

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МІСЬКОГО
ГОСПОДАРСТВА імені О.М. БЕКЕТОВА**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

для виконання практичних завдань

з навчальної дисципліни

«ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ»

(для студентів 5–6 курсів денної і заочної форм навчання освітнього рівня

«спеціаліст»

спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія,

спеціалізації (освітні програми)

«Водопостачання та водовідведення»,

«Раціональне використання і охорона водних ресурсів»)

Харків – ХНУМГ ім. О.М. Бекетова – 2017

Методичні вказівки для виконання практичних завдань з навчальної дисципліни «Основи наукових досліджень» (для студентів 5–6 курсів денної і заочної форм навчання освітнього рівня «спеціаліст», спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія, спеціалізації (освітні програми) «Водопостачання та водовідведення», «Раціональне використання і охорона водних ресурсів») / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. І. М. Чуб. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – 21 с.

Укладач канд. техн. наук, доц. **І. М. Чуб.**

Рецензент

Г. І. Благодарна, кандидат технічних наук, доцент Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова.

Рекомендовано кафедрою водопостачання, водовідведення та очистки вод, протокол № 1 від 27.08.2015 р.

ЗМІСТ

	ВСТУП.....	4
1	Обробка експериментальних даних.....	5
	Приклад 1.1 Вибір емпіричної залежності	5
	Приклад 1.2 Оцінювання випадкових похибок опосередкованих вимірювань.....	10
	Приклад 1.3 Оцінювання випадкових похибок.....	11
	Приклад 1.4 Наближений розв'язок систем нелінійних рівнянь методом ітерації.....	14
2	Моделювання процесів у галузі водопостачання та водовідведення.....	16
2.1	Моделювання процесу екстракції з перехресним рухом.....	16
2.2	Математична модель апарату абсорбції	17
	Список рекомендованих джерел.....	20

ВСТУП

На сучасному етапі розвитку техніки водообробки неможливо управляти системами водопостачання та водовідведення без наукового підходу. Висока продуктивність обладнання, великі обсяги апаратів і споруд, залежність техніко-економічних показників від великого числа різноманітних факторів – все це висуває високі вимоги до проектування, експлуатації та управління системами водопостачання та водовідведення. Розрахунок і оптимізація технологічних режимів окремих технологічних процесів (ТП) і апаратів без врахування їх взаємозв'язків з іншими технологічними процесами і апаратами даного виробництва можуть призвести до неоптимальним значенням параметрів технологічних режимів і показників ефективності функціонування всієї системи в цілому.

Основи наукових досліджень – це сукупність певних наукових методів і практичних прийомів розв'язання різноманітних проблем, що виникають у всіх сферах діяльності.

Метою вивчення дисципліни є підготовка фахівця, який буде володіти навичками науково-дослідної роботи, знати методологію і методику, планування і організацію наукових досліджень в галузі водопостачання і водопідготовки. Необхідним елементом успішного засвоєння навчального матеріалу дисципліни є самостійна робота студентів з літературою та вирішення завдань. Методичні вказівки складаються з двох розділів. Перший містить приклади задач та завдання для вирішення. Другий містить приклади моделювання процесів у галузі водопостачання та водовідведення.

1 ОБРОБКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ

Приклад 1.1 Вибір емпіричної залежності

Встановити емпіричну залежність і визначити параметри обраного рівняння з використанням методу найменших квадратів (МНК). Визначити ступінь вірогідності обраної залежності й виконати кореляційний аналіз. Вихідні данні наведено у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Експериментальні значення адсорбції отримані у статичних умовах

Точки по ізотермі	Номери експериментів і значення x і y ; $\frac{x}{y}$					
	1	2	3	4	5	6
A_1	$\frac{39,9}{4,9}$	$\frac{39,6}{4,7}$	$\frac{40,2}{4,7}$	$\frac{39,3}{4,75}$	$\frac{39,12}{4,8}$	$\frac{40,3}{4,75}$
A_2	$\frac{33,7}{4,6}$	$\frac{33,9}{4,5}$	$\frac{33,5}{4,5}$	$\frac{33,9}{4,4}$	$\frac{34,6}{4,5}$	$\frac{33,7}{4,5}$
A_3	$\frac{27,7}{4,2}$	$\frac{27,66}{3,95}$	$\frac{27,36}{3,97}$	$\frac{27,48}{4,0}$	$\frac{27,7}{4,0}$	$\frac{27,9}{3,9}$
A_4	$\frac{23,7}{3,8}$	$\frac{24,18}{3,6}$	$\frac{23,9}{3,7}$	$\frac{24,36}{3,76}$	$\frac{24,72}{3,8}$	$\frac{24,6}{3,86}$
A_5	$\frac{18,9}{3,3}$	$\frac{19,11}{3,3}$	$\frac{19,14}{3,4}$	$\frac{18,72}{3,35}$	$\frac{19,3}{3,37}$	$\frac{18,96}{3,24}$
A_6	$\frac{5,2}{1,3}$	$\frac{5,0}{1,3}$	$\frac{5,1}{1,4}$	$\frac{4,7}{1,37}$	$\frac{5,3}{1,42}$	$\frac{5,0}{1,36}$
A_7	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$

Розв'язання. У процесі експериментальних вимірів одержують статистичний ряд вимірів двох величин, поєднаних функцією

$$y = f(x). \quad (1.1)$$

Графічне зображення емпіричної формули складається з двох етапів:

- 1) вибір загального виду формули з деяким числом довільних (вільних) параметрів;
- 2) визначення її параметрів (параметрів апроксимації) з умов найкращої апроксимації дослідних даних.

Точки таблиці 1 отримані в результаті 6 експериментів (номери 1...6 по горизонталі). Досліджували адсорбційну здатність вугілля в рівноважних умовах. Визначали концентрації у воді і адсорбенті c і a (чисельник/знаменник кожного осередку табл. 1.1) в 6 пробах для кожного експерименту (точки $A_1...A_6$).

