

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО
ГОСПОДАРСТВА

Факультет довузівської підготовки

Контрольні роботи
з математики
для слухачів заочних
підготовчих курсів

ХАРКІВ – ХНАМГ – 2007

Навчальне видання «Контрольні роботи з математики» (для слухачів заочних підготовчих курсів.) Укл.: Бізюк В.В., Александрова Л.М., Колбун О.М. – Харків: Харківська національна академія міського господарства, 2007 – 11 с.

Укладачі: доц., к.ф.-м.н., В.В.Бізюк,
Л.М.Александрова,
О.М.Колбун

Рецензент: професор, д.ф.-м.н. А.І.Колосов

Рекомендовано кафедрою вищої математики,
протокол № 10 від 25.05.07

Рекомендації і методичні вказівки до виконання контрольних робіт з математики

Заочні підготовчі курси факультету довузівської підготовки (ФДП) засновано з метою надання допомоги абітурієнтам при підготовці до вступних іспитів у ХНАМГ.

Контрольні роботи з математики складені відповідно до програми вступних іспитів у вищі навчальні заклади в 2007 році, а також відповідно до програмових вимог зовнішнього незалежного оцінювання з математики-2007.

Самостійна робота слухача заочних підготовчих курсів складається з опрацювання підручників, розв'язання задач згідно з рекомендованою літературою та виконання контрольних робіт. Кожна контрольна робота повинна бути виконана в окремому зошиті та подана до деканату ФДП до 15 березня поточного навчального року. Роботи можна надсилати поштою за адресою: 61002 м Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12. Підготовчі курси.

При розв'язанні алгебраїчних задач необхідно:

- повністю записати умову задачі;
- провести дослідження розв'язку;
- вказати всі обмеження, що виходять як з умови задачі, так і в ході перетворень;
- провести перевірку рішення (якщо це необхідно);
- записати відповідь.

При розв'язанні задач з планіметрії та стереометрії пропонуємо дотримуватись такої послідовності дій:

- акуратно виконати рисунок, показуючи суцільними видимі лінії, а пунктиром невидимі (для стереометричних задач);
- рисунок повинен обов'язково відповідати умові задачі, його не варто перевантажувати непотрібними деталями, але всі елементи, відомі з умови, а також ті, які треба знайти, повинні бути чітко означені;
- записати скорочену умову задачі («Дано:...», «Знайти:...»);
- позначки на рисунку повинні бути пояснені, а позначки в тексті з ними співпадати;
- якщо в процесі доведення застосовується будь-яка теорема або формула, то її потрібно назвати;
- звичайно стереометрична задача наближається до задачі з планіметрії, тому корисно виконувати окремі рисунки плоских фігур, зберігаючи при цьому позначення вихідного рисунка.

Контрольні роботи оцінюються викладачем за дванадцятибальною системою. Якщо слухач отримав оцінку «незадовільно», то роботу необхідно переписати й подати до деканату ФДП.

Контрольна робота №1

Варіант 1

1. Розв'язати рівняння $(x-1)^3 + (2x+3)^3 - 8 = 27x^3$.
2. Розв'язати рівняння $\frac{x+11}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{2(x+7)}{x+1} - 4$.
3. Розв'язати рівняння $|x-1| + |4x-3| = x+16$.
4. Розв'язати рівняння $\sqrt{1+4x-x^2} = x-1$
5. Розв'язати рівняння $\frac{\sqrt{21+x} + \sqrt{21-x}}{\sqrt{21+x} - \sqrt{21-x}} = \frac{21}{x}$
6. Розв'язати нерівність $\frac{2x^2 - 9x + 4}{x+3} \leq 0$.
7. Розв'язати нерівність $|x-3| > x^2 + 2x + 5$.
8. Розв'язати нерівність $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} > x - 1$.
9. Розв'язати нерівність $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} > 0$
10. Розв'язати нерівність $\frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10} \leq \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9}$.

