Предположить | Для автоматичного пошуку клітинок, значення в яких безпосередньо впливають на цільову функцію, записану формулою в цільовій клітинці. Результат пошуку буде відображено в полі « Изменяя ячейки » |
| Ограничения | Щоб показати обмеження оптимізаційної задачі, яка розв'язується |
| Добавить | Для виклику діалогового вікна « Добавить ограничение » |
| Изменить | Для виклику діалогового вікна « Изменить ограничение » |
| Удалить | Щоб зняти відповідне обмеження |
| Выполнить | Щоб розпочати процедуру пошуку рішення сформованої задачі |
| Закрыть | Щоб вийти з діалогового вікна « Поиск решения » без запуску процедури пошуку рішення |
| Параметры | Щоб викликати діалогове вікно « Параметры поиска решения ». Це дозволить завантажити чи зберегти умови задачі та вказати індивідуальні значення спеціальних параметрів пошуку рішення |
| Восстановить | Щоб очистити усі поля діалогового вікна та відновити значення параметрів пошуку рішення, які передбачені за умовчанням |
| Справка | Щоб звернутися до довідкової системи « Поиска решения » |

Розпочинають роботу з процедурою «Поиск решения» після планування структури робочого аркушу Excel (слід визначити клітинки для цільової змінної, незалежних змінних, потрібних проміжних чи кінцевих результатів, вихідних даних; вписати необхідні пояснення, розграфити таблиці тощо), введення усіх потрібних формул для обчислення значень цільової функції,

проміжних і кінцевих результатів, а також внесення усіх потрібних вихідних числових даних. Щоб записати нове обмеження задачі, кнопкою «Добавить» викликають діалогове вікно «Добавить ограничение», а щоб внести зміни у раніше введене обмеження, його виділяють та кнопкою «Изменить» викликають діалогове вікно «Изменить ограничение». Ці вікна схожі на вигляд між собою (рис. 1.2) і зовні різняться лише назвою.

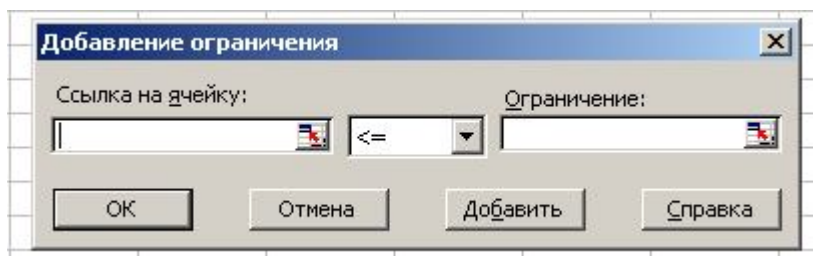


Рисунок 1.2 – Діалогове вікно «Добавить ограничение»;
(«Изменить ограничение»)

Опис діалогових вікон «Добавить ограничение» або «Изменить ограничение» та правила щодо їх використання:

Ссылка на ячейку – у відповідне поле потрібно занести номер або діапазон клітинок, значення в яких слід обмежити, вони відповідають лівій частині обмеження;

Ограничение – спочатку із списку, що розкривається, слід обрати потрібний умовний оператор (<=, =, >=, цел, двоич), після чого в поле праворуч від обраного оператора ввести праву частину обмеження – число, формулу, посилання на номер або діапазон клітинок тощо;

ОК – закінчення роботи з діалоговим вікном «Добавить ограничение» або «Изменить ограничение»;

Отмена – відмова від роботи з діалоговим вікном;

Добавить – дозволяє перейти до введення чергового нового обмеження без повернення до діалогового вікна «Поиск решения»;

Справка – кнопка виклику довідкової служби.

У складі програмного забезпечення Microsoft Excel в папці Office\Samples є книга з прикладами використання інструменту «Поиск решения» Excel – «Solvsamp.xls».