Для вибору конкретного характеру аналізованої залежності необхідно скористатися найбільш частими формами опису ізотерм. Рекомендується дослідження наступних залежностей:

$$y = ax + b; y = \frac{a}{x} + b; y = (ax + b)^{\frac{1}{2}}; y = (ax + b)^{-1}; y = \frac{ax}{1 + bx};$$

$$y = be^{ax}; y = ba^x; y = bx^a; y = a \ln x + b; y = x(ax + b)^{-1}.$$

Критерієм визначення емпіричної залежності за числовими даними, що найкраще описує досліджувану залежність, є максимальна величина емпіричного коефіцієнта кореляції r .

Обчислення коефіцієнта кореляції і параметрів a і b виконуємо за допомогою методу найменших квадратів [1–3]. Відповідно до цього методу розглянуті залежності зводимо до лінійного вигляду:

$$Y = AX + B. \quad (1.2)$$

Наприклад візьмемо функцію виду:

$$y = \frac{ax}{1 + bx}. \quad (1.3)$$

Для наведеної залежності характерна наявність двох параметрів (коефіцієнти a , b). Чисельні значення коефіцієнтів для розглянутої моделі виду (1.3) знайдемо методом найменших квадратів (МНК) [2].

На початку вихідну форму (1.3), перетворимо в лінійний вигляд. Для цього проведемо певні перетворення:

$$X = \frac{1}{x}; \quad Y = \frac{1}{y} \quad (1.4)$$

Далі перепишемо (1.3) з урахуванням 1.4):

$$Y = \frac{1}{y} = \frac{1 + bx}{ax} = \frac{1}{a} \times \frac{1}{x} + \frac{b}{a} = \frac{1}{a} \times X + \frac{b}{a} = AX + B, \quad (1.5)$$

$$A = \frac{1}{a}, \quad B = \frac{b}{a}$$

Таким чином, вихідна функція перетворена в лінійний вигляд. Далі введемо ряд додаткових позначень:

$$X_i = \frac{1}{x_i}; Y_i = \frac{1}{y_i}, i = 1, \dots, n \quad (1.6)$$

Одержимо значення відповідних математичних очікувань (середніх значень):

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i. \quad (1.7)$$

Після цього обчислимо ряд проміжних величин, які необхідні для одержання остаточних результатів:

$$\bar{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i; \quad (1.8)$$

$$\bar{X}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 ; \quad (1.9)$$

$$\Delta = \bar{X}^2 - (\bar{X})^2 ; \quad (1.10)$$

$$\Delta_A = \bar{X}\bar{Y} - \bar{X} \times \bar{Y} ; \quad (1.11)$$

$$\Delta_B = \bar{X}^2 \times \bar{Y} - \bar{X}\bar{Y} \times \bar{X} . \quad (1.12)$$

Тепер коефіцієнти лінійної форми A, B визначаються в такий спосіб:

$$A = \frac{\Delta_A}{\Delta}, \quad B = \frac{\Delta_B}{\Delta} . \quad (1.13)$$

Застосування МНК, як, втім, і будь-якого іншого чисельного методу моделювання, припускає оцінку адекватності отриманої моделі. Під адекватністю тут розуміється міра наближення моделі й модельних значень до відповідних фактичних моделей і значень. МНК припускає для цього обчислення і оцінювання коефіцієнта кореляції r як міри згаданого наближення. У розглянутому випадку значення r обчислюємо згідно з [2, 3]:

$$r = \frac{\bar{X}\bar{Y} - \bar{X} \times \bar{Y}}{\sqrt{\bar{X}^2 - (\bar{X})^2} \times \sqrt{\bar{Y}^2 - (\bar{Y})^2}} ; \quad (1.14)$$

$$\bar{Y}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 . \quad (1.15)$$

Оцінюючи значення r для конкретної моделі, можна зробити певні висновки щодо її адекватності. Значення r , що наближаються до нуля, будуть свідчити про фактичну незалежність (відсутності статистичного зв'язку) між досліджуваними величинами (у цьому випадку C й a). Навпаки, значення r , близькі до одиниці, фактично будуть підтверджувати наявність істотного статистичного зв'язку між досліджуваними величинами. Чим більше значення r , тим цей зв'язок тісніше й, виходячи з цього, адекватніше конкретна модель.

Статистичну значущість отриманого коефіцієнта кореляції доцільно перевірити за допомогою одного з розповсюджених критеріїв. Виберемо для цієї мети критерій Ст'юдента [2]. Для цього обчислюємо параметр

$$\hat{t} = \frac{r\sqrt{v}}{\sqrt{1-r^2}}, \quad v = n - 2 . \quad (1.16)$$

Умовою позитивного результату даної перевірки є виконання умови:

$$\hat{t} \leq t_{(v,p)} \quad (1.17)$$

де $v = n - 2$, n - число пар експериментальних точок;
 p – довірча ймовірність, з якої приймаємо гіпотезу;
 t – критерій при заданих v і p (визначаємо за табл. 2).

Відмітимо, що для даного дослідження рівень $p = 0,95$ є задовільним.

У результаті обчислень для наведеної функції (1.3) у таблиці 1.2 подані отримані значення коефіцієнта кореляції і коефіцієнти a і b .

Таблиця 1.2 – Результат розрахунку МНК коефіцієнта кореляції r і коефіцієнтів a і b для досліджуваної функції

Вид функції	Значення коефіцієнта кореляції, r	Коефіцієнти	
		a	b
$y = \frac{ax}{1+bx}$	0,997017114	3,021	0,138

З наведених у таблиці 2 значень коефіцієнта кореляції r і коефіцієнтів a і b , можна зробити висновок про те, що для математичного опису групи точок залежність типу (1.3) є найбільш підходящою, а її коефіцієнти мають сенс констант, що залежать від структури сорбенту і фізико-хімічних властивостей поглинаючої речовини.

