МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять та самостійної роботи

з навчальної дисципліни

«ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ ЕКСПЛУАТАЦІЇ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ»

(для студентів 5, 6 курсів денної та заочної форм навчання, а також слухачів другої вищої освіти спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія)

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2017

Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи з навчальної дисципліни «Забезпечення надійності експлуатації будівельних конструкцій» (для студентів 5, 6 курсів денної та заочної форм навчання, а також слухачів другої вищої освіти спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад. О. М. Шаповалов, Н. О. Псурцева. – Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – 38 с.

Укладачі: канд. техн. наук, доц. **О. М. Шаповалов**,
канд. техн. наук, доц. **Н. О. Псурцева**

Рецензент: д-р техн. наук, проф. **В. С. Шмуклер**

Рекомендовано кафедрою будівельних конструкцій,
протокол № 14 від 21 червня 2017 р.

ЗМІСТ

ВСТУП

Підвищення надійності експлуатації будівель і споруд – одне з найважливіших завдань проектних, будівельних та науково-дослідних організацій.

Теорія надійності будівельних конструкцій і всієї споруди – одна із найважливіших умов прискорення науково-технічного прогресу в будівництві, набула розвитку головним чином протягом останніх двох десятиріч. Як в будівельній механіці, так і в розрахунках будівельних конструкцій широко застосовують основні положення теорії ймовірності. Основні передумови проектування будівель і споруд з урахуванням надійності та ймовірнісних концепцій заклали В. В. Болотін, І. І. Гольденблат, А. Р. Ржаніцин, А. Ф. Смирнов, Н. С. Стрілецький, О. О. Гвоздьов, К. Є. Таль та інші. Подальший теоретичний розвиток цієї концепції дістали в працях Г. П. Дорощука, Б. М. Колотілкіна, М. Б. Краковського, А. П. Кудзіса, Д. М. Подольського, В. Д. Райзера, В. М. Бондаренка, А. Я. Барашикова, А. В. Перельмутера, С. В. Пічугіна та багатьох інших.

Створюючи будівлю чи споруду, передбачають певний (теоретичний) рівень надійності та безпеки її конструкцій та вузлів. Досвід будівництва й експлуатації засвідчує, що однакові будівлі і споруди, які споруджують і експлуатують в аналогічних умовах, або їхні окремі конструктивні елементи, виходять з ладу в різні випадкові моменти, тобто не можна точно визначити термін служби будівельної конструкції, а можна лише оцінити ту ймовірність, з якою експлуатуватимуть цю споруду протягом заданого терміну.

Під надійністю розуміють властивість споруди зберігати свої експлуатаційні показники, задані в початковому вигляді, на заданому протязі експлуатації. Термін експлуатації для будівель нормується ДБН В.1.2-14:2009.

Теорія надійності будівель і споруд не заперечує, не скасовує й не замінює жодного з наукових напрямків у будівництві. Вона має суворо визначені свої функції: визначати ті загальні стани й властивості об’єктів, які пов’язані із збереженням чи забезпеченням показників якості в часі, тобто розрахунком показників надійності будівель і споруд, виходячи із накопичення статистичних даних по кожному об’єкту.

Розглядаючи надійність будівель і споруд або окремих конструкцій, потрібно звертати увагу на такі особливості: комплексність і взаємозв’язок (явищ, навантажень, впливів, різних конструкцій, розрахункових схем та ін..); ймовірнісний аналіз цих параметрів (навантажень, явищ, впливів, технічних характеристик матеріалів та характеру їх змін; аналіз часового характеру проходження процесів).

Базовим матеріалом для теоретичних розрахунків надійності будівельних конструкцій або загалом будівлі є теорія ймовірності.

Тому в даних методичних вказівках більша частина матеріалу присвячена головним поняттям теорії ймовірності та застосування її до проблем будівельних конструкцій та організації будівельного процесу.

Зокрема, розглядаються питання:

– ймовірність виникнення заданої події при нескладних умовах появи складових цієї події, основні теореми складання та множення ймовірностей;

– математична комбінаторика (перестановки, розміщення та сполучення) в задачах ймовірності появи події;

– випадкові величини, закономірність їхнього розвитку, спроба відтворити цю закономірність математичним шляхом; нормальний закон розподілення та інші закони, дисперсія $Д$, стандарт σ;

– обробка експериментальних даних для бетону та арматури при визначенні їхніх міцносних характеристик; інтеграл помилок Лапласа;

– визначення характеристик навантаження та опору конструкцій у нерівності $P(F) \leq P(R)$ при рішенні задач надійності будівель і споруд, коефіцієнт кореляції β_S, основні показники надійності;

– розрахунок надійності окремих залізобетонних елементів на прикладі багатопорожнистої плити при заданому строку експлуатації, закон Пуассона;

– сучасні нормативні вимоги до визначення надійності $P_{(t)}$ та числа відмов для будівель і споруд у відповідності до ДБН В.1.2-14:2009;

– класифікація споруд за параметрами наслідків при відмові (СС3, СС2, СС1).

Усі наведені питання складають узагальнені принципи розрахунку будівельних конструкцій або споруд на надійність. В основу таких принципів закладені матеріали теорії ймовірностей та її головні теореми і поняття.

1 ОСНОВНІ ТВЕРДЖЕННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Будь-яке явище в життєвому чи технічному середовищі може відбуватися або не відбуватися. Наприклад, в заданий день може бути дощ а може і не бути, при розтягуванні арматури вона може розірватись при заданому зусиллі, а може не розірватись. Явище, яке підлягає оцінці з точки зору його появи, називають подією. Прогнозування повторюваності прояви цієї події на заданому відрізку часу є вірогідністю або ймовірністю розвитку даного явища. Тобто теорія ймовірностей будується тільки на аналізі повторюваності деякого процесу на заданому інтервалі часу.

Імовірність події A буде завжди додатнє число. Якщо подія відбувається зажди, на протязі усіх етапів спостереження, то ймовірність її прояви дорівнює 1. Якщо вона відбувається через одне спостереження, тоді ймовірність її прояви дорівнює 0,5. Якщо позначити через $P(A)$ ймовірність події A, то можна записати інтервали прояви цієї ймовірності:

$$0 \le P(A) \le 1, \tag{1.1}$$

де $P(A) = \dfrac{m}{n}$; m – кількість подій, що благоприємні для появи події A,

n – загальна кількість подій.

Події A і B, які не можуть з’явитися одночасно внаслідок фізичних, технологічних або кліматичних спостережень, називають несумісними. Коли під час спостережень або проведення досліду m разів події A і B з’явилися n_A і n_B разів, то частота загальної події A+B буде визначатись:

$$\frac{n_A + n_B}{m} = \frac{n_A}{m} + \frac{n_B}{m}. \tag{1.2}$$

Ймовірність підлягає тим самим співвідношенням, що й відповідні частоти, звідси можна отримати *теорему додавання ймовірностей*:

$$P(A+B) = P(A) + P(B). \tag{1.3}$$

Події A і B можуть бути незалежними або залежними.

Якщо події A і B незалежні, тобто поява однієї не залежить від появи іншої, то $P(A \backslash B) = P(A)$, і можна отримати *теорему множення ймовірностей* для незалежних подій: імовірність появи двох незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей двох цих подій:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B). \tag{1.4}$$

Для випадку n несумісних подій B_1, $B_2 \ldots B_n$ з ймовірностями $P(B_1)$, $P(B_2) \ldots P(B_n)$ і умовними ймовірностями появи події A $P(A/B_1)$, $P(A/B_2) \ldots P(A/B_n)$ можна дістати формулу повної ймовірності:

$$P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(A/B_k)P(B_k). \tag{1.5}$$

Імовірність появи події B за умови, що A сталася, можна визначити формулою повної ймовірності (формула Бейеса):

$$P(B_k / A) = \frac{P(B_k)P(A/B_k)}{\sum_{k=1}^{n} P(B_k)P(A/B_k)}. \tag{1.6}$$

Приклад 1.1. Визначення ймовірності появи двох подій при наявності чотирьох подій.

На стелажі в загальній купі лежать арматурні стрижні діаметрів 12, 14, 18, 22 мм. Для армування залізобетонної балки необхідні тільки діаметри 12 і 18 мм. Необхідно визначити ймовірність того, що витягнутий за 4 рази із затемненого стелажу стрижень буде відповідати діаметру 12 або 18 мм.

Розв'язання. Вірогідність того, що витягнутий стрижень буде мати бажаний діаметр складе для кожного стрижня (усього діаметрів 4) 1/4, тобто $P(A) = P(B) = P(C) = P(Д) = 1/4$. Ймовірність отримання діаметра 12 або 18 із загальної кількості витягнутих за 4 рази стрижнів складе:

$$P(12+18) = P(12) + P(18) = 1/4 + 1/4 = 1/2,$$

тобто можна сподіватись на 50%, що отримаєте бажаний результат, дістанете діаметри 12 або 18 мм.

Приклад 1.2. Визначення ймовірності отримання одного результату при наявності декількох результатів.

