

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахунково-графічної роботи за темами

**«РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ
НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ»,
«РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ
ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ»**

з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки»

(для студентів усіх форм навчання та слухачів другої вищої освіти
напрямків 6.050701 «Електротехніка та електротехнології»,
6.050702 «Електромеханіка»)

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи за темами «Розрахунок трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги», «Розрахунок перехідних процесів у лінійних електричних колах» з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» (для студентів усіх форм навчання та слухачів другої вищої освіти напрямків 6.050701 «Електротехніка та електротехнології», 6.050702 «Електромеханіка») / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: Форкун Я. Б., Самошкін В. П., Капустін Г. В., Юрченко С. М., Алаєв П. М. – Х.: ХНАМГ, 2007. – 78 с.

Укладачі: доц., к.т.н. Я. Б. Форкун,
доц., к.т.н. В. П. Самошкін,
доц., к.т.н. Г. В. Капустін,
ст. викл. С. М. Юрченко,
П. М. Алаєв

Рецензент: проф., д.т.н. А. Г. Сосков

**Рекомендовано кафедрою електротехніки,
протокол № 9 від 19.04. 2007 р.**

ВСТУП

Зростання якості підготовки молодих спеціалістів тісно пов'язане з розширенням та удосконаленням самостійної роботи студентів у період навчання.

У процесі підготовки студентів, які навчаються за напрямками "Електротехніка" та "Електромеханіка", дисципліна ТОЕ вивчається протягом двох семестрів і є базовою для відповідних спеціальностей.

Розрахунково-графічні роботи (РГР) – один з основних видів самостійної роботи студентів при вивченні курсу "Теоретичні основи електротехніки". У третьому (денна форма) або четвертому (заочна форма) семестрі студенти відповідних напрямків виконують РГР № 1 («Аналіз складного кола постійного струму і розгалуженого кола синусоїдного струму»), а в четвертому (денна форма) або п'ятому (заочна форма) – РГР № 2. РГР № 2 пов'язана з методикою розрахунку трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги (частина 1) і перехідних процесів у лінійних електричних колах (частина 2). Для кращого засвоєння матеріалу розрахунково-графічних робіт наведено приклади розрахунку обох частин.

Значну частку часу виконання РГР займають обчислення, які повинні бути проведені з високою точністю для забезпечення правильності подальших побудов (хвильових діаграм, графіків залежностей тощо). При цьому доцільно залучати нові технічні засоби, обчислювальну техніку для забезпечення інтенсифікації праці майбутнього спеціаліста. Корисним є використання студентами сучасних програм, що широко застосовуються для проведення технічних розрахунків – MathCad Professional, MS Excel та інших.

Отримані під час виконання РГР №2 навички розрахунків електричних кіл повинні стати основою подальшого вивчення інших електротехнічних дисциплін.

Варіант роботи визначається за номером студента у журналі викладача, схема кола (рис. 1.1÷1.36 – частина 1, 2.1÷2.36 – частина 2) відповідає варіанту; вихідні дані для розрахунку залежать від факультету, номера групи й номера варіанту (див. табл. 1.1 і 1.2 для першої частини РГР № 2 і табл. 2.1. та 2.2 для другої частини РГР № 2).

Пояснювальна записка до кожної частини РГР №2 повинна містити:

- титульний аркуш;
- вихідну схему, вихідні дані й робоче завдання для розрахунку відповідної частини РГР № 2;
- розрахунок в послідовності відповідно до робочого завдання кожної частини

РГР № 2.

Електричні схеми необхідно виконувати згідно з вимогами державних стандартів із застосуванням креслярського знаряддя; графіки, діаграми – на міліметровці. Загальне оформлення пояснювальної записки – згідно з «ДСТУ 3008-95. Документація. Звіти у сфері науки й техніки».

1. РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 (ЧАСТИНА 1)

РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ

1.1. Мета завдання

- вивчити методику дослідження трифазних електричних кіл при живленні навантаження від трифазного симетричного негармонійного джерела напруги;
- оволодіти графоаналітичним методом розкладання в ряд Фур'є несинусоїдної періодичної кривої;
- навчитися визначати струми і напруги трифазного кола, що живиться негармонійними джерелами напруги, методом комплексних величин і записувати їх миттєві значення;
- навчитися знаходити потужності й коефіцієнти трифазного кола, що живиться негармонійними джерелами напруги.

1.2. Підготовка до роботи

1.2.1. Накреслити схему кола відповідно до свого варіанта (рис.1.1 ÷ 1.36). Вказати позитивні напрямки струмів віток кола. Записати вихідні дані для розрахунку (табл. 1.1 та 1.2).

1.2.2. Накреслити несинусоїдну криву (рис.1.37 ÷ 1.45) напруги в збільшеному масштабі (бажано розміром аркуша формату А4) і розкласти її в тригонометричний ряд Фур'є, обмежившись трьома першими гармоніками ($e_A(\omega t)$).

1.2.3. Записати в полярній формі комплекси амплітудних значень фазних і лінійних ЕРС для кожної гармоніки.

1.2.4. Записати в алгебраїчній і полярній формах комплексні опори всіх віток кола для кожної гармоніки.

1.3. Робоче завдання до першої частини РГР № 2

1.3.1. Визначити миттєві й діючі значення струмів усіх віток кола.

1.3.2. Знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними у вихідних даних відповідно до варіанта (u_{mn}).

1.3.3. Побудувати графік миттєвого значення напруги u_{mn} у функції часу

(графіки двох чи трьох гармонійних складових і результуючу негармонійну криву).

1.3.4. Знайти активну, реактивну і повну потужності трифазної системи (для варіантів з несиметричним навантаженням, а саме 7, 8, 13, 15, 16, 24, 31 визначається тільки активна потужність).

1.3.5. Визначити потужність викривлення і коефіцієнт викривлення (для варіантів з симетричним навантаженням).

Приклад оформлення титульних аркушів до кожної частини РГР № 2 та приклади розрахунку (пункти 1.4, 1.5, 1.6 та 1.7) наведені нижче. Студент повинен вибирати той приклад розрахунку, розрахункова схема якого найбільш схожа на його власну розрахункову схему. Взагалі подано чотири приклади розрахунку:

- схема "зірка – зірка / трикутник" при симетричному навантаженні за відсутності нульового проводу (п. 1.4);
- схема "зірка – зірка" при несиметричному навантаженні за відсутності нульового проводу (п. 1.5);
- схема "зірка – зірка" при симетричному навантаженні за наявності нульового проводу (п. 1.6);
- схема "зірка – трикутник" при симетричному навантаженні та втратах в лініях (п. 1.7).

Необхідно зосередити увагу на тому, що ряд Фур'є (та його отримання) для кривої живильної напруги ніяк не пов'язаний з розрахунковою схемою.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

КАФЕДРА ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 (ЧАСТИНА 1)

з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки"

за темою:

"РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ
НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ"

Варіант № 2

Виконав:

студент гр. ЕТ-(2)4

Білокін Д.В.

Перевірив:

доц. Форкун Я.Б.

ХАРКІВ – 2007

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

КАФЕДРА ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 (ЧАСТИНА 2)
з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки"
за темою
"РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ
У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ"

Варіант № 2

Виконав:
студент гр. ЕТ-(2)4
Білокін Д.В.

Перевірив:
доц. Форкун Я.Б.

ХАРКІВ – 2007

ВИХІДНІ ДАНІ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ

Таблиця 1.1 – Вихідні дані, що залежать від номера групи

Параметри кола	Факультет ЕОМ							Факультет МЕТ						
	Номери груп							Номери груп						
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
$E_{Am}, В$	75	100	127	150	200	254	380	140	100	230	110	300	120	127
$T, с$	0,01	0,02	0,02	0,01	0,04	0,01	0,015	0,015	0,02	0,04	0,01	0,02	0,01	0,04
$R, Ом$	5	4,2	5	10	5	33	45	24	15	10	7	7	45	12
$L, мГ$	5	10	30	5	60	5	7,5	7,5	47,7	19,1	9,6	10	5	20
$C, мкФ$	25	50	50	25	100	25	37,5	37,5	212	710	88,5	50	25	100

∞ Таблиця 1.2 – Вихідні дані, що залежать від номера варіанта

Варіант	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>
u_{mn}	U_{ab}	U_{aA}	U_{ae}	U_{bc}	U_{aO1}	U_{ba}	U_{Cc}	U_{bO1}	U_{bc}	U_{ca}	U_{O1c}	U_{cb}
форма кривої e_A	1.38	1.43	1.39	1.40	1.41	1.44	1.45	1.43	1.44	1.38	1.41	1.40
Варіант	<i>13</i>	<i>14</i>	<i>15</i>	<i>16</i>	<i>17</i>	<i>18</i>	<i>19</i>	<i>20</i>	<i>21</i>	<i>22</i>	<i>23</i>	<i>24</i>
u_{mn}	U_{bB}	U_{Aa}	U_{cO1}	U_{O1b}	U_{bf}	U_{ac}	U_{cb}	U_{O1a}	U_{dC}	U_{ba}	U_{ac}	U_{O1b}
форма кривої e_A	1.45	1.40	1.43	1.44	1.39	1.37	1.45	1.38	1.39	1.38	1.41	1.43
Варіант	<i>25</i>	<i>26</i>	<i>27</i>	<i>28</i>	<i>29</i>	<i>30</i>	<i>31</i>	<i>32</i>	<i>33</i>	<i>34</i>	<i>35</i>	<i>36</i>
u_{mn}	U_{ba}	U_{cC}	U_{eC}	U_{aO1}	U_{O1a}	U_{cC}	U_{OO1}	U_{Cc}	U_{bO1}	U_{bB}	U_{dB}	U_{aO1}
форма кривої e_A	1.41	1.37	1.39	1.44	1.37	1.42	1.45	1.42	1.42	1.37	1.40	1.42