Далі перевіримо значущість коефіцієнта кореляції для моделі обраного виду. Для цього за довідковою літературою [2] знаходимо значення t , що відповідає умовам $\nu = n - 2 = 34$, $p = 0,95$. Дане значення дорівнює 2,03. Далі обчислюємо значення критерію:

$$\hat{t} = \frac{0,996\sqrt{36-2}}{\sqrt{1-0,996^2}} = 65. \quad (1.18)$$

Оскільки отримане значення свідомо більше, ніж величина 2,03, можна зробити висновок про те, що з імовірністю 0,95 отриманий коефіцієнт кореляції є значущим. Це твердження додатково підтверджує адекватність отриманої моделі.

Тепер уточнимо параметри в (1.3). Тут y відповідає значенню концентрації в сорбенті – a , а x – концентрація в рідкій фазі c , тоді

$$a = \frac{a_{\infty}k \cdot C}{1+k \cdot C} = \frac{a \cdot C}{1+b \cdot C}, \quad (1.19)$$

де a_{∞} – гранична сорбційна ємкість, мг/г;

k – константа, що залежить від структури сорбенту й фізико-хімічних властивостей води;

c – концентрація в рідкій фазі, мг/дм³.

У результаті обчислень отримуємо значення коефіцієнтів:

$$a_{\infty} = 5.233, \quad k = 0.0458$$

Для перевірки правильності обраної функціональної залежності (1.3) (розрахованих коефіцієнтів) була взята на кривій точка з координатами А (35; 4,5). Підставляючи значення C у формулу (1.19), одержали a :

$$\frac{5.233 \cdot 0.0458 \cdot 35}{1 + 0.0458 \cdot 35} = 4.45,$$

що відповідає дійсності.

На рисунку 1.1 представлені експериментальні точки й обрана емпірична залежність.

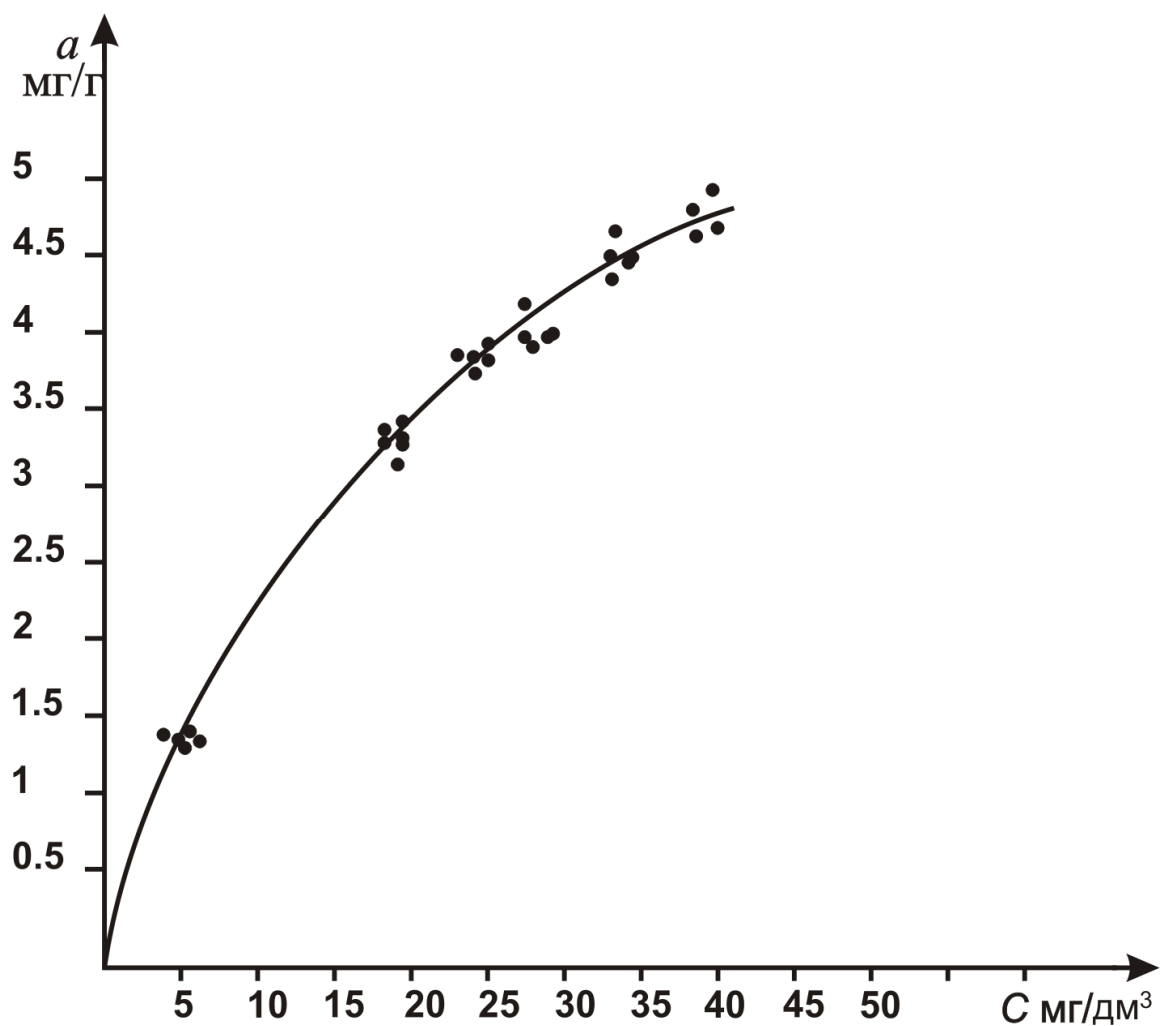


Рисунок 1.1– Графічна побудова обраної залежності $y = \frac{ax}{1+bx}$.