Потрібно визначити ймовірність випадання парного числа на гральному кубику при його киданні один раз. На гранях кубика числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Бажаний результат має бути 2, 4 або 6, тобто три значення із шістьох. Виходячи із визначення ймовірності (відношення благоочікуваних результатів до загальної кількості подій) отримуємо $P(A) = 3/6 = 1/2$.

Ця задача може бути вирішена іншим шляхом. Можна розглядати окремо групи подій: «парна» група і «непарна». Кількість подій 2. Нас цікавить одна група, тобто $P(A) = 1/2 = 1/2$.

Приклад 1.3. Розглядається варіант отримання одного результату при різних випадках його змінного значення.

Знайти ймовірність того, що при киданні монети два рази хоч би один раз з'явився герб.

При киданні монети два рази можливі чотири випадкові результати: 1) два рази решітка; 2) один раз герб, другий решітка; 3) перший раз – решітка; другий – герб; 4) два рази герб.

Розв'язання. Очікуваними подіями будуть 2, 3, 4, тобто три випадки для загальної кількості 4. Ймовірність появи герба $P(A) = 3/4 = 0{,}75$, тобто ймовірність дуже висока (75%).

Приклад 1.4. Визначення отримання бажаного результату при випадковій зміні вихідних даних.

При транспортуванні залізобетонних балок усього завантажили на трейлер 32 балки, із яких були якісні (зі штампом ВТК) 22 балки та 10 без штампів. В процесі перевезення одна балка впала і невідомо яка. Після прибуття на будівельний майданчик монтажний кран підняв якісну балку. Знайти ймовірність того, що загублена балка була: а) якісна; б) неякісна.

Розв'язання. Кран підняв якісну балку і вона не могла бути загубленою. Тобто лишається для аналізу 31 балка. При цьому якісних було 22 – 1 = 21, тоді ймовірність, що загублена якісна балка $P(A) = 21:31 = 0{,}68$. Ймовірність того, що загублена балка з дефектами $P(B) = 10:31 = 0{,}32$. Отже, найбільша вірогідність складається в тому, що була загублена якісна балка, що підтверджується простим логічним мисленням: більше було якісних балок, тому можливість їх загублення більша.

Задачі для самостійного розв'язання:

1. Знайти ймовірність того, що при киданні монети три рази хоч би один раз з'явилась решітка або два рази герб.

2. При відповіді студента були проаналізовані 30 питань, з яких 20 були вірними, а 10 помилковими. Під час перевірки 2 питання були загублені. Комісія знайшла одне питання з вірною відповіддю. Знайти ймовірність того, що загублені питання були: а) вірними; б) помилковими.

3. Три стрільця одночасно виконали постріли, при цьому дві кулі вразили мішень. Знайти вірогідність того, що третій стрілець вразив мішень, якщо ймовірності попадання в мішень першим, другим та третім відповідно дорівнюють $P(B_1) = 0{,}6$; $P(B_2) = 0{,}5$; $P(B_3) = 0{,}4$. При вирішенні задачі скористатись формулою Бейеса.

4. В скриньку, де знаходяться два червоних шари, опускають один білий шар, після чого навдачу виймають один шар. Знайти ймовірність того, що вийнятий шар буде білим:

а) якщо в скриньці буде дин білий, один червоний;

б) якщо в скриньці два білих шари.

Відповідь надати за формулою повної ймовірності.

5. Два спортсмени виконують задані вправи по черзі. При цьому кожен має дві спроби. Ймовірність вірного виконання вправи дорівнює 0,5. Знайти

ймовірність отримати приз спортсменами, тобто набрати найвищий результат.

2 МАТЕМАТИЧНА КОМБІНАТОРИКА

В багатьох випадках при аналізі питань надійності необхідно використовувати різні варіанти групування показників якості та впливів. Це можуть бути показники міцності матеріалів (бетону, арматури, прокатних профілів, ґрунту, заповнювачів і ін.), показники навантажень, показники кліматичних впливів, показники розрахункових схем та інші.

Для цих випадків найкраще використовувати загальні положення математичної комбінаторики.

Головні принципи комбінаторики дозволяють визначати загальне число різних способів виконання визначеної роботи, в залежності від засобів виконання окремих її операцій та їх співвідношення між собою.

Основні види комбінаторики, які використовуються в практичних задачах технічного напрямку, відповідно і в будівництві, це три види різних об’єднань (комбінацій) елементів довільної множини: а) перестановки; б) розміщення деякими групами; в) сполучення.

Перестановками із n елементів називають такі їхні об’єднання, які вирізняються один від одного тільки порядком слідування один за одним.

Загальна кількість можливих перестановок із n елементів позначається P_n та визначається виразом:

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n. \tag{2.1}$$

Приклад 2.1. Скількома способами можна розташувати на одній полиці в один ряд три різні книги.

У відповідності до формули (2.1)

$$P_n = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6.$$

Другий приклад, скільки чотиризначних чисел можна скласти із цифр 1, 2, 3, 4, якщо кожна цифра входить у зображення числа тільки один раз (зразок: 1234, 1423, 1324, 4123, 3124 і т.і.).

$$P_n = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$$

Розміщеннями із n елементів по m називають таке об’єднання m елементів, які вирізняються один від одного хоч би одним новим елементом або порядком їхнього слідування ($m \le n$).

Загальна кількість можливих розміщень із n елементів по m

позначається A_n^m і визначається за формулою:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}. \quad (2.2)$$

Значення A_n^m можна також обчислити

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\ldots(n-m+1).$$

Приклад 2.2. Скількома способами можна вибрати 3 книги з чотирьох та розташувати їх в один ряд на полиці.

Розв'язання. Загальна кількість можливих способів розташування книг на полиці визначається за формулою (2.2)

$$A_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{1!} = 24.$$

Приклад 2.3. Скільки можна скласти сигналів із 6 флажків різного кольору, узятих по 2?

Розв'язання.

$$A_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 30.$$

Із 6 флажків можна скласти 30 різних сигналів.

Сполученням із n елементів по m називають таке об'єднання m елементів, які вирізняються один від одного хоч би одним новим елементом.

Загальна кількість можливих сполук із n елементів по m позначається C_n^m і визначається за формулою:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}. \quad (2.3)$$

В сполученнях не враховується порядок розташування елементів, а тільки їхнє об'єднання.

Приклад 2.4. В ящику покладені 10 різних за міцністю кубів бетону. Скількома способами можна вибрати 2 куба з цього ящика?

Розв'язання. У відповідності до формули (2.3) знайдемо кількість способів.

$$C_{10}^2 = \frac{10!}{2!(10-2)!} = 45.$$

Слід відмітити, що перестановки, розміщення та сполучення пов'язані взаємною формулою:

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m}. \qquad (2.4)$$

Корисно запам'ятати співвідношення: 0!=1; 1!=1; $C_n^m = C_n^{n-m}$; C_n^0=1; $C_n^1 = n$.

Отримані формули для перестановок, розміщень та сполучень дуже зручно використовувати для задач теорії ймовірностей. Розглянемо один із прикладів такого застосування.

Приклад 2.5. В банці зі цвяхами знаходяться 9 цвяхів однієї довжини (100 мм) і 4 цвяхи другої довжини (90 мм). Виймають навмання два цвяхи. Знайти ймовірність того, що: а) два цвяхи 100 мм; б) два цвяхи 90 мм; в) один цвях 100 мм, другий – 90 мм; г) цвяхи або 100 мм, або 90 мм (дві події підряд). Яка з цих подій найбільше вирогідна.

Для вирішення цієї задачі використовуємо звичайну формулу ймовірності за формулою (1.1), тобто $P(A) = \frac{m}{n}$.

За цією формулою *n* – загальна кількість подій, для вище приведеної задачі *n* = 9 + 4 = 13. Число *m* показує благоприємні випадки для кожного з підпунктів а), б), в), г); тобто треба знайти відповідно $m_а$, $m_б$, $m_в$, $m_г$.

Якщо витягувати з ящика по 2 цвяхи, тоді можна визначити загальне число комбінацій (в даному випадку сполучень) з 13 по 2, тобто

$$n = C_{13}^2 = \frac{13!}{2!(13-2)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10\cdot11\cdot12\cdot13}{1\cdot2\cdot1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10\cdot11} = \frac{12\cdot13}{2} = 78.$$

а) для події *A* число благоприємних випадків (тобто 2 цвяхи по 100 мм)

$$m_а = C_9^2 = \frac{9!}{2!(9-2)!} = 36.$$

Ймовірність події А $P_A = \frac{C_9^2}{C_{13}^2} = \frac{36}{78}$ = 0,46.

б) для події В число благоприємних випадків (тобто 2 цвяхи по 90 мм при загальної кількості цих цвяхів 4)

$$m_б = C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6.$$

Ймовірність події В $P_B = \frac{C_4^2}{C_{13}^2} = \frac{6}{78} = 0,076.$

в) для події С число благоприємних випадків m_C можна визначити за правилом множення подій, формула (1.4): $m_в = 9 \times 4 = 36$.