Варіант 2

1. Розв'язати рівняння $(4x-1)^3 - (x+1)^3 + 8 = 27x^3$.
2. Розв'язати рівняння $\frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2x+2}$.
3. Розв'язати рівняння $|x+4| + |3x-5| = x+31$.
4. Розв'язати рівняння $\sqrt{4+2x-x^2} = x-2$
5. Розв'язати рівняння $\frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{6-x}}{\sqrt{x+6} + \sqrt{6-x}} = \frac{x}{6}$
6. Розв'язати нерівність $\frac{x^2 + x - 6}{x+1} \leq 0$.
7. Розв'язати нерівність $|x+1| < x^2 + 4x + 3$.
8. Розв'язати нерівність $\sqrt{x^2 - 3x + 2} > x + 3$
9. Розв'язати нерівність $x\sqrt{x-a} \leq 0$
10. Розв'язати нерівність $\frac{\sqrt{12-x-x^2}}{2x-7} \leq \frac{\sqrt{12-x-x^2}}{x-5}$

Контрольна робота №2

Варіант 1

1. Спростити вираз $2^{4\log_4 a} - 5^{\frac{1}{2}\log_5 a} - a^0$.
2. Розв'язати рівняння $4^x - 3^{x-0,5} = 3^{x+0,5} - 2^{2x-1}$.
3. При яких значеннях параметра a рівняння $36^x - (a+5)6^x + 6a - 6 = 0$ має одне рішення?
4. Розв'язати нерівність $3^x - 2^{x+4} > 3^{x-1} - 55 \cdot 2^{x-2}$.
5. Розв'язати нерівність $9^{x+1} - 2 \cdot 3^x < 7$.
6. Розв'язати рівняння $\log_7(x-2) - \log_7(x+2) = 1 - \log_7(2x-7)$.
7. Розв'язати рівняння $\log_{\frac{1}{2}} 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$.
8. Розв'язати нерівність $\log_{0,3} \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} < 0$.
9. Розв'язати нерівність $\frac{4}{\lg 10x} - \frac{5}{\lg 100x} \geq 0$.
10. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \log_y x + \log_x y = \frac{5}{2} \\ xy = 27 \end{cases}$.

Варіант 2

1. Спростити вираз $81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\log_9 4} + 25^{\log_{125} 8}$.
2. Розв'язати рівняння $5^{2x-1} + 4^x = 5^{2x} - 4^{x+1}$.
3. При яких значеннях параметра a рівняння $16^x - (a+1)4^x + 4a - 12 = 0$ має одне рішення?
4. Розв'язати нерівність $7^x - 2^{x+2} < 5 \cdot 7^{x-1} - 2^{x-1}$.
5. Розв'язати нерівність $3^{2x+1} + 3^{x+2} > 6$.
6. Розв'язати рівняння $\log_5(3x-11) + \log_5(x-27) = 3 + \log_5 8$.
7. Розв'язати рівняння $\log_2 2(x-1)^2 - \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = 5$.
8. Розв'язати нерівність $\log_{0,5} \log_8 \frac{x^2-2x}{x-3} \leq 0$.
9. Розв'язати нерівність $\frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} < 1$.
10. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \log_y x - \log_x y = \frac{8}{3} \\ xy = 16 \end{cases}$.

Контрольна робота №3

Варіант 1

1. Спростити вираз $\sqrt{\sin^2 \beta(1 + ctg \beta) + \cos^2 \beta(1 + tg \beta)}$.
2. Довести справедливість рівності $\cos 20^\circ + 2 \sin^2 55^\circ - \sqrt{2} \sin 65^\circ = 1$.
3. Розв'язати рівняння $\sin(1 - 2x) = -\frac{1}{2}$.
4. Розв'язати рівняння $\sqrt{\sin^2 x} = \frac{|\sin x|}{\sin x}$.
5. Розв'язати рівняння $\sin x + \sin 7x - \cos 5x + \cos 3x = 0$.
6. Розв'язати рівняння $\sqrt{2}(1 + \cos x) = ctg \frac{x}{2}$.
7. Розв'язати рівняння $tgx + tg2x - 2tg3x = 0$.
8. Розв'язати рівняння $4 \sin^3 x \cdot \cos 3x + 4 \cos^3 x \cdot \sin 3x = 3 \sin 2x$.
9. Розв'язати рівняння $2 \cos^2 x + 2\sqrt{2} \sin x - 3 = 0$.
10. Розв'язати рівняння $tgx + \frac{1}{\cos^2 x} = 3$.