Таблиця 1.2 – Вихідні дані для самостійного вирішення

Точки по ізотермі	Номери експериментів і значення x і y ; x/y					
	1	2	3	4	5	6
A ₁	19,95/2,45	19,99/2,35	20,1/2,35	19,65/2,38	19,56/2,4	20,15/2,38
A ₂	16,85/2,3	16,7/2,25	16,75/2,25	16,95/2,2	17,3/2,25	16,85/2,25
A ₃	13,85/2,1	13,83/1,98	13,68/1,98	13,74/2	13,85/2,0	13,95/2,15
A ₄	11,85/1,9	12,09/1,8	11,95/1,85	12,18/1,88	12,36/1,76	12,15/1,65
A ₅	9,45/1,65	9,55/1,65	9,37/1,49	9,42/1,55	9,29/1,65	9,58/1,45
A ₆	2,6/0,65	2,5/0,65	2,55/0,7	2,35/0,68	2,65/0,71	2,5/0,68
A ₇	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0

Приклад 1.2 Оцінювання випадкових похибок опосередкованих вимірювань.

Визначити довірчі границі похибки результату вимірювання ємності конденсатора, якщо $n = 15$. Результати спостережень наведені в таблиці 1.3 [3]

Номер спостереження n Результат спостереження C_i , Випадкове відхилення $\Delta C = (C_i - \bar{C})$, $n\Phi \Delta C_2$, $n\Phi_2$

Таблиця 1.3 – Результати спостережень

Номер спостереження n	Результат спостереження $C_i, n\Phi$	Випадкове відхилення	$\Delta C_2, n\Phi_2$
1	794	- 4,8	23,04
2	803	+ 4,2	17,64
3	809	+10,2	104,04
4	796	- 2,8	7,84
5	798	- 0,8	0,64
6	806	+ 7,2	51,84
7	807	+ 8,2	67,24
8	792	- 6,8	46,24
9	804	+ 5,2	27,04
10	801	+ 2,2	4,84
11	800	+ 1,2	1,44
12	797	- 1,8	3,24
13	795	-3,8	14,44
14	791	- 7,8	60,84
15	798	- 9,8	96,04
	$\bar{C} = 798,8 n\Phi$	$\sum(C_i - \bar{C}) = 0$	$\sum (C_i - \bar{C})^2 = 526,4$

1. Визначаємо середнє арифметичне значення:

$$\bar{C} = 798,8n\Phi.$$

2. Обчислюємо оцінку середнього квадратичного відхилення результату спостереження :

$$\sigma_c = \frac{1}{14} \cdot 526,4 = 6n\Phi.$$

3. Перевіряємо відсутність грубих похибок.

4. Обчислюємо оцінку середнього квадратичного відхилення результату вимірювання :

$$\sigma_{\bar{c}} = \frac{6}{15} = 1,6n\Phi$$

5. Задаємося довірчою ймовірністю $P = 0,95$

і по таблиці 1.4 для $n = 15$ знаходимо коефіцієнт Ст'юдента $t_s = 2,14$.

Таблиця 1.4 – Значення коефіцієнта Ст'юдента для різних n і P

n	$P=0,95$	$P=0,99$	n	$P=0,95$	$P=0,99$
3	4,3	9,92	15	2,14	2,98
4	3,18	5,84	16	2,13	2,95
5	2,77	4,6	17	2,12	2,92
6	2,57	4,03	18	2,11	2,9
7	2,45	3,71	19	2,1	2,88
8	2,36	3,5	20	2,09	2,86
9	2,31	3,36	22	2,07	2,82
10	2,26	3,25	24	2,06	2,8
11	2,23	3,17	26	2,06	2,78
12	2,2	3,11	28	2,048	2,76
13	2,18	3,06	30	2,043	2,75
14	2,16	3,01	∞	1,96	2,57

6. Обчислюємо значення довірчої похибки:

$$\Delta_{\bar{c}} = t_s \cdot \sigma_{\bar{c}} = 2,14 \cdot 1,6 = 3,4 \approx 3 \text{ нФ}$$

7. Записуємо результат вимірювання відповідно зі стандартом []:

$$C = (799 \pm 3) \text{ нФ}, P=0,95.$$

Тобто, істинне значення ємності конденсатора з ймовірністю $P = 0,95$ знаходиться від 795 до 803 пФ.

Приклад 1.3 Оцінювання випадкових похибок опосередкованих вимірювань необхідно здійснювати за такою методикою:

1. Визначити для результатів прямих вимірювань \bar{x} і $\sigma[\bar{x}]$;
2. Визначити значення невідомої величини: $\bar{q} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$;
3. Визначити «вагу» кожної часткової похибки опосередкованих вимірювань:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{x_i = \bar{x}_i}; \quad (1.20)$$

4. Обчислити часткові випадкові похибки опосередкованих вимірювань:

$$\bar{e}_{x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \sigma[\bar{x}_i]; \quad (1.21)$$

5. Знайти оцінку середнє квадратичне відхилення (СКВ) результату опосередкованих вимірювань:

$$\sigma_{\bar{q}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2}; \quad (1.22)$$

6. Знайти (табл. 1.5) коефіцієнт k_t Ст'юдента за заданою довірчою ймовірністю P і кількістю вимірювань n .