Ймовірність події С

$$P_C = \frac{m_в}{n} = \frac{36}{78} = 0,46.$$

г) за результатами задач підпунктів а) і б) два цвяхи 100 мм можна отримати 36 способами, а два цвяхи 90 мм – 6 способами; тоді за правилом складання ймовірностей (1.3) $m_г = 36 + 6 = 42$, а ймовірність події Г:

$$P_Г = \frac{m_г}{n} = \frac{42}{78} = 0,54.$$

Таким чином, можна зробити висновок, що найбільш вирогідною подією буде або діставання двох цвяхів 100 мм, або спочатку два цвяхи 100 мм, а потім два цвяхи 90 мм.

Задачі для самостійного розв’язання:

1. В ящику є 100 закладних деталей, з яких 10 бракованих. Робітник довільно витягає 4 деталі. Знайти ймовірність серед цих деталей: а) немає бракованих; б) тільки браковані, а якісних немає.

2. Для підігріву бетону використовують 7 трансформаторів, з яких 2 вже не дають потрібної напруги. При підключенні до системи обігріву включились тільки 2 трансформатори. Знайти ймовірність того, що включеними виявились роботоздатні трансформатори.

3. На будівництві працюють 12 чоловіків та 5 жінок. На другу зміну необхідно відправити 6 чоловік. Знайти ймовірність того, що серед відібраних людей буде 2 жінки.

4. В академічній групі 12 студентів, серед яких 8 відмінників. За списком деканату на допоміжні роботи відібрано 9 студентів. Знайти ймовірність того, що серед відібраних студентів 5 відмінників.

5. На складі присутні 15 дрілей, при цьому 10 з них виготовлені на Харківському заводі. Знайти ймовірність того, що серед п’яти відібраних довільно дрілей 3 дрілі будуть Харківського заводу.

3 НОРМАЛЬНИЙ ЗАКОН РОЗПОДІЛЕННЯ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ. ДИСПЕРСІЯ, СТАНДАРТ

В задачах будівельного профілю дуже часто зустрічаються різні закони розподілення випадкових величин. Випадковою називають таку величину, яка в результаті досліду чи спостереження набуває заздалегідь невідомого значення. Наприклад, кількість студентів, що приходять на лекцію; кількість сонячних днів на протязі року; час очікування громадського транспорту на зупинці; показники міцності бетону та арматури при випробуванні декількох зразків та багато іншого.

Випадкові величини по відношенню до простору можливих значень діляться на безперервні та дискретні. Безперервною називають випадкову величину, можливі значення якої належать безперервній множині – обмеженій або необмеженій. Дискретною називають випадкову величину, можливі значення якої належать розрахунковій множині – кінцевій або безкінцевій, тобто є чіткі значення випадкової величини на заданих інтервалах аргументу.

Обмежимось розглядом безперервної випадкової величини. Існує дві форми задання закону розподілення випадкової величини – інтегральна функція розподілення ймовірності цієї величини та форма розподілення щільності ймовірності цієї величини.

Практичні задачі надійності використовують найчастіше інтегральний закон розподілення випадкової величини у вигляді нормального закону (закон Гауса). Цей закон зображений на рисунку 3.1.

Нормальним називають розподілення ймовірностей безперервної випадкової величини, яке описується щільністю

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \tag{3.1}$$

де a – математичне сподівання; σ – середнє квадратичне відхилення в законі нормального розподілення (стандарт); x – змінне значення випадкової величини.

Слід відмітити, що окрім середнього значення випадкової величини $\overline{X}$ є так зване математичне сподівання. Математичним сподіванням дискретної випадкової величини називають суму добутків усіх її можливих значень на ймовірність їх появи (якщо така відома):

$$M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \ldots + x_n p_n. \tag{3.2}$$

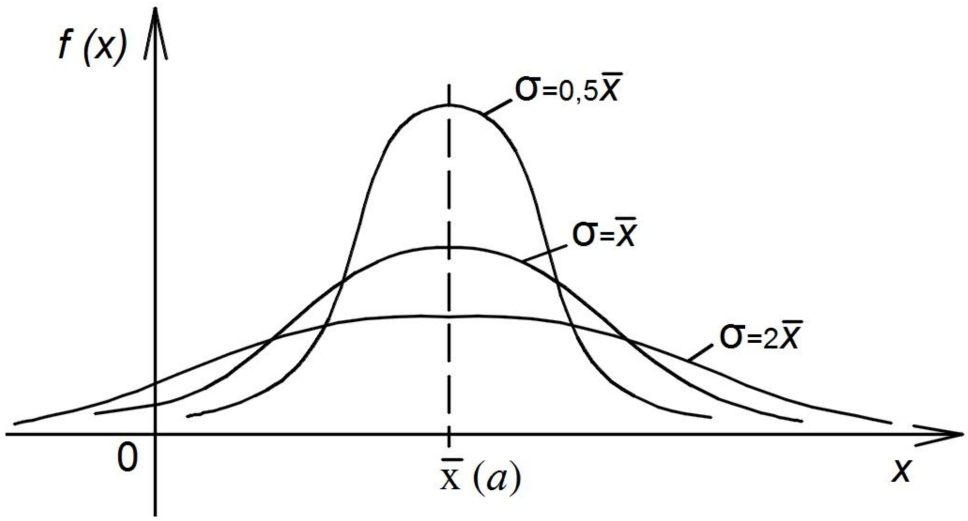

Рисунок 3.1 – Щільність нормального розподілу випадкової величини
$\overline{X}$ - середнє арифметичне значення випадкової величини або *a*,
σ - середнє квадратичне відхилення (стандарт)

Приклад 3.1. Знайти математичне сподівання дискретної випадкової величини *X*, заданої законом розподілення

а) *x* -4 6 10 7 | б) *x* 0,21 0,54 0,61 0,8
p 0,2 0,3 0,4 0,1 | *p* 0,1 0,4 0,3 0,2.

Для випадку

а) $M(x) = -4{\cdot}0{,}2 + 6{\cdot}0{,}3 + 10{\cdot}0{,}4 + 7{\cdot}0{,}1 = 5{,}7$; $\overline{X} = 4{,}75$.

б) $M(x) = 0{,}21{\cdot}0{,}1 + 0{,}54{\cdot}0{,}4 + 0{,}61{\cdot}0{,}3 + 0{,}38{\cdot}0{,}2 = 0{,}496$; $\overline{X} = 0{,}435$.

Знайти математичне сподівання випадкової величини *Z*, якщо відомі математичні сподівання $M(x)$ та $M(y)$.

а) $Z = x + 2y$; $M(x) = 5$; $M(y) = 3$.

б) $Z = 3x + 4y$; $M(x) = 2$; $M(y) = 6$.

Математичне сподівання суми складових дорівнює математичному сподіванню окремих складових.

а) $M(Z) = M(x+2y) = M(x) + M(2y) = 5 + 2{\cdot}3 = 11$.

б) $M(\mathrm{Z}) = M(3x+4y) = M(3x) + M(4y) = 3{\cdot}2 + 4{\cdot}6 = 30$.

Задачі для самостійного рішення:

1. Знайти математичне сподівання і порівняти з $\overline{y}$:

   y -3 6 -4 9 5
   p 0,1 0,2 0,3 0,3 0,1.

2. Дискретні значення *X* та їхня ймовірність задані:
   X[0,16(0,15); 0,18(0,25); 0,19(0,25); -0,11(0,35)]
   Визначити математичне сподівання.

3. Знайти математичне сподівання $M(q)$, якщо відомі $M(x)$, $M(y)$, $M(z)$.

а) $q = 2x - 6y + z$ $\qquad M(x) = 7;\ M(y) = 2;\ M(z) = 3{,}5.$

б) $q = xy - 5z$ $\qquad M(x) = 2;\ M(y) = 6{,}3;\ M(z) = -1{,}0.$

Дисперсією називають математичне сподівання квадрата відхилення випадкової величини від її математичного сподівання, можна ще охарактеризувати дисперсію як різницю між математичним сподіванням квадрата випадкової величини і квадратом її математичного сподівання.

$$Д(x) = M[X - M(x)]^2 = \mathrm{M}(\mathrm{X}^2) - [M(x)]^2. \qquad (3.3)$$

Властивості дисперсії:

а) дисперсія постійної величини дорівнює 0; $Д(c) = 0$;

б) постійний множник можна винести за знак дисперсії, попередньо возводячи його в квадрат: $Д(cx) = c^2Д(x)$;

в) дисперсія суми незалежних випадкових величин дорівнює сумі дисперсій складових:

$$Д(x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n) = Д(x_1) + Д(x_2) + Д(x_3) + \ldots + Д(x_n);$$

г) дисперсія різниці двох випадкових величин дорівнює сумі їхніх дисперсій: $Д(x_1 - x_2) = Д(x_1) + Д(x_2)$.

Корінь квадратний з дисперсії є середнє квадратичне відхилення або стандарт, частіше усього обозначається $\sigma(x)$.

$$\sigma(x) = \sqrt{Д(x)}, \text{ або } \sigma^2(x) = Д(x). \qquad (3.4)$$

Знайдемо дисперсію випадкової величини X, яка задана наступним законом розподілення:

X	2	3	5
p	0,1	0,6	0,3.