Варіант 2

1. Спростити вираз $\frac{\cos \beta \cdot tg \beta}{\sin^2 \beta} - ctg \beta \cdot \cos \beta$.
2. Довести справедливість рівності $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} = \frac{1}{8}$.
3. Розв'язати рівняння $\cos(1 - 3x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
4. Розв'язати рівняння $\sqrt{\cos^2 x} = \frac{|\cos x|}{-\cos x}$.
5. Розв'язати рівняння $\sin 2x - \sin 3x + \sin 8x = \sin 7x$.
6. Розв'язати рівняння $(\cos 6x - 1) \cdot ctg 3x = \sin 3x$.
7. Розв'язати рівняння $tgx + tg2x - tg3x = 0$.
8. Розв'язати рівняння $\sin^3 x \cdot \sin 3x + \cos^3 x \cdot \cos 3x = \cos^3 4x$.
9. Розв'язати рівняння $3 \sin^2 2x + 7 \cos 2x - 3 = 0$.
10. Розв'язати рівняння $2tg^2 x + 3 = \frac{3}{\cos x}$.

Контрольна робота №4

Варіант 1

1. У безкінечній геометричній прогресії з більшими нуля членами і знаменником $|q| < 1$ сума трьох перших членів дорівнює 10,5, а сума прогресії 12. Знайти прогресію.
2. Напишіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = -2x^3$ в точці $x_0 = 1$.
3. Напишіть рівняння похідної до графіка функції $y = \frac{x^2 + 1}{2x - 1}$ в точці з абсцисою $x = 3$.
4. Дослідити на екстремум функцію $y = 3x^4 - 6x^2 + 4$.
5. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2 - 6x + 10$ і $y = 10 - 3x$.
6. Обчисліть інтеграл $\int_{-1}^2 x^3 dx$.
7. Два прилади працюють незалежно один від одного. Імовірність того, що перший прилад буде працювати зміню без настроювання, дорівнює 0,9, а другий – 0,8. Яка імовірність того, що обидва прилади будуть працювати зміню без настроювання?
8. Скільки різних стартових п'ятірок може створити тренер, якщо на тренуванні присутні 10 баскетболістів?

Варіант 2

1. Знайти три перших члени арифметичної прогресії, у якій сума будь-якого числа членів дорівнює утроєному квадрату цього числа.
2. Напишіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = 2x^2$ в точці $x_0 = 1$.
3. Напишіть рівняння похідної до графіка функції $y = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2}$ в точці з абсцисою $x = 2$.
4. Дослідити на екстремум функцію $y = x^3 - 3x^2 + 4$.
5. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями $y = -x^2 - 4x$ і $y = x + 4$.
6. Обчисліть інтеграл $\int_0^2 4x^3 dx$.
7. У кошику лежать фрукти, серед яких 30% бананів і 60% яблук. Яка імовірність того, що обраний навмання фрукт буде бананом або яблуком?
8. Шістьох студентів необхідно розподілити за трьома різними групами. Скількома способами можна це зробити?

Контрольна робота №5

Варіант 1

1. Дві сторони трикутника дорівнюють 6 см та 8 см , а медіана, проведена до третьої сторони, дорівнює 5 см . Знайти третю сторону трикутника.
2. Сторона прямокутника дорівнює a , а кут між діагоналями, протилежний іншій стороні, дорівнює φ . Знайти площу прямокутника.
3. Висоти паралелограма, проведені з однієї вершини, дорівнюють a та b , а кут між ними дорівнює α . Знайти площу паралелограма.
4. Діагоналі рівнобічної трапеції взаємно перпендикулярні. Знайти площу цієї трапеції, якщо її основи дорівнюють 6 см та 10 см .
5. Основа рівнобічного трикутника дорівнює a , кут при основі дорівнює α . Знайти довжину медіани, проведеної до бічної сторони.