Таблиця 1.5 – Коефіцієнт розподілу Ст'юдента при P

<i>Коефіцієнт розподілу Ст'юдента при P</i>					
<i>N</i>	0,5	0,9	0,95	0,98	0,99
2	1,000	6,31	12,7	31,8	63,7
3	0,816	2,92	4,30	6,96	9,92
4	0,765	2,35	3,18	4,54	5,84
5	0,741	2,13	2,78	3,75	4,60
6	0,727	2,02	2,57	3,37	4,03
7	0,718	1,94	2,45	3,14	3,71
8	0,711	1,90	2,36	3,00	3,50
9	0,706	1,86	2,31	2,90	3,36
10	0,703	1,83	2,26	2,82	3,25
11	0,701	1,81	2,23	2,76	3,17
12	0,700	1,80	2,20	2,72	3,11

7. Знайти граничні значення випадкової складової похибки, яку приймають за похибку опосередкованого вимірювання:

$$\Delta = \pm k_t \cdot \overline{\sigma}_q \quad (1.23)$$

8. Записати результат опосередкованого вимірювання:

$$q \pm \Delta, P.$$

В загальному випадку похибка функції декількох величин:

$$q = f(x, y, \dots, w),$$

похибки яких незалежні і випадкові, знаходиться

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x} \delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial y} \delta y\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial q}{\partial w} \delta w\right)^2}, \quad (1.24)$$

але сумарна похибка ніколи не перевищить значення:

$$\delta q \leq \left| \frac{\partial q}{\partial x} \right| \delta x + \left| \frac{\partial q}{\partial y} \right| \delta y + \dots + \left| \frac{\partial q}{\partial w} \right| \delta w. \quad (1.26)$$

Розв'язання 1.3 Визначити результат та СКВ випадкової складової похибки опосередкованого вимірювання струму $I = U/R$ за даними прямих вимірювань напруги та опору з незалежними випадковими похибками, що розподілені за нормальним законом:

$$U = (1,00 \pm 0,01)B; P = 0,99$$

$$R = (10,0 \pm 0,1)\Omega; P = 0,997$$

Записати результат згідно зі стандартною формою, вказавши довірчий інтервал, в який потрапить похибка результату опосередкованого вимірювання із встановленою ймовірністю **$P = 0,99$** .

1. Знайти значення математичного очікування струму

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{R} = \frac{1,00}{10,0} = 0,1(A)$$

2. Визначити СКВ результату опосередкованого вимірювання струму

$$\bar{\sigma}_I = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial U}\right)^2 \sigma_u^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial R}\right)^2 \sigma_R^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 \sigma_u^2 + \left(-\frac{U}{R^2}\right)^2 \sigma_R^2}$$

За значеннями нормованої функції Лапласа $\Phi(z) = P/2$ (табл.1.6) знайти значення z та визначити СКВ результатів прямих вимірювань напруги $\bar{\sigma}_U$ і опору $\bar{\sigma}_R$.

Таблиця 1.6 – Значення нормованої функції Лапласа

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0.0	0.00000	1.0	0.34134	2.0	0.47725	3.0	0.49865
0.1	0.03983	1.1	0.36433	2.1	0.48214	3.1	0.49903
0.2	0.07926	1.2	0.38493	2.2	0.48610	3.2	0.49931
0.3	0.11791	1.3	0.40320	2.3	0.48928	3.3	0.49952
0.4	0.15542	1.4	0.41924	2.4	0.49180	3.4	0.49966
0.5	0.19146	1.5	0.43319	2.5	0.49379	3.5	0.49977
0.6	0.22257	1.6	0.44520	2.6	0.49534	3.6	0.49984
0.7	0.25804	1.7	0.45543	2.7	0.49653	3.7	0.49989
0.8	0.28814	1.8	0.46407	2.8	0.49744	3.8	0.49993
0.9	0.31594	1.9	0.47128	2.9	0.49813	3.9	0.49995

Для

$$\Phi(z_U) = \frac{P}{2} = \frac{0,99}{2} = 0,495 \Rightarrow z_U = 2,6; \bar{\sigma}_U = \frac{\Delta_U}{z_U} = \frac{0,01}{2,6} = 0,0038 (B).$$

Для

$$\Phi(z_K) = \frac{P}{2} = \frac{0,997}{2} = 0,499 \Rightarrow z_K = 3,2; \bar{\sigma}_U = \frac{\Delta_K}{z_K} = \frac{0,1}{3,2} = 0,03125 (Om).$$

Значення СКВ опосередкованого вимірювання струму складає:

$$\bar{\sigma}_I = \sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot (0,0038)^2 + \left(-\frac{1}{10^2}\right)^2 \cdot (0,03125)^2} \approx 5 \cdot 10^{-4} (A).$$

3. Визначити границі довірчого інтервалу для заданої ймовірності $P = 0,99$. Для значення нормованої функції

$$\Phi(z_I) = \frac{P}{2} = \frac{0,99}{2} = 0,495$$

З таблиці 1.6 значення $z_I = 2,6$.

Тоді границі довірчого інтервалу

$$\Delta_I = \pm z_I \cdot \bar{\sigma}_I = \pm 2,6 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 0,0013 (B).$$

4. Результат опосередкованого вимірювання струму

$$I = (0,1000 \pm 0,0013)A; P = 0,99.$$

Приклад 1.4. Наближений розв'язок систем нелінійних рівнянь методом ітерації.

Знайти з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$ рівноважні концентрації іонів водню, $HC_2O_4^-$ і $C_2O_4^{2-}$ у розчині щавелевої кислоти з концентрацією $c = 0,1$ моль/л, якщо перша константа дисоціації $H_2C_2O_4 \leftrightarrow H^+ + HC_2O_4^-$ $K_1 = 6,5 \cdot 10^{-2}$ моль/л, друга константа дисоціації $HC_2O_4^- \leftrightarrow H^+ + C_2O_4^{2-}$ $K_2 = 6,1 \cdot 10^{-5}$ моль/л.

Розв'язок. Позначимо рівноважну концентрацію іонів $HC_2O_4^-$ через x , іонів $C_2O_4^{2-}$ – через y . Тоді як впливає зі схем дисоціації:

$$H_2C_2O_4 \leftrightarrow H^+ + HC_2O_4^-; \quad K_1 = \frac{[H^+][HC_2O_4^-]}{[H_2C_2O_4]} \quad (1.27)$$

$$HC_2O_4^- \leftrightarrow H^+ + C_2O_4^{2-}; \quad K_2 = \frac{[H^+][C_2O_4^{2-}]}{[HC_2O_4^-]} \quad (1.28)$$

Рівноважна концентрація іонів водню дорівнюватиме $x + 2y$, а молекулярної форми кислоти $c - x - y$.