На першому етапі визначаємо математичне сподівання:

$$M(x) = 2\cdot 0{,}1 + 3\cdot 0{,}6 + 5\cdot 0{,}3 = 3{,}5.$$

Потім запишемо закон розподілення квадрата випадкової величини X^2, при цьому ймовірність виникнення випадкової величини не змінюється.

X^2	4	9	25
p	0,1	0,6	0,3.

Визначимо математичне сподівання $M(x^2)$:

$M(x^2) = 4\cdot 0{,}1 + 9\cdot 0{,}6 + 25\cdot 0{,}3 = 13{,}3$ і нарешті дисперсію $Д(x)$

$$Д(x) = M(x^2) - [M(x)]^2 = 13{,}3 - (3{,}5)^2 = 1{,}05.$$

Стандарт $\sigma(x) = \sqrt{1{,}05} = 1{,}025.$

Задачі для самостійного розв'язання:

1. Знайти дисперсію випадкової величини X, яка задана законом розподілення: X 3 4 6 1

p 0,3 0,2 0,4 0,1.

2. Визначити дисперсію та середнє квадратичне відхилення, якщо математичне сподівання X дорівнює M(x) = 16,9, а математичне сподівання $M(x^2) = 299$.

3. Побудувати графік розподілення випадкової величини, яка має значення:

$$x_1 = 10;\ x_2 = 9;\ x_3 = 12;\ x_4 = 15;\ x_5 = 11;$$
$$x_6 = 14;\ x_7 = 17;\ x_8 = 8;\ x_9 = 13;\ x_{10} = 7.$$

4. На завданні 3 розглянути можливість побудови графіка, використовуючи математичне сподівання M(x) та середнє значення $\overline{X}$. Ймовірність прояви окремих значень задати самостійно, згрупувавши окремі значення по 2 в групі.

4 ІНТЕГРАЛ ПОМИЛОК ЛАПЛАСА

Для нормального закону розподілення існує щільність цього розподілення,відображене формулою:

$$f(x) = p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}}. \tag{4.1}$$

Якщо нам потрібно знати не щільність закону розподілення, а саму функцію розподілення в деяких межах, це може бути від a до b, або від $-\infty$ до $+\infty$, тоді треба взяти інтеграл від (4.1) в заданих межах. Закон розподілення випадкової величини можна трактувати як закон розподілення ймовірностей цієї величини (або функція розподілення).

Розглянемо випадок знаходження функції розподілення випадкової величини в межах від $-\infty$ до $+\infty$. Тоді невідома функція $P(x)$ визначається:

$$P(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx. \tag{4.2}$$

Для спрощення виразу (4.2) зробимо заміну $\frac{x-a}{\sigma} = u$, або $\frac{(x-a)^2}{\sigma^2} = u^2$, тоді отримаємо

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-u^2}{2}} \sigma du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-u^2}{2}} du.. \tag{4.3}$$

Інтеграли у вигляді $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$ називаються невласними інтегралами.

Тоді вираз (4.3) можна розкласти на дві складові частини за правилами вищої математики:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-u^2}{2}} du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{0} e^{-\frac{u^2}{2}} du + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{0}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du . \tag{4.5}$$

Перша складова за правилами інтегрування дорівнює ½ , а друга складова має самостійне значення і дуже складно інтегрується, її вигляд для якоїсь конкретної величини *x* можна записати:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{0}^{x} e^{-\frac{u^2}{2}} dx . \tag{4.6}$$

Цей вираз називається інтегралом Лапласа, або інтегралом помилок, нормована функція Лапласа. Ми будемо її вживати в термінології – інтеграл помилок Лапласа. В зв'язку зі складністю інтегрування виразу (4.6) існують табульовані її значення в залежності від *x* в межах від 0 до 5. Вищі значення не визначаються, тому що вони перевищують значення 0,5, що неможливо.

Табульовані значення Ф(*x*) приведені в додатку Б.

Якщо ми бажаємо визначити, що випадкова величина та її ймовірність знаходяться в межах $x_1 < x < x_2$, тоді можна записати спрощену формулу

$$P(x_1 < x < x_2) = \Phi\left(\frac{x_2 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - a}{\sigma}\right), \tag{4.7}$$

де a – математичне сподівання випадкової величини або середнє її значення;

σ – середнє квадратичне відхилення (див. п.3);

Ф – функція непарна, тобто *Ф*(-*x*) = -*Ф*(*x*).

Приклад 4.1. Випадкова величина *x* розподілена за нормальним законом. Математичне очікування для неї a = 30, а середнє квадратичне відхилення σ=30. Знайти ймовірність того, що *x* буде знаходитись в інтервалі (10; 50).

За умовами задачі x_1 = 10; x_2 = 50. Використовуючи формулу (4.7) знайдемо ймовірність знаходження *x* в межах від 10 до 50.

$$P(10 < x < 50) = \Phi\left(\frac{50-30}{10}\right) - \Phi\left(\frac{10-30}{10}\right) = \Phi(2) - \Phi(-2) = \Phi(2) + \Phi(2) = 2\Phi(2).$$

По таблиці додатку Б для *x* = 2 знаходимо Ф(*x*) = 0,4772. Звідсіля шукаємо ймовірність $P(10< x <50) = 2\cdot 0,4772 = 0,9544$, тобто ймовірність дуже висока при повній ймовірності $P(x) = 1$.

Приклад 4.2. При випробуванні арматурної сталі отримане математичне сподівання $a = 10$, середнє квадратичне відхилення $\sigma = 2$. Знайти ймовірність того, що в результаті випробування ймовірність міцності арматури буде знаходитись в межах $f_{uk} = 12$ кН/мм^2 …14 кН/мм^2.

Для формули (4.7) $x_1 = 12$; $x_2 = 14$.

$$P(12 < x < 14) = \Phi\left(\frac{14-10}{2}\right) - \Phi\left(\frac{12-10}{2}\right) = \Phi(2) - \Phi(1).$$

Значення Ф(2) і Ф(1) знаходимо в таблиці додатку Б:
Ф(2) = 0,4772; Ф(1) = 0,3413. Ймовірність появи х в заданих межах буде дорівнювати $P(12< x <14) = 0,4772 - 0,3413 = 0,1359$, тобто дуже мала.

Ймовірність того, що абсолютна величина відхилення буде менша додатного числа δ, визначається за формулою:

$$P(|x - a| < \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right). \qquad (4.8)$$

Зокрема, при $a = 0$, буде мати місце

$$P(|x| < \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right). \qquad (4.9)$$

Ця формула справедлива, якщо математичн6е сподівання $a = 0$, тобто, відхилень x немає.

Приклад 4.3. Виконується вимір діаметра болта без систематичних помилок ($a = 0$). Випадкові помилки замірювання відповідають нормальному закону розподілення із середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 10$. Знайти ймовірність того, що вимір буде виконано з помилкою не більше 15 μk.

Скористаємось формулою (4.9). Приймаємо $\delta = 15$; $\sigma = 10$.

$$P(|x| < 15) = 2\Phi\left(\frac{15}{10}\right) = 2\Phi(1,5). \qquad (4.9)$$

За таблицею додатку Б знаходимо Ф(1,5) = 0,4332. Визначаємо ймовірність можливої помилки

$$P(|x| < 15) = 2\cdot 0,4332 = 0,8664.$$

Ймовірність точності вимірювання з допустимою похибкою досить висока, якість вимірювання точна.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Бетонування залізобетонної плити фундаменту виконується щоденно з різними об'ємами вкладання бетону. Знайти ймовірність того, що в результаті аналізу денного об'єму бетонування значення об'єму буде знаходитись в межах 15, 25 кубів. Математичне сподівання 20 м^3, середнє квадратичне відхилення 5 м^3.

2. Автомат штампує закладні деталі. Контрольна довжина деталі 50 мм. Фактична довжина складає від 32 мм до 68 мм. Знайти ймовірність того, що деталь буде не менше 45 мм, якщо середнє квадратичне відхилення дорівнює 12 мм.

3. Виконується зважування цементу на бетонно-розчинному вузлі без систематичних помилок. Випадкові помилки зважування підлягають нормальному закону розподілення з середнім квадратичним відхиленням σ = 20 кг. Визначити ймовірність того, що зважування буде виконуватись з помилкою не більше 10 кг.

4. Автомат виготовляє кулі для пістолета. Куля вважається прийнятою, якщо відхилення від проектного діаметру складає не більше 0,5 мм. Визначити, скільки буде зарахованих куль, якщо середнє квадратичне відхилення складає 0,3 мм на сто виготовлених куль?

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a = 25. Ймовірність попадання X в інтервал (10, 15) дорівнює 0,2. Чому буде дорівнювати ймовірність попадання X в інтервал (35, 40)?

5 ПАРАМЕТРИ КОРЕЛЯЦІЇ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН *X* ТА *У*

Якщо отримано результат декількох досліджень над системою двох випадкових величин (*X* та *У*), то наявність чи відсутність функціональної залежності між ними можна прослідкувати побудувавши графіки розвитку цих величин. Залежність між ним може бути наглядно відтворена, а може бути і зовсім відсутня. На рисунку 5.1 показані деякі випадки цієї функціональної залежності. На рисунку 5.1 (а, б) вона має візуальну закономірність (зростання або падіння), а на рисунку 5.1 (в) закономірність відсутня, або дуже мало відслідковується.