Інструмент «Поиск решения» дозволяє керувати умовами та варіантами пошуку рішення лінійних або нелінійних задач, зберігати задачі, що розв'язуються, а також звертатися до збережених раніше задач. Параметри та стан окремих елементів керування, які використовуються за умовчанням, придатні для розв'язування більшості нескладних задач. Водночас, при потребі, користувач має можливість обирати індивідуальні параметри пошуку рішення. Для цього у діалоговому вікні «Поиск решения» слід натиснути на клавішу «Параметры». Внаслідок цього на екрані з'явиться діалогове вікно «Параметры поиска решения» (рис. 1.3). Інформація про це вікно наведена у таблицях 1.2 та 1.3.

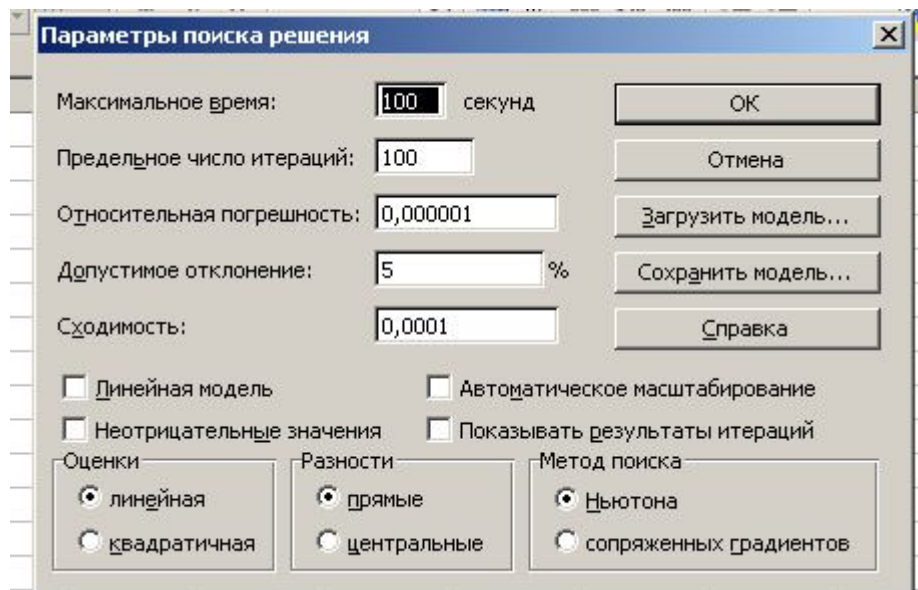


Рисунок 1.3 – Діалогове вікно «Параметры поиска решения»

Таблица 1.2 – Опис параметрів діалогового вікна «Параметры поиска решения»

| Параметр | Призначення |
|----------------------------------|--|
| Максимальное время | Щоб обмежити час пошуку розв'язку задачі. За умовчанням у полі цього параметру вказано час 100 (у секундах). Дозволяється ввести інше значення, яке не перевищує 32767 |
| Итерации | Для керування часом розв'язування задачі шляхом обмеження кількості проміжних обчислень. Для більшості простих задач досить значення 100, яке обране за умовчанням |
| Относительная погрешность | Щоб задавати точність обчислень. Ця точність показується у відповідному полі десятковим дробом від 0 (нуля) до 1 (одиниці). Чим меншим є число, тим вищою є точність. За умовчанням використовується значення 0,000001 |
| Допустимое отклонение | Щоб вказати припустиме відхилення від оптимального значення. За умовчанням обрано значення 5 (у відсотках) |