Звідси складемо систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \frac{(x+2y)x}{c-x-y} \\ K_2 &= \frac{(x+2y)x}{x} \end{aligned} \right\} \quad (1.29)$$

чи після перетворень:

$$\left. \begin{aligned} x^2 + 2xy + K_1x + K_1y - K_1c &= 0 \\ xy + 2y^2 - K_2x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.30)$$

Підставивши в цю систему значення констант дисоціації і вихідних концентрацій кислоти з умови задачі, прийдемо до такої системи рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} x^2 + 2xy + 6,5 \cdot 10^{-2} \cdot x + 6,5 \cdot 10^{-2} \cdot y - 6,5 \cdot 10^{-3} &= 0 \\ xy + 2y^2 - 6,1 \cdot 10^{-5} \cdot x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.31)$$

Оскільки концентрація аніонів не може перевищувати вихідну концентрацію кислоти, то очевидно, що $0 < x < 0,1$ і $0 < y < 0,1$. Зведемо систему (3.1) до вигляду

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{6,5 \cdot 10^{-3} - 8,5 \cdot 10^{-2} \cdot y}{x + 6,5 \cdot 10^{-2}} \equiv \varphi_1(x, y) \\ y &= \frac{6,1 \cdot 10^{-5} \cdot x}{x + 2y} \equiv \varphi_2(x, y) \end{aligned} \right\} \quad (1.32)$$

Перевіримо, чи виконуються умови збіжності ітераційного процесу в області R ($0 < x < 0,1$; $0 < y < 0,1$):

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} &= \frac{8,5 \cdot 10^{-2} \cdot y - 6,5 \cdot 10^{-3}}{(x + 6,5 \cdot 10^{-2})^2} \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} &= \frac{-8,5 \cdot 10^{-2} \cdot (x + 6,5 \cdot 10^{-2})}{(x + 6,5 \cdot 10^{-2})^2} \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} &= \frac{13 \cdot 10^{-5} y}{(x + 2y)^2}; \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} = \frac{13 \cdot 10^{-5} x}{(x + 2y)^2}.\end{aligned}\tag{1.33}$$

Обчислимо значення цих похідних у довільній точці ($x_0=0,05$; $y_0=0,05$) області **R**:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} &= -0,17; \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = -0,74; \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} &= -0,3 \cdot 10^{-3}; \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} = -0,3 \cdot 10^{-3}.\end{aligned}\tag{1.34}$$

Отже,

$$\left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \right| \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \approx 0,17 < 1; \quad \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right| + \left| \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \right| \approx 0,74 < 1.\tag{1.35}$$

Умови збіжності (1.31) виконуються. Послідовні наближення знайдемо за формулами:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= \frac{6,5 \cdot 10^{-3} - 8,5 \cdot 10^{-2} \cdot y_n}{x_n + 6,5 \cdot 10^{-2}}; \\ y_{n+1} &= \frac{6,1 \cdot 10^{-5} \cdot x_n}{x_n + 2y_n}.\end{aligned}\tag{1.36}$$

Нехай $x_0 = 0,05$; $y_0 = 0,05$ – початкові наближення шуканих коренів. Обчислення послідовних наближень зручно подати у вигляді таблиці 1.7.

Отже, рівноважні концентрації

$$HC_2O_4^- \equiv x \approx 0,054; \quad C_2O_4^{2-} \equiv y \approx 0,6 \cdot 10^{-4}$$

$$H^+ \equiv x + 2 \approx 0,054; \quad H_2C_2O_4 \equiv c - x - y \approx 0,046 \text{ моль/л.}$$

Таблиця 1.7 – Обчислення за методом ітерацій

n	x_n	y_n	$x_n + 6,5 \cdot 10^{-2}$	$6,5 \cdot 10^{-3} - 8,5 \cdot 10^{-2} y_n$	$x_n + 2y_n$
1	2	3	4	5	6
0	0,0500	0,05	0,115	0,00225	0,15
1	0,0196	$0,2 \cdot 10^{-4}$	0,085	0,0065	0,0196
2	0,0765	$0,6 \cdot 10^{-4}$	0,142	0,0065	0,0766
3	0,0458	$0,6 \cdot 10^{-4}$	0,111	0,0065	0,0459
4	0,0586	$0,6 \cdot 10^{-4}$	0,124	0,0065	0,0587
5	0,0524	$0,6 \cdot 10^{-4}$	0,117	0,0065	0,0525

1	2	3	4	5	6
6	6,0556	$0,6 \cdot 10^{-4}$	0,121	0,0065	0,0557
7	0,0537	$0,6 \cdot 10^{-4}$	0,119	0,0065	0,0538
8	0,0546	$0,6 \cdot 10^{-4}$	0,120	0,0065	0,0547
9	0,0542	$0,6 \cdot 10^{-4}$	0,119	0,0065	0,0543

Вихідні дані та завдання для індивідуального вирішення видаються викладачем.

2 МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ У ГАЛУЗІ ВОДОПОСТАЧАННЯ ТА ВОДОВІДВЕДЕННЯ

2.1 Моделювання процесу екстракції з перехресним рухом

Апаратне оформлення (рис. 2.1) включає N ступенів, через які послідовно протікає розчин речовини, що обробляється екстрагентом. Вилучення речовини проводиться подачею на кожен ступінь промивної рідини (екстрагента), кількість якої для різних ступенів може бути різною ($v_{(i)}$).