Для відтворення зв'язку між двома випадковими величинами окрім понять математичного сподівання та дисперсії вживається таке поняття як *кореляційний момент* (це поняття ще має назву *другий змішаний момент*). Нагадаємо, що дисперсія – це квадрат різниці між значенням випадкової величини та її математичним сподіванням

$$Д = \left[X - m(X)\right]^2. \tag{5.1}$$

Рисунок 5.1 – Розвиток значень двох випадкових величин X та $У$

А якщо присутні дві випадкові величини X та $У$, то використовують добуток різниць цих величин, що і є кореляційним моментом.

Кореляційним моментом μ_{xy} (k_{xy}) випадкових величин X та $У$ називають математичне сподівання добутку відхилень цих величин:

$$\mu_{xy} = M\{[x - M(x)]\cdot[y - M(y)]\}. \tag{5.2}$$

Аналізуючи зміни випадкових величин X та $У$, роблять висновок – чи існує між ними кореляційний зв’язок, чи ні. Якщо існує, тоді можна встановлювати математичну залежність у вигляді прямих, парабол, гіпербол і таке інше. Якщо не існує, тоді тільки фіксують таку незалежність X та $У$.

Так звана кореляція може бути позитивною, негативною або нульовою. Додатня (позитивна) кореляція це така, при якій збільшення однієї змінної пов’язане зі збільшенням іншої, від’ємна (негативна) кореляція – кореляція, при якій збільшення однієї змінної пов’язане зі зменшенням другої (рис. 5.1, б). Може бути також нульова кореляція, коли взаємозалежність X та $У$ не виявлена (рис. 5.1, в).

В практичних задачах частіш усього використовують не кореляційний момент, а коефіцієнт кореляції r_{xy}:

$$r_{xy} = \frac{\mu_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}, \tag{5.3}$$

де μ_{xy} – кореляційний момент за формулою (5.2);

σ_x, σ_y – середнє квадратичне відхилення величин X та $У$.

Кореляційний момент можна ще визначити за формулою:

$$\mu_{xy} = M(XУ) - M(X)\cdot M(У), \tag{5.4}$$

де $M(XУ)$ – математичне сподівання добутку випадкових величин X та $У$;

$M(X)$, $M(У)$ – математичне сподівання окремо для (X) та ($У$).

Слід визначити, що для визначення кореляційного зв’язку між випадковими величинами X та $У$ потрібно мати дуже великий статистичний матеріал з наявності повторюваності кожного випадку значень X та $У$, тобто з наявністю ймовірності його прояви $p(x)$ і $p(y)$.

Без даних про ймовірність дискретних значень X та $У$ питання кореляції цих випадкових величин не вирішується.

Коефіцієнт кореляції незалежних випадкових величин дорівнює 0.

$$-1 \le r_{xy} \le 1, \quad | r_{xy} | \le 1. \tag{5.5}$$

Але протилежне твердження – якщо коефіцієнт кореляції дорівнює 0, то випадкові величини можуть бути незалежними – не завжди має місце.

Приклад 5.1. Визначення кореляційного моменту та коефіцієнта кореляції.

Дві випадкові величини задані наступними параметрами

x	4	6	8	12	7	5	*y*	12	13	10	16	11	14
p(x)	0,1	0,1	0,3	0,2	0,1	0,2	*p(y)*	0,2	0,1	0,1	0,1	0,4	0,1.

Знайти μ_{xy} та r_{xy}.

Спочатку знайдемо математичне сподівання випадкових величин.

$$M(x) = \sum_{1}^{6} x_i p_i = (4+6+7)0,1 + (12+5)0,2 + 8(0,3) = 1,7 + 3,4 + 2,4 = 7,5.$$

$$M(y) = \sum_{1}^{6} y_i p_i = (13+10+16+14)0,1 + (12)0,2 + 11(0,4) = 5,3 + 2,4 + 4,4 = 12,1.$$

Величину кореляційного моменту μ_{xy} визначимо за формулою:

$$\mu_{xy} = \sum_{i=1}^{n=6} \sum_{j=1}^{m=6} [x_i - M(x)] \cdot [y_j - M(y)] p(x_i, y_j);$$

μ_{xy} = (4-7,5)(12-12,1)·0,1·0,2 + (6-7,5)(13-12,1)·0,1·0,1 + (8-7,5)(10-12,1)·0,3·0,1 + + (12-7,5)(16-12,1)·0,2·0,1 + (7-7,5)(11-12,1)·0,1·0,4 + (5-7,5)(14-12,1)·0,2·0,1 = = 0,007 – 0,0135 – 0,0315 + 0,351 + 0,022 – 0,095 = 0,24.

Для визначення коефіцієнта кореляції треба знайти стандарти σ_x та σ_y. Спочатку визначимо середні значення Х та У.

Вони дорівнюють $\overline{X} = 7;\ \overline{У} = 12,67.$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i}^{n}(x_i - \overline{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(4-7)^2 + (6-7)^2 + (8-7)^2 + (12-7)^2 + (7-7)^2 + (5-7)^2}{6-1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{40}{5}} = 2,83.$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_i^n (y_i - \overline{У})^2}{n-1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(12-12{,}67)^2 + (13-12{,}67)^2 + (10-12{,}67)^2 + (16-12{,}67)^2 + (11-12{,}67)^2 + (14-12{,}67)^2}{6-1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{23{,}336}{5}} = 2{,}16.$$

Коефіцієнт кореляції визначаємо за формулою (5.3):

$$r_{xy} = \frac{\mu_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{0{,}24}{2{,}83 \cdot 2{,}16} = 0{,}03926,$$

тобто, кореляційний зв'язок між X та $У$ дуже незначний і майже відсутній.

Чим більше значення μ_{xy}, тим більше відслідковується кореляційний зв'язок між X та $У$. Чим менші значення стандартів σ_x та σ_y, а вони будуть малими в тому випадку, якщо середні значення $\overline{X}$ та $\overline{У}$ мало відрізняються від абсолютних їхніх значень, тим збільшується і показник кореляційного зв'язку.

Визначення коефіцієнта кореляції дуже важливе в задачах на надійність окремих конструкцій або споруд. Він входить в значення характеристики безпеки β_S:

$$\beta_S = \frac{\overline{R} - \overline{F}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_F^2 - 2r_{RF}\sigma_R\sigma_F}}; \tag{5.6}$$

де $\overline{R}$ – середнє значення несучої здатності елемента (М або N);

$\overline{F}$ – середнє значення зовнішнього навантаження;

σ_R, σ_F – стандарти внутрішніх зусиль та зовнішніх навантажень відповідно;

r_{RF} (r_{xy}) – коефіцієнт кореляції.

За відсутністю зв'язку між R та F характеристика безпеки має вигляд

$$\beta_S = \frac{\overline{R} - \overline{F}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_F^2}}. \tag{5.7}$$

Ймовірність неруйнування конструкції має вигляд:

$$P(R,F) = \frac{1}{2} + \Phi(\beta_S); \tag{5.8}$$

де $\Phi(\beta_S)$ – відомий інтеграл ймовірності (функція Лапласа), наведений в п. 4 цих методичних вказівок, а значення цього інтеграла наведені в додатку Б.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Випадкове значення X 11 12 10 12 10

Ймовірність прояви цих значень $p(x)$ 0,4 0,2 0,1 0,2 0,1

Випадкове значення $У$ 4 5 5 4 3

Ймовірність прояви цих значень $p(y)$ 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2

Знайти кореляційний зв'язок між X та $У$ та величину β_S.

2. Випадкові величини R та F задані наступними значеннями: $\overline{R}=100$; $\overline{F}=80$, проміжні значення R 110 90 100; проміжні значення F 80 70 105 65 кН; кореляційний момент $\mu_{RF}=0{,}70$. Знайти коефіцієнт кореляції r_{RF} та β_S.

3. Вага залізобетонної балки змінюється за законом 0,7 0,8 0,75 0,65 кН. Ймовірність такої зміни 0,2 0,1 0,4 0,3. Витрати щебня відповідно до ваги 0,4 0,5 0,4 0,3 кН з ймовірністю 0,3 0,2 0,2 0,3. Чи існує кореляційний зв'язок між вагою балки та витратами щебня? Яка його величина?

4. Значення внутрішнього середнього несучого моменту плити складає 120 кНм, середній зовнішній момент на 20% менший, середнє квадратичне відхилення для внутрішнього моменту σ_R = 2,20, для зовнішнього моменту σ_F = 1,8. Знайти ймовірність неруйнування плити з визначенням інтеграла Лапласа.

5. Знайти несучу здатність багатопорожнистої плити завширшки 1500 мм, висотою 220 мм, армованої 8 стрижнями ∅10А400С, бетон С20/25, прийняти цю величину за $\overline{R}$, зовнішнє навантаження має змінний характер F90, 85, 75 кН·м з ймовірністю $P(F)$ 0,3 0,2 0,5. Знайти характеристику безпеки β_S та ймовірність неруйнування заданої плити при σ_R = 11.