Варіант 2

1. Дві сторони трикутника дорівнюють 7 см та 11 см , а медіана, проведена до третьої сторони, дорівнює 6 см . Знайти третю сторону трикутника.
2. Сторона прямокутника дорівнює a , а кут між діагоналями, протилежний до заданої сторони, дорівнює φ . Знайти площу прямокутника.
3. Сторони паралелограма дорівнюють 12 см та 7 см , а кут між його висотами, проведеними з однієї вершини, дорівнює 30° . Знайти площу паралелограма.
4. Діагоналі рівнобічної трапеції взаємно перпендикулярні. Знайти площу цієї трапеції, якщо її висота дорівнює h .
5. Основа рівнобічного трикутника дорівнює a , кут при вершині дорівнює α . Знайти довжину бісектриси, проведеної до бічної сторони.

Контрольна робота №6

Варіант 1

1. Основою прямої призми є ромб. Діагоналі призми дорівнюють 8 см та 5 см, а висота призми дорівнює 2 см. Знайти площу основи.
2. У правильній трикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює α . Знайти площу бічної поверхні піраміди, якщо радіус окружності, описаної біля її бічної грані дорівнює R .
3. Діагональ осьового переріза циліндра дорівнює d і складає з утворюючою кут α . Знайти об'єм циліндра.
4. У правильній чотирикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює α . Знайти площу повної поверхні вписаного конуса, якщо площа основи піраміди дорівнює Ω .
5. Знайти радіус кулі, описаної біля правильної чотирикутної піраміди, якщо сторона основи піраміди дорівнює a , а бічне ребро нахилене до площини основи під кутом α .

Варіант 2

1. Основою прямої призми є ромб. Діагоналі призми дорівнюють d_1 і d_2 , а висота призми дорівнює h . Знайти сторону основи призми.
2. У правильній трикутній піраміді бічне ребро утворює зі стороною основи кут β . Знайти бічну поверхню піраміди, якщо радіус окружності, вписаної до бічної грані, дорівнює r .
3. Площа осьового переріза циліндра дорівнює S , кут між діагоналлю переріза і площиною основи дорівнює α . Знайти об'єм циліндра.
4. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює b і складає з площиною основи кут α . Знайти площу повної поверхні конуса, описаного біля піраміди.
5. Знайти радіус кулі, описаної біля правильної трикутної піраміди, якщо сторона основи піраміди дорівнює a , а бічне ребро нахилене до площини основи під кутом α .

Список літератури

1. Алексеев В.М. Элементарная математика. Решение задач. – К.: Вища школа, 1989. – 360с.
2. Бардушкин В.В., Кожухов И.Б., Прокофьев А.А., Ревякин А.М., Терещенико А.М. Письменный вступительный экзамен по математике. Серия «Как сдать экзамены» - М.: Лист, 1998. – 288с.
3. Збірник конкурсних і олімпіадних задач з математики /За ред. О.К.Закусило. – К.: Діалектика, 1995. – 192с.
4. Ігначков В.С., Ігначкова А.В. Математика для вступників у ВУЗи. – Х.: Основа, 1992. – 176 с.
5. Карагодова О.О., Черняк О.І. Збірник задач з математики з аналізом розв'язків: Посібн. для старшокласників та абітурієнтів. – К.: Тов. «Знання», КОО, 2000. – 332 с.
6. Конкурсні задачі з математики: Навч. посіб. /В.А. Вишенський, М.О. Перестук, А.М. Самійленко. – К.: Вища школа, 2001. - 432 с.
7. Куланин Е.Д. и др. 3000 конкурсных задач по математике. – М.: Рольф, 1997. – 608с.
8. Олехин С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения: Справочник. – М.: Изд. «Факториал», 1997. – 216с.
9. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы / Под редакцией М.И. Сканави. – М.: Высшая школа, 1995. – 432с.

Навчальне видання

Контрольні роботи з математики для слухачів заочних підготовчих курсів

Укладачі: Валерій Васильович Бізюк,
Людмила Михайлівна Александрова
Олена Миколаївна Колбун

Редактор: М.З. Аляб'єв

Коректор:

Комп'ютерна набір і верстка:

План 2007, поз. 574-М

Підп. до друку 6.06.2007	Формат 60x84 1/16	Папір офісний
Друк на різнографі	Умов.-друк. арк. 0,7	Обл.-вид. арк.. 1,2
Тираж 400 прим.	Зам. №	

61002, Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12
Сектор оперативної поліграфії ІОЦ ХНАМГ

61002, Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12