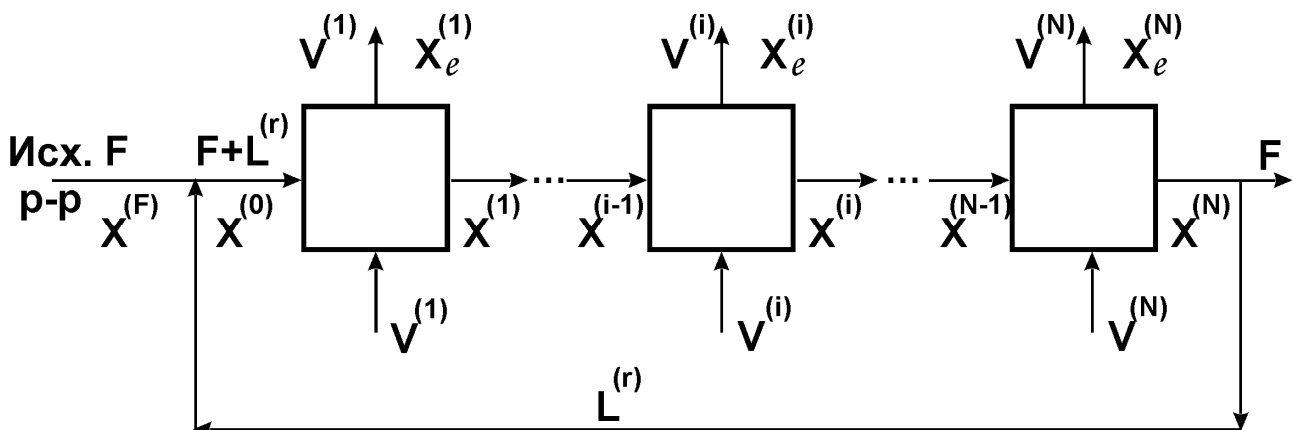


Рисунок 2.1 – Екстракція з перехресним рухом

Кількість розчину, що подається на екстракцію F ; концентрація речовини, що вилучається з розчину на i -тій ступені $X^{(i)}$. Частина кінцевого продукту в кількості $L^{(r)}$ подається назад у виді рециркуляту на вхід першого ступеня екстракції.

При побудові математичного опису прийняті наступні допущення:

- розчин на кожному ступені ідеально перемішується;
- промивна рідина і розчин не змішуються, так що промивна рідина, що подається на i -тій ступінь, повністю йде з цього ступеня.

Промивна рідина, що йде із ступеня, насичена речовиною що вилучається до рівноважної концентрації, яка визначається рівнянням

$$X_e^{(i)} = X_e(X^{(i)}) \quad (2.1)$$

де $X_e^{(i)}, X^{(i)}$ – концентрація речовини що вилучається в промивній рідині і в розчині, відповідно.

З урахуванням зроблених допущень математичний опис i -тої ступеня визначається балансовим співвідношенням для речовини, що вилучається:

$$(L^{(r)} + F) \cdot (X^{(i-1)} - X^{(i)}) - v^{(i)} \cdot X_e^{(i)} = 0 \quad (2.2)$$

Концентрація речовини, що вилучається на вході в 1 ступінь визначається рівнянням:

$$X^{(0)} = \frac{F \cdot X^{(F)} + L^{(r)} \cdot X^{(N)}}{F + L^{(r)}} \quad (2.3)$$

Рівняння (2.1) – (2.3) є математичним описом процесу екстракції з перехресним рухом, що дозволяють для заданих кількостей промивної рідини на кожному ступені екстракції знайти загальну кількість речовини, що вилучається з розчину

$$g = \sum_{i=1}^N v^{(i)} \cdot X_e^{(i)} \quad (2.4)$$

Алгоритм рішення є ітераційною процедурою і складається з наступних етапів:

1. Задається склад рециркулюючого потоку $X^{(N)}$.
2. По (2.4) визначається склад потоку, що поступає на 1 ступінь.
3. По (2.3) послідовно обчислюються склади на всіх ступенях екстрагування.
4. Склад розчину, що виходить з останнього ступеня, порівнюють з складом рециркулюючого потоку, прийнятого для цього циклу розрахунку. Якщо розбіжність перевищує необхідну точність, то розрахунок повторюють з уточненим складом рециркулюючого потоку. Якщо одержаний задовільний збіг, то розрахунок закінчують.

2.2 Математична модель апарата абсорбції

При дослідженні процесу абсорбції основним законом, що характеризує рівновагу в системах газ-рідина, є закон розчинності газів в рідині (закон Генрі) – при даній температурі молярна частка газу в розчині (розчинність) пропорційна його парціальному тиску над розчином:

$$Y_p = h \cdot X \quad (2.5)$$

де Y_p – рівноважний тиск газу над рідиною;

X – вміст газу в рідині;

h – коефіцієнт пропорційності (константа розчинності).

Фізичні уявлення про рух потоків, що протікають в абсорбері, залежно від типу використовуваного апарату дає можливість при складанні математичного опису користуватися моделями **ІЗ**, **ІВ**, осередкової, дифузійної або комбінованими.

Найчастіше в промисловості використовують насадочні і тарілчасті абсорбери. Як приклад розглянемо останній.

Тарільчастий абсорбер – апарат колонного типу, у верхню частину якого подається рідкий абсорбент (його витрата L), а в нижню – газ (витрата V), що містить компоненти, що витягаються. Контакт рідини і газу, в процесі якого відбувається розчинення частини газової суміші в рідині, протікає на спеціальних барботажних пристроях – тарілках. Схема потоків в абсорбері наведена на рисунку 2.2

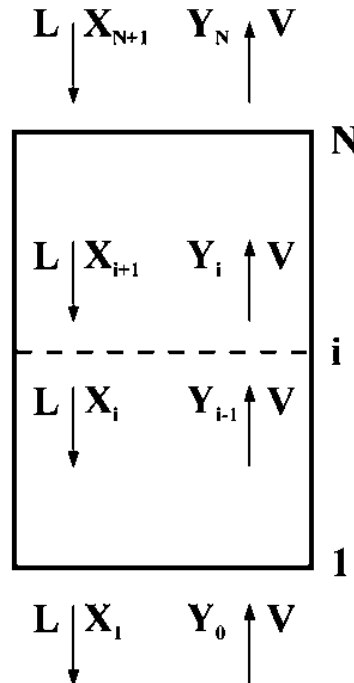


Рисунок 2.2 – Абсорбція у тарільчастому абсорбері

Математичний опис стаціонарного режиму в тарільчастому абсорбері складається з системи рівнянь, що визначають взаємозв'язок концентрацій в газі і рідині на кожній тарілці.