6. Визначити характеристику безпеки конструкції β_S, якщо задані параметри несучої здатності 285 290 185 295 300 кН·м з ймовірністю прояви р 0,1 0,2 0,3 0,25 0,15; зовнішнє навантаження 160 154 165 170 158 з ймовірністю 0,15 0,20 0,25 0,3 0,1. Врахувати значення кореляційного моменту та коефіцієнта кореляції.

7. Залізобетонна балка має переріз 300×500 мм. Армування в розтягнутій зоні 2∅20А400С. При виготовленні балки відбулись зміни параметрів балки b: 300 320 310 325 з ймовірністю 0,6 0,2 0,1 0,1 відповідно змінювалась і висота балки h: 520 530 510 490 з ймовірністю 0,2 0,1 0,3 0,4. Класс бетону С16/20 (f_{cd} = 11,5 МПа). Визначити несучу здатність балки для кожного випадку з прийняттям величини a = 30 мм. Навантаження складає в середньому 180 кН·м з параметром середнього квадратичного відхилення σ_F = 9,6. Знайти величину β_S та ймовірність неруйнування залізобетонної балки.

6 ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ НА НАДІЙНІСТЬ ЗАЛІЗОБЕТОННОЇ ПЛИТИ ПЕРЕКРИТТЯ

Враховуючи попередні розрахунки та теоретичні основи теорії ймовірностей, а також основні поняття про математичне сподівання, дисперсію, стандарт та коефіцієнт кореляції, можна побудувати математичну послідовність (алгоритм) в розрахунках надійності деяких конкретних залізобетонних конструкцій.

Якщо нам відомі вихідні дані про міцність поперечного перерізу залізобетонної конструкції, тобто f_{cd}; f_{yd}; f_{ctd}; f_{ywd} та значення внутрішніх зусиль *M*, *N*, *V*, то можна визначити узагальнену міцність конструкції (або будівлі) одним якимось параметром *R*. Цей параметр не обов'язково має бути постійною величиною, він може змінюватись в певних діапазонах в залежності від міцносних параметрів або способу їх визначення.

Зовнішній силовий фактор залежить від цілого ряду обставин, зокрема, від величини його прояви, від коефіцієнтів надійності, від можливих змін умов прикладання, від способу визначень і таке інше. Тому цей силовий фактор може бути також змінною величиною. Узагальнене його значення позначимо через *F*.

Будуючи теорію безпеки (теорію надійності) будівельних конструкцій, усі розрахункові величини поділяють на дві основні групи. Першу групу умовно називають параметрами міцності (*R)*. Вона містить усі характеристики, які стосуються властивостей самої конструкції, включаючи розміри та міцні сні характеристики матеріалів. Другу групу називають параметрами навантаження: до неї належать характеристики зовнішніх дій на конструкцію (*F*). Такий поділ розрахункових величин виправданий тим, що між вказаними групами, зазвичай, немає кореляційного зв'язку. Якщо такий зв'язок відслідковується, то його розглядають окремо і описують складнішими співвідношеннями.

Поділ змінних величин на дві групи дає змогу сформулювати задачу розрахунку конструкцій на безпеку у вигляді вимоги при виконанні з деякою ймовірністю нерівності

$$R - F = S > 0, \tag{6.1}$$

де *R* – узагальнена міцність конструкції;

F – узагальнене навантаження;

S – резерв міцності.

Значення *R* і *F* можуть залежати від низки випадкових та детермінованих величин, до того ж, статистичні властивості величин *R* і *F* самостійні й не залежать одна від одної.

У загальному випадку навантаження й міцність – *випадкові функції* часу, але коли задано термін служби споруди (50 років, 100 років), то цей час можна з розрахунку вилучити і вважати, що R і F не випадкові функції, а *випадкові величини* з певними законами розподілення. Ймовірність нерівності (6.1) являє собою ймовірність неруйнування конструкції, тобто

$$P(x) = 1 - Q(x), \tag{6.2}$$

де $Q(x)$ – ймовірність руйнування чи відмови.

У даному разі поняття руйнування чи відмови являє собою лише невиконання нерівності (6.1). Проте в конкретних випадках це невиконання нерівності тягне за собою різні наслідки, починаючи від пошкодження якогось елемента і закінчуючи катастрофічним прогресуючим обваленням всієї споруди.

Ймовірність руйнування чи відмови (перевищення межі ділянки припустимих (граничних) станів) може бути записана у вигляді:

$$Q = \int_{-\infty}^{0} P_s(s)ds = Q(0), \tag{6.3}$$

де P_s – розподіл щільності ймовірності резерву міцності S.

Приклад 6.1. Перевірити ймовірність безвідмовної роботи збірної залізобетонної плити ребристого типу за першою групою граничних станів, якщо її несуча здатність (R) і зовнішнє навантаження (F) відповідають нормальному закону розподілення з нормативним забезпеченням ймовірності $\left[P_s(s > 0)\right] = 0{,}95$. Вихідні дані: R = 110 кН·м; зовнішнє навантаження (згинаючий момент) F = 68 кН·м; i = 1 – кількість розрахункових значень R та F. Середнє квадратичне відхилення в кН·м $\sigma_F = \sqrt{106}$; $\sigma_R = \sqrt{196}$; кореляційний момент k_{RF} = 46,76.

Ймовірність неруйнування плити можна визначити за формулою (5.8) розділу 5.

$$P(R,F) = 0{,}5 + \Phi(\beta_S).$$

Визначимо спочатку коефіцієнт кореляції r_{RF}:

$$r_{RF} = \frac{k_{RF}}{\sqrt{\sigma_R^2} \cdot \sqrt{\sigma_F^2}} = \frac{46{,}76}{\sqrt{106} \cdot \sqrt{196}} = \frac{46{,}76}{10{,}3 \cdot 14} = 0{,}324.$$

Тепер можна знайти значення характеристики безпеки β_S за формулою (5.6):

$$\beta_S = \frac{R-F}{\sqrt{\sigma_R^2+\sigma_F^2-2r_{RF}\sigma_R\sigma_F}} = \frac{110-68}{\sqrt{196+106-2\cdot 0{,}324\cdot 14\cdot 10{,}3}} = \frac{42}{\sqrt{208{,}55}} = 2{,}91.$$

Знайдемо інтеграл Лапласа $\Phi(2{,}91)$, користуючись додатком Б цих методичних вказівок.

$$\Phi(2{,}91) = 0{,}4981.$$

Ймовірність безвідмовної роботи плити перекриття (неруйнування конструкції) визначиться:

$P_s(s>0) =$ 0,5 + 0,4981 = 0,9981, що перевищує нормативне значення $P_s(s>0) =$ 0,95.

Таким чином, плита надійно витримує навантаження $M(F)$ = 68 кН·м.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Визначити ймовірність безвідмовної роботи типової багатопорожнистої збірної залізобетонної плити завширшки 1,5 м, яка має армування 8∅12А400С, класс бетону визначався в лабораторних умовах і становив f_{ck} 10,5; 11,9; 12,5; 9,9; 10,7; 9,5; 13,3; 10,9; 11,2 МПа. Зовнішнє навантаження становить 95 кН·м (ймовірність 0,4); 102 кН·м (ймовірність 0,2); 112 кН·м (ймовірність 0,1); 125 кН·м (ймовірність 0,05); 135 кН·м (ймовірність 0,05); 98 кН·м (ймовірність 0,1) і 140 кН·м (ймовірність 0,1). Знайти одночасно середнє квадратичне відхилення для зовнішнього навантаження σ_F та несучу здатність плити (*R)*, а також кореляційний момент k_{RF}.

2. Зовнішнє навантаження для двоскатної балки покриття (зовнішній момент) складає 199 кН·м. Несуча здатність цієї балки 256 кН·м. Ці параметри відповідають нормальному закону розподілення з нормативним забезпеченням $P_s(s>0) =$ 0,96. Середнє квадратичне відхилення для навантаження дорівнює 15,6; для внутрішнього супротиву балки 12,2. Величина кореляційного моменту визначається

$\mu_{RF} = [x_i - M(x)][y_i - M(y)]p(x_i, y_i)$; I = 2;

$x_1 = 165$; $x_2 = 174$; $y_1 = 201$; $y_2 = 187$;

$p_1 = 0{,}4$; $p_2 = 0{,}6$; $p_1 = 0{,}6$; $p_2 = 0{,}4$.

Визначити ймовірність безвідмовної роботи балки $P_{(R,F)}$ за першою групою граничних станів.

3. Зусилля в нижньому поясі безроскісної ферми від завантаження мають такі значення N: 1900 кН; 2010 кН; 1950 кН; ймовірність цих значень p 0,3 0,2 0,5. Несуча здатність поясу: 2300 кН; 2500 кН; 2400 кН з ймовірністю p 0,2 0,65 0,15. Визначити параметри σ_F, σ_R, μ_{RF}, β_S та ймовірність

безвідмовної роботи ферми, користуючись інтегралом ймовірності Лапласса.