Продовження таблиці 1.2

| Параметр | Призначення |
|---|--|
| Сходимость | Параметр використовується лише щодо нелінійних задач. Якщо відносна зміна значення цільової змінної за п'ять послідовних ітерацій стає меншою від зазначеного у полі цього параметра числа, пошук рішення припиняється. За умовчанням обрано значення 0,0001. Щоб покращити збіжність, значення цього параметру слід зменшити. Межі параметру – від 0 до 1. Слід враховувати, що покращання збіжності може вимагати більшого часу на виконання обчислень |
| Линейная модель | Доцільно зазначити при розв'язуванні лінійних задач. Це прискорює пошук рішення |
| Неотрицательные значения | Доцільно використати, якщо значення всіх змінних, які знаходяться в клітинках «Изменяемые», мають набувати лише невід'ємних значень. Це виключає необхідність заносити відповідні обмеження в поле «Ограничения» діалогового вікна «Поиск решения» |
| Автоматическое масштабирование | Щоб автоматично нормалізувати значення вхідних та вихідних змінних, якщо вони істотно розрізняються за величиною |
| Показывать результаты итераций | Після виконання чергової ітерації процес пошуку рішення буде призупинятися, щоб показати поточні результати |
| Оценка (далі слід обрати: линейная або квадратичная) | Щоб обрати метод екстраполяції при розв'язуванні нелінійних задач на кожному етапі одновимірного пошуку. Зазвичай квадратична екстраполяція дозволяє отримати результати кращі, ніж лінійна |
| Разности (далі слід обрати: прямые або центральные) | Щоб обрати метод наближеного обчислення частинних похідних. У більшості випадків можна обрати прямі різниці, але, щоб отримати більш точний розв'язок, слід звернутися до центральних різниць |
| Метод поиска (далі слід обрати: Ньютона або сопряженных градиентов) | Можна обрати алгоритм нелінійної оптимізації: або квазіньютонівський, або спряжених градієнтів. Перший метод виконує менше ітерацій, але вимагає більше пам'яті. Тому другий метод рекомендують використовувати для великих за розміром задач або для підвищення точності обчислень |

Таблиця 1.3 – Опис клавіш керування у діалоговому вікні «**Параметры поиска решения**»

| Клавіша | Призначення |
|----------------------------|--|
| ОК | Щоб закрити діалогове вікно |
| Отмена | Щоб відмовитися від власноруч введених параметрів пошуку розв'язку |
| Загрузить модель... | Для виклику діалогового вікна « Загрузить модель » |
| Сохранить модель... | Для виклику вікна « Сохранить модель ». Ця можливість використовується, якщо на одному робочому аркуші слід зберігати інформацію про кілька задач. Одна (перша) задача зберігатиметься на робочому аркуші автоматично |
| Справка | Щоб звернутися до довідкової системи про « Параметры поиска решения » |

Підсумкові повідомлення процедури пошуку рішення залежать від того, чим саме закінчилися обчислення. Якщо задачу розв'язано, отримаємо повідомлення, показані в таблиці 1.4, а якщо розв'язок не було знайдено – повідомлення, показані в таблиці 1.5.

Таблиця 1.4 – Повідомлення діалогового вікна «**Результаты поиска решения**», якщо розв'язок задачі знайдено

| Можливе повідомлення | Пояснення |
|--|---|
| Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены. | Всі обмеження виконуються з точністю, яка встановлена у діалоговому вікні « Параметры поиска решения ». Знайдено потрібне значення цільової функції |
| Поиск свелся к текущему решению. Все ограничения выполнены. | Відносна зміна значення в цільовій клітинці за останні п'ять ітерацій є меншою, аніж встановлена параметром « Сходимость » у діалоговому вікні « Параметры поиска решения ». Щоб підвищити точність, слід зменшити значення цього параметру, але подальші розрахунки вимагатимуть більше часу |

Таблиця 1.5 – Повідомлення діалогового вікна «**Результаты поиска решения**», якщо процедура пошуку рішення не знаходить розв'язку задачі

| Можливе повідомлення | Пояснення |
|-----------------------------|------------------|
|-----------------------------|------------------|

| Можливе повідомлення | Пояснення |
|--|--|
| Поиск не может улучшить текущее решение. Все ограничения выполнены. | Виявилось неможливим покращити поточний результат. Знайдено наближене рішення, але його покращити або неможливо, або цього не дозволяють зробити вказані у діалоговому вікні «Параметры поиска решения» параметри пошуку. Рекомендується змінити значення цих параметрів та знову запустити процедуру пошуку рішення |
| Поиск остановлен (истекло заданное на поиск время). | За час, що було відведено для розв'язування задачі, позитивного результату не досягнуто. Перемикачі «Сохранить найденное решение» та «Сохранить сценарий» дозволяють при наступній реалізації процедури пошуку рішення не повторювати вже проведені обчислення |
| Поиск остановлен (достигнуто максимальное число итераций). | Максимальної, яку було дозволено, кількості ітерацій виявилось недостатньо, щоб досягти позитивного результату. Перед продовженням пошуку бажано з'ясувати причини зупинки. Щоб не повторювати вже зроблені обчислення при наступній реалізації процедури пошуку рішення, увімкніть перемикач «Сохранить сценарий» або «Сохранить найденное решение» |
| Значения целевой ячейки не сходятся. | Значення цільової змінної є необмеженим (за абсолютною величиною зростає до нескінченості). Рекомендується перевірити обмеження |
| Поиск не может найти подходящего решения. | Можливо, що система обмежень є несумісною. Ймовірно також, що Ви припустилися помилок у записі розрахункових формул або обмежень |