Для побудови моделі зробимо наступні допущення:

1. Рідина на тарілках ідеально перемішується;
2. На кожній тарілці досягається рівновага між концентрацією компоненту в газі і в абсорбенті, яке описується рівнянням

$$Y_i = h_i \cdot X_i \quad (2.6)$$

3. Кількість компоненту, що витягається з газу, мала, унаслідок чого зміною величин потоків рідини і газу можна нехтувати;

4. З газової суміші витягується тільки один компонент

Запишемо для i - тому ступеню рівняння матеріального балансу:

$$L \cdot X_{i+1} - L \cdot X_i + V \cdot Y_{i-1} - V \cdot Y_i = 0 \quad (i=1; 2; \dots N) \quad (2.7)$$

З урахуванням рівноважного співвідношення (2.6) рівняння (2.7) можна записати

$$L \cdot X_{i+1} - L \cdot X_i + V \cdot h_{i-1} \cdot X_{i-1} - V \cdot h_i X_i = 0$$

або

$$L \cdot X_{i+1} - X_i \cdot (L + V \cdot h_i) + V \cdot h_{i-1} X_{i-1} = 0 \quad (2.8)$$

Оскільки склади потоків, що поступають в абсорбер, передбачаються відомими, то значення концентрацій X_{N+1} и Y_0 задані. Невідомими є величини X_i ($i=1; 2; \dots N$), число яких рівне числу рівнянь системи:

$$\begin{aligned}L \cdot X_2 - X_1 \cdot (L + V \cdot h_1) + V \cdot Y_0 &= 0 \quad . \\L \cdot X_4 - X_3 \cdot (L + V \cdot h_3) + V \cdot h_2 X_2 &= 0 \quad .\end{aligned}\tag{2.9}$$

При заданих значеннях констант розчинності для кожного ступеня контакту (h_i) і заданих величинах потоків газу (V) і рідини (L) система рівнянь (2.9) може бути вирішена одним з відомих методів рішення систем лінійних рівнянь.

В результаті визначення значень концентрацій компоненту, що вилучається, в рідині по всіх тарілках, у тому числі і на виході з колони (X_1), а також концентрації компонентів в газі, обчислюванні по співвідношенню (2.7), для всіх ступенів контакту, у тому числі і для виходу газу з абсорбера (Y_N).

Алгоритм розрахунку наступний:

1. Вводяться початкові дані.
2. При необхідності (наявність декількох компонентів, що витягаються) фіксується номер речовини, що розраховується.
3. Обчислюється матриця коефіцієнтів системи (2.9).
4. Розв'язується система рівнянь і визначаються значення X_i и Y_i .

Розрахунок для декількох речовин, що вилучаються, можна здійснювати в циклі. Розглянута математична модель тарельчастого абсорбера дозволяє (при зроблених допущеннях) моделювати можливі режими витягання газів (пари), наприклад, при різних потоках рідини і газу, що подається в абсорбер, а також при різних температурних режимах витягання (різні значення констант розчинності на тарілках)

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Айвазян С. А. Прикладная статистика: исследование зависимостей / С. А. Айвазян. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 487с.
2. Румшиский Л. З. Математическая обработка результатов эксперимента : справочное пособие / Л. З. Румшиский. – М. : Наука, 1971. – 192 с.
3. Основи метрології та вимірювальної техніки : навч. посібник / [В. О. Поджаренко., П. І. Кулаков., О. Г. Ігнатенко, О. П. Войтович] – Вінниця: ВНТУ, 2006. – 151 с.
4. Супрун А. Н. Вычислительная математика для инженеров – экологов: учебное пособие / А. Н. Супрун, В. В. Найденко. – М.: Изд-во АСВ, 1996. – 391 с.
5. Мельниченко О. П. Статистична обробка експериментальних даних: навч. посібник / О. П. Мельниченко, І. Л. Якименко, Р. Л. Шевченко. – Біла Церква, 2006. – 34 с.
6. Закгейм А. Ю. Введение в моделирование химико-технологических процессов / А. Ю. Закгейм – М. : Химия, 1993. – 288 с.
7. Кафаров В.В. Математическое моделирование основных процессов химических производств: уч. пособие для вузов / В. В. Кафаров, М.Б.Глебов. – М.: Высш. шк.,1991.– 400 с.
8. Смирнов Н. Н. Химические реакторы в примерах и задачах : учеб. пособие / Н. Н. Смирнов, А. И. Волжинский, В. А. Плесовских. – СПб : Химия, 1994. – 280 с.

Навчальне видання

Методичні вказівки
для виконання практичних завдань
з навчальної дисципліни

«ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ»

*(для студентів 5–6 курсів денної і заочної форм навчання освітнього рівня
«спеціаліст», спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія,
спеціалізації (освітні програми) «Водопостачання та водовідведення»,
«Раціональне використання і охорона водних ресурсів»)*

Укладач **ЧУБ** Ірина Миколаївна

Відповідальний за випуск *К. Б. Сорокіна*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *І. М. Чуб*

План 2016, поз.144 М

Підп. до друку 07.06.2016

Формат 60x84 1/16

Друк. на ризографі

Ум. друк. арк. 0,7

Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017 р.