7 РОЗРАХУНОК НАСЛІДКІВ РУЙНУВАННЯ В ІСНУЮЧІЙ КЛАСИФІКАЦІЇ БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД

Основними документами для оцінки надійності та безпеки експлуатації будівель і споруд в сучасних умовах є наступні нормативні документи:

1. ДБН В.1.2-9:2008 Основні вимоги до будівель і споруд, безпека експлуатації. К.: 2008.

2. ДБН В.1.2-14:2009 Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, соруд, будівельних конструкцій та основ. К. 2009.

3. ДСТУ-Н Б В.1.2-16:2013 Визначення класу наслідків (відповідальності) та категорії складності об'єктів будівництва. К.: 2013.

4. ДБН В.2.2-24:2009 Проектування висотних житлових і громадських будинків. К.: 2009.

Поряд з цими документами є цілий ряд інших додаткових документів, які відносяться до окремих видів будівель та споруд, зокрема для житлових будинків, споруд транспорту, підприємств торгівлі, будинки адміністративного та побутового призначення та інші. Детальну інформацію про ці нормативні документа можна знайти в методичному посібнику «Деякі особливості визначення класу наслідків (відповідальності) та категорії складності об'єктів будівництва» - WORLD BANK CROUP. – JFK. – квітень. 2016.

Слід зауважити, що на сучасному етапі технічної характеристики об'єктів будівництва скасовані так звані категорії будівництва – I, II, III, IV та V. Замість цих категорій існують тільки класи наслідків (відповідальності) при відмові будинків, будівель, споруд, лінійних об'єктів інженерно-транспортної інфраструктури. Характеристика цих наслідків приведена в таблиці 7.1. Під відмовою розуміється стан об'єкту, при якому неможливо використовувати об'єкт або його складову частину за функціональним призначенням.

Збитки від руйнування чи пошкодження основних фондів для житлових будинків можна визначити за формулою (7.1), при цьому коефіцієнт амортизаційних відрахувань дорівнює 0,01, встановлений термін експлуатації дорівнює 100 років, коефіцієнт c, що враховує відносну долю основних фондів, що повністю втрачаються під час аварії. Попередньо можна приймати c = 0,45.Прогнозовані втрати (тис. грн.) $Ф$:

$$\Phi = c\sum_{i}^{n} P_i(1 - \frac{1}{2}T_{ef} \cdot k_{a,i}) = 0{,}45\sum_{i}^{n} P_i(1 - \frac{1}{2}100 \cdot 0{,}01) = 0{,}225\sum_{i}^{n} P_i. \qquad (7.1)$$

Приклад розрахунку класу наслідків для житлового будинку.

Односекційний 16-ти поверховий 96-ти квартирний житловий будинок. Для визначення класу наслідків (відповідальності) житлового будинку необхідно проаналізувати усі пункти таблиці 7.1 (6 пунктів).

1. Кількість людей, що перебувають постійно в житловому будинку при 6 квартирній секції за кількістю кімнат 1-1-2-2-3-3. Визначаємо розрахункову кількість людей у залежності від площі квартири (за нормою 21 м^2 на людину плюс 10,5 м^2 на сім'ю), таблиці 7.2.

Таблиця 7.1 – Клас наслідків (відповідальності) при відмові будинків, будівель, споруд, лінійних об'єктів інженерно-транспортної інфраструктури

Клас наслідків (відповідальності)	Характеристики можливих наслідків від відмови будинків, будівель, споруд, лінійних об'єктів інженерно-транспортної інфраструктури					
	Можлива небезпека, кількість осіб			Обсяг можливого економічного збитку, м.р.з.п.	Втрата об'єктів культурної спадщини, категорії об'єктів	Припинення функціонування об'єктів інженерно-транспортної інфраструктури, рівень
	Для здоров'я і життя людей, які постійно перебувають на об'єкті	Для здоров'я і життя людей, які періодично перебувають на об'єкті	Для здоров'я і життя людей, які перебувають зовні об'єкта			
СС3 значні наслідки	понад 400	понад 1000	понад 50000	понад 150000	національного значення	загальнодержавний
СС2 середні наслідки	від 50 до 400	від 100 до 1000	від 100 до 50000	від 2000 до 150000	місцевого значення	регіональний місцевий
СС1 незначні наслідки	до 50	до 100	до 100	до 2000	-	-

Примітка 1. Мінімальний розмір заробітної плати (м.р.з.п.) щорічно встановлюється Законом України «Про Державний бюджет України».

Примітка 2. Віднесення пам'яток культурної спадщини до національного та місцевого значення встановлюються відповідно до Закону України №Про охорону культурної спадщини».

Примітка 3. Рівень значення об'єктів інженерно-транспортної інфраструктури визначається з використанням Додатку Г ДСТУ-Н Б В.1.2-16:2013.

Таблиця 7.2 – Розрахунок кількості людей у залежності від площі квартири

Кількість кімнат у квартирі	Площа квартири, м^2	Кількість квартир на будинок	Загальна площа квартир на будинок, м^2	Розселення на квартиру (розрахунковий коефіцієнт на заселення)	Розселення на будинок, осіб
1	40,5 (30+10,5)	32	1296	1,43	46
2	52,5 (42+10,5)	32	1680	2	64
3	65,5 (55+10,5)	32	2096	2,62	84
Всього		96	5072		194

Таким чином, кількість людей, які перебувають постійно в будинку $N1$ становить 194 особи.

За кількістю людей житловий будинок відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС2.

2. Тимчасове перебування людей у житлових будинках не нормоване і у будь-якому випадку не перевищує 50% від людей, що постійно перебувають у будинках, тобто колонка 2 становить 97 осіб.

За кількістю осіб, які періодично перебувають на об’єкті,житловий будинок відноситься до класу наслідків СС1.

3. Кількість людей, що перебувають поза об’єктом (для спального району) визначаємо заформулою $N3 = N1 \cdot \alpha = 1{,}5 \cdot 194 = 291$ особа.

За кількістю осіб, що перебувають зовні об’єкту, житловий будинок відноситься до класу наслідків СС2.

4. Згідно з розрахунком кількість квадратних метрів у будинку дорівнює 5072 м^2.

Розрахункову вартість 1 м^2 приймаємо в середньому 5986 грн/м^2. Тоді розрахункова вартість усього будинку:

$5986 \cdot 5072 = 30360$ тис. грн.

Прогнозовані збитки визначаємо за формулою (7.1)

$$\Phi = 0{,}225 \sum_{i=1}^{n} P_i = 0{,}225 \cdot 30360 = 6831 \text{ тис. грн.}$$

Обсяг можливого економічного збитку у мінімальних зарбітних платах складає (мінім. з.п. 3200 грн)

6831/3,2 = 2134 м.р.з.п.

Відповідно до таблиці 7.1 житловий будинок відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС2.

5. Будинок не розташований в охоронній зоні об'єктів культурної спадщини і не є об'єктом культурної спадщини.

6. Приймаємо, що відмова будинку не впливає на припинення роботи об'єктів транспорту, зв'язку, енергетики, окрім тимчасового пошкодження деяких проводів електропостачання.

Висновок. Клас наслідків об'єкту будівництва встановлюється за найвищою характеристикою можливих наслідків (п. 4.4 ДСТУ-Н Б В.1.2-16:2013).

За критеріями таблиці 7.1 16-ти поверховий 96-ти квартирний житловий будинок відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС2.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Розрахувати клас наслідків для житлового будинку, в якому кількість людей визначається за таблицею 7.3.

Таблиця 7.3 – Кількість людей до задачі 1

Кількість кімнат у квартирі	Площа квартири, м^2	Кількість квартир на будинок	Загальна площа квартир на будинок, м^2	Розселення на квартиру (розрахунковий коефіцієнт на заселення)	Розселення на будинок, осіб
2	52,5	36	1890	2	72
3	70,8	42	2944	2,62	110
4	106,2	24	2549	3,4	82
Всього		102	7383		264

2. Циліндричний резервуар для дизельного палива має ємність 5000 м^3 і не є частиною резервуарного парку. Він належить до потенційно небезпечних об'єктів. Резервуар розташований у Харківській області поблизу сільськогосподарських угідь (посівні угіддя та пасовища). Визначити клас наслідків цього резервуару при вихідних даних: кошторисна вартість резервуару 7,5 млн. грн.; вартість дизельного палива 20,5 грн./літр; строк експлуатації 40 років; коефіцієнт, який враховує відносну долю основних фондів, c = 0,45; коефіцієнт амортизації k_a = 0,025. Кількість людей, що обслуговують резервуар та знаходяться поруч, 20 осіб. Негативні наслідки: 1) збитки від руйнування резервуару; 2) збитки від втрати нафтопродуктів; 3) збитки від екологічних наслідків.