Продовження таблиці 1.5

| Параметр | Призначення |
|----------|-------------|
|----------|-------------|

| | |
|--|---|
| Поиск остановлен по требованию пользователя. | Це повідомлення з'явиться, якщо в процесі виконання ітерацій в діалоговому вікні « Текущее состояние поиска решения » була натиснута кнопка « Стоп » з метою зупинки процесу пошуку рішення |
| Условия для линейной модели не удовлетворяются. | Безпідставно встановлено прапорець « Линейная модель » в параметрах пошуку. Спробуйте повторити розрахунки, увімкнувши функцію « Автоматич. масштабирование ». Якщо це не допоможе – зніміть прапорець « Линейная модель » |
| При поиске решения обнаружено ошибочное значение в целевой ячейке или в ячейке ограничения. | Потрібно уважно перевірити усі формули – деякі з них містять помилки. Можливі також помилки при записі обмежень |
| Мало памяти для решения задачи. | Потрібно збільшити пам'ять, необхідну для пошуку розв'язку. Для цього слід закрити деякі відкриті файли або програми, які не потрібні для розв'язування задачі |

У випадку успішного виконання процедури пошуку рішення та появи діалогового вікна «**Результаты поиска решения**» Ви маєте можливість обрати одну з двох команд:

або **Сохранить найденное решение** – для збереження знайденого розв'язку;

або **Восстановить исходные значения** – для відновлення первісних значень усіх змінних, значення яких містяться у клітинках «**изменяемые**».

Крім цього, у полі «**Тип отчета**» можна вказати на тип звіту, який буде виведено на окремий аркуш поточної робочої книги Excel. Передбачено наступні три типи звітності:

Результаты. – Використовують для створення звіту, в якому буде вказано цільову клітинку та клітинки «**изменяемые**», їх вихідні та кінцеві (оптимальні) значення, а також формули та довідкова інформація щодо обмежень задачі.

Устойчивость. – Використовують для формування звіту з інформацією про чутливість розв'язку щодо малих змін значень параметрів у формулі для цільової функції або у формулах для обмежень. /Для цілочислових задач такий звіт не створюється. Для нелінійних задач звіт містить дані про градієнт цільової функції та множники Лагранжа./

Ограничения. – Використовують для створення звіту, в якому буде вказано цільову клітинку та клітинки «**изменяемые**», їх значення, а також нижні та верхні межі. Ці межі визначають діапазон можливої варіації значень

відповідних змінних за умов, що значення інших змінних не міняються. /Для цілочислових задач такий звіт не створюється./

Можна також зберегти сценарій розв'язування задачі, якщо скористатися клавішею **«Сохранить сценарий»**.

Виробничо-практичне видання

Методичні рекомендації
до організації самостійної роботи,
проведення практичних занять
з навчальної дисципліни

«ОПТИМІЗАЦІЯ ЛОГІСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ»

*(для студентів рівня підготовки «магістра»
I курсу денної і заочної форм навчання
спеціальності 073 – Менеджмент
освітньо-професійної програми «Логістика»)*

Укладач **ОЛЬХОВА** Марія Володимирівна

Відповідальний за випуск *О. О. Лобашов*

За авторською редакцією

Комп'ютерний набір *М. В. Ольхова*

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

План 2018, поз. 476 М

Підп. до друку 21.03.2018. Формат 60 × 84/16.
Друк на ризографі. Ум. друк. арк. 1,9.
Тираж 50 пр. Зам. №.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017.