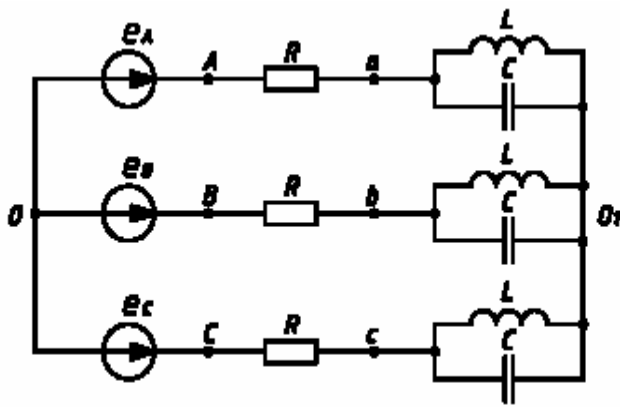


Рис. 1.1

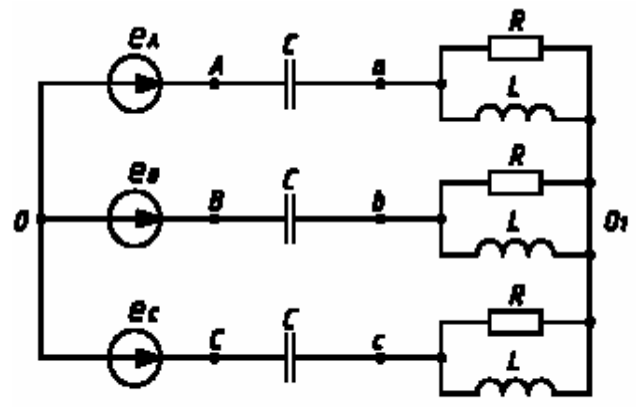


Рис. 1.5

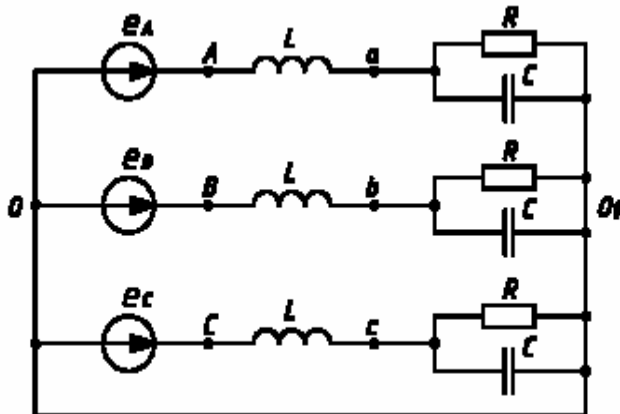


Рис. 1.2

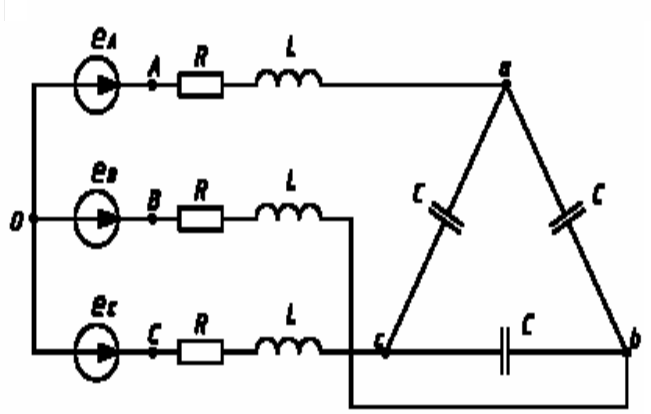


Рис. 1.6

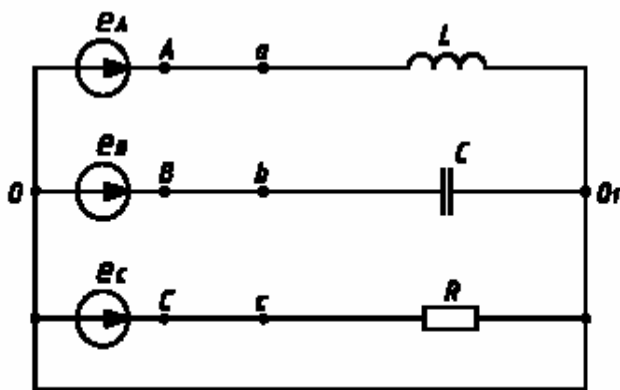


Рис. 1.3

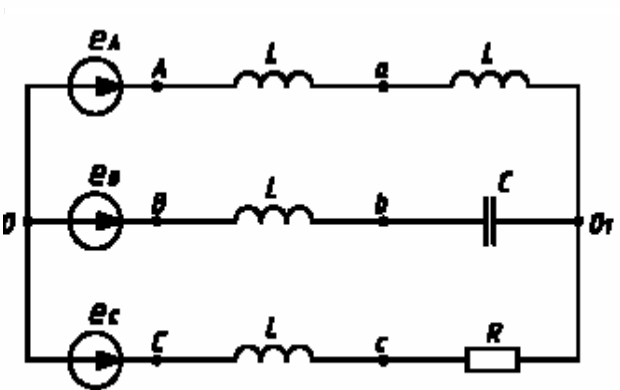


Рис. 1.7

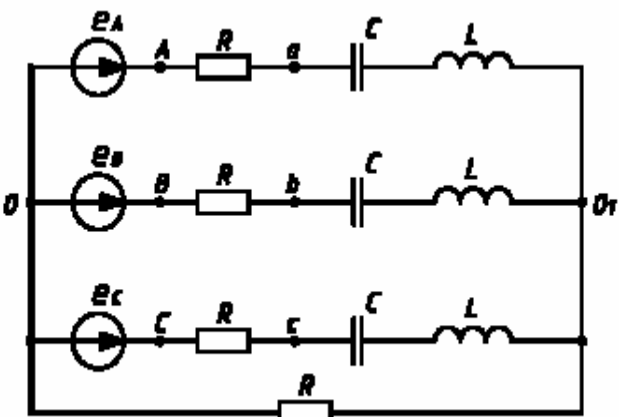


Рис. 1.4

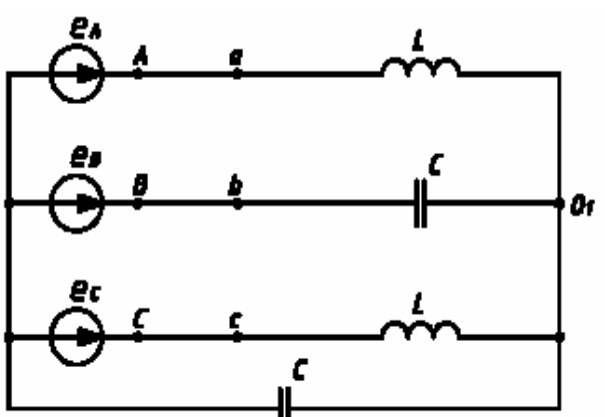


Рис. 1.8

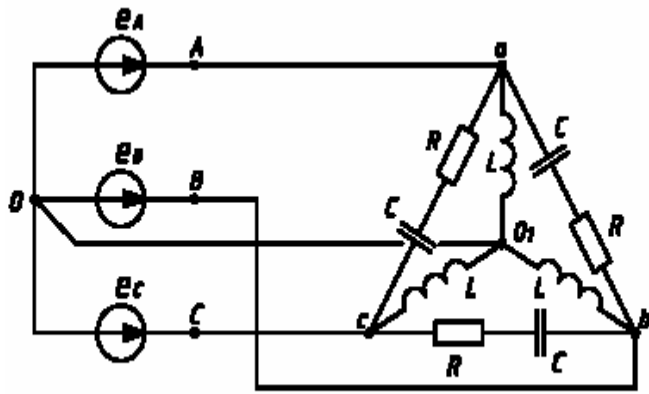


Рис. 1.9

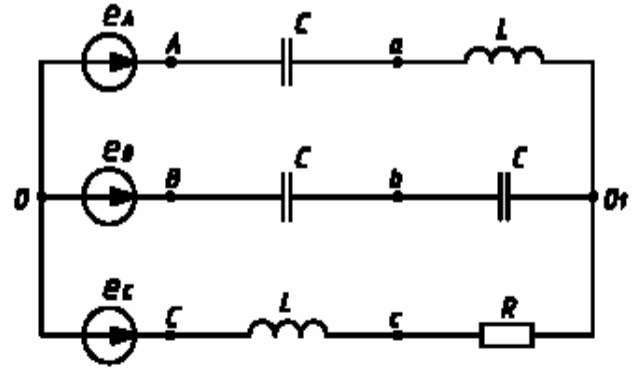


Рис. 1.13

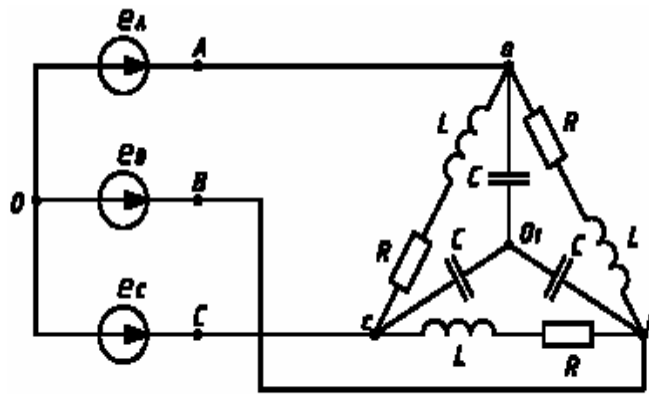


Рис. 1.10

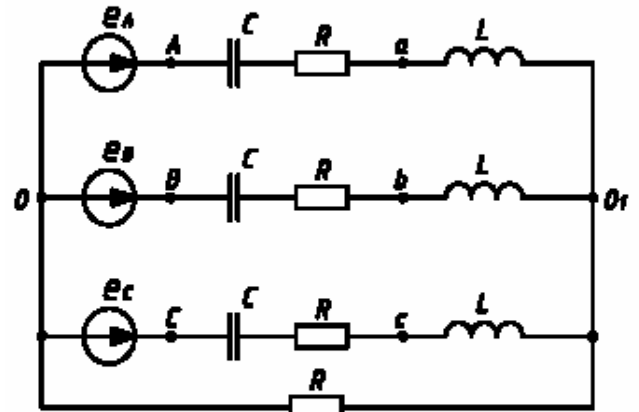


Рис. 1.14

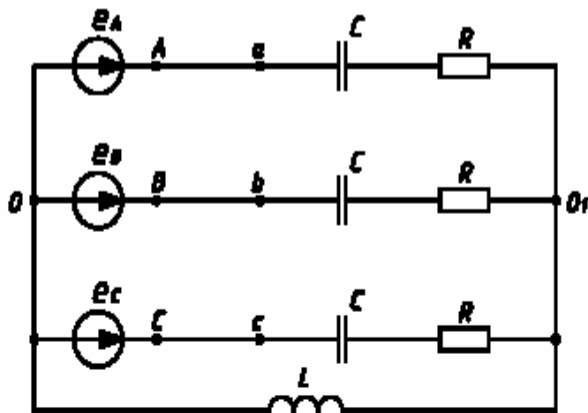


Рис. 1.11

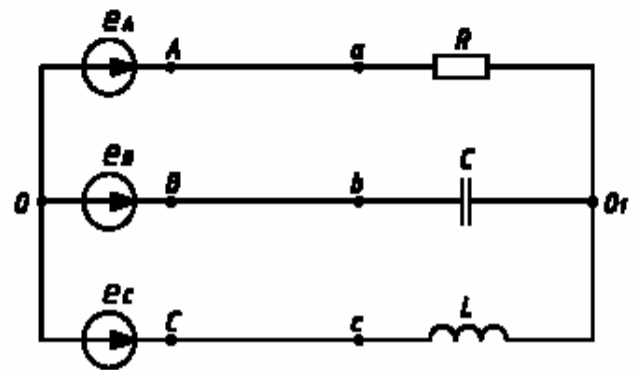


Рис. 1.15

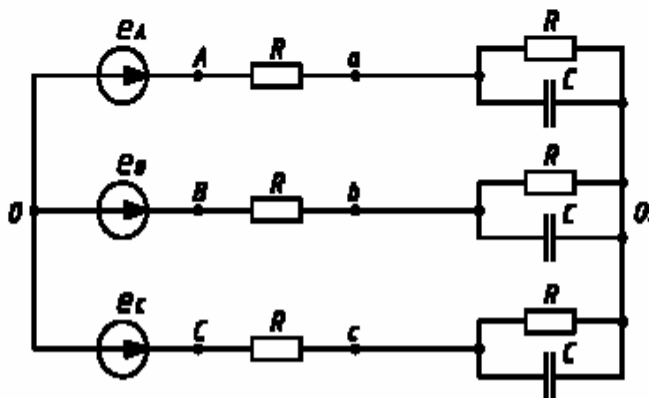


Рис. 1.12

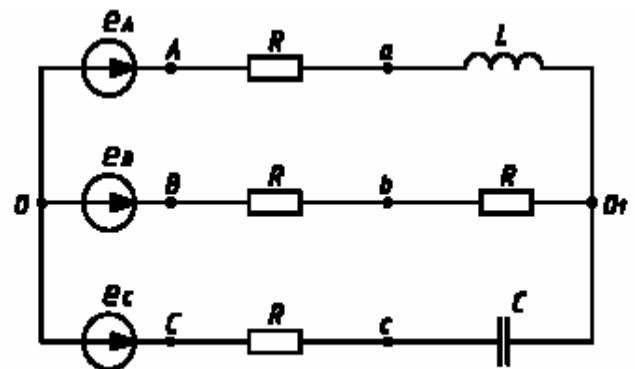


Рис. 1.16

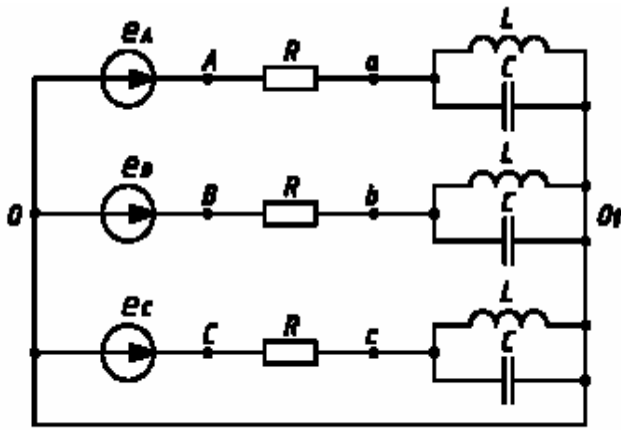


Рис. 1.17

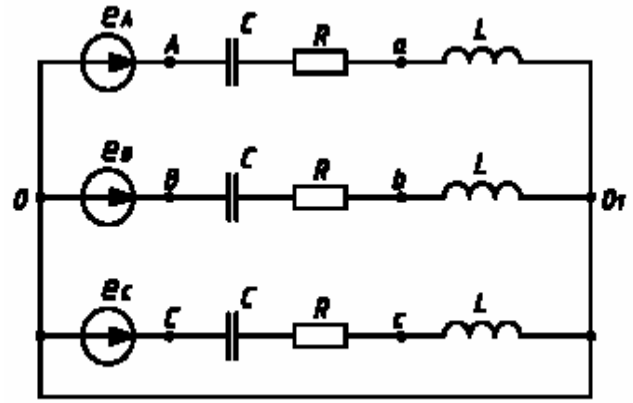


Рис. 1.21

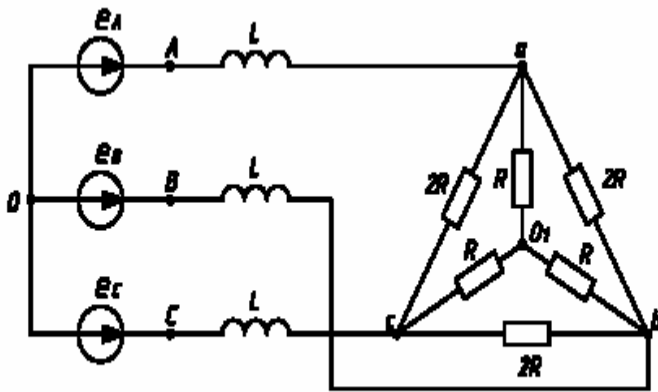


Рис. 1.18

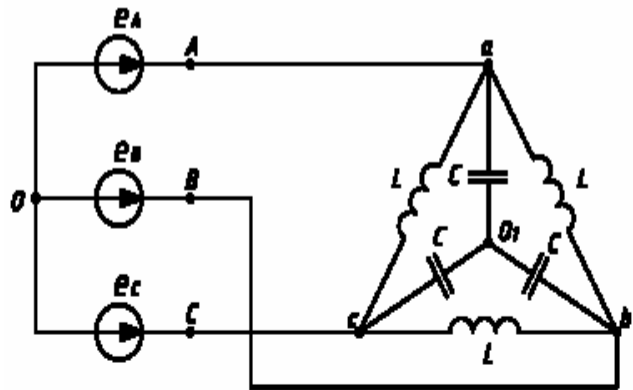


Рис. 1.22

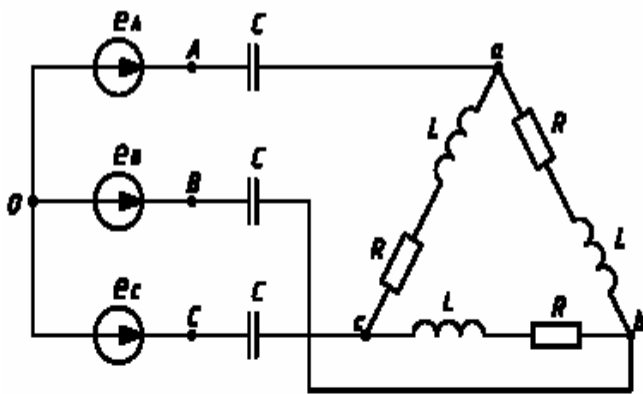


Рис. 1.19

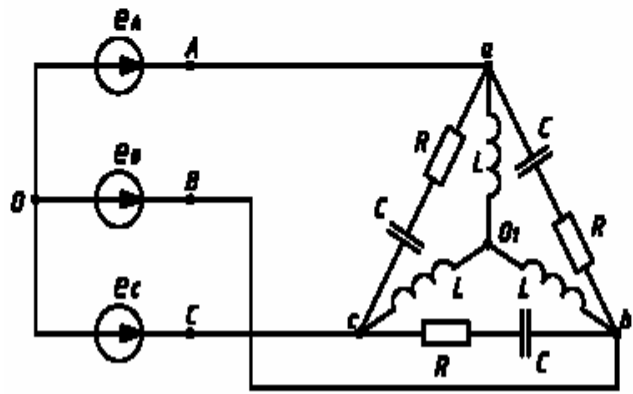


Рис. 1.23

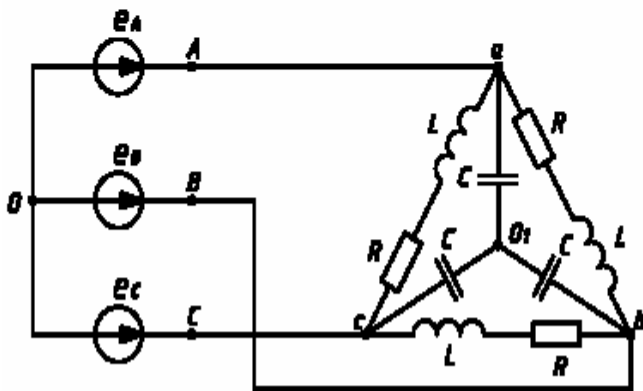


Рис. 1.20

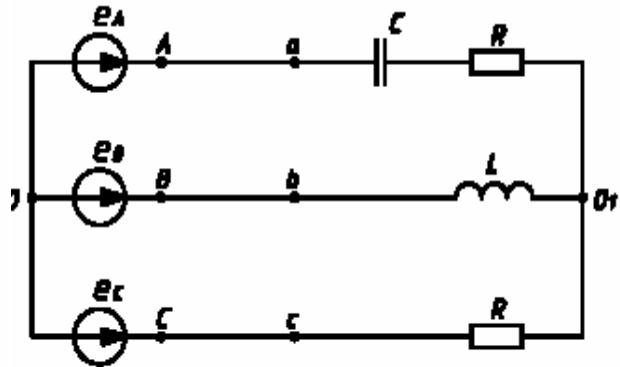


Рис. 1.24

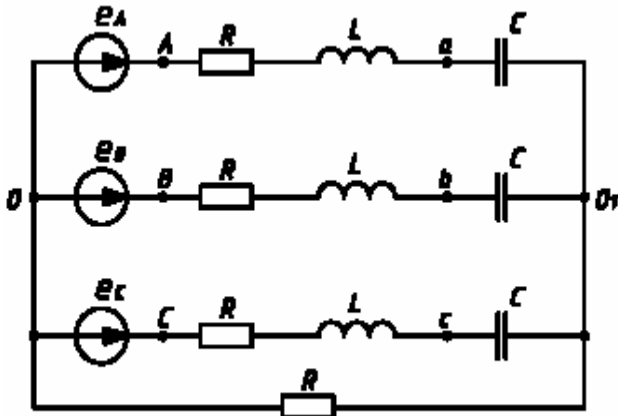


Рис. 1.25

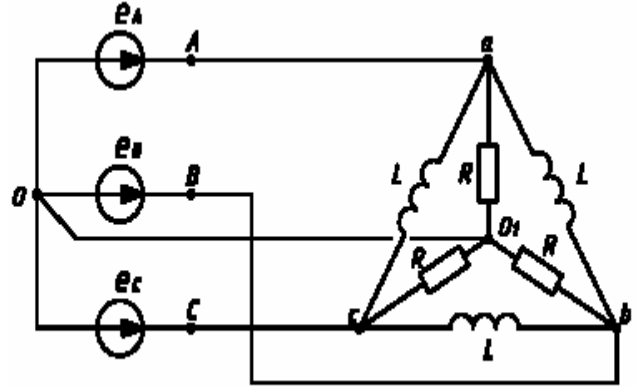


Рис. 1.29

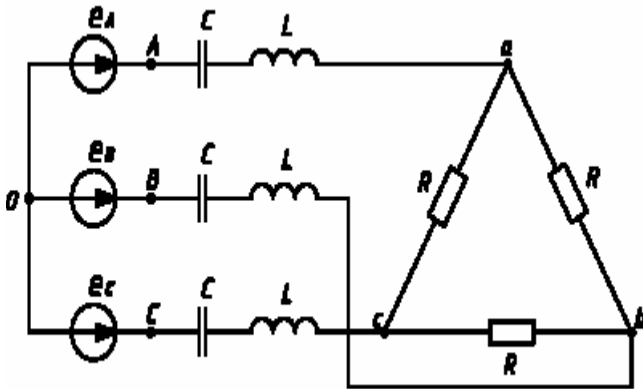


Рис. 1.26

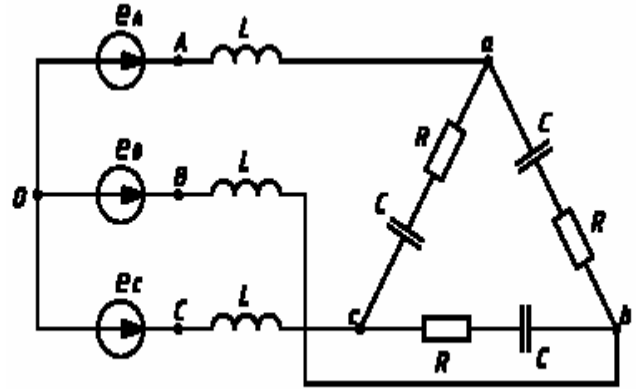


Рис. 1.30

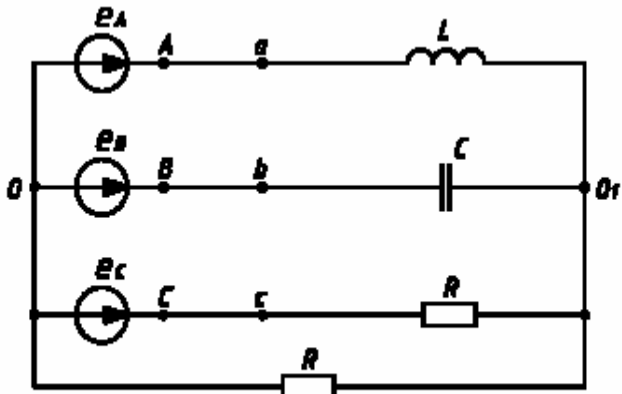


Рис. 1.27

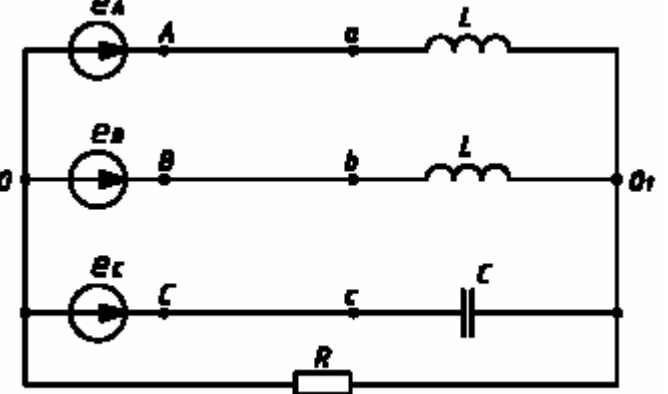


Рис. 1.31

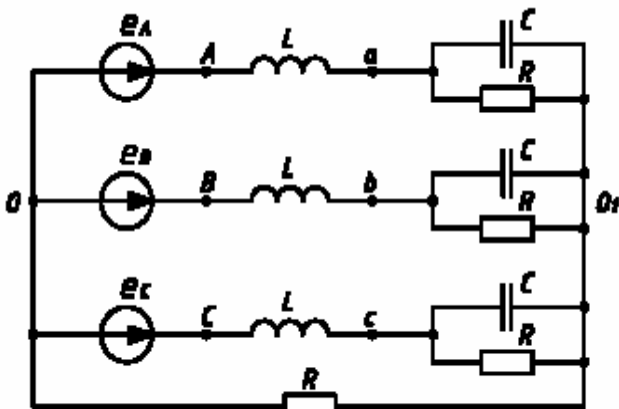


Рис. 1.28

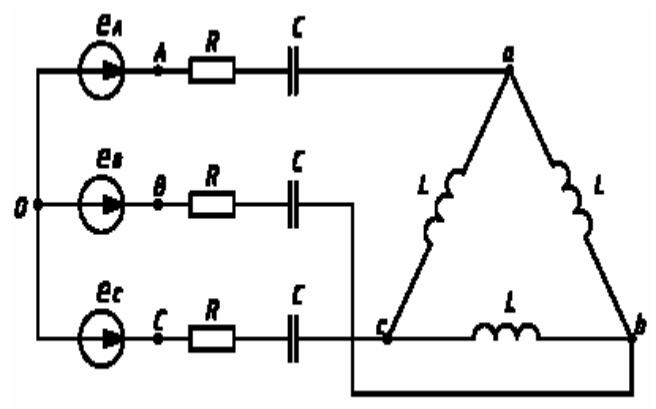


Рис. 1.32

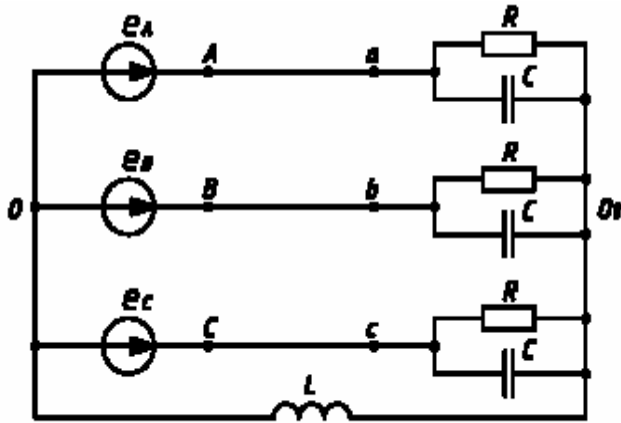


Рис. 1.33

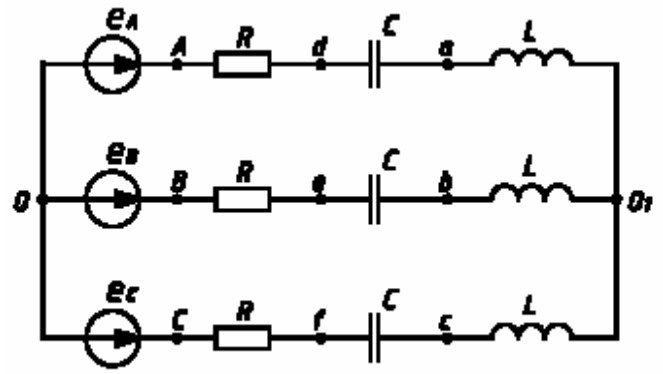


Рис. 1.35

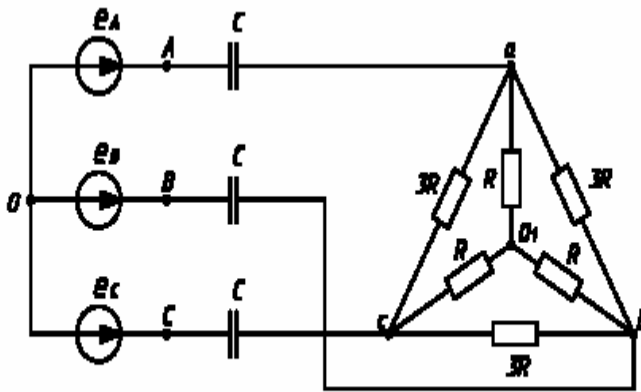


Рис. 1.34

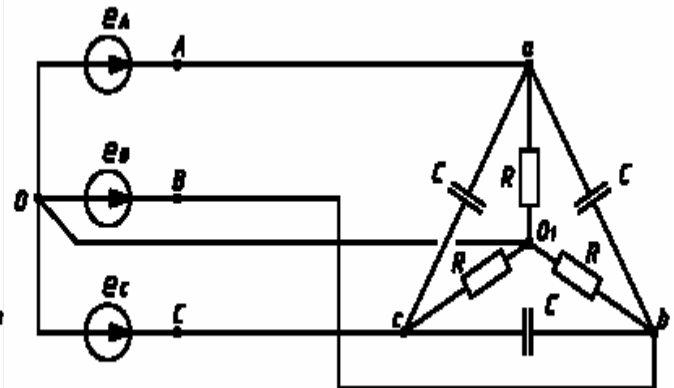


Рис. 1.36

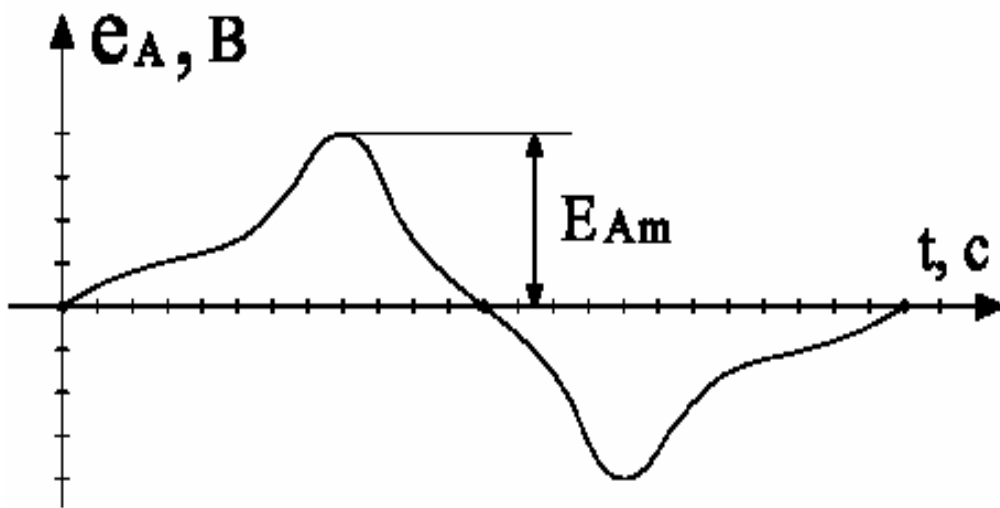


Рис. 1.37

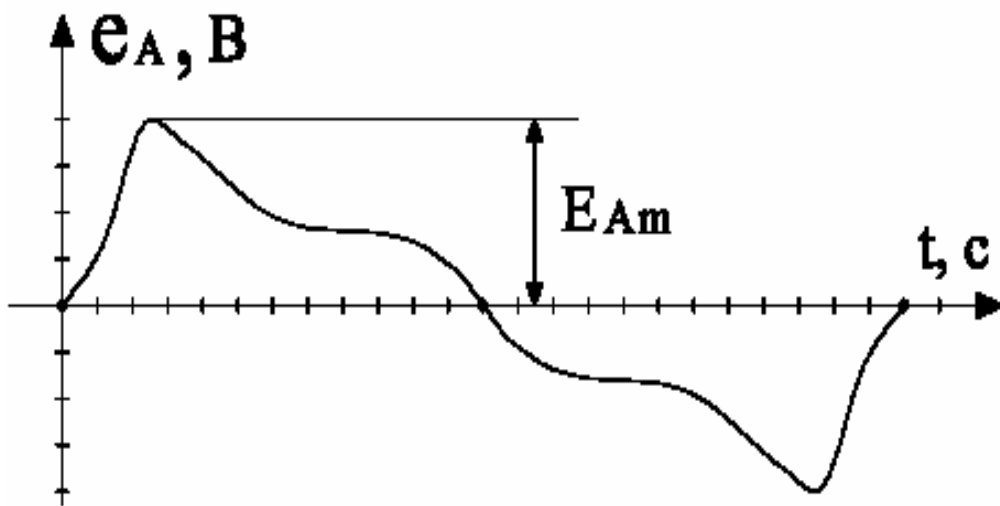


Рис. 1.38

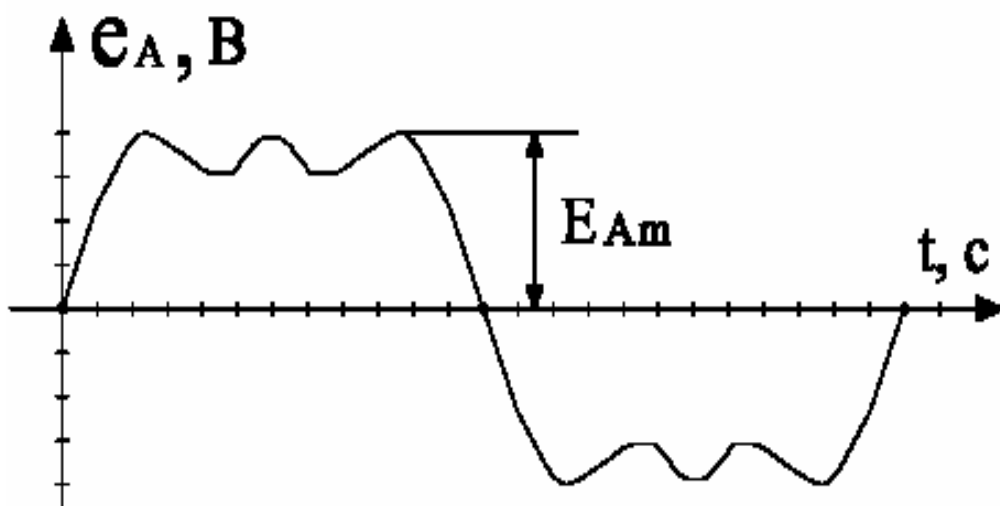


Рис. 1.39

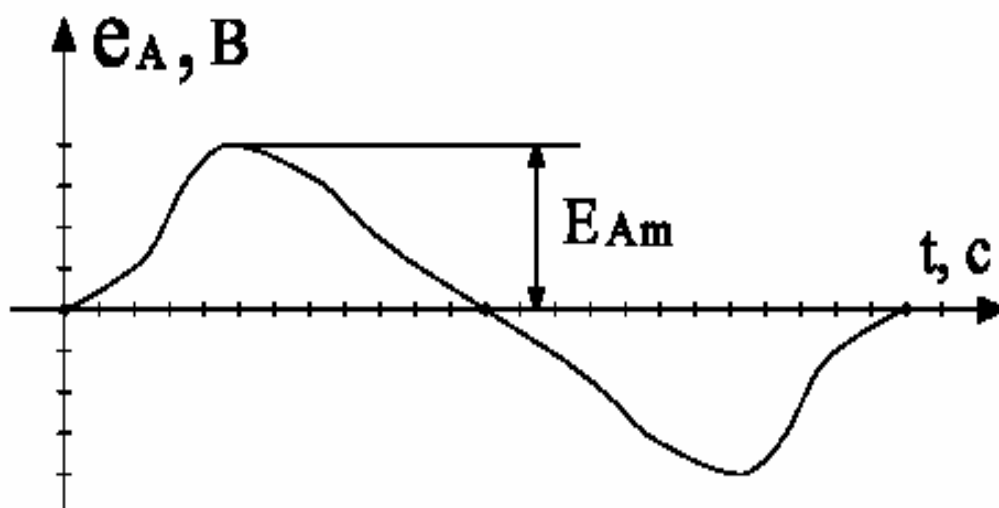


Рис. 140

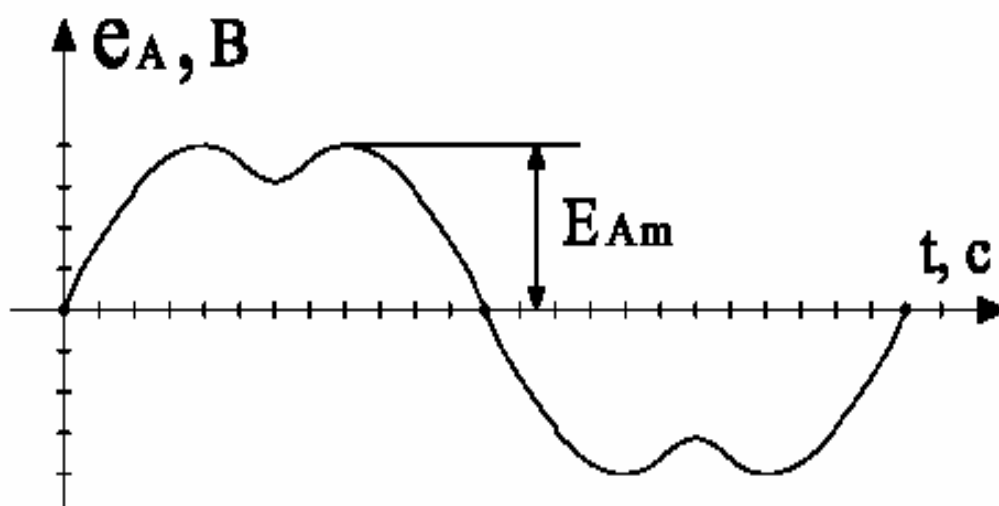


Рис. 141

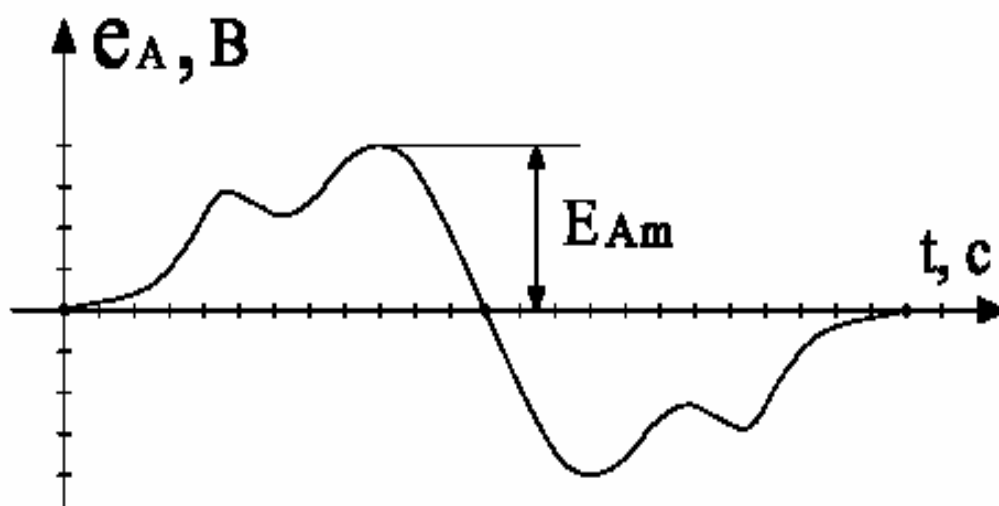


Рис. 142

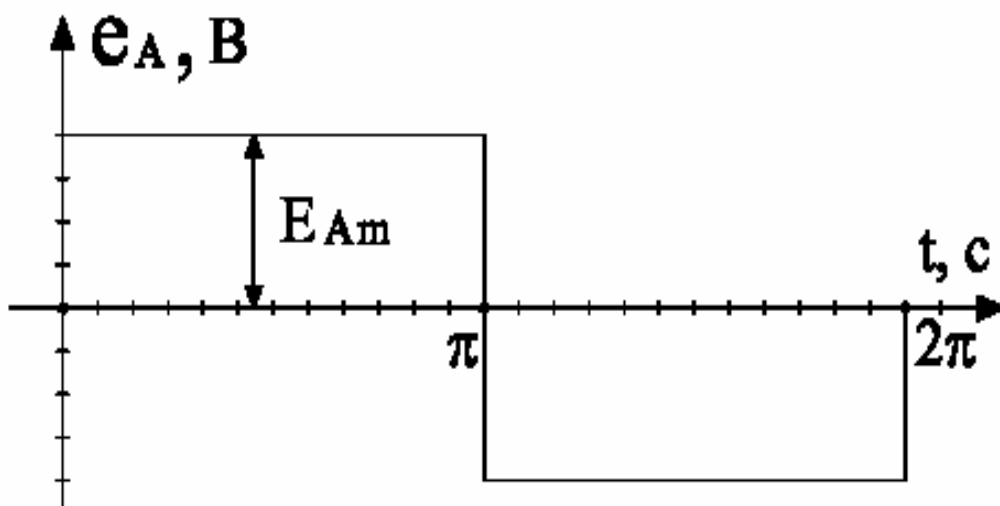


Рис. 1.43

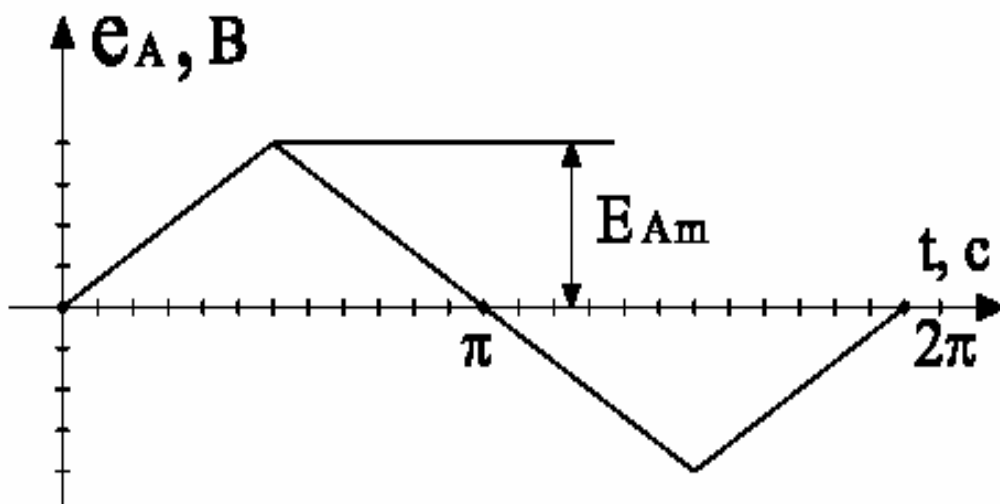


Рис. 1.44

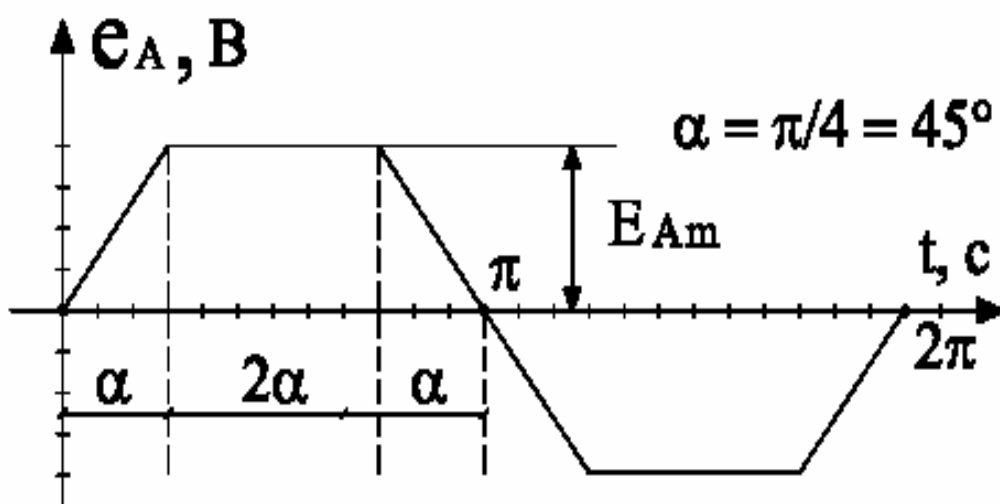


Рис. 1.45

1.4. ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ №1

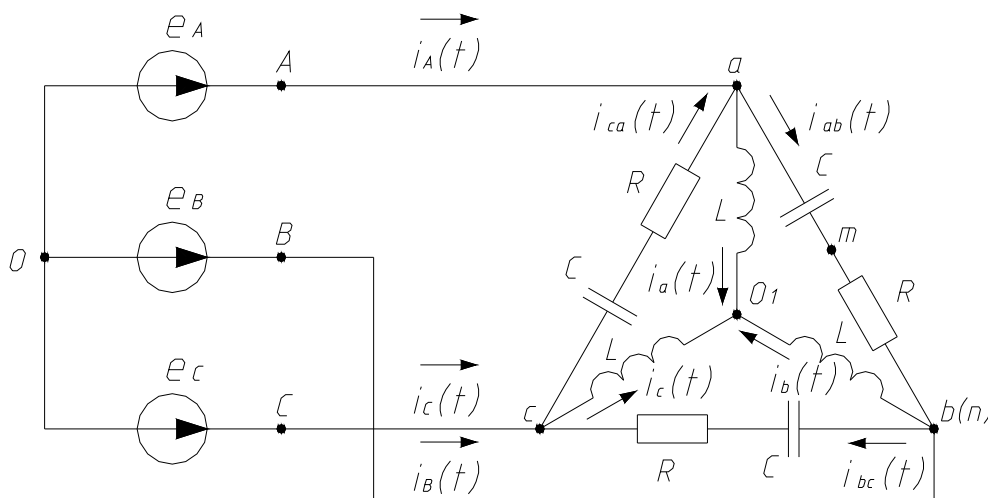
РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР № 2 (ЧАСТИНА 1)

1. Визначити миттєві й діючі значення струмів усіх віток кола.
2. Знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними у вихідних даних відповідно до варіанта ($u_{mn}(\omega t)$).

...

5. Визначити потужність викривлення і коефіцієнт викривлення.

Розрахункова схема (варіант № ...)



Вихідні дані:

Форма кривої

e_A – рис. 1.38;

$E_{Am} = 70 \text{ В}$;

$T = 0,01 \text{ с}$;

$R = 12 \text{ Ом}$;

$L = 7,5 \text{ мГ}$;

$C = 17 \text{ мкФ}$;

$u_{mn} = u_{R(ab)}$.

Рис. 1.46

Примітка: розрахунок повинен починатися з наступної сторінки пояснювальної записки.

Виконання

1.4.1. Розкладання в ряд Фур'є кривої живильної напруги

Несинусоїдна крива e_A (рис. 1.47) має геометрично неправильну форму, тому при розкладанні її в ряд Фур'є необхідно застосовувати графоаналітичний метод. Слід враховувати, що крива e_A має один вид симетрії (відносно початку координат). Тоді можна обмежитися розкладанням півперіоду і такий ряд Фур'є повинен містити тільки синусні складові. Таким чином, врахування симетрії дозволяє спростити розрахунок. Розділимо півперіод функції e_A на $n = 12$ рівних частин і виміряємо ординати функції e_A (вимір треба проводити посередині кожної ділянки). Використовуючи формули, визначимо амплітуду складових гармонік, обмежившись трьома першими членами ряду. При розкладанні кривої e_A в ряд Фур'є доцільно використовувати відповідні комп'ютерні програми (MathCad Professional, MS Excel та інші).

Розкладання в ряд Фур'є кривої несинусоїдної напруги $e_a(wt)$

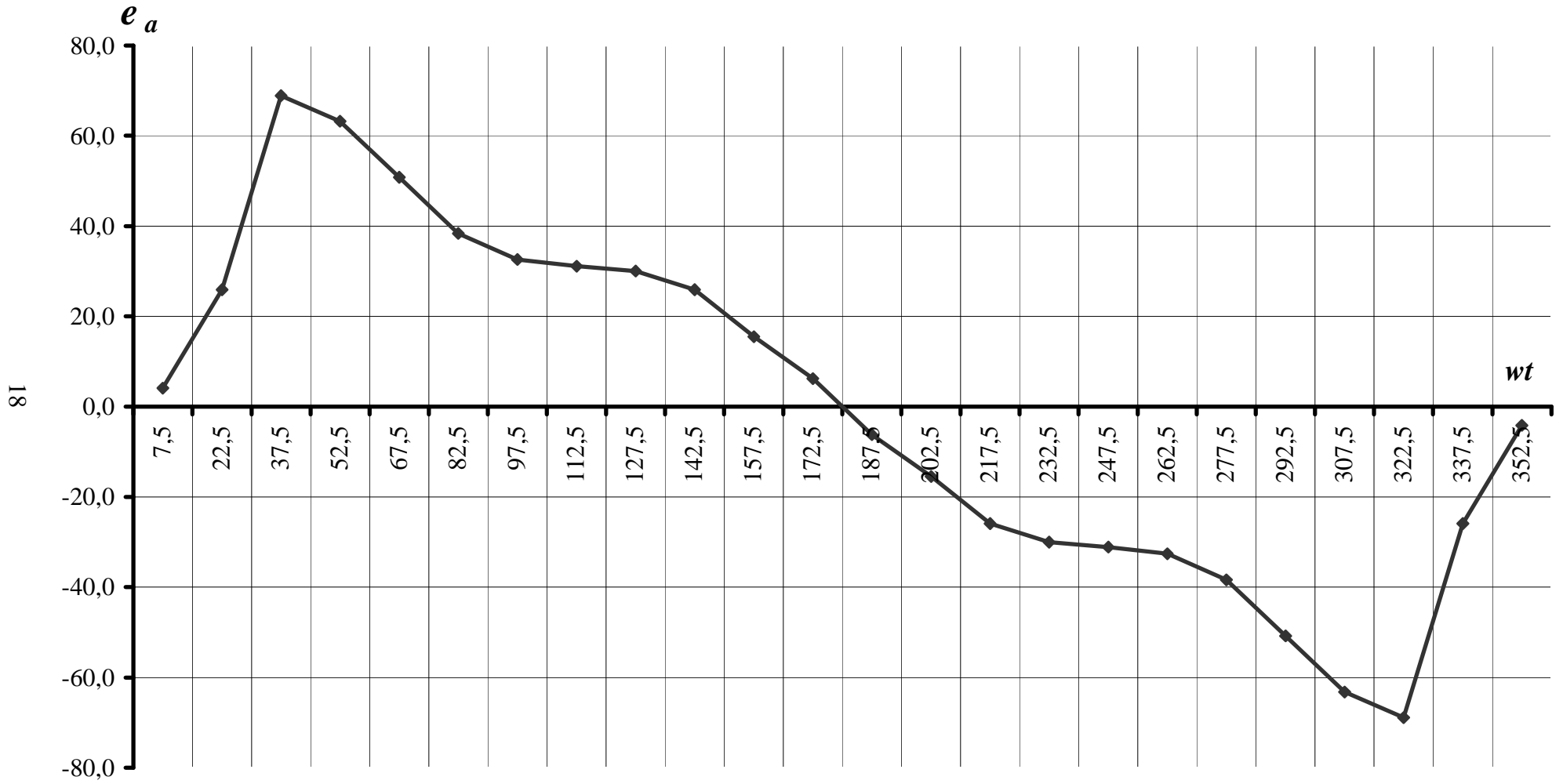


Рис.1.47

ТАБЛИЦЯ 1.3 – РОЗКЛАДАННЯ В РЯД ФУР'Є КРИВОЇ ЖИВИЛЬНОЇ НАПРУГИ

<i>p</i>	$e_A(\omega t)$	<i>K=1</i>			<i>K=2</i>			<i>K=3</i>		
		ωt	$\sin\omega t$	$e_A(\omega t)\cdot\sin\omega t$	$2\omega t$	$\sin 2\omega t$	$e_A(\omega t)\cdot\sin 2\omega t$	$3\omega t$	$\sin 3\omega t$	$e_A(\omega t)\cdot\sin 3\omega t$
1	4,1	7,5	0,131	0,5	15	0,259	1,1	22,5	0,383	1,6
2	25,9	22,5	0,383	9,9	45	0,707	18,3	67,5	0,924	23,9
3	68,9	37,5	0,609	41,9	75	0,966	66,6	112,5	0,924	63,7
4	63,2	52,5	0,793	50,1	105	0,966	61,0	157,5	0,383	24,2
5	50,8	67,5	0,924	46,9	135	0,707	35,9	202,5	-0,383	-19,4
6	38,4	82,5	0,991	38,1	165	0,259	9,9	247,5	-0,924	-35,5
7	32,6	97,5	0,991	32,3	195	-0,259	-8,4	292,5	-0,924	-30,1
8	31,1	112,5	0,924	28,7	225	-0,707	-22,0	337,5	-0,383	-11,9
9	30,0	127,5	0,793	23,8	255	-0,966	-29,0	382,5	0,383	11,5
10	25,9	142,5	0,609	15,8	285	-0,966	-25,0	427,5	0,924	23,9
11	15,5	157,5	0,383	5,9	315	-0,707	-11,0	472,5	0,924	14,3
12	6,2	172,5	0,131	0,8	345	-0,259	-1,6	517,5	0,383	2,4
Σ		$\sum_1^{12} 1 = 294,9 \text{ В}$			$\sum_1^{12} 2 = 95,8 \text{ В}$			$\sum_1^{12} 3 = 68,5 \text{ В}$		

За даними табл. 1.3 знаходимо коефіцієнти ряду Фур'є:

$$B_m^{(k)} = \frac{2}{n} \cdot \sum_{p=1}^n e_{Ap}(\omega t) \cdot \sin k\omega t, \text{ В};$$

$$B_m^{(1)} = \frac{2}{12} \cdot \sum_1^{12} 1 = \frac{2}{12} \cdot 294,9 = 49,2 \text{ В}; \quad B_m^{(2)} = \frac{2}{12} \cdot \sum_1^{12} 2 = \frac{2}{12} \cdot 95,8 = 16 \text{ В};$$

$$B_m^{(3)} = \frac{2}{12} \cdot \sum_1^{12} 3 = \frac{2}{12} \cdot 68,5 = 11,4 \text{ В}.$$

Знайдемо кругові частоти для окремих гармонік:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{0,01} = 628 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \quad 2\omega = 2 \cdot 628 = 1256 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \quad 3\omega = 3 \cdot 628 = 1884 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Таким чином, ряд Фур'є для e_A набуває вигляду:

$$e_A(\omega t) = 49,2 \cdot \sin(628 \cdot t) + 16 \cdot \sin(1256 \cdot t) + 11,4 \cdot \sin(1884 \cdot t), \text{ В}.$$

У даному варіанті маємо з'єднання "зірка-зірка" і "зірка-трикутник" за відсутності нульового проводу, тому в струмах будуть відсутні гармоніки, кратні трьом. У випадку, коли в схемі є нульовий провід, необхідно розраховувати третю гармоніку. Розрахунок третьої (шостої, дев'ятої і т.д. – система нульового чергування фаз) гармоніки має деякі відмінності від розрахунку першої (четвертої, сьомої і т.д. – система прямого чергування фаз) і другої (п'ятої, восьмої і т.д. – система зворотного чергування фаз) гармонік.

1.4.2. Комплекси амплітудних значень фазних і лінійних ЕРС:

$$\underline{E}_{mA}^{(1)} = 49,2 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mA}^{(2)} = 16 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mA}^{(3)} = 11,4 \angle 0^\circ \text{ В};$$

$$\underline{E}_{mB}^{(1)} = 49,2 \angle -120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mB}^{(2)} = 16 \angle 120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mB}^{(3)} = 11,4 \angle 0^\circ \text{ В};$$

$$\underline{E}_{mC}^{(1)} = 49,2 \angle 120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mC}^{(2)} = 16 \angle -120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mC}^{(3)} = 11,4 \angle 0^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mAB}^{(1)} = \underline{E}_{mA}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ = 49,2 \cdot \sqrt{3} \angle (0^\circ + 30^\circ) = 85,2 \angle 30^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mBC}^{(1)} = \underline{E}_{mB}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ = 49,2 \cdot \sqrt{3} \angle (-120^\circ + 30^\circ) = 85,2 \angle -90^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mCA}^{(1)} = \underline{E}_{mC}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ = 49,2 \cdot \sqrt{3} \angle (120^\circ + 30^\circ) = 85,2 \angle 150^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mAB}^{(2)} = \underline{E}_{mA}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ = 16 \cdot \sqrt{3} \angle (0^\circ - 30^\circ) = 27,7 \angle -30^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mBC}^{(2)} = \underline{E}_{mB}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ = 16 \cdot \sqrt{3} \angle (120^\circ - 30^\circ) = 27,7 \angle 90^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mCA}^{(2)} = \underline{E}_{mC}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ = 16 \cdot \sqrt{3} \angle (-120^\circ - 30^\circ) = 27,7 \angle -150^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mAB}^{(3)} = \underline{U}_{mBC}^{(3)} = \underline{U}_{mCA}^{(3)} = 0 \text{ В}.$$

1.4.3. Розрахунок першої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_{ab}^{(1)} = \underline{Z}_{bc}^{(1)} = \underline{Z}_{ca}^{(1)} = R - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = 12 - j \cdot \frac{10^6}{628 \cdot 17} = 12 - j \cdot 93,7 = 94,5 \angle -82,7^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_a^{(1)} = \underline{Z}_b^{(1)} = \underline{Z}_c^{(1)} = j \cdot \omega \cdot L = j \cdot 628 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} = j \cdot 4,7 = 4,7 \angle 90^\circ \text{ Ом.}$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{ma}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_a^{(1)}} = \frac{49,2 \angle 0^\circ}{4,7 \angle 90^\circ} = 10,5 \angle -90^\circ = -j \cdot 10,5 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mb}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_b^{(1)}} = \frac{49,2 \angle -120^\circ}{4,7 \angle 90^\circ} = 10,5 \angle 150^\circ = (-9,09 + j \cdot 5,25) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mc}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_c^{(1)}} = \frac{49,2 \angle 120^\circ}{4,7 \angle 90^\circ} = 10,5 \angle 30^\circ = (9,09 + j \cdot 5,25) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mab}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mAB}^{(1)}}{\underline{Z}_{ab}^{(1)}} = \frac{85,2 \angle 30^\circ}{94,5 \angle -82,7^\circ} = 0,9 \angle 112,7^\circ = (-0,35 + j \cdot 0,83) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mBC}^{(1)}}{\underline{Z}_{bc}^{(1)}} = \frac{85,2 \angle -90^\circ}{94,5 \angle -82,7^\circ} = 0,9 \angle -7,3^\circ = (0,89 - j \cdot 0,11) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mca}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mCA}^{(1)}}{\underline{Z}_{ca}^{(1)}} = \frac{85,2 \angle 150^\circ}{94,5 \angle -82,7^\circ} = 0,9 \angle -127,3^\circ = (-0,55 - j \cdot 0,72) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} = \underline{I}_{ma}^{(1)} + \underline{I}_{mab}^{(1)} - \underline{I}_{mca}^{(1)} = -j \cdot 10,5 - 0,35 + j \cdot 0,83 + 0,55 + j \cdot 0,72 = 0,2 - j \cdot 8,95 = 9 \angle -88,7^\circ \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mB}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} \angle -120^\circ = 9 \angle (-88,7^\circ - 120^\circ) = 9 \angle -208,7^\circ = 9 \angle 151,3^\circ \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mC}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} \angle 120^\circ = 9 \angle (-88,7^\circ + 120^\circ) = 9 \angle 31,3^\circ \text{ А.}$$

При розрахунку струмів $\underline{I}_{ma}^{(1)}$, $\underline{I}_{mb}^{(1)}$, $\underline{I}_{mc}^{(1)}$ враховуємо, що при симетричному навантаженні (як у даному варіанті) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю. Струми $\underline{I}_{mA}^{(1)}$, $\underline{I}_{mB}^{(1)}$, $\underline{I}_{mC}^{(1)}$ в загальному випадку розраховують за першим законом Кірхгофа, але можна враховувати, що при симетричному навантаженні (як у даному варіанті) ці струми зсунуті між собою на кут 120° (як і фазні ЕРС першої гармоніки).

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(1)} = 9 \cdot \sin(628 \cdot t - 88,7^\circ) \text{ А;} \quad i_B^{(1)} = 9 \cdot \sin(628 \cdot t + 151,3^\circ) \text{ А;}$$

$$i_C^{(1)} = 9 \cdot \sin(628 \cdot t + 31,3^\circ) \text{ А;} \quad i_a^{(1)} = 10,5 \cdot \sin(628 \cdot t - 90^\circ) \text{ А}$$

$$i_b^{(1)} = 10,5 \cdot \sin(628 \cdot t + 150^\circ) \text{ А;} \quad i_c^{(1)} = 10,5 \cdot \sin(628 \cdot t + 30^\circ) \text{ А;}$$

$$i_{ab}^{(1)} = 0,9 \cdot \sin(628 \cdot t + 112,7^\circ) \text{ А;} \quad i_{bc}^{(1)} = 0,9 \cdot \sin(628 \cdot t - 7,3^\circ) \text{ А;}$$

$$i_{ca}^{(1)} = 0,9 \cdot \sin(628 \cdot t - 127,3^\circ) \text{ А.}$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mmn}^{(1)} = \underline{I}_{mab}^{(1)} \cdot R \angle 0^\circ = 0,9 \angle 112,7^\circ \cdot 12 = 10,8 \angle 112,7^\circ \text{ В.}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(1)} = 10,8 \cdot \sin(628 \cdot t + 112,7^\circ) \text{ В.}$$

1.4.4. Розрахунок другої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_{ab}^{(2)} = \underline{Z}_{bc}^{(2)} = \underline{Z}_{ca}^{(2)} = R - j \cdot \frac{1}{2\omega \cdot C} = 12 - j \cdot \frac{93,7}{2} = 12 - j \cdot 46,8 = 48,3 \angle -75,6^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_a^{(2)} = \underline{Z}_b^{(2)} = \underline{Z}_c^{(2)} = j \cdot 2\omega \cdot L = j \cdot 2 \cdot 4,7 = j \cdot 9,4 = 9,4 \angle 90^\circ \text{ Ом.}$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{ma}^{(2)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(2)}}{\underline{Z}_a^{(2)}} = \frac{16 \angle 0^\circ}{9,4 \angle 90^\circ} = 1,7 \angle -90^\circ = -j \cdot 1,7 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mb}^{(2)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(2)}}{\underline{Z}_b^{(2)}} = \frac{16 \angle 120^\circ}{9,4 \angle 90^\circ} = 1,7 \angle 30^\circ = (1,47 + j \cdot 0,85) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mc}^{(2)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(2)}}{\underline{Z}_c^{(2)}} = \frac{16 \angle -120^\circ}{9,4 \angle 90^\circ} = 1,7 \angle 150^\circ = (-1,47 + j \cdot 0,85) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mab}^{(2)} = \frac{\underline{U}_{mAB}^{(2)}}{\underline{Z}_{ab}^{(2)}} = \frac{27,7 \angle -30^\circ}{48,3 \angle -75,6^\circ} = 0,57 \angle 45,6^\circ = (0,4 + j \cdot 0,41) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(2)} = \frac{\underline{U}_{mBC}^{(2)}}{\underline{Z}_{bc}^{(2)}} = \frac{27,7 \angle 90^\circ}{48,3 \angle -75,6^\circ} = 0,57 \angle 165,6^\circ = (-0,55 + j \cdot 0,14) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mca}^{(2)} = \frac{\underline{U}_{mCA}^{(2)}}{\underline{Z}_{ca}^{(2)}} = \frac{27,7 \angle -150^\circ}{48,3 \angle -75,6^\circ} = 0,57 \angle -74,4^\circ = (0,15 - j \cdot 0,55) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mA}^{(2)} = \underline{I}_{ma}^{(2)} + \underline{I}_{mab}^{(2)} - \underline{I}_{mca}^{(2)} = -j \cdot 1,7 + 0,4 + j \cdot 0,41 - 0,15 + j \cdot 0,55 = 0,25 - j \cdot 0,74 = 0,78 \angle -71,3^\circ \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(2)} = \underline{I}_{mA}^{(2)} \angle 120^\circ = 0,78 \angle (-71,3^\circ + 120^\circ) = 0,78 \angle 48,7^\circ \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(2)} = \underline{I}_{mA}^{(2)} \angle -120^\circ = 0,78 \angle (-71,3^\circ - 120^\circ) = 0,78 \angle -191,3^\circ = 0,78 \angle 168,7^\circ \text{ А.}$$

При розрахунку струмів $\underline{I}_{ma}^{(2)}$, $\underline{I}_{mb}^{(2)}$, $\underline{I}_{mc}^{(2)}$ враховуємо, що при симетричному навантаженні (як у даному варіанті) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю. Струми $\underline{I}_{mA}^{(2)}$, $\underline{I}_{mB}^{(2)}$, $\underline{I}_{mC}^{(2)}$ в загальному випадку розраховують за першим законом Кірхгофа, але можна враховувати, що при симетричному навантаженні (як у даному варіанті) ці струми зсунуті між собою на кут 120° (як і фазні ЕРС другої гармоніки).

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(2)} = 0,78 \cdot \sin(1256 \cdot t - 71,3^\circ) \text{ А}; \quad i_B^{(2)} = 0,78 \cdot \sin(1256 \cdot t + 48,7^\circ) \text{ А};$$

$$i_C^{(2)} = 0,78 \cdot \sin(1256 \cdot t + 168,7^\circ) \text{ А};$$

$$\begin{aligned}
 i_a^{(2)} &= 1,7 \cdot \sin(1256 \cdot t - 90^\circ) \text{ A}; & i_b^{(2)} &= 1,7 \cdot \sin(1256 \cdot t + 30^\circ) \text{ A}; \\
 i_c^{(2)} &= 1,7 \cdot \sin(1256 \cdot t + 150^\circ) \text{ A}; & i_{ab}^{(2)} &= 0,57 \cdot \sin(1256 \cdot t + 45,6^\circ) \text{ A}; \\
 i_{bc}^{(2)} &= 0,57 \cdot \sin(1256 \cdot t + 165,6^\circ) \text{ A}; & i_{ca}^{(2)} &= 0,57 \cdot \sin(1256 \cdot t - 74,4^\circ) \text{ A}.
 \end{aligned}$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mn}^{(2)} = \underline{I}_{mab}^{(2)} \cdot R \angle 0^\circ = 0,57 \angle 45,6^\circ \cdot 12 = 6,84 \angle 45,6^\circ \text{ В.}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(2)} = 6,84 \cdot \sin(1256 \cdot t + 45,6^\circ) \text{ В.}$$

1.4.5. Миттєві значення струмів і напруг (за принципом накладання)

Миттєві значення струмів:

$$\begin{aligned}
 i_A(\omega t) &= i_A^{(1)} + i_A^{(2)} = 9 \cdot \sin(628 \cdot t - 88,7^\circ) + 0,78 \cdot \sin(1256 \cdot t - 71,3^\circ) \text{ A}; \\
 i_B(\omega t) &= i_B^{(1)} + i_B^{(2)} = 9 \cdot \sin(628 \cdot t + 151,3^\circ) + 0,78 \cdot \sin(1256 \cdot t + 48,7^\circ) \text{ A}; \\
 i_C(\omega t) &= i_C^{(1)} + i_C^{(2)} = 9 \cdot \sin(628 \cdot t + 31,3^\circ) + 0,78 \cdot \sin(1256 \cdot t + 168,7^\circ) \text{ A}; \\
 i_{ab}(\omega t) &= i_{ab}^{(1)} + i_{ab}^{(2)} = 0,9 \cdot \sin(628 \cdot t + 112,7^\circ) + 0,57 \cdot \sin(1256 \cdot t + 45,6^\circ) \text{ A}; \\
 i_{bc}(\omega t) &= i_{bc}^{(1)} + i_{bc}^{(2)} = 0,9 \cdot \sin(628 \cdot t - 7,3^\circ) + 0,57 \cdot \sin(1256 \cdot t + 165,6^\circ) \text{ A}; \\
 i_{ca}(\omega t) &= i_{ca}^{(1)} + i_{ca}^{(2)} = 0,9 \cdot \sin(628 \cdot t - 127,3^\circ) + 0,57 \cdot \sin(1256 \cdot t - 74,4^\circ) \text{ A}; \\
 i_a(\omega t) &= i_a^{(1)} + i_a^{(2)} = 10,5 \cdot \sin(628 \cdot t - 90^\circ) + 1,7 \cdot \sin(1256 \cdot t - 90^\circ) \text{ A}; \\
 i_b(\omega t) &= i_b^{(1)} + i_b^{(2)} = 10,5 \cdot \sin(628 \cdot t + 150^\circ) + 1,7 \cdot \sin(1256 \cdot t + 30^\circ) \text{ A}; \\
 i_c(\omega t) &= i_c^{(1)} + i_c^{(2)} = 10,5 \cdot \sin(628 \cdot t + 30^\circ) + 1,7 \cdot \sin(1256 \cdot t + 150^\circ) \text{ A}.
 \end{aligned}$$

Миттєві значення напруг:

$$\begin{aligned}
 u_{mn}(\omega t) &= u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(2)} = 10,8 \cdot \sin(628 \cdot t + 112,7^\circ) + 6,84 \cdot \sin(1256 \cdot t + 45,6^\circ) \text{ В}; \\
 u_{AB}(\omega t) &= u_{AB}^{(1)} + u_{AB}^{(2)} = 85,2 \cdot \sin(628 \cdot t + 30^\circ) + 27,7 \cdot \sin(1256 \cdot t - 30^\circ) \text{ В}; \\
 u_{BC}(\omega t) &= u_{BC}^{(1)} + u_{BC}^{(2)} = 85,2 \cdot \sin(628 \cdot t - 90^\circ) + 27,7 \cdot \sin(1256 \cdot t + 90^\circ) \text{ В}; \\
 u_{CA}(\omega t) &= u_{CA}^{(1)} + u_{CA}^{(2)} = 85,2 \cdot \sin(628 \cdot t + 150^\circ) + 27,7 \cdot \sin(1256 \cdot t - 150^\circ) \text{ В}.
 \end{aligned}$$

1.4.6. Діючі значення струмів і напруг

Діючі значення струмів:

$$\begin{aligned}
 I_A = I_B = I_C &= \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,78}{\sqrt{2}}\right)^2} = 6,39 \text{ A}; \\
 I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} &= \sqrt{\left(\frac{I_{mab}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mab}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,57}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0,75 \text{ A}; \\
 I_a = I_b = I_c &= \sqrt{\left(\frac{I_{ma}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{ma}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{10,5}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1,7}{\sqrt{2}}\right)^2} = 7,52 \text{ A}.
 \end{aligned}$$

Діючи значення напруг:

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mnn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mnn}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{10,8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{6,84}{\sqrt{2}}\right)^2} = 9,04 \text{ В};$$

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = \sqrt{\left(\frac{E_{mAB}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mAB}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{85,2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{27,7}{\sqrt{2}}\right)^2} = 63,35 \text{ В};$$

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \\ = \sqrt{\left(\frac{49,2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{16}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{11,4}{\sqrt{2}}\right)^2} = 37,46 \text{ В}.$$

1.4.7. Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = 3 \cdot I_{ab}^2 \cdot R = 3 \cdot 0,75^2 \cdot 12 = 20,25 \text{ Вт}.$$

Реактивна потужність:

$$Q = 3 \cdot \left[-I_{ab}^{(1)2} \cdot \frac{1}{\omega C} - I_{ab}^{(2)2} \cdot \frac{1}{2\omega C} + I_a^{(1)2} \cdot \omega L + I_a^{(2)2} \cdot 2\omega L \right] = \\ = 3 \cdot \left[-\left(\frac{0,9}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 93,7 - \left(\frac{0,57}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 46,8 + \left(\frac{10,5}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 4,7 + \left(\frac{1,7}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 9,4 \right] = 681,36 \text{ ВАр}.$$

Повна потужність:

$$S = 3 \cdot E_A \cdot I_A = 3 \cdot 37,46 \cdot 6,39 = 718,11 \text{ ВА}.$$

Потужність викривлення:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{718,11^2 - 20,25^2 - 681,36^2} = 225,88 \text{ ВА}.$$

1.4.8. Коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Коефіцієнт викривлення:

$$k_c = \frac{T}{S} = \frac{225,88}{718,11} = 0,315.$$

Еквівалентний коефіцієнт потужності системи:

$$\cos \varphi_e = \frac{P}{S} = \frac{20,25}{718,11} = 0,028.$$

1.4.9. Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

Згідно із завданням треба побудувати графік миттєвого значення напруги

$u_{mn}(\omega t)$ за певним аналітичним виразом. У даному варіанті отримано вираз для напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = 10,8 \cdot \sin(628 \cdot t + 112,7^\circ) + 6,84 \cdot \sin(1256 \cdot t + 45,6^\circ) \text{ В.}$$

У результаті побудови повинні бути отримані графіки двох (як у даному варіанті) або трьох гармонійних складових і результуюча негармонійна крива. У деяких випадках амплітуди вищих гармонік виходять на порядок меншими за амплітуду першої гармоніки. У такому випадку цими складовими напруги $u_{mn}(\omega t)$ можна знехтувати (тобто їх важко побудувати).

При побудові графіка $u_{mn}(\omega t)$ доцільно користуватися табличним розрахунком (див. табл. 1.4) окремих гармонік і результуючої сумарної кривої. При проведенні табличного розрахунку доцільно використовувати відповідні комп'ютерні програми (MathCad Professional, MS Excel та інші).

Таблиця 1.4 – Побудова графіка миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$

ωt	<i>Перша гармоніка</i> $u_{mn}^{(1)}(\omega t)$	<i>Друга гармоніка</i> $u_{mn}^{(2)}(2\omega t)$	<i>Результуюча крива</i> $u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(2)}$
0	9,96	4,89	14,85
30	6,54	6,59	13,13
60	1,37	1,70	3,07
90	-4,17	-4,89	-9,05
120	-8,59	-6,59	-15,18
150	-10,71	-1,70	-12,41
180	-9,96	4,89	-5,08
210	-6,54	6,59	0,04
240	-1,37	1,70	0,33
270	4,17	-4,89	-0,72
300	8,59	-6,59	2,00
330	10,71	-1,70	9,01
360	9,96	4,89	14,85

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ представлений на рис. 1.48.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(wt)$

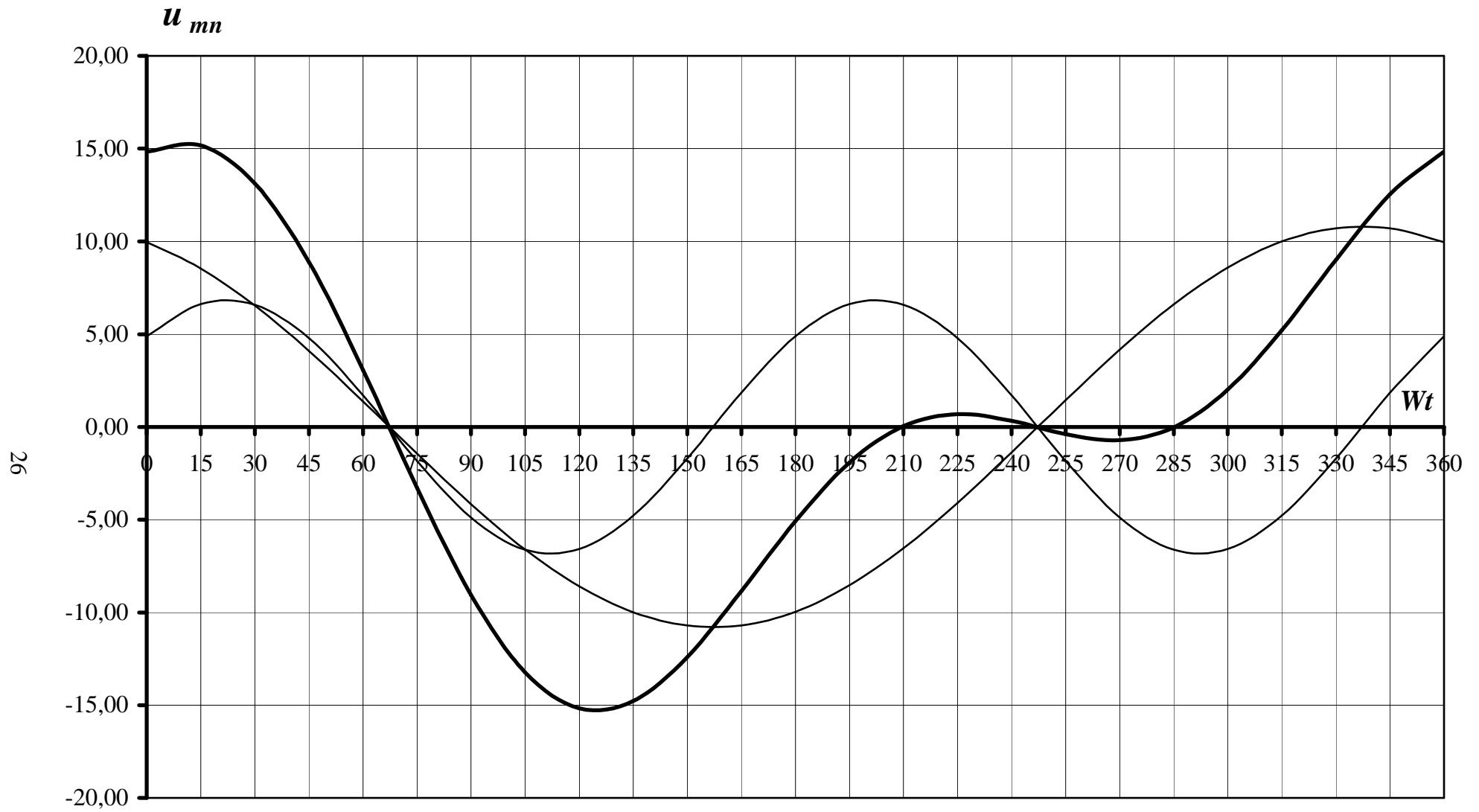


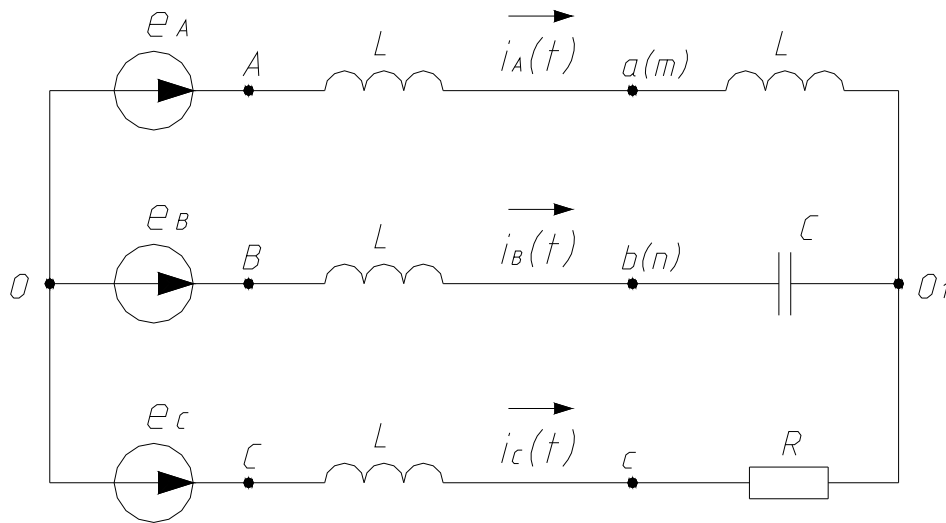
Рис.1.48

1.5. ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ №2

РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР-2 (ЧАСТИНА 1)

1. Визначити миттєві й діючі значення струмів усіх віток кола.
2. Знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними у вихідних даних відповідно до варіанта ($u_{mn}(\omega t)$).
- ...
4. Знайти активну потужність трифазної системи.

Розрахункова схема (варіант № ...)



Вихідні дані:

Форма кривої e_A – рис. 1.45;
 $E_{Am} = 63,5 \text{ В}$;
 $T = 0,015 \text{ с}$;
 $R = 45 \text{ Ом}$;
 $L = 7,5 \text{ мГ}$;
 $C = 37,5 \text{ мкФ}$;
 $u_{mn} = u_{ab}$.

Рис. 1.49

Виконання

1.5.1. Розкладання в ряд Фур'є кривої $e_A(\omega t)$ напруги

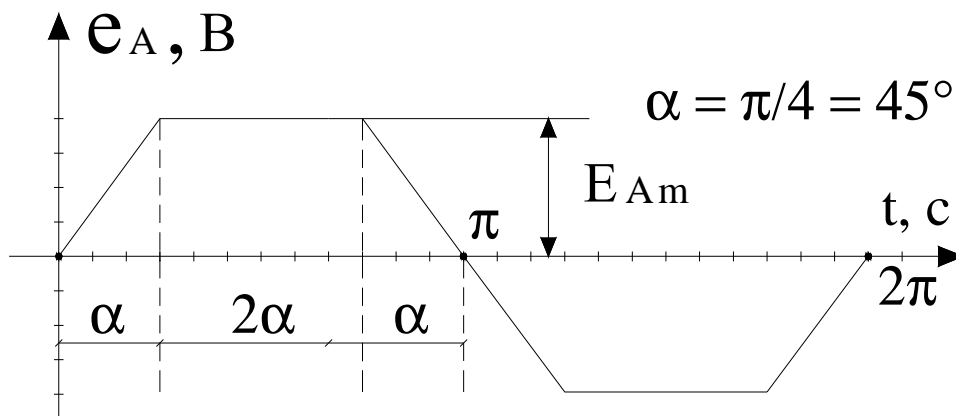


Рис. 1.50

Несинусоїдна крива $e_A(\omega t)$ (рис. 1.50) має геометрично правильну, трапецієподібну форму, тому при розкладанні її в ряд Фур'є немає потреби застосовувати графоаналітичний метод. Необхідно використати формулу, яка відома з довідкової літератури.

$$e_A(\omega t) = \frac{4 \cdot E_{Am}}{\alpha \cdot \pi} \cdot \left[\sin \alpha \cdot \sin(\omega t) + \frac{1}{9} \cdot \sin(3\alpha) \cdot \sin(3\omega t) + \frac{1}{25} \cdot \sin(5\alpha) \cdot \sin(5\omega t) + \dots \right] \text{ В}$$

Знайдемо кругові частоти для всіх гармонік:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{0,015} = 418,7 \text{ рад/с}; \quad 3\omega = 3 \cdot 418,7 = 1256,1 \text{ рад/с};$$

$$5\omega = 5 \cdot 418,7 = 2093,5 \text{ рад/с}.$$

Після перетворень ряд Фур'є для e_A набуває вигляду:

$$e_A(\omega t) = 72,79 \cdot \sin(418,7 \cdot t) + 8,09 \cdot \sin(1256,1 \cdot t) - 2,91 \cdot \sin(2093,5 \cdot t), \text{ В}.$$

У даному варіанті маємо з'єднання "зірка-зірка" без нульового проводу, тому в струмах будуть відсутні гармоніки, кратні трьом.

1.5.2. Комплекси амплітудних значень фазних ЕРС

$$\underline{E}_{mA}^{(1)} = 72,79 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mA}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mA}^{(5)} = -2,91 \angle 0^\circ = 2,91 \angle 180^\circ \text{ В};$$

$$\underline{E}_{mB}^{(1)} = 72,79 \angle -120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mB}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mB}^{(5)} = -2,91 \angle 120^\circ = 2,91 \angle -60^\circ \text{ В};$$

$$\underline{E}_{mC}^{(1)} = 72,79 \angle 120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mC}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mC}^{(5)} = -2,91 \angle -120^\circ = 2,91 \angle 60^\circ \text{ В}.$$

1.5.3. Розрахунок першої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(1)} = j \cdot \omega \cdot 2 \cdot L = j \cdot 418,7 \cdot 2 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} = j \cdot 6,28 = 6,28 \angle 90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B^{(1)} = j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) = j \cdot \left(418,7 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} - \frac{10^6}{418,7 \cdot 37,5} \right) = -j \cdot 60,55 = 60,55 \angle -90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C^{(1)} = R + j \cdot \omega \cdot L = 45 + j \cdot 418,7 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} = 45 + j \cdot 3,14 = 45,11 \angle 4^\circ \text{ Ом}.$$

Напряга зміщення нейтралі:

$$\underline{U}_{mO_1O}^{(1)} = \frac{\frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} + \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_B^{(1)}} + \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}}}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(1)}}} = \frac{\frac{72,79 \angle 0^\circ}{6,28 \angle 90^\circ} + \frac{72,79 \angle -120^\circ}{60,55 \angle -90^\circ} + \frac{72,79 \angle 120^\circ}{45,11 \angle 4^\circ}}{0,159 \angle -90^\circ + 0,0165 \angle 90^\circ + 0,0222 \angle -4^\circ} =$$

$$= 73,616 \angle -6,9^\circ = (73,083 - j \cdot 8,844) \text{ В}.$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} = \frac{72,79 - 73,083 + j \cdot 8,844}{6,28 \angle 90^\circ} = 1,409 \angle 1,9^\circ = (1,4082 + j \cdot 0,0467) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(1)}}{\underline{Z}_B^{(1)}} = \frac{-36,395 - j \cdot 63,038 - 73,083 + j \cdot 8,844}{60,55 \angle -90^\circ} =$$

$$= 2,017 \angle -63,7^\circ = (0,8937 - j \cdot 1,8082) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}} = \frac{-36,395 + j \cdot 63,038 - 73,083 + j \cdot 8,844}{45,11 \angle 4^\circ} =$$

$$= 2,903 \angle 142,7^\circ = (-2,3093 + j \cdot 1,7592) \text{ A}.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mB}^{(1)} + \underline{I}_{mC}^{(1)} = 0$.

$$1,4082 + j \cdot 0,0467 + 0,8937 - j \cdot 1,8082 - 2,3093 + j \cdot 1,7592 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(1)} = 1,409 \cdot \sin(418,7 \cdot t + 1,9^\circ) \text{ A}; \quad i_B^{(1)} = 2,017 \cdot \sin(418,7 \cdot t - 63,7^\circ) \text{ A};$$

$$i_C^{(1)} = 2,903 \cdot \sin(418,7 \cdot t + 142,7^\circ) \text{ A}.$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mn}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} \cdot j \cdot \omega \cdot L - \underline{I}_{mB}^{(1)} \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \right) = \underline{I}_{mA}^{(1)} \cdot (\omega \cdot L) \angle 90^\circ - \underline{I}_{mB}^{(1)} \cdot \left(\frac{1}{\omega \cdot C} \right) \angle -90^\circ =$$

$$= 1,409 \angle 1,9^\circ \cdot 3,14 \angle 90^\circ - 2,017 \angle -63,7^\circ \cdot 63,69 \angle -90^\circ =$$

$$= 115,018 + j \cdot 61,34 = 130,352 \angle 28,1^\circ \text{ В}.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(1)} = 130,352 \cdot \sin(418,7 \cdot t + 28,1^\circ) \text{ В}.$$

1.5.4. Розрахунок п'ятої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(5)} = j \cdot 5\omega \cdot 2 \cdot L = j \cdot 5 \cdot 6,28 = j \cdot 31,4 = 31,4 \angle 90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B^{(5)} = j \cdot \left(5\omega \cdot L - \frac{1}{5\omega \cdot C} \right) = j \cdot \left(5 \cdot 3,14 - \frac{63,69}{5} \right) = j \cdot 2,962 = 2,962 \angle 90^\circ \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_C^{(5)} = R + j \cdot 5\omega \cdot L = 45 + j \cdot 5 \cdot 3,14 = 45 + j \cdot 15,7 = 47,66 \angle 19,2^\circ \text{ Ом}.$$

Напруга зміщення нейтралі:

$$\underline{U}_{mO_1O}^{(5)} = \frac{\frac{\underline{E}_{mA}^{(5)}}{\underline{Z}_A^{(5)}} + \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)}}{\underline{Z}_B^{(5)}} + \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)}}{\underline{Z}_C^{(5)}}}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(5)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(5)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(5)}}} = \frac{\frac{-2,91 \angle 0^\circ}{31,4 \angle 90^\circ} + \frac{-2,91 \angle 120^\circ}{2,962 \angle 90^\circ} + \frac{-2,91 \angle -120^\circ}{47,66 \angle 19,2^\circ}}{\frac{1}{31,4 \angle 90^\circ} + \frac{1}{2,962 \angle 90^\circ} + \frac{1}{47,66 \angle 19,2^\circ}} =$$

$$= 2,338 \angle -69^\circ = (0,8379 - j \cdot 2,1827) \text{ В}.$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(5)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(5)}}{\underline{Z}_A^{(5)}} = \frac{-2,91 - 0,8379 + j \cdot 2,1827}{31,4 \angle 90^\circ} = \frac{-3,7479 + j \cdot 2,1827}{31,4 \angle 90^\circ} =$$

$$= \frac{4,337 \angle 149,8^\circ}{31,4 \angle 90^\circ} = 0,138 \angle 59,8^\circ = (0,0694 + j \cdot 0,1193) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(5)}}{\underline{Z}_B^{(5)}} = \frac{1,455 - j \cdot 2,5201 - 0,8379 + j \cdot 2,1827}{2,962 \angle 90^\circ} = \frac{0,7033 \angle -28,2^\circ}{2,962 \angle 90^\circ} =$$

$$= 0,237 \angle -118,7^\circ = (-0,1138 - j \cdot 0,2079) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(5)}}{\underline{Z}_C^{(5)}} = \frac{1,455 + j \cdot 2,5201 - 0,8379 + j \cdot 2,1827}{47,66 \angle 19,2^\circ} = \frac{4,7431 \angle 82,5^\circ}{47,66 \angle 19,2^\circ} =$$

$$= 0,0995 \angle 63,3^\circ = (0,0447 + j \cdot 0,0889) \text{ A}.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mB}^{(5)} + \underline{I}_{mC}^{(5)} = 0.$

$$0,0694 + j \cdot 0,1193 - 0,1138 - j \cdot 0,2079 + 0,0447 + j \cdot 0,0889 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(5)} = 0,138 \cdot \sin(2093,5 \cdot t + 59,8^\circ) \text{ A}; \quad i_B^{(5)} = 0,237 \cdot \sin(2093,5 \cdot t - 118,7^\circ) \text{ A};$$

$$i_C^{(5)} = 0,0995 \cdot \sin(2093,5 \cdot t + 63,3^\circ) \text{ A}.$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mn}^{(5)} = \underline{I}_{mA}^{(5)} \cdot j \cdot 5\omega \cdot L - \underline{I}_{mB}^{(5)} \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} \right) = \underline{I}_{mA}^{(5)} \cdot (5\omega \cdot L) \angle 90^\circ -$$

$$- \underline{I}_{mB}^{(5)} \cdot \left(\frac{1}{5\omega \cdot C} \right) \angle -90^\circ = 0,138 \angle 59,8^\circ \cdot 15,7 \angle 90^\circ - 0,237 \angle -118,7^\circ \cdot 12,74 \angle -90^\circ =$$

$$= 0,775 - j \cdot 0,36 = 0,855 \angle -24,9^\circ \text{ В}.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(5)} = 0,855 \cdot \sin(2093,5 \cdot t - 24,9^\circ) \text{ В}.$$

1.5.5. Розрахунок третьої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(3)} = j \cdot 3\omega \cdot 2 \cdot L = j \cdot 3 \cdot 6,28 = j \cdot 18,84 = 18,84 \angle 90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B^{(3)} = j \cdot \left(3\omega \cdot L - \frac{1}{3\omega \cdot C} \right) = j \cdot \left(3 \cdot 3,14 - \frac{63,69}{3} \right) = -j \cdot 11,81 = 11,81 \angle -90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C^{(3)} = R + j \cdot 3\omega \cdot L = 45 + j \cdot 3 \cdot 3,14 = 45 + j \cdot 9,42 = 45,98 \angle 11,8^\circ \text{ Ом}.$$

Напруга зміщення нейтралі, враховуючи, що $\underline{E}_{mA}^{(3)} = \underline{E}_{mB}^{(3)} = \underline{E}_{mC}^{(3)} = \underline{E}_{m\phi}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ \text{ В}$:

$$\underline{U}_{mO_1O}^{(3)} = \frac{\frac{\underline{E}_{mA}^{(3)}}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{\underline{E}_{mB}^{(3)}}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{\underline{E}_{mC}^{(3)}}{\underline{Z}_C^{(3)}}}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(3)}}} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)} \cdot \left(\frac{1}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(3)}} \right)}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(3)}}} = \underline{E}_{m\phi}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ \text{ В}.$$

Струми віток кола дорівнюють нулю, тому що:

$$\underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)} = \underline{I}_{mC}^{(3)} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(3)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(3)}} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)} - \underline{E}_{m\phi}^{(3)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(3)}} = 0.$$

Напряга між точками m і n для третьої гармоніки також дорівнює нулю, тому що вона залежить від струмів:

$$\underline{U}_{mnn}^{(3)} = \underline{I}_{mA}^{(3)} \cdot \underline{Z}_A^{(3)} - \underline{I}_{mB}^{(3)} \cdot \underline{Z}_B^{(3)} = 0.$$

1.5.6. Миттєві значення струмів і напруг (за принципом накладання)

Миттєві значення струмів:

$$i_A(\omega t) = i_A^{(1)} + i_A^{(5)} = 1,409 \cdot \sin(418,7 \cdot t + 19^\circ) + 0,138 \cdot \sin(2093,5 \cdot t + 59,8^\circ) \text{ А};$$

$$i_B(\omega t) = i_B^{(1)} + i_B^{(5)} = 2,017 \cdot \sin(418,7 \cdot t - 63,7^\circ) + 0,237 \cdot \sin(2093,5 \cdot t - 118,7^\circ) \text{ А};$$

$$i_C(\omega t) = i_C^{(1)} + i_C^{(5)} = 2,903 \cdot \sin(418,7 \cdot t + 142,7^\circ) + 0,0995 \cdot \sin(2093,5 \cdot t + 63,3^\circ) \text{ А}.$$

Миттєві значення напруг:

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(5)} = 130,352 \cdot \sin(418,7 \cdot t + 28,1^\circ) + 0,855 \cdot \sin(2093,5 \cdot t - 24,9^\circ) \text{ В};$$

$$u_{O_1O}(\omega t) = u_{O_1O}^{(1)} + u_{O_1O}^{(3)} + u_{O_1O}^{(5)} = 73,616 \cdot \sin(418,7 \cdot t - 6,9^\circ) +$$

$$+ 8,09 \cdot \sin(1256,1 \cdot t + 2,338 \cdot \sin(2093,5 \cdot t - 69^\circ) \text{ В}.$$

1.5.7. Діючі значення струмів і напруг

Діючі значення струмів:

$$I_A = \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1,409}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,138}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,001 \text{ А};$$

$$I_B = \sqrt{\left(\frac{I_{mB}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mB}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2,017}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,237}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,436 \text{ А};$$

$$I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{mC}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mC}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2,903}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,0995}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2,054 \text{ А}.$$

Діючі значення напруг:

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{72,79}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{8,09}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-2,91}{\sqrt{2}}\right)^2} = 51,828 \text{ В}.$$

$$U_{O_1O} = \sqrt{\left(\frac{U_{mO_1O}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mO_1O}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mO_1O}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{73,616}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{8,09}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2,338}{\sqrt{2}}\right)^2} = 52,394 \text{ В};$$

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mmm}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mmm}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{126,042}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{5,035}{\sqrt{2}}\right)^2} = 89,196 \text{ В};$$

1.5.8. Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = I_C^2 \cdot R = 2,054^2 \cdot 45 = 189,851 \text{ Вт}.$$

У даному випадку маємо несиметричне навантаження, тому визначається тільки активна потужність. Відповідно коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи з негармонійними джерелами живлення, не визначають.

1.5.9. Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

Ряд Фур'є для напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = 130,352 \cdot \sin(418,7 \cdot t + 28,1^\circ) + 0,855 \cdot \sin(2093,5 \cdot t - 24,9^\circ) \text{ В}.$$

Порядок побудови графіка $u_{mn}(\omega t)$ наведено в попередньому прикладі (див. п. 1.4.9).

Побудова графіка $u_{mn}(\omega t)$ в даному випадку має деякі нюанси: амплітуда п'ятої гармоніки набагато менша від амплітуди першої, а третя гармоніка відсутня, тому графік $u_{mn}(\omega t)$ (пунктирна лінія), по суті, повторює форму першої гармоніки, тобто синусоїду. До речі, такий випадок доволі часто зустрічається в варіантах, де є п'ята гармоніка. Інше – див. п. 1.4.9.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ представлений на рис. 1.51.

Графік миттєвого значення напруги $U_{mn}(wt)$

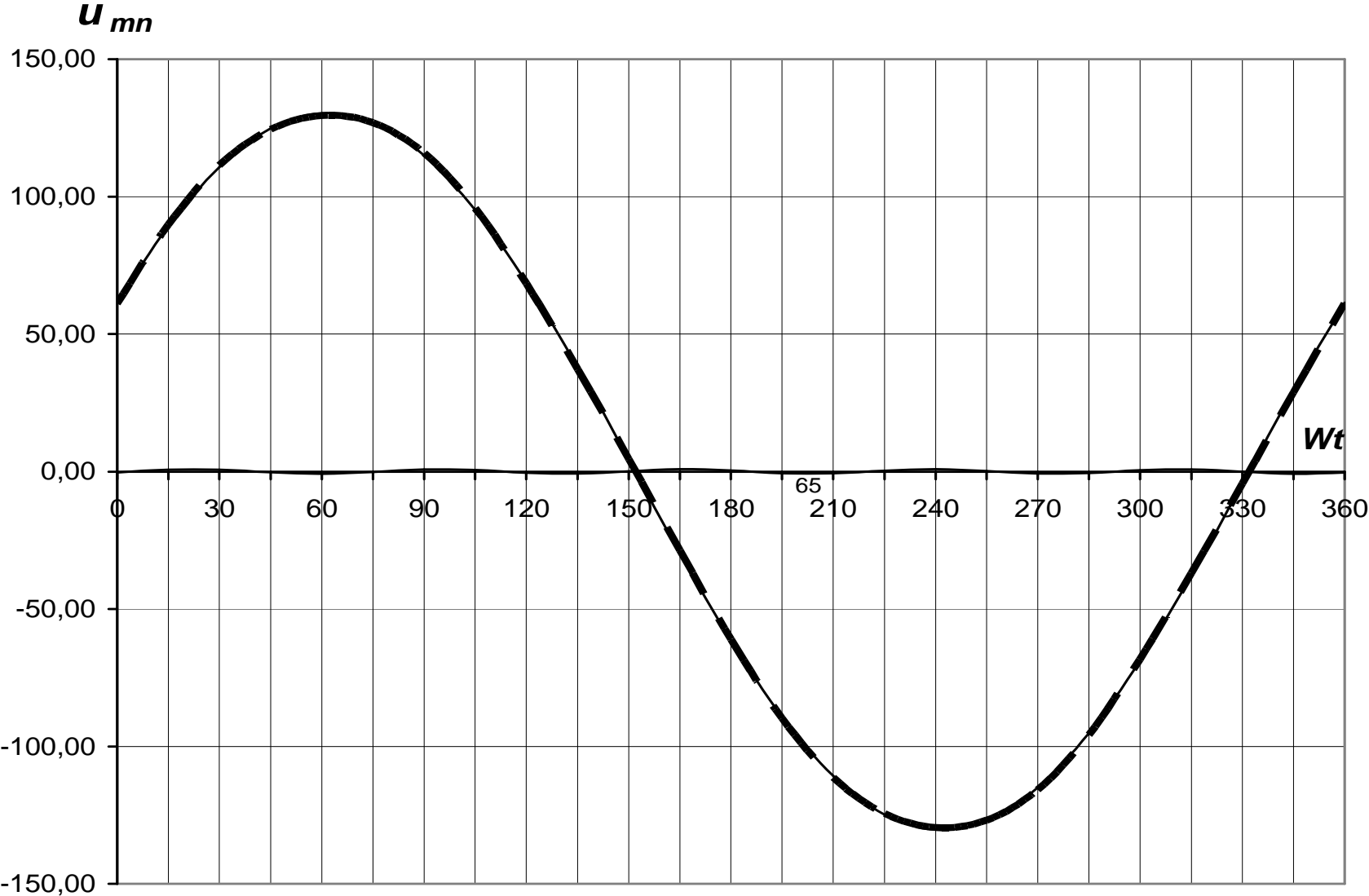


Рис. 1.51

1.6. ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ № 3

РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР-2 (ЧАСТИНА 1)

1. Визначити миттєві й діючі значення струмів усіх віток кола.
2. Знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними у вихідних даних відповідно до варіанта ($u_{mn}(\omega t)$).
- ...
5. Визначити потужність викривлення і коефіцієнт викривлення.

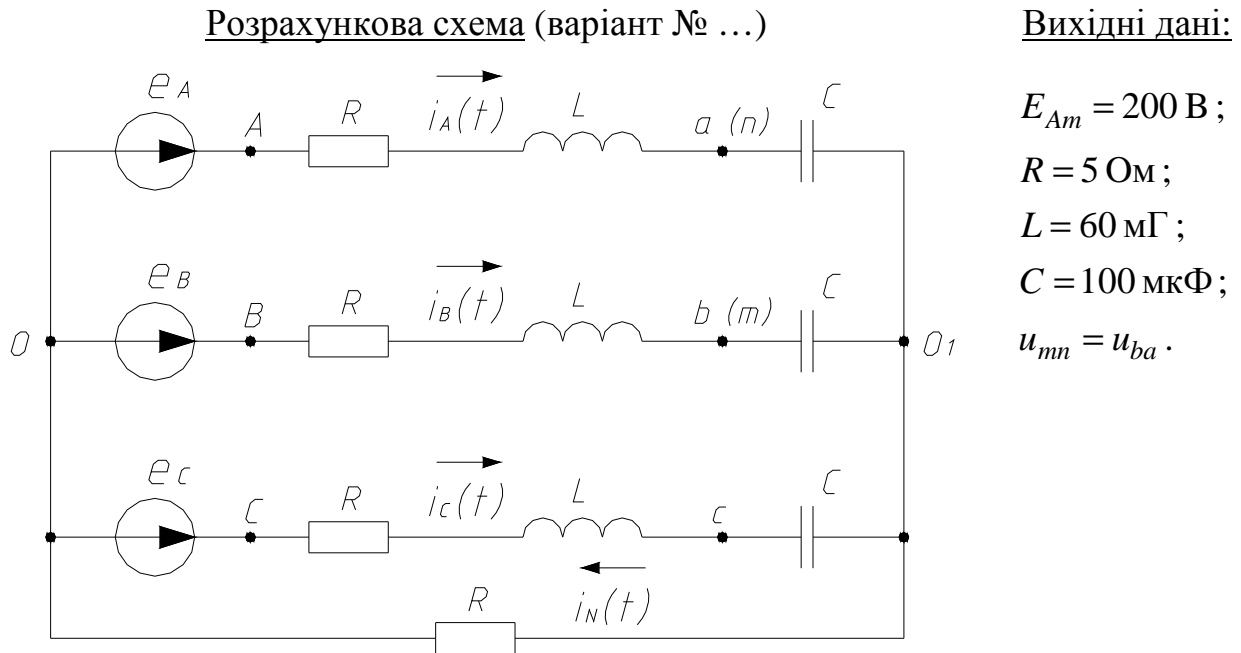


Рис. 1.52

Фазна ЕРС $e_A(\omega t)$ задана рядом Фур'є з відомими амплітудами, частотами та фазовими зсувами.

Виконання

1.6.1. Ряд Фур'є $e_A(\omega t)$ має вигляд:

$$e_A(\omega t) = 189,3 \cdot \sin(157 \cdot t) + 92,4 \cdot \sin(471 \cdot t) - 10,3 \cdot \sin(785 \cdot t), \text{ В.}$$

Таким чином, маємо ряд Фур'є, що містить непарні (1, 3, 5...) синусні складові. Приклади отримання ряду Фур'є для кривих живильної напруги різної форми наведені в п. 1.4.1 і 1.5.1.

У даному варіанті маємо з'єднання "зірка-зірка" з нульовим проводом, тому в струмах будуть присутні гармоніки, кратні трьом.

Навантаження фаз симетричне, тому для прямого і зворотного чергування фаз (відповідно 1 і 5 гармоніки) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю.

1.6.2. Комплекси амплітудних значень фазних ЕРС

$$\begin{aligned} \underline{E}_{mA}^{(1)} &= 189,3 \angle 0^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mA}^{(3)} &= 92,4 \angle 0^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mA}^{(5)} &= -10,3 \angle 0^\circ = 10,3 \angle 180^\circ \text{ В}; \\ \underline{E}_{mB}^{(1)} &= 189,3 \angle -120^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mB}^{(3)} &= 92,4 \angle 0^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mB}^{(5)} &= -10,3 \angle 120^\circ = 10,3 \angle -60^\circ \text{ В}; \\ \underline{E}_{mC}^{(1)} &= 189,3 \angle 120^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mC}^{(3)} &= 92,4 \angle 0^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mC}^{(5)} &= -10,3 \angle -120^\circ = 10,3 \angle 60^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

1.6.3. Розрахунок першої гармоніки

Опори віток кола:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_A^{(1)} &= \underline{Z}_B^{(1)} = \underline{Z}_C^{(1)} = R + j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) = 5 + j \cdot \left(157 \cdot 60 \cdot 10^{-3} - \frac{10^6}{157 \cdot 100} \right) = \\ &= 5 + j \cdot (9,42 - 63,69) = 5 - j \cdot 54,27 = 54,5 \angle -84,7^\circ \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{mA}^{(1)} &= \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} = \frac{189,3 \angle 0^\circ}{54,5 \angle -84,7^\circ} = 3,47 \angle 84,7^\circ = (0,321 + j \cdot 3,455) \text{ А}; \\ \underline{I}_{mB}^{(1)} &= \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_B^{(1)}} = \frac{189,3 \angle -120^\circ}{54,5 \angle -84,7^\circ} = 3,47 \angle -35,3^\circ = (2,832 - j \cdot 2,005) \text{ А}; \\ \underline{I}_{mC}^{(1)} &= \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}} = \frac{189,3 \angle 120^\circ}{54,5 \angle -84,7^\circ} = 3,47 \angle -155,3^\circ = (-3,153 - j \cdot 1,45) \text{ А}. \end{aligned}$$

$$\text{Перевірка: } \underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mB}^{(1)} + \underline{I}_{mC}^{(1)} = 0.$$

$$0,321 + j \cdot 3,455 + 2,832 - j \cdot 2,005 - 3,153 - j \cdot 1,45 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола:

$$\begin{aligned} i_A^{(1)} &= 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t + 84,7^\circ) \text{ А}; & i_B^{(1)} &= 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t - 35,3^\circ) \text{ А}; \\ i_C^{(1)} &= 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t - 155,3^\circ) \text{ А}. \end{aligned}$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\begin{aligned} \underline{U}_{mn}^{(1)} &= -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \left(\underline{I}_{mB}^{(1)} - \underline{I}_{mA}^{(1)} \right) = 63,69 \angle -90^\circ \cdot (2,832 - j \cdot 2,005 - 0,321 - j \cdot 3,455) = \\ &= 63,69 \angle -90^\circ \cdot (2,511 - j \cdot 5,46) = 63,69 \angle -90^\circ \cdot 6,01 \angle -65,3^\circ = 382,8 \angle -155,3^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(1)} = 382,8 \cdot \sin(157 \cdot t - 155,3^\circ) \text{ В}.$$

1.6.4. Розрахунок п'ятої гармоніки

Опори віток кола:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_A^{(5)} &= \underline{Z}_B^{(5)} = \underline{Z}_C^{(5)} = R + j \cdot \left(5\omega \cdot L - \frac{1}{5\omega \cdot C} \right) = 5 + j \cdot \left(5 \cdot 9,42 - \frac{63,69}{5} \right) = \\ &= 5 + j \cdot (47,1 - 12,74) = 5 + j \cdot 34,36 = 34,72 \angle 81,7^\circ \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(5)}}{\underline{Z}_A^{(5)}} = \frac{10,3 \angle 180^\circ}{34,72 \angle 81,7^\circ} = 0,3 \angle 98,3^\circ = (-0,043 + j \cdot 0,297) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)}}{\underline{Z}_B^{(5)}} = \frac{10,3 \angle -60^\circ}{34,72 \angle 81,7^\circ} = 0,3 \angle -141,7^\circ = (-0,235 - j \cdot 0,186) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)}}{\underline{Z}_C^{(5)}} = \frac{10,3 \angle 60^\circ}{34,72 \angle 81,7^\circ} = 0,3 \angle -21,7^\circ = (0,279 - j \cdot 0,111) \text{ A}.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mB}^{(5)} + \underline{I}_{mC}^{(5)} = 0$.

$$-0,043 + j \cdot 0,297 - 0,235 - j \cdot 0,186 + 0,279 - j \cdot 0,111 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(5)} = 0,3 \cdot \sin(785 \cdot t + 98,3^\circ) \text{ A}; \quad i_B^{(5)} = 0,3 \cdot \sin(785 \cdot t - 141,7^\circ) \text{ A};$$

$$i_B^{(5)} = 0,3 \cdot \sin(785 \cdot t - 21,7^\circ) \text{ A}.$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\begin{aligned} \underline{U}_{mn}^{(5)} &= -j \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} \cdot (\underline{I}_{mB}^{(5)} - \underline{I}_{mA}^{(5)}) = 12,74 \angle -90^\circ \cdot (-0,235 - j \cdot 0,186 + \\ &+ 0,043 - j \cdot 0,297) = 12,74 \angle -90^\circ \cdot (-0,192 - j \cdot 0,483) = \\ &= 12,74 \angle -90^\circ \cdot 0,52 \angle -111,7^\circ = 6,6 \angle 158,3^\circ \text{ В} \end{aligned}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(5)} = 6,6 \cdot \sin(785 \cdot t + 158,3^\circ) \text{ В}.$$

1.6.5. Розрахунок третьої гармоніки

Опори віток кола:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_A^{(3)} = \underline{Z}_B^{(3)} = \underline{Z}_C^{(3)} &= R + j \cdot \left(3\omega \cdot L - \frac{1}{3\omega \cdot C} \right) = 5 + j \cdot \left(3 \cdot 9,42 - \frac{63,69}{3} \right) = \\ &= 5 + j \cdot (28,26 - 21,23) = 5 + j \cdot 7,03 = 8,63 \angle 54,6^\circ \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\underline{Z}_N^{(3)} = R = 5 = 5 \angle 0^\circ \text{ Ом}.$$

При розрахунку струмів третьої гармоніки спочатку знаходять струм у нульовому проводі за формулою:

$$\underline{I}_{mN}^{(3)} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)}}{\underline{Z}_N^{(3)} + \frac{\underline{Z}_\phi^{(3)}}{3}} \quad \begin{cases} \underline{E}_{mA}^{(3)} = \underline{E}_{mB}^{(3)} = \underline{E}_{mC}^{(3)} = \underline{E}_{m\phi}^{(3)} \\ \underline{Z}_A^{(3)} = \underline{Z}_B^{(3)} = \underline{Z}_C^{(3)} = \underline{Z}_\phi^{(3)} \end{cases}$$

Ця формула виводиться в результаті розрахунку кола за методом двох вузлів ($\underline{U}_{mO_1O}^{(3)} \neq 0$) або за другим законом Кірхгофа по контуру, утвореному обою з фаз та нульовим проводом (див. [1], стор. 219).

Для кращого засвоєння матеріалу та тренування математичних здібностей рекомендується зробити цей вивід обома способами самостійно.

Потім знаходять струми фаз за першим законом Кірхгофа:

$$\underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)} = \underline{I}_{mC}^{(3)} = \frac{\underline{I}_{mN}^{(3)}}{3}.$$

Таким чином, для даного варіанту маємо комплекси струмів віток кола:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{mN}^{(3)} &= \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)}}{\underline{Z}_N^{(3)} + \frac{\underline{Z}_{\phi}^{(3)}}{3}} = \frac{92,4\angle 0^\circ}{5 + \frac{5 + j \cdot 7,03}{3}} = \frac{92,4\angle 0^\circ}{5 + 1,67 + j \cdot 2,34} = \frac{92,4\angle 0^\circ}{6,67 + j \cdot 2,34} = \\ &= \frac{92,4\angle 0^\circ}{7,07\angle 19,3^\circ} = 13,07\angle -19,3^\circ = (12,335 - j \cdot 4,32) \text{ A}; \\ \underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)} = \underline{I}_{mC}^{(3)} &= \frac{13,07\angle -19,3^\circ}{3} = 4,36\angle -19,3^\circ = (4,1115 - j \cdot 1,441) \text{ A}. \end{aligned}$$

Миттєві значення струмів віток кола:

$$\begin{aligned} i_A^{(3)} = i_B^{(3)} = i_C^{(3)} &= 4,36 \cdot \sin(471 \cdot t - 19,3^\circ) \text{ A}; \\ i_N^{(3)} &= 13,07 \cdot \sin(471 \cdot t - 19,3^\circ) \text{ A}. \end{aligned}$$

Напряга між точками m і n дорівнює нулю:

$$\underline{U}_{mn}^{(3)} = -j \cdot \frac{1}{3\omega \cdot C} \cdot (\underline{I}_{mB}^{(3)} - \underline{I}_{mA}^{(3)}) = 0, \text{ тому що } \underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)}.$$

1.6.6. Миттєві значення струмів і напруг (за принципом накладання)

Миттєві значення струмів:

$$\begin{aligned} i_A(\omega t) &= i_A^{(1)} + i_A^{(3)} + i_A^{(5)} = 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t + 84,7^\circ) + \\ &+ 4,36 \cdot \sin(471 \cdot t - 19,3^\circ) + 0,3 \cdot \sin(785 \cdot t + 98,3^\circ) \text{ A}; \\ i_B(\omega t) &= i_B^{(1)} + i_B^{(3)} + i_B^{(5)} = 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t - 35,3^\circ) + \\ &+ 4,36 \cdot \sin(471 \cdot t - 19,3^\circ) + 0,3 \cdot \sin(785 \cdot t - 141,7^\circ) \text{ A}; \\ i_C(\omega t) &= i_C^{(1)} + i_C^{(3)} + i_C^{(5)} = 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t - 155,3^\circ) + \\ &+ 4,36 \cdot \sin(471 \cdot t - 19,3^\circ) + 0,3 \cdot \sin(785 \cdot t - 21,7^\circ) \text{ A}; \\ i_N(\omega t) &= i_N^{(3)} = 13,07 \cdot \sin(471 \cdot t - 19,3^\circ) \text{ A}. \end{aligned}$$

Миттєві значення напруг:

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(5)} = 382,8 \cdot \sin(157 \cdot t - 155,3^\circ) + 6,6 \cdot \sin(785 \cdot t + 158,3^\circ) \text{ В}.$$

1.6.7. Діючі значення струмів і напруг

Діючі значення струмів:

$$\begin{aligned} I_A = I_B = I_C &= \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{3,47}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{4,36}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,3}{\sqrt{2}}\right)^2} = 3,9 \text{ A}; \\ I_N &= \sqrt{\left(\frac{I_{mN}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{13,07}{\sqrt{2}}\right)^2} = 9,2 \text{ A}. \end{aligned}$$

Діючи значення напруг:

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mn}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{382,8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{6,6}{\sqrt{2}}\right)^2} = 270,7 \text{ В};$$

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1893}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{924}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-103}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1491 \text{ В}$$

1.6.8. Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = 3 \cdot I_A^2 \cdot R + I_N^2 \cdot R = 3 \cdot 3,9^2 \cdot 5 + 9,2^2 \cdot 5 = 651,4 \text{ Вт.}$$

Реактивна потужність:

$$Q = 3 \cdot \left[I_A^{(1)2} \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) + I_A^{(3)2} \cdot \left(3\omega \cdot L - \frac{1}{3\omega \cdot C} \right) + I_A^{(5)2} \cdot \left(5\omega \cdot L - \frac{1}{5\omega \cdot C} \right) \right] =$$

$$= 3 \cdot \left[\left(\frac{3,47}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot (-54,27) + \left(\frac{4,36}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 7,03 + \left(\frac{0,3}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 34,36 \right] = -775,1 \text{ ВАр.}$$

Повна потужність:

$$S = 3 \cdot E_A \cdot I_A = 3 \cdot 149,1 \cdot 3,9 = 1744,5 \text{ ВА.}$$

Потужність викривлення:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{1744,5^2 - 651,4^2 - (-775,1)^2} = 1420,6 \text{ ВА.}$$

1.6.9. Коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

$$k_c = \frac{T}{S} = \frac{1420,6}{1744,5} = 0,814 \text{ - коефіцієнт викривлення.}$$

$$\cos \varphi_e = \frac{P}{S} = \frac{651,4}{1744,5} = 0,373 \text{ - еквівалентний коефіцієнт потужності системи.}$$

1.6.10. Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

Згідно із завданням треба побудувати графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ за певним аналітичним виразом. У даному варіанті отримано такий вираз для напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = 382,8 \cdot \sin(157 \cdot t - 155,3^\circ) + 6,6 \cdot \sin(785 \cdot t + 158,3^\circ) \text{ В.}$$

Побудова графіка $u_{mn}(\omega t)$ в даному випадку має ті самі нюанси, що і в попередньому прикладі (п. 1.5). П'яту гармоніку побудувати немає можливості, бо немає відповідного масштабу.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ представлений на рис. 1.53.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(wt)$

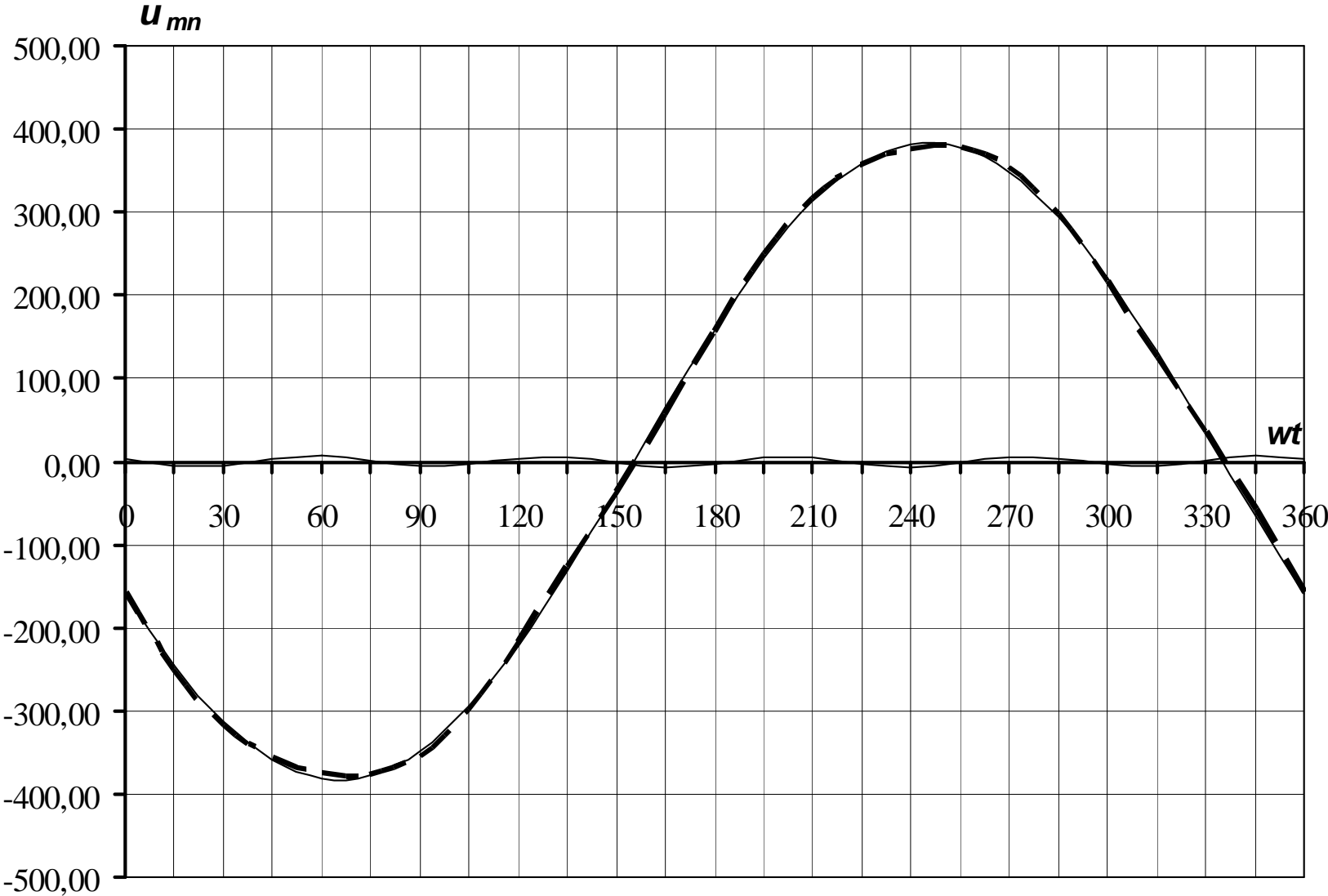


Рис. 1.53

1.7. ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ № 4

РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР-2 (ЧАСТИНА 1)

1. Визначити миттєві й діючі значення струмів усіх віток кола.
2. Знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними у вихідних даних відповідно до варіанта ($u_{mn}(\omega t)$).
- ...
5. Визначити потужність викривлення і коефіцієнт викривлення.

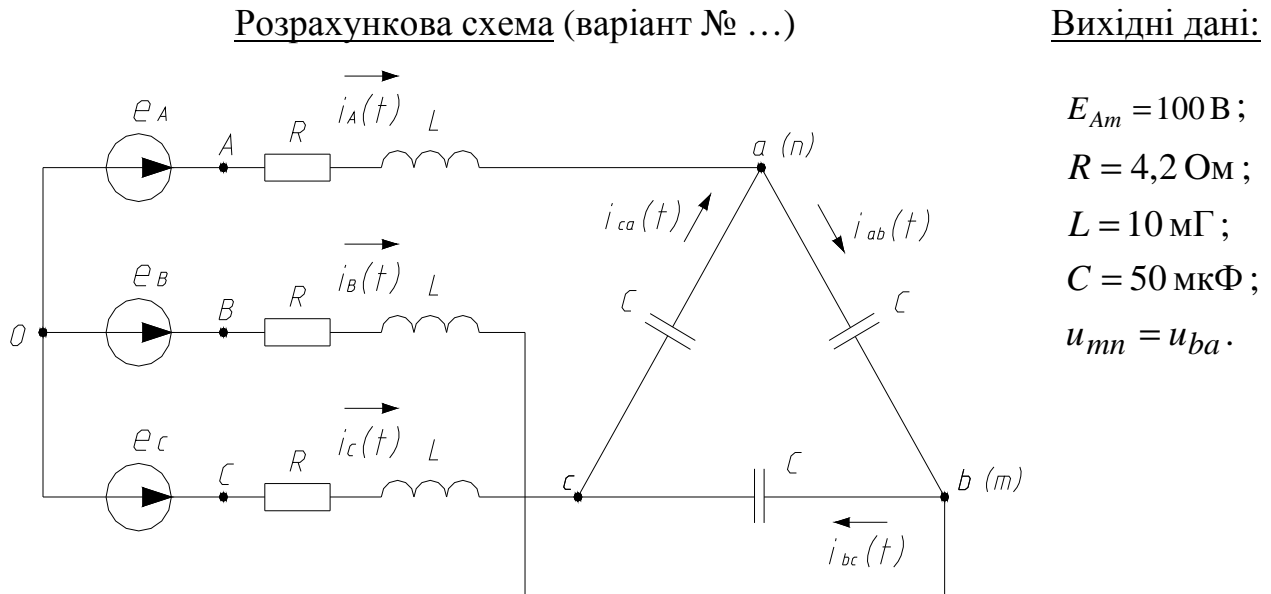


Рис. 1.54

Живильна напруга задана рядом Фур'є з відомими амплітудами, частотами та фазовими зсувами.

Виконання

1.7.1. Ряд Фур'є для живильної напруги

Живильна напруга задана рядом Фур'є у вигляді:

$$e_A(\omega t) = 81,1 \cdot \sin(314 \cdot t) - 9 \cdot \sin(942 \cdot t) + 3,2 \cdot \sin(1570 \cdot t), \text{ В.}$$

Таким чином, маємо ряд Фур'є, що містить непарні (1, 3, 5...) синусні складові.

Приклади отримання ряду Фур'є для кривих живильної напруги різної форми наведені в п. 1.4.1 і 1.5.1.

У даному варіанті маємо з'єднання "зірка-трикутник", тому в струмах будуть відсутні гармоніки, кратні трьом (вони присутні тільки в схемах, де є з'єднання навантаження зіркою та нульовий провід).

У вихідній схемі (рис. 1.54) маємо втрати в лініях. Тому до фазного навантаження не можна прикласти лінійну напругу, тобто $u_{AB}(\omega t) \neq u_{ab}(\omega t)$ і т.п.

Для розрахунку подібних схем необхідно перетворити "трикутник" навантаження на еквівалентну "зірку" (рис. 1.55) і знайти лінійні струми $i_A(\omega t)$, $i_B(\omega t)$, $i_C(\omega t)$. Потім за другим законом Кірхгофа знайти напруги на фазах навантаження $u_{ab}(\omega t)$, $u_{bc}(\omega t)$, $u_{ca}(\omega t)$ (див. рис. 1.55). Остаточно знаходять фазні струми $i_{ab}(\omega t)$, $i_{bc}(\omega t)$, $i_{ca}(\omega t)$ за законом Ома.

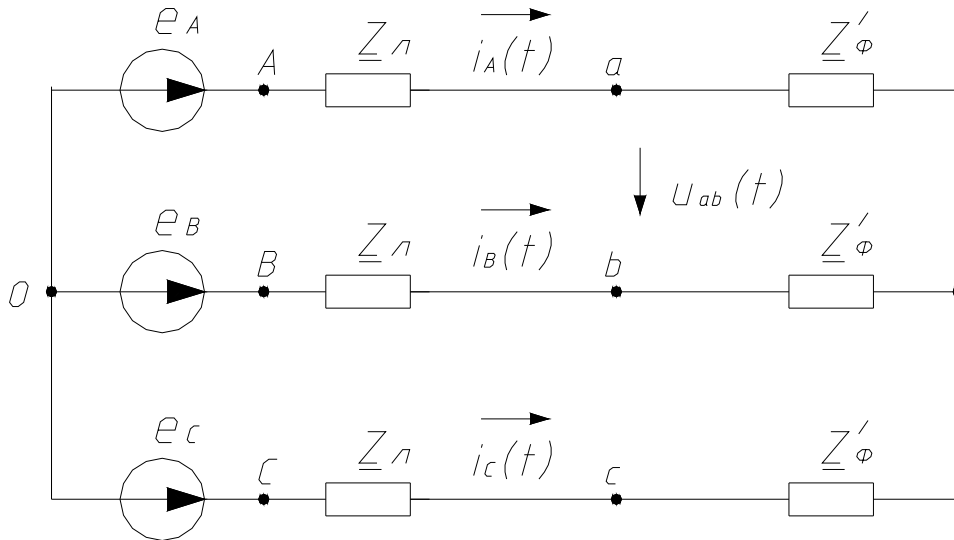


Рис. 1.55

Навантаження фаз симетричне, тому для прямого і зворотного чергування фаз (відповідно 1 і 5 гармоніки) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю.

1.7.2. Комплекси амплітудних значень фазних ЕРС

$$\begin{aligned} \underline{E}_{mA}^{(1)} &= 81,1 \angle 0^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mA}^{(3)} &= -9 \angle 0^\circ = 9 \angle 180^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mA}^{(5)} &= 3,2 \angle 0^\circ \text{ В}; \\ \underline{E}_{mB}^{(1)} &= 81,1 \angle -120^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mB}^{(3)} &= -9 \angle 0^\circ = 9 \angle 180^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mB}^{(5)} &= 3,2 \angle 120^\circ \text{ В}; \\ \underline{E}_{mC}^{(1)} &= 81,1 \angle 120^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mC}^{(3)} &= -9 \angle 0^\circ = 9 \angle 180^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mC}^{(5)} &= 3,2 \angle -120^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

1.7.3. Розрахунок першої гармоніки

Опір віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(1)} = \underline{Z}_B^{(1)} = \underline{Z}_C^{(1)} = \underline{Z}_l^{(1)} = R + j \cdot \omega \cdot L = 4,2 + j \cdot 314 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 5,24 \angle 36,8^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ab}^{(1)} = \underline{Z}_{bc}^{(1)} = \underline{Z}_{ca}^{(1)} = \underline{Z}_\phi^{(1)} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = -j \cdot \frac{10^6}{314 \cdot 50} = -j \cdot 63,69 = 63,69 \angle -90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}'_{\phi}^{(1)} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(1)} \cdot \underline{Z}_\phi^{(1)}}{\underline{Z}_\phi^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(1)2}}{3 \cdot \underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(1)}}{3} = \frac{63,69 \angle -90^\circ}{3} =$$

$$= 21,23 \angle -90^\circ = -j \cdot 21,23 \text{ Ом.}$$

Комплекси лінійних струмів кола:

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_l^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{81,1 \angle 0^\circ}{4,2 + j \cdot 3,14 - j \cdot 21,23} = 4,37 \angle 76,9^\circ = (0,99 + j \cdot 4,256) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_l^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{81,1 \angle -120^\circ}{18,57 \angle -76,9^\circ} = 4,37 \angle -43,1^\circ = (3,191 - j \cdot 2,986) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_l^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{81,1 \angle 120^\circ}{18,57 \angle -76,9^\circ} = 4,37 \angle -163,1^\circ = (-4,181 - j \cdot 1,27) \text{ А}.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mB}^{(1)} + \underline{I}_{mC}^{(1)} = 0.$

$$0,99 + j \cdot 4,256 + 3,191 - j \cdot 2,986 - 4,181 - j \cdot 1,27 \approx 0.$$

Комплекси напруг на фазах навантаження (за другим законом Кірхгофа):

$$\begin{aligned} \underline{U}_{mab}^{(1)} &= \underline{I}_{mA}^{(1)} \cdot \underline{Z}_\phi^{(1)} - \underline{I}_{mB}^{(1)} \cdot \underline{Z}_\phi^{(1)} = \underline{Z}_\phi^{(1)} \cdot (\underline{I}_{mA}^{(1)} - \underline{I}_{mB}^{(1)}) = 21,23 \angle -90^\circ \cdot (0,99 + \\ &+ j \cdot 4,256 - 3,191 + j \cdot 2,986) = 21,23 \angle -90^\circ \cdot (-2,201 + j \cdot 7,242) = \\ &= 21,23 \angle -90^\circ \cdot 7,57 \angle 106,9^\circ = 160,71 \angle 16,9^\circ \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\underline{U}_{mbc}^{(1)} = 160,71 \angle -103,1^\circ \text{ В}; \quad \underline{U}_{mca}^{(1)} = 160,71 \angle 136,9^\circ \text{ В}.$$

Комплекси фазних струмів кола:

$$\underline{I}_{mab}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mab}^{(1)}}{\underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{160,71 \angle 16,9^\circ}{63,69 \angle -90^\circ} = 2,52 \angle 106,9^\circ = (-0,733 + j \cdot 2,411) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mbc}^{(1)}}{\underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{160,71 \angle -103,1^\circ}{63,69 \angle -90^\circ} = 2,52 \angle -13,1^\circ = (2,454 - j \cdot 0,571) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mca}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mca}^{(1)}}{\underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{160,71 \angle 136,9^\circ}{63,69 \angle -90^\circ} = 2,52 \angle -133,1^\circ = (-1,722 - j \cdot 1,84) \text{ А}.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mab}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mca}^{(1)}$ і т.п.

В даному випадку, враховуючи те, що навантаження симетричне, можна спростити розрахунок фазних струмів і використовувати формулу (для прямого чергування фаз):

$$\underline{I}_{ml}^{(1)} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_{m\phi}^{(1)} \angle -30^\circ \text{ А}; \quad \underline{I}_{m\phi}^{(1)} = \frac{\underline{I}_{ml}^{(1)}}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ \text{ А}.$$

Використаємо цю формулу для перевірки одного зі струмів:

$$\underline{I}_{mab}^{(1)} = \frac{\underline{I}_{mA}^{(1)}}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ = \frac{4,37 \angle 76,9^\circ}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ = 2,52 \angle 106,9^\circ \text{ А}.$$

Аналогічно для $\underline{I}_{mbc}^{(1)}$ та $\underline{I}_{mca}^{(1)}$.

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(1)} = 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t + 76,9^\circ) \text{ A}; \quad i_B^{(1)} = 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t - 43,1^\circ) \text{ A};$$

$$i_C^{(1)} = 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t - 163,1^\circ) \text{ A};$$

$$i_{ab}^{(1)} = 2,52 \cdot \sin(314 \cdot t + 106,9^\circ) \text{ A}; \quad i_{bc}^{(1)} = 2,52 \cdot \sin(157 \cdot t - 13,1^\circ) \text{ A};$$

$$i_{ca}^{(1)} = 2,52 \cdot \sin(314 \cdot t - 133,1^\circ) \text{ A}.$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mnn}^{(1)} = \underline{U}_{mba}^{(1)} = -\underline{U}_{mab}^{(1)} = -160,71 \angle 16,9^\circ = 160,71 \angle -163,1^\circ \text{ В}.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(1)} = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t - 163,1^\circ) \text{ В}.$$

1.7.4. Розрахунок п'ятої гармоніки

Опір віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(5)} = \underline{Z}_B^{(5)} = \underline{Z}_C^{(5)} = \underline{Z}_l^{(5)} = R + j \cdot 5\omega \cdot L = 4,2 + j \cdot 5 \cdot 3,14 =$$

$$= 4,2 + j \cdot 15,7 = 16,25 \angle 75^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ab}^{(5)} = \underline{Z}_{bc}^{(5)} = \underline{Z}_{ca}^{(5)} = \underline{Z}_\phi^{(5)} = -j \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} = -j \cdot \frac{63,69}{5} = -j \cdot 12,74 = 12,74 \angle -90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_\phi^{/(5)} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(5)} \cdot \underline{Z}_\phi^{(5)}}{\underline{Z}_\phi^{(5)} + \underline{Z}_\phi^{(5)} + \underline{Z}_\phi^{(5)}} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(5)2}}{3 \cdot \underline{Z}_\phi^{(5)}} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(5)}}{3} = \frac{12,74 \angle -90^\circ}{3} =$$

$$= 4,25 \angle -90^\circ = -j \cdot 4,25 \text{ Ом}.$$

Комплекси лінійних струмів кола:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(5)}}{\underline{Z}_l^{(5)} + \underline{Z}_\phi^{/(5)}} = \frac{3,2 \angle 0^\circ}{4,2 + j \cdot 15,7 - j \cdot 4,25} = \frac{3,2 \angle 0^\circ}{4,2 + j \cdot 11,45} = \frac{3,2 \angle 0^\circ}{12,2 \angle 69,9^\circ} =$$

$$= 0,26 \angle -69,9^\circ = (0,089 - j \cdot 0,244) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)}}{\underline{Z}_l^{(5)} + \underline{Z}_\phi^{/(5)}} = \frac{3,2 \angle 120^\circ}{12,2 \angle 69,9^\circ} = 0,26 \angle 50,1^\circ = (0,167 + j \cdot 0,199) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)}}{\underline{Z}_l^{(5)} + \underline{Z}_\phi^{/(5)}} = \frac{3,2 \angle -120^\circ}{12,2 \angle 69,9^\circ} = 0,26 \angle 170,1^\circ = (-0,256 + j \cdot 0,045) \text{ A}.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mB}^{(5)} + \underline{I}_{mC}^{(5)} = 0$.

$$0,089 - j \cdot 0,244 + 0,167 + j \cdot 0,199 - 0,256 + j \cdot 0,045 \approx 0.$$

Комплекси напруг на фазах навантаження (за другим законом Кірхгофа):

$$\begin{aligned} \underline{U}_{mab}^{(5)} &= \underline{I}_{mA}^{(5)} \cdot \underline{Z}_{\phi}^{(5)} - \underline{I}_{mB}^{(5)} \cdot \underline{Z}_{\phi}^{(5)} = \underline{Z}_{\phi}^{(5)} \cdot (\underline{I}_{mA}^{(5)} - \underline{I}_{mB}^{(5)}) = 4,25 \angle -90^\circ \cdot (0,089 + \\ &- j \cdot 0,244 - 0,167 - j \cdot 0,199) = 4,25 \angle -90^\circ \cdot (-0,078 - j \cdot 0,443) = \\ &= 4,25 \angle -90^\circ \cdot 0,45 \angle -100^\circ = 1,91 \angle 170^\circ \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\underline{U}_{mbc}^{(5)} = 1,91 \angle -70^\circ \text{ В}; \quad \underline{U}_{mca}^{(5)} = 1,91 \angle 50^\circ \text{ В}.$$

Комплекси фазних струмів кола:

$$\underline{I}_{mab}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mab}^{(5)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(5)}} = \frac{1,91 \angle 170^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle -100^\circ = (-0,026 - j \cdot 0,148) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mbc}^{(5)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(5)}} = \frac{1,91 \angle -70^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle 20^\circ = (0,141 + j \cdot 0,051) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mca}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mca}^{(5)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(5)}} = \frac{1,91 \angle 50^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle 140^\circ = (-0,115 + j \cdot 0,096) \text{ А}.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mab}^{(5)} = \underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mca}^{(5)}$ і т.п.

Як і для першої гармоніки, враховуючи те, що навантаження симетричне, можна спростити розрахунок фазних струмів і використовувати формулу (для зворотного чергування фаз):

$$\underline{I}_{ml}^{(5)} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_{m\phi}^{(5)} \angle 30^\circ \text{ А}; \quad \underline{I}_{m\phi}^{(5)} = \frac{\underline{I}_{ml}^{(5)}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \text{ А}.$$

Використаємо цю формулу для перевірки одного зі струмів:

$$\underline{I}_{mab}^{(5)} = \frac{\underline{I}_{mA}^{(5)}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = \frac{0,26 \angle -69,9^\circ}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \approx 0,15 \angle -100^\circ \text{ А}.$$

Аналогічно для $\underline{I}_{mbc}^{(5)}$ та $\underline{I}_{mca}^{(5)}$.

Миттєві значення струмів віток кола:

$$\begin{aligned} i_A^{(5)} &= 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t - 69,9^\circ) \text{ А}; & i_B^{(5)} &= 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t + 50,1^\circ) \text{ А}; \\ i_C^{(5)} &= 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t + 170,1^\circ) \text{ А}. & i_{ab}^{(5)} &= 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t - 100^\circ) \text{ А}; \\ i_{bc}^{(5)} &= 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t + 20^\circ) \text{ А}; & i_{ca}^{(5)} &= 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t + 140^\circ) \text{ А}. \end{aligned}$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{u}_{mn}^{(5)} = \underline{u}_{mba}^{(5)} = -\underline{u}_{mab}^{(5)} = -1,91 \angle 170^\circ = 1,91 \angle -10^\circ \text{ В.}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(5)} = 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t - 10^\circ) \text{ В.}$$

1.7.5. Миттєві значення струмів і напруг (за принципом накладання)

Миттєві значення струмів:

$$i_A(\omega t) = i_A^{(1)} + i_A^{(5)} = 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t + 76,9^\circ) + 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t - 69,9^\circ) \text{ А;}$$

$$i_B(\omega t) = i_B^{(1)} + i_B^{(5)} = 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t - 43,1^\circ) + 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t + 50,1^\circ) \text{ А;}$$

$$i_C(\omega t) = i_C^{(1)} + i_C^{(5)} = 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t + 76,9^\circ) + 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t + 170,1^\circ) \text{ А;}$$

$$i_{ab}(\omega t) = i_{ab}^{(1)} + i_{ab}^{(5)} = 2,52 \cdot \sin(314 \cdot t + 106,9^\circ) + 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t - 100^\circ) \text{ А;}$$

$$i_{bc}(\omega t) = i_{bc}^{(1)} + i_{bc}^{(5)} = 2,52 \cdot \sin(157 \cdot t - 13,1^\circ) + 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t + 20^\circ) \text{ А;}$$

$$i_{ca}(\omega t) = i_{ca}^{(1)} + i_{ca}^{(5)} = 2,52 \cdot \sin(314 \cdot t - 133,1^\circ) + 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t + 140^\circ) \text{ А.}$$

Миттєві значення напруг:

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t - 163,1^\circ) + 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t - 10^\circ) \text{ В;}$$

$$u_{ab}(\omega t) = u_{ab}^{(1)} + u_{ab}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t + 16,9^\circ) + 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t + 170^\circ) \text{ В;}$$

$$u_{bc}(\omega t) = u_{bc}^{(1)} + u_{bc}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t - 103,1^\circ) + 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t - 70^\circ) \text{ В;}$$

$$u_{ca}(\omega t) = u_{ca}^{(1)} + u_{ca}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t + 136,9^\circ) + 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t + 50^\circ) \text{ В.}$$

1.7.6. Діючі значення струмів і напруг

Діючі значення струмів:

$$I_A = I_B = I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4,37}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,26}{\sqrt{2}}\right)^2} = 3,1 \text{ А;}$$

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \sqrt{\left(\frac{I_{mab}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mab}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2,52}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,15}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,79 \text{ А.}$$

Діючі значення напруг:

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mmn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mmn}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{160,71}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1,91}{\sqrt{2}}\right)^2} = 113,65 \text{ В;}$$

$$U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = \sqrt{\left(\frac{U_{mab}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mab}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{160,71}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1,91}{\sqrt{2}}\right)^2} = 113,65 \text{ В;}$$

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{81,1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3,2}{\sqrt{2}}\right)^2} = 57,74 \text{ В.}$$

1.7.7. Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = 3 \cdot I_A^2 \cdot R = 3 \cdot 3,1^2 \cdot 4,2 = 121,09 \text{ Вт}.$$

Реактивна потужність:

$$\begin{aligned} Q &= 3 \cdot \left[I_A^{(1)2} \cdot \omega \cdot L + I_A^{(5)2} \cdot 5\omega \cdot L - I_{ab}^{(1)2} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} - I_{ab}^{(5)2} \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} \right] = \\ &= 3 \cdot \left[\left(\frac{4,37}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 3,14 + \left(\frac{0,26}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 15,7 - \left(\frac{2,52}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 63,69 - \left(\frac{0,15}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 12,74 \right] = \\ &= 3 \cdot (-171,86) = -515,58 \text{ ВАр}. \end{aligned}$$

Повна потужність:

$$S = 3 \cdot E_A \cdot I_A = 3 \cdot 57,74 \cdot 3,1 = 536,98 \text{ ВА}.$$

Потужність викривлення:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{536,98^2 - 121,09^2 - (-515,58)^2} = 88,67 \text{ ВА}.$$

1.7.8. Коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Коефіцієнт викривлення:

$$k_c = \frac{T}{S} = \frac{88,67}{536,98} = 0,165.$$

Еквівалентний коефіцієнт потужності системи:

$$\cos \varphi_e = \frac{P}{S} = \frac{121,09}{536,98} = 0,226.$$

1.7.9. Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

Згідно із завданням треба побудувати графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ за певним аналітичним виразом. У даному варіанті отримано вираз для напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t - 163,1^\circ) + 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t - 10^\circ) \text{ В}.$$

Побудова графіка $u_{mn}(\omega t)$ в даному випадку має ті самі нюанси, що і в попередніх прикладах (п. 1.5 та п. 1.6). П'яту гармоніку в даному масштабі побудувати практично немає можливості.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ представлений на рис. 1.56.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(wt)$

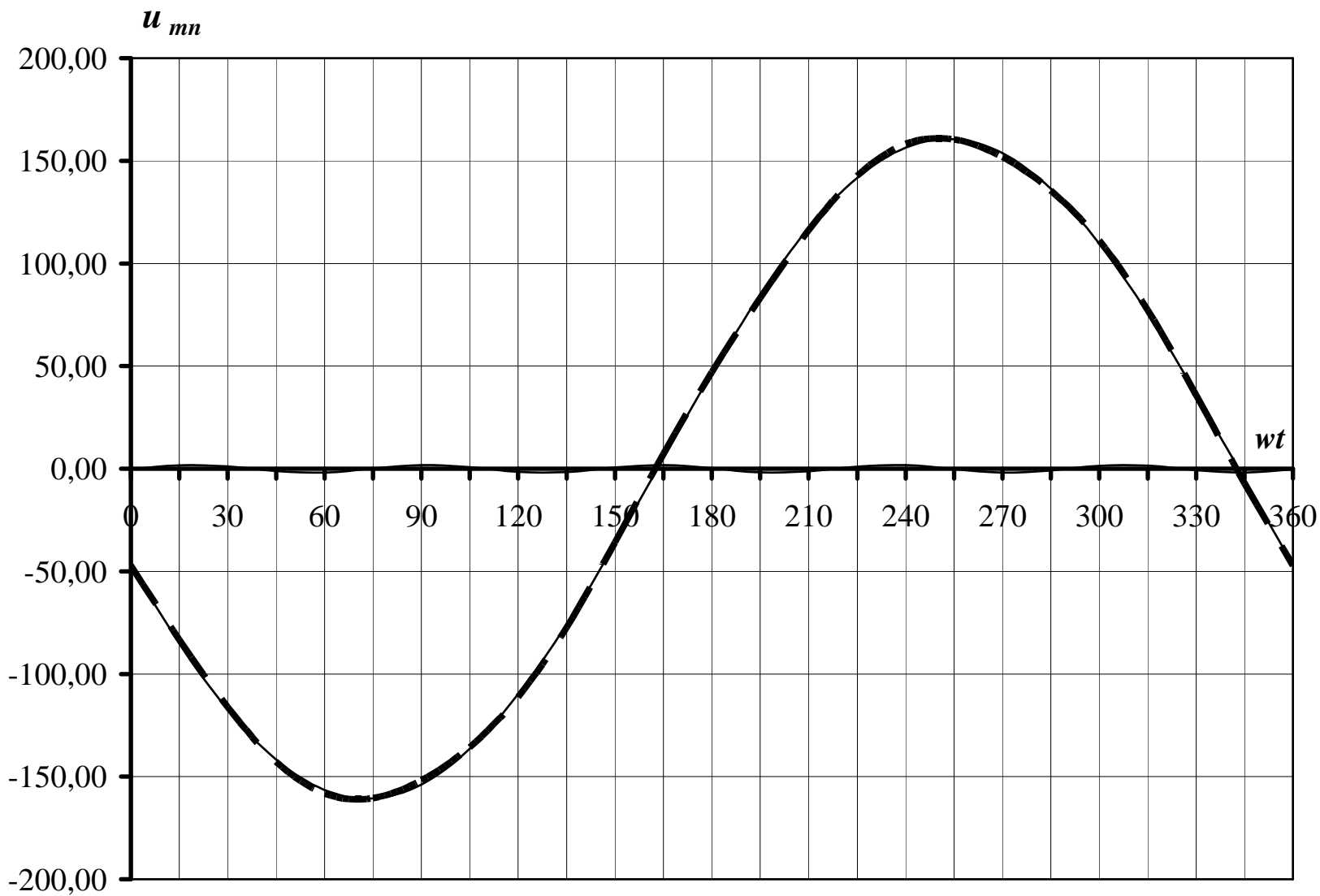


Рис. 1.56

1.8. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

- 1) Дайте визначення періодичних несинусоїдних струмів і напруг та вкажіть режими роботи електричних кіл, що призводять до виникнення несинусоїдних струмів і напруг.
- 2) Поясніть, як проводять розклад в ряд Фур'є кривих геометрично неправильної форми.
- 3) Вкажіть особливості періодичних несинусоїдних кривих, що мають деякі види симетрії.
- 4) Дайте визначення середніх й діючих значень несинусоїдного струму і напруги. Поясніть особливості вимірювання несинусоїдних струмів і напруг амперметрами й вольтметрами різних систем.
- 5) Дайте визначення активної, реактивної, повної потужності і потужності викривлення несинусоїдного струму.
- 6) Поясніть, як здійснюється розрахунок струмів й напруг в колах, де діють несинусоїдні джерела напруги або струму та вкажіть на особливості цього розрахунку.
- 7) Вкажіть, як проводиться заміна несинусоїдних струмів і напруг еквівалентними синусоїдними.
- 8) Вкажіть особливості резонансних явищ в колах при несинусоїдного струму.
- 9) Поясніть особливості роботи трифазних систем, що викликані гармоніками, кратними трьом: розрахунок схеми „зірка-зірка” без нульового проводу (симетричне й несиметричне навантаження).
- 10) Поясніть особливості роботи трифазних систем, що викликані гармоніками, кратними трьом: розрахунок схеми „зірка-зірка” з нульовим проводом (симетричне й несиметричне навантаження)

2. РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 (ЧАСТИНА 2)

РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ **У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ**

2.1. Мета завдання

- вивчити методику дослідження лінійних електричних кіл у перехідному режимі за допомогою класичного та операторного методів;
- навчитися визначати струми всіх віток кола при послідовному замиканні трьох ключів за допомогою класичного методу (кожен ключ замикається в той момент, коли перехідний процес від замикання попереднього ключа ще не закінчився, і пройшов час, що дорівнює сталій часу τ попереднього перехідного процесу);
- навчитися визначати струм однієї з віток розгалуженого кола постійного струму в перехідному режимі за допомогою операторного методу;
- навчитися будувати графік залежності одного із струмів кола у функції часу $i(t)$ в перехідному режимі при послідовному замиканні трьох ключів.

2.2. Підготовка до роботи

2.2.1. Накреслити схему кола відповідно до свого варіанта (рис.2.1 ÷ 2.36). Записати вихідні дані для розрахунку (табл. 2.1 та 2.2).

2.2.2. Накреслити три схеми кіл при послідовному замиканні трьох ключів.

2.2.3. Вказати позитивні напрямки струмів віток кола у всіх схемах. При необхідності вказати позитивний напрямок напруг на окремих елементах кола.

2.2.4. Для кожної з трьох схем скласти характеристичне рівняння і визначити сталі часу τ_1 , τ_2 , τ_3 . Якщо корені характеристичного рівняння комплексно-

спряжені, то необхідно для сталої часу взяти $\tau = \frac{T}{8}$ (T – період коливального пе-

рехідного процесу); якщо корені характеристичного рівняння дійсні й різні, то

сталу часу визначають в такий спосіб: $\tau = \frac{1}{|p_{\min}|}$ ($|p_{\min}|$ – мінімальне за модулем

значення кореня характеристичного рівняння).

2.2.5. Для кожної з трьох схем записати незалежні початкові умови.

2.3. Робоче завдання до другої частини РГР № 2

2.3.1. Визначити миттєві значення струмів усіх віток кола при послідовному замиканні трьох ключів за допомогою класичного методу.

2.3.2. Визначити миттєве значення струму другої вітки кола $i_2(t)$ при замиканні третього ключа за допомогою операторного методу та порівняти його зі струмом $i_2(t)$, який знайдено за допомогою класичного методу.

2.3.3. Побудувати графік миттєвого значення струму $i_1(t)$ в перехідному режимі при послідовному замиканні трьох ключів. Для побудови графіка треба прорахувати значення струму відповідно за трьома отриманими рівняннями $i_1(t)$ з класичного методу (п. 2.3.1) для моментів часу:

$$0; 0,25 \cdot \tau_1; 0,5 \cdot \tau_1; 0,75 \cdot \tau_1; \tau_1.$$

$$0; 0,25 \cdot \tau_2; 0,5 \cdot \tau_2; 0,75 \cdot \tau_2; \tau_2.$$

$$0; 0,25 \cdot \tau_3; 0,5 \cdot \tau_3; 0,75 \cdot \tau_3; \tau_3.$$

Приклад оформлення титульного аркушу див. на стор. 7. Приклади розрахунку (пункти 2.4 та 2.5) наведені нижче.

Необхідно відмітити важливий нюанс: при визначенні миттєвих значень струмів та напруг фазовий зсув найбільш доцільно визначати в радіанах, тому що при побудові графіків залежностей у відповідні аналітичні вирази проводиться підстановка часу в секундах (див. п. 2.3.3 робочого завдання). В такому випадку фазовий зсув повинен бути тільки в радіанах. Для цього необхідно заздалегідь встановити відповідний режим на мікрокалькуляторі.

Для кращого засвоєння матеріалу порівняйте побудову графіка миттєвого значення струму $i_1(t)$ з побудовою окремих гармонік (синусоїд) в першій частині РГР-2 (п. 1.4.9) і зверніть увагу, що в цій частині РГР-3 проводилася підстановка обраної градусної міри (від 0 до 360°) замість ωt , а не часу в секундах (замість t). В такому випадку фазовий зсув повинен бути в градусах.

До речі, якщо проводити побудову будь-якої тригонометричної часової залежності $f(t)$ за допомогою ЕОМ (за допомогою, наприклад, програм MS Excel або MathCad), то по умовчання програма "розуміє" підстановку аргументу функції в радіанах.

Вихідні дані для розрахунку

Таблиця 2.1 – Вихідні дані, що залежать від номера групи

Параметри кола	Факультет ЕОМ							Факультет МЕТ						
	Номери груп							Номери груп						
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
<i>E, В</i>	100	200	300	400	500	600	700	100	200	300	400	500	600	700
<i>L, мГ</i>	100	200	300	400	500	600	700	100	200	300	400	500	600	700

Таблиця 2.2 – Вихідні дані, що залежать від номера варіанта

Варіант	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$C, \text{мкФ}$													
				Факультет ЕОМ							Факультет МЕТ						
				Номери груп							Номери груп						
				<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
1	2	3	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	25	25	25	40	50	60	70	80	85	95	90	100	110	120	130	140	150
2	25	25	25	50	60	70	80	90	95	105	100	110	120	130	140	150	160
3	25	25	25	60	70	80	90	100	105	115	110	120	130	140	150	160	170
4	25	25	25	70	80	90	100	110	115	125	120	130	140	150	160	170	180
5	25	25	25	80	90	100	110	120	125	135	130	140	150	160	170	180	190
6	25	25	25	90	100	110	120	130	135	145	140	150	160	170	180	190	200
7	50	50	50	100	110	120	130	140	145	155	150	160	170	180	190	200	210
8	0	50	50	110	120	130	140	150	155	165	160	170	180	190	200	210	220
9	50	50	0	120	130	140	150	160	165	175	170	180	190	200	210	220	230
10	25	0	25	130	140	150	160	170	175	185	180	190	200	210	220	230	240

Продовження табл. 2.2

1	2	3	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
11	25	0	25	140	150	160	170	180	185	195	190	200	210	220	230	240	250
12	50	50	0	150	160	170	180	190	195	205	200	210	220	230	240	250	260
13	0	50	50	160	170	180	190	200	205	215	210	220	230	240	250	260	270
14	50	50	0	170	180	190	200	210	215	225	220	230	240	250	260	270	280
15	25	0	25	180	190	200	210	220	225	235	230	240	250	260	270	280	290
16	25	0	25	190	200	210	220	230	235	245	240	250	260	270	280	290	300
17	45	45	45	200	210	220	230	240	245	255	250	260	270	280	290	300	310
18	50	50	50	210	220	230	240	250	255	265	260	270	280	290	300	310	320
19	50	0	0	220	230	240	250	260	265	275	270	280	290	300	310	320	330
20	0	0	50	230	240	250	260	270	275	285	280	290	300	310	320	330	340
21	50	0	0	240	250	260	270	280	285	295	290	300	310	320	330	340	350
22	0	0	50	250	260	270	280	290	295	305	300	310	320	330	340	350	360
23	50	50	0	260	270	280	290	300	305	315	310	320	330	340	350	360	370
24	0	50	50	270	280	290	300	310	315	325	320	330	340	350	360	370	380
25	20	6	30	280	290	300	310	320	325	335	330	340	350	360	370	380	390
26	20	6	30	290	300	310	320	330	335	345	340	350	360	370	380	390	400
27	20	20	10	300	310	320	330	340	345	355	350	360	370	380	390	400	410
28	40	40	40	400	410	420	430	440	445	455	450	460	470	480	490	500	510
29	40	40	40	410	420	430	440	450	455	465	460	470	480	490	500	510	520
30	40	40	40	420	430	440	450	460	465	475	470	480	490	500	510	520	530
31	10	10	10	550	560	570	580	590	595	605	600	610	620	630	640	650	660
32	20	0	20	310	320	330	340	350	355	365	360	370	380	390	400	410	420
33	0	20	20	320	330	340	350	360	365	375	370	380	390	400	410	420	430
34	20	20	20	330	340	350	360	370	375	385	380	390	400	410	420	430	440
35	30	30	30	350	360	370	380	390	395	405	400	410	420	430	440	450	460
36	30	30	0	360	370	380	390	400	405	415	410	420	430	440	450	460	470

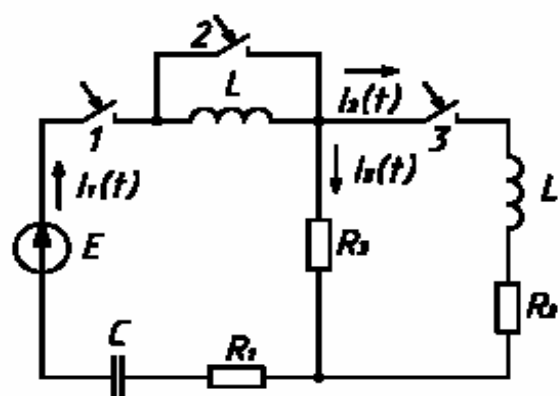


Рис. 2.1

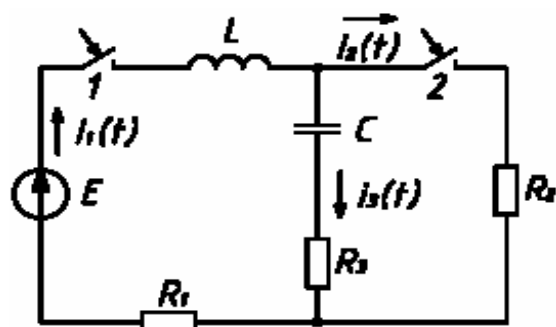


Рис. 2.5

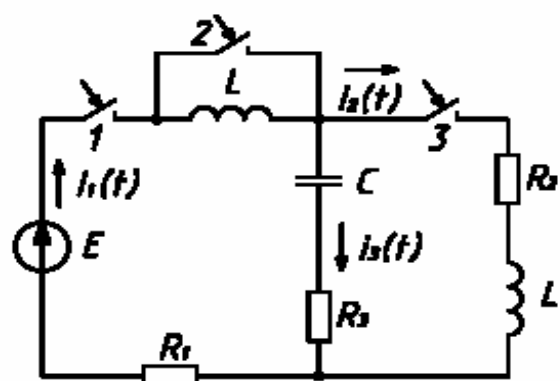


Рис. 2.2

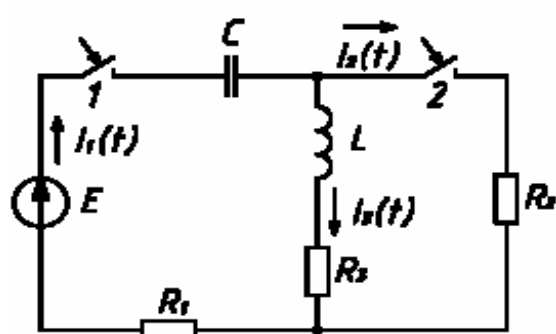


Рис. 2.6

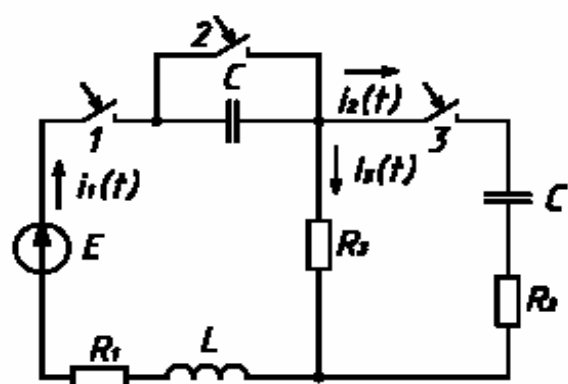


Рис. 2.3

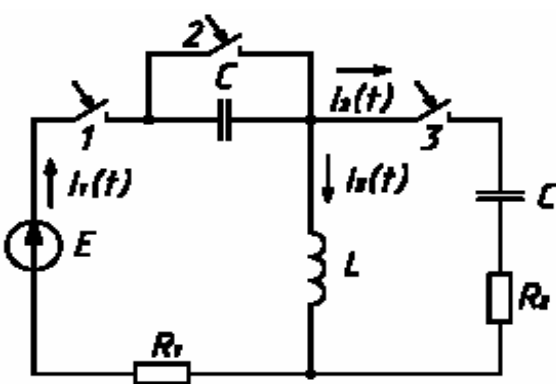


Рис. 2.7

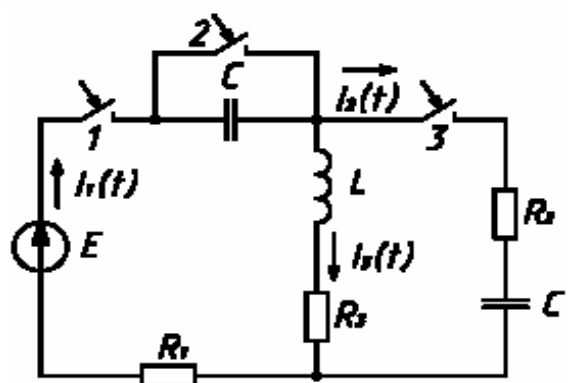


Рис. 2.4

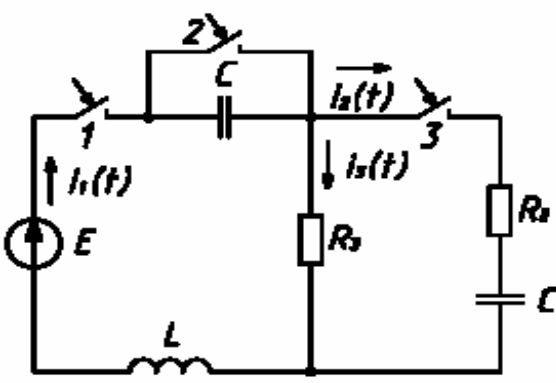


Рис. 2.8

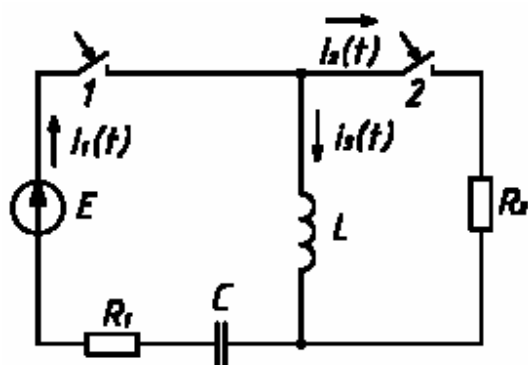


FIG. 2.9

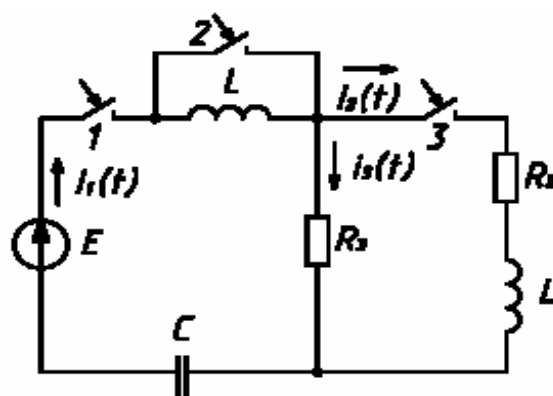


FIG. 2.13

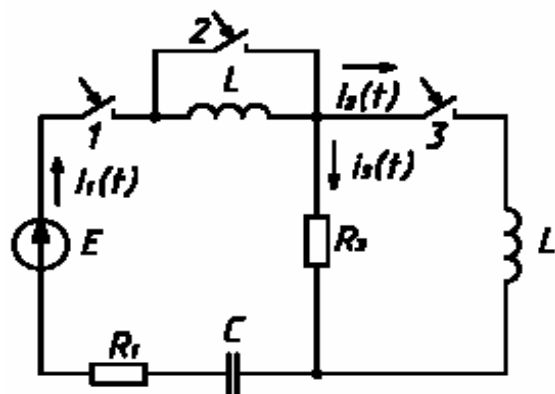


FIG. 2.10

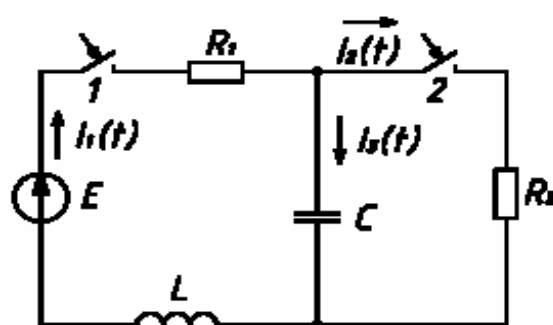


FIG. 2.14

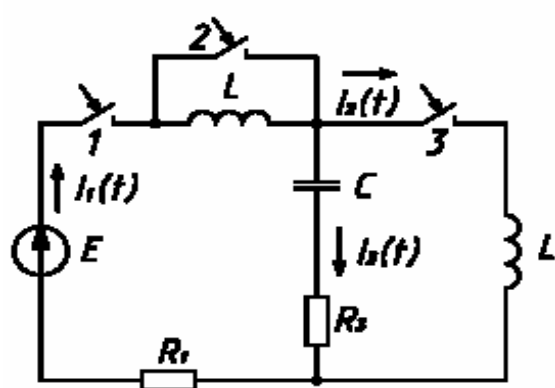


FIG. 2.11

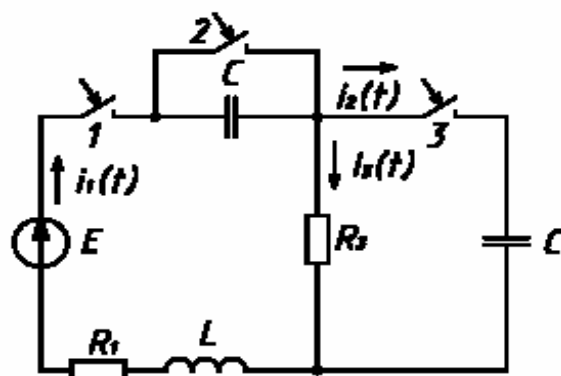


FIG. 2.15

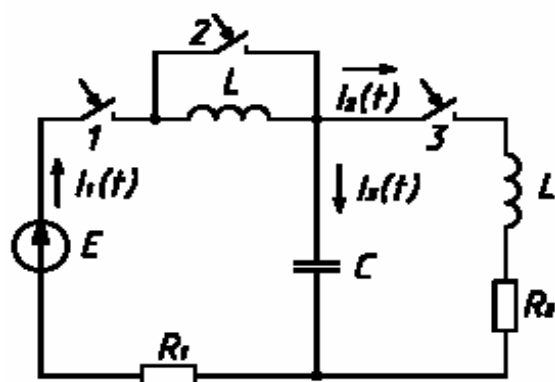


FIG. 2.12

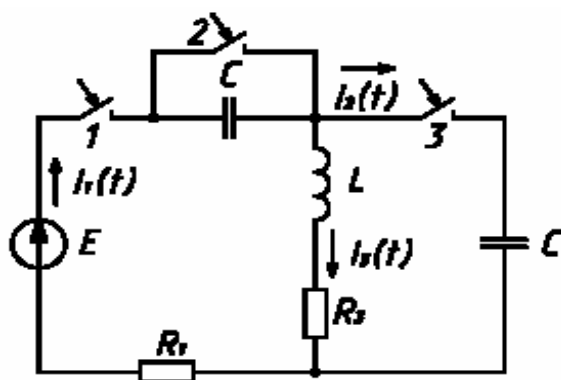


FIG. 2.16

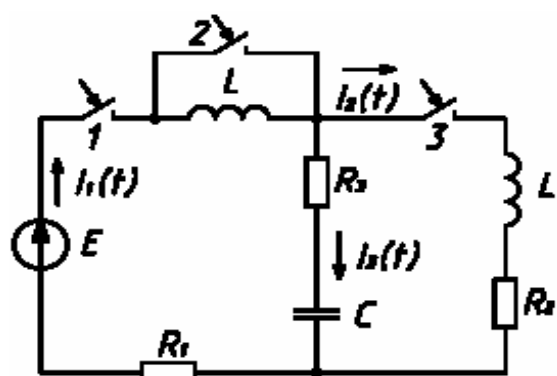


Рис. 2.17

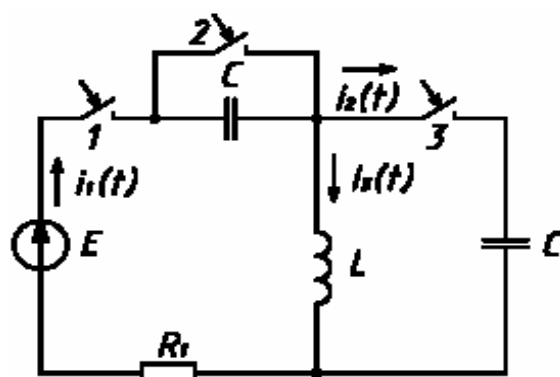


Рис. 2.21

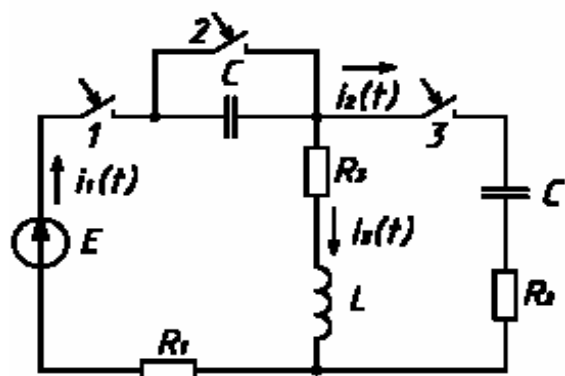


Рис. 2.18

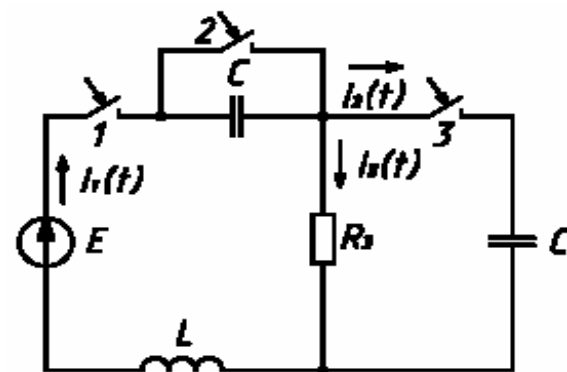


Рис. 2.22

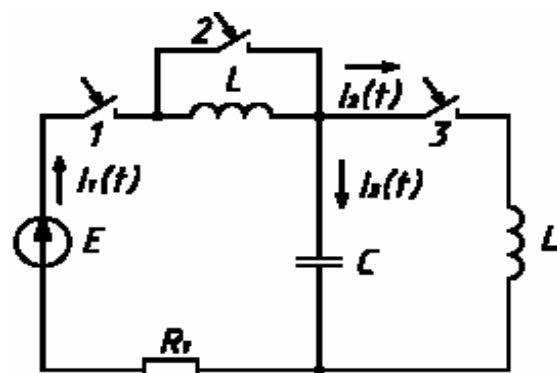


Рис. 2.19

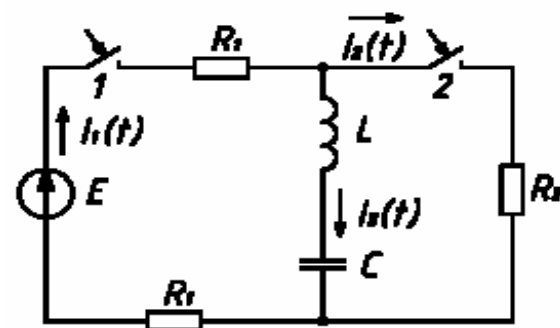


Рис. 2.23

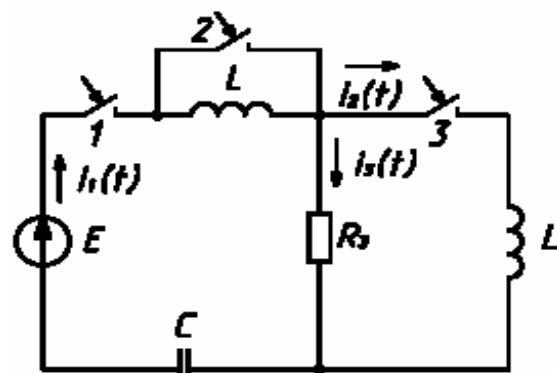


Рис. 2.20

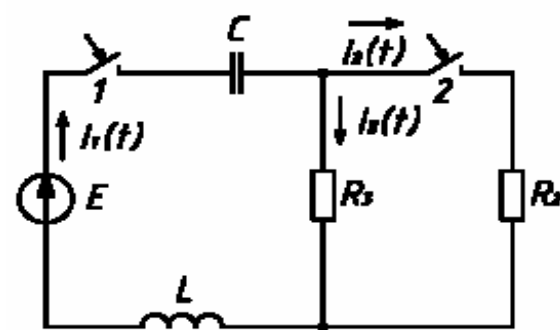


Рис. 2.24

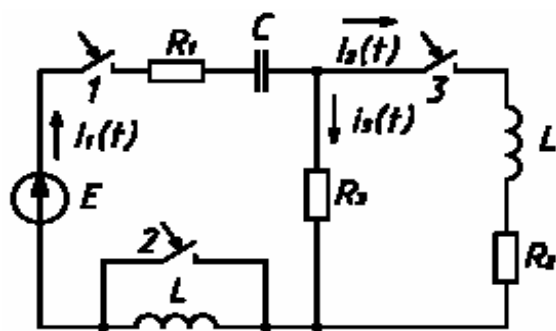


Рис. 2.25

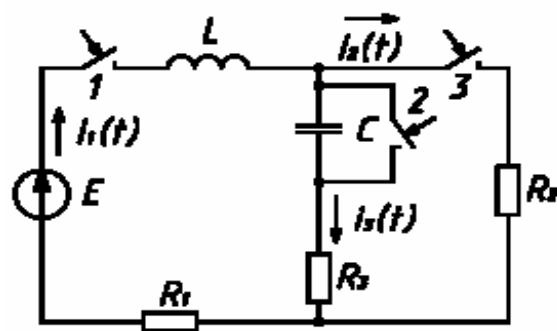


Рис. 2.29

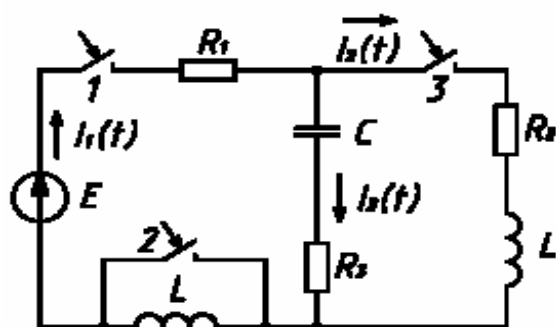


Рис. 2.26

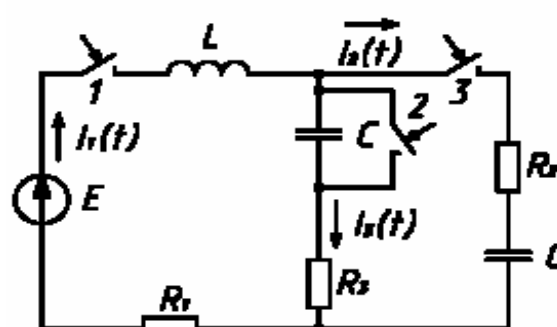


Рис. 2.30

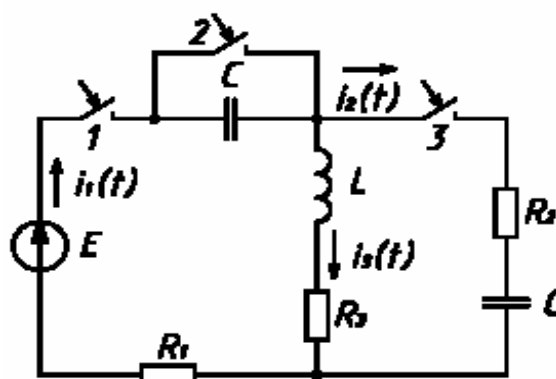


Рис. 2.27

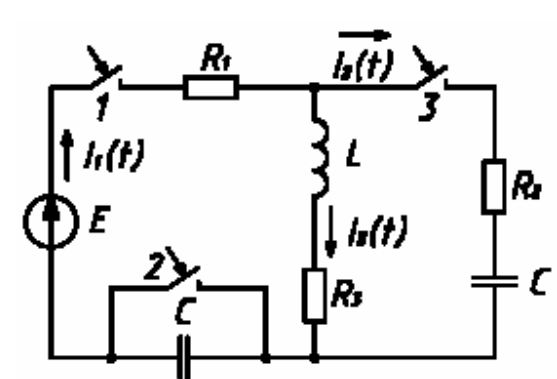


Рис. 2.31

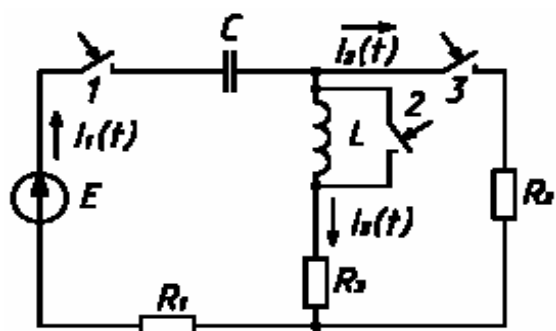


Рис. 2.28

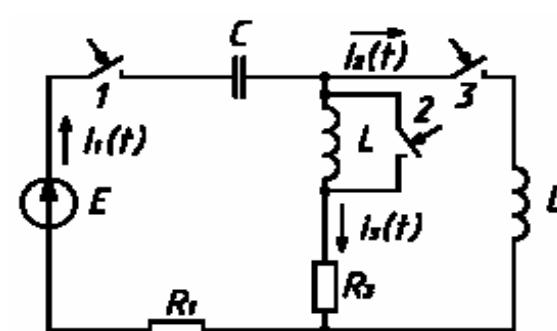


Рис. 2.32

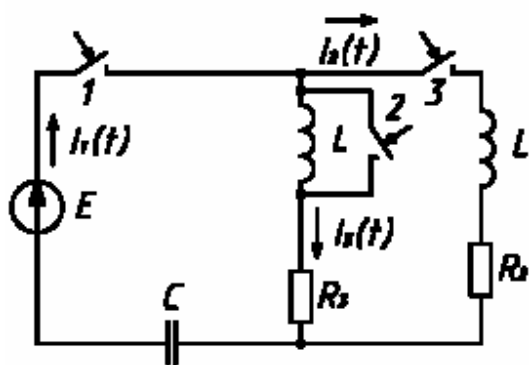


Рис. 2.33

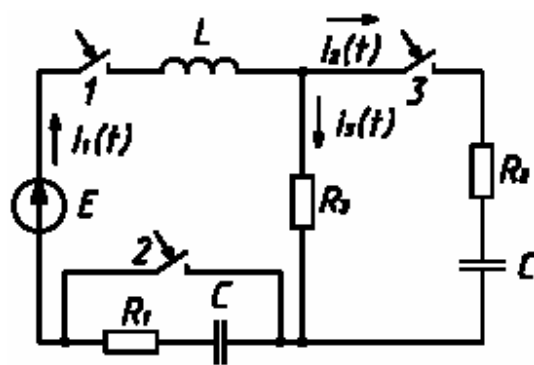


Рис. 2.35

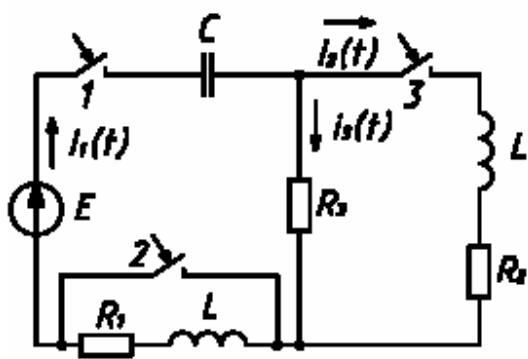


Рис. 2.34

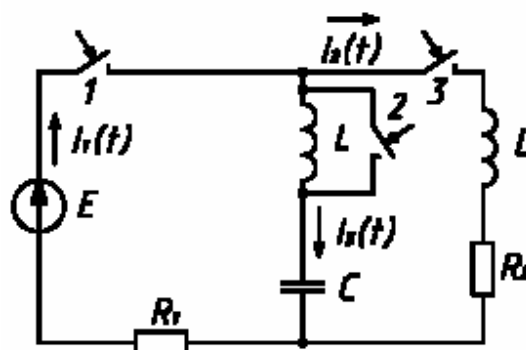


Рис. 2.36

2.4. ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ №1

РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР-2, частина 2

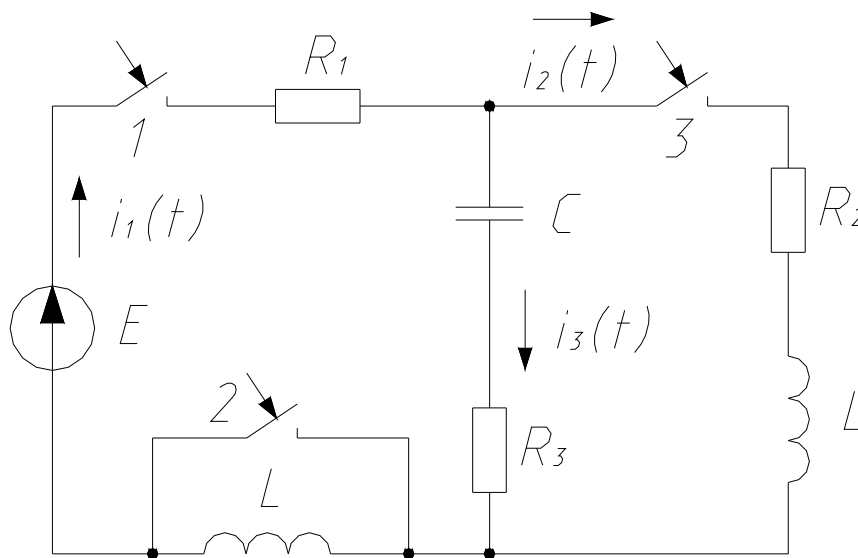
1. Визначити миттєві значення струмів усіх віток кола при послідовному замиканні трьох ключів за допомогою класичного методу.

...

3. Побудувати графік миттєвого значення струму $i_1(t)$...

Розрахункова схема (варіант № ...)

Вихідні дані:



$E = 600 \text{ В};$
 $L = 600 \text{ мГ};$
 $C = 340 \text{ мкФ};$
 $R_1 = 20 \text{ Ом};$
 $R_2 = 6 \text{ Ом};$
 $R_3 = 30 \text{ Ом}.$

Рис. 2.37

Примітка: розрахунок повинен починатися з наступної сторінки пояснювальної записки.

Виконання

2.4.1. Розрахунок перехідного процесу при замиканні першого ключа

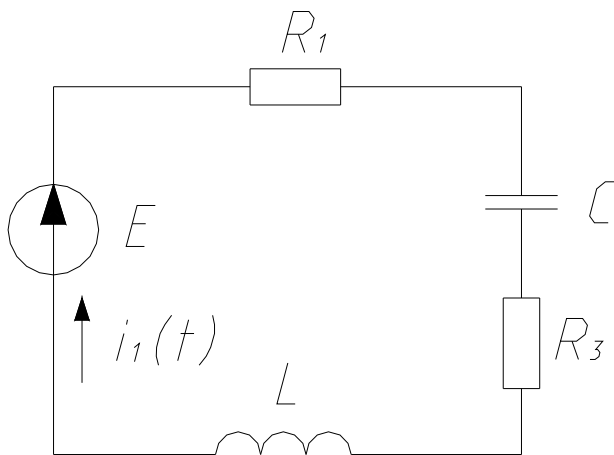


Рис. 2.38

Шукані струми, напруги, ЕРС необхідно знаходити у вигляді:

$$f(t) = f_{\text{в}}(t) + f_{\text{пр}}.$$

Тут маємо:

1) $f_{\text{в}}(t)$ – вільна складова шуканої функції, що залежить від ступеня і коренів характеристичного рівняння (параметрів кола) і, власне, характеризує перехідний процес;

2) f_{np} – примусова складова шуканої функції, що характеризує коло після закінчення перехідного процесу (в даному випадку це коло постійного струму, в якому індуктивність є провідником з нескінченно малим опором, а конденсатор є нескінченно великим опором, тобто робить розрив у відповідній вітці).

Визначимо незалежні початкові умови (за законами комутації):

$$u_c(0) = 0 \text{ В}; \quad i_1(0) = 0 \text{ А}.$$

Складемо й вирішимо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} + L \cdot p = 0; \quad L \cdot C \cdot p^2 + (R_1 + R_3) \cdot C \cdot p + 1 = 0.$$

$$p^2 + \frac{(R_1 + R_3)}{L} \cdot p + \frac{1}{L \cdot C} = 0; \quad p^2 + 83,3 \cdot p + 4902 = 0.$$

Дискримінант квадратного рівняння має від'ємне значення, тому корені комплексно-спряжені:

$$p_{1,2} = (-41,7 \pm j \cdot 56,3) \frac{1}{C}.$$

Запишемо вирази для струму $i_1(t)$ і напруги $u_c(t)$ з урахуванням вигляду коренів характеристичного рівняння у загальному вигляді:

$$\begin{cases} u_c(t) = u_{cv}(t) + u_{cnp} = A \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin(56,3 \cdot t + \alpha) + u_{cnp} \\ i_1(t) = i_{1c}(t) + i_{1np} = B \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin(56,3 \cdot t + \beta) + i_{1np} \end{cases}.$$

A і α , B і β – постійні інтегрування, що залежать від початкових умов, а їх кількість дорівнює ступеню характеристичного рівняння.

Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$):

$$u_{cnp} = E = 600 \text{ В}; \quad i_{1np} = 0 \text{ А (розрив кола на конденсаторі)}.$$

Далі необхідно знайти постійні інтегрування.

У даному випадку більш зручно (тому що кількість невідомих постійних інтегрування зменшується з чотирьох до двох) користуватися диференційною формою:

$$i_c(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt}.$$

Тоді маємо систему двох рівнянь з двома невідомими (A і α):

$$\begin{cases} u_c(t) = u_{cv}(t) + u_{cnp} = A \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin(56,3 \cdot t + \alpha) + 600 \\ i_1(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} = C \cdot A \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot [-41,7 \cdot \sin(56,3 \cdot t + \alpha) + 56,3 \cdot \cos(56,3 \cdot t + \alpha)] \end{cases}.$$

Для знаходження A і α використаємо незалежні початкові умови. Маємо при $t = 0$:

$$\begin{cases} u_c(0) = A \cdot \sin \alpha + 600 = 0 \\ i_1(0) = C \cdot A \cdot [-41,7 \cdot \sin \alpha + 56,3 \cdot \cos \alpha] = 0 \end{cases}$$

$$41,7 \cdot \sin \alpha = 56,3 \cdot \cos \alpha; \quad \operatorname{tg} \alpha = 1,3501; \quad \alpha = 0,93 \text{ рад.}$$

$$A = -\frac{600}{\sin \alpha} = -\frac{600}{\sin 0,93} = -746,7 \text{ В.}$$

Таким чином:

$$u_c(t) = 600 - 746,7 \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin(56,3 \cdot t + 0,93), \text{ В;}$$

Спростимо вираз для $i_1(t)$, використовуючи тригонометричну формулу:

$$D \cdot \sin \lambda \pm F \cdot \cos \lambda = \sqrt{D^2 + F^2} \cdot \sin(\lambda \pm \operatorname{arctg} F/D).$$

У даному випадку:

$$i_1(t) = C \cdot A \cdot (-1) \cdot \sqrt{41,7^2 + 56,3^2} \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin\left(56,3 \cdot t + 0,93 - \operatorname{arctg} \frac{56,3}{41,7}\right).$$

Остаточно маємо:

$$i_1(t) = 17,8 \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin 56,3 \cdot t, \text{ А.}$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу, що залежить від коренів характеристичного рівняння:

$$\tau_1 = \frac{T_0}{8} = \frac{2 \cdot \pi}{8 \cdot \omega} = \frac{6,28}{8 \cdot 56,3} = 0,0139 \text{ с} = 13,9 \text{ мс.}$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$:

$$\begin{aligned} i_1(0) &= 0 \text{ А;} & i_1(0,25 \cdot \tau_1) &= 3 \text{ А;} & i_1(0,5 \cdot \tau_1) &= 5,1 \text{ А;} \\ i_1(0,75 \cdot \tau_1) &= 6,4 \text{ А;} & i_1(\tau_1) &= 7 \text{ А.} \end{aligned}$$

2.4.2. Розрахунок перехідного процесу при замиканні другого ключа

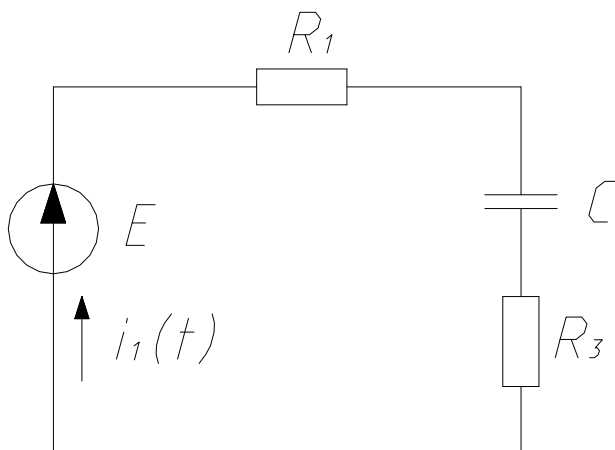


Рис. 2.39

Визначимо незалежні початкові умови:

$$u_c(0) = u_c(\tau_1) = 186 \text{ В.}$$

Складемо і вирішимо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} = 0;$$

$$p = -\frac{1}{(R_1 + R_3) \cdot C} = -58,8 \text{ 1/с.}$$

Запишемо вираз для напруги $u_c(t)$ з урахуванням вигляду ко-

ренів характеристичного рівняння у загальному вигляді:

$$u_c(t) = u_{cv}(t) + u_{cnp} = A \cdot e^{-58,8 \cdot t} + u_{cnp}.$$

Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$):

$$u_{cnp} = E = 600 \text{ В}; \quad i_{1np} = 0 \text{ А (розрив кола на конденсаторі)}.$$

За допомогою незалежних початкових умов знайдемо постійну інтегрування A . Маємо при $t = 0$:

$$u_c(0) = A + 600 = 186; \quad A = 186 - 600 = -414 \text{ В}.$$

Для знаходження $i_1(t)$ використовуємо диференціальну форму:

$$i_c(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt}.$$

У даному випадку:

$$i_1(t) = C \cdot A \cdot (-58,8) \cdot e^{-58,8 \cdot t}.$$

Остаточно маємо:

$$\underline{u_c(t) = 600 - 414 \cdot e^{-58,8 \cdot t} \text{ В};} \quad \underline{i_1(t) = 8,3 \cdot e^{-58,8 \cdot t} \text{ А}.$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу:

$$\tau_2 = \frac{1}{|p|} = \frac{1}{58,8} = 0,017 \text{ с} = 17 \text{ мс}.$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$:

$$i_1(0) = 8,3 \text{ А}; \quad i_1(0,25 \cdot \tau_2) = 6,5 \text{ А}; \quad i_1(0,5 \cdot \tau_2) = 5 \text{ А}; \\ i_1(0,75 \cdot \tau_2) = 3,9 \text{ А}; \quad i_1(\tau_2) = 3,1 \text{ А}.$$

2.4.3. Розрахунок перехідного процесу при замиканні третього ключа

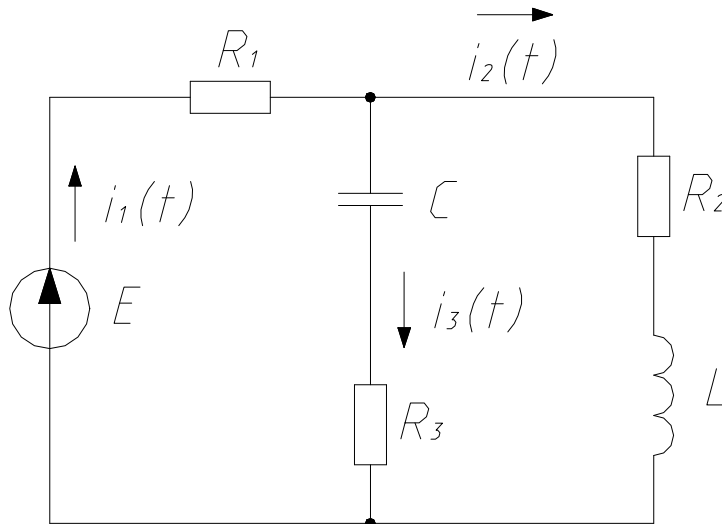


Рис. 2.40

Визначимо незалежні початкові умови:

$$u_c(0) = u_c(