3. В житловому будинку відбувається перебудова першого поверху під книжковий магазин, що призводить до втручання в несучі конструкції – фундаменти та несучі стіни. Кількість людей в житловій блок-секції 180 осіб,

в майбутньому магазині 45 осіб; кількість людей зовні магазину оцінюється коефіцієнтом 2,2. Вартість 1 м^2 житла 10200 грн., вартість 1 м^2 магазину 12800 грн. при його загальній площі 160 м^2. Визначити прогнозовані збитки та обсяг можливого економічного збитку в мінімальних розмірах заробітньої плати 3200 грн. Визначити клас наслідків (відповідальності) будинку по шести пунктам.

Список рекомендованих джерел

1. Барашиков А. Я. Надійність будівель і споруд : навч. посіб. / А. Я. Барашиков, М. Д. Сирота. – Київ : ІСДО, 1993. – 204 с.

2. Самойленко Н. И. Теория вероятностей : учебник / Н. И. Самойленко, А. Н. Кузнецов, А. Б. Костенко. – Харьков : Издательство НТМТ, 2009. – 199 с.

3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособ. / В.Е.Гмурман. – М.: Юрайт, 2012 – 479 с.

4. Вентцель Е .С. Теория вероятностей : учебник / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1964. – 576 с.

5. ДБН В.1.2-14:2009. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, соруд, будівельних конструкцій та основ; [чинний від 2009-12-01]. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2009 – 42 с.

6. ДБН В.2.2-24:2009. Будинки і споруди. Проектування висотних житлових і громадських будинків; [чинний від 2009-09-01]. – Київ: Мінрегіонбуд України, 2009 – 107 с.

7. ДСТУ-Н Б В.1.2-16:2013. Визначення класу наслідків (відповідальності) та категорії складності об’єктів будівництва; [чинний від 2013-09-01]. – Київ: Мінрегіон України, 2013. – 27 с.

8. Деякі особливості визначення класу наслідків (відповідальності) та категорії складності об’єктів будівництва : методичний посібник - WORLD BANK CROUP. – JFK. – квітень, 2016. – 46 с.

Додаток А

Таблиця А.1 – Розрахункові опори бетону при осьовому стиску й розтягу; модуль пружності

Клас бетону за міцністю на стиск	Розрахунковий опір бетону при розрахунку за I групою граничних станів, МПа		Початковий модуль пружності при стиску E_{cm}*10^3. МПа	Примітка
	при стиску f_{cd}	при розтягу f_{ctd}		
C8/10	6.0	0.53	18.0	Значення модуля пружності подане для важкого бетону
C12/15	8.5	0.73	23.0	
C16/20	11.5	0.87	27.0	
C20/25	14.5	1.0	30.0	
C25/30	17.0	1.2	32.5	
C30/35	19.5	1.33	34.5	
C32/40	22.0	1.4	36.0	

Таблиця А.2 – Значення граничного коефіцієнта α_R

Клас арматури	Клас важкого бетону		
	C12/15	C16/20	C20/25
A240C	0.423	0.420	0.418
A400C	0.387	0.385	0.381
A500C	0.370	0.367	0.363
B500	0.361	0.358	0.354

Таблиця А.3 – Розрахункові опори арматури, модуль пружності

Клас арматури	Розрахунковий опір арматури при розрахунку за I групою граничних станів, МПа			Модуль пружності E_s*10^4, МПа
	при розтягу		при стиску f_{yd}'	
	в поздовжньому напрямку f_{yd}	в поперечному напрямку при розрахунку похилих перерізів f_{ywd}		
A240C	225	170	225	21
A400C	365	285	365	21
A500C Ø8…22 Ø25…40	 435 415	 300 300	 435 415	21
B500	415	300	375	19

Таблиця А.4 – Значення коефіцієнтів α_m, ξ *та* ζ

ξ	ζ	α_m	ξ	ζ	α_m	ξ	ζ	α_m
0,01	0,996	0,008	0,26	0,896	0,186	0,51	0,796	0,325
0,02	0,992	0,016	0,27	0,892	0,193	0,52	0,792	0,329
0,03	0,988	0,024	0,28	0,888	0,199	0,53	0,788	0,334
0,04	0,984	0,031	0,29	0,884	0,205	0,54	0,784	0,339
0,05	0,980	0,039	0,3	0,880	0,211	0,55	0,780	0,343
0,06	0,976	0,047	0,31	0,876	0,217	0,56	0,776	0,348
0,07	0,972	0,054	0,32	0,872	0,223	0,57	0,772	0,352
0,08	0,968	0,062	0,33	0,868	0,229	0,58	0,768	0,356
0,09	0,964	0,069	0,34	0,864	0,235	0,59	0,764	0,361
0,1	0,960	0,077	0,35	0,860	0,241	0,6	0,760	0,365
0,11	0,956	0,084	0,36	0,856	0,247	0,62	0,752	0,373
0,12	0,952	0,091	0,37	0,852	0,252	0,64	0,744	0,381
0,13	0,948	0,099	0,38	0,848	0,258	0,66	0,736	0,389
0,14	0,944	0,106	0,39	0,844	0,263	0,68	0,728	0,396
0,15	0,940	0,113	0,4	0,840	0,269	0,7	0,720	0,403
0,16	0,936	0,120	0,41	0,836	0,274	0,72	0,712	0,410
0,17	0,932	0,127	0,42	0,832	0,280	0,74	0,704	0,417
0,18	0,928	0,134	0,43	0,828	0,285	0,76	0,696	0,423
0,19	0,924	0,140	0,44	0,824	0,290	0,78	0,688	0,429
0,20	0,920	0,147	0,45	0,820	0,295	0,8	0,680	0,435
0,21	0,916	0,154	0,46	0,816	0,300	0,85	0,660	0,449
0,22	0,912	0,161	0,47	0,812	0,305	0,9	0,640	0,461
0,23	0,908	0,167	0,48	0,808	0,310	0,95	0,620	0,471
0,24	0,904	0,174	0,49	0,804	0,315	1	0,600	0,480
0,25	0,900	0,180	0,50	0,800	0,320	-	-	-

$$\alpha_m = 0{,}8\xi(1 - 0{,}4\xi);\ \zeta = (1 - 0{,}4\xi)$$

Додаток Б

Таблиця Б.1 – Таблиця значень інтеграла помилок Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

x	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*
0,00	0,0000	0,32	0,1225	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0060	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		

Продовження таблиці Б.1

x	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4646	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499811
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

Додаток В

Таблиця В.1 – Сортамент арматурної сталі за ДСТУ 3760:2006

Діаметр мм	Розрахункова площа поперечного перерізу, см^2, при кількості стержнів									Теоре-тична вага, кг	Діаметри для арматури класів			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		А240С	А400С	В500	Вр1200 - Вр1500
3	0,071	0,141	0,212	0,283	0,353	0,424	0,495	0,565	0,636	0,055			+	+
4	0,126	0,251	0,377	0,502	0,628	0,754	0,879	1,005	1,130	0,099			+	+
5	0,196	0,393	0,589	0,785	0,982	1,178	1,375	1,571	1,767	0,154			+	+
5,5	0,238	0,48	0,71	0,95	1,19	1,43	1,67	1,90	2,14	0,187	+			
6	0,283	0,57	0,85	1,13	1,41	1,7	1,98	2,26	2,54	0,222	+	+	+	+
7	0,385	0,77	1,15	1,54	1,92	2,31	2,69	3,08	3,46	0,302				+
8	0,503	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,53	0,395	+	+	+	+
10	0,785	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,5	6,28	7,07	0,617	+	+		
12	1,131	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	0,888	+	+		
14	1,539	3,08	4,62	6,16	7,69	9,23	10,77	12,31	13,85	1,208	+	+		
16	2,011	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	1,578	+	+		
18	2,545	5,09	7,63	10,18	12,72	15,27	17,81	20,36	22,90	1,998	+	+		
20	3,142	6,28	9,42	12,56	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	2,466	+	+		
22	3,801	7,60	11,40	15,20	19,00	22,81	26,61	30,41	34,21	2,984	+	+		
25	4,909	9,82	14,73	19,63	25,54	29,45	34,36	39,27	44,18	3,84	+	+		
28	6,158	12,32	18,47	24,63	30,79	36,95	43,10	49,26	55,42	4,83	+	+		
32	8,043	16,09	24,13	32,17	40,21	48,26	56,30	64,34	72,38	6,31	+	+		
36	10,179	20,36	30,54	40,72	50,89	61,07	71,25	81,43	91,61	7,99	+	+		
40	12,566	25,13	37,7	50,27	62,83	75,40	87,96	100,53	113,10	9,865	+	+		

Навчальне видання

Методичні вказівки

до практичних занять та самостійної роботи

з навчальної дисципліни

«ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ ЕКСПЛУАТАЦІЇ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ»

(для студентів 5, 6 курсів денної та заочної форм навчання, а також слухачів другої вищої освіти спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія)

Укладачі**: ШАПОВАЛОВ** Олександр Микитович,
ПСУРЦЕВА Ніна Олексіївна

Відповідальний за випуск *В. С. Шмуклер*

За авторською редакцією

Комп’ютерне верстання *Н. О. Псурцевої*

План 2016, поз. 10М

Підп. до друку 12.07.2017 Формат 60×84/16
Друк на ризографі Ум. друк. арк. 1,6
Зам. № Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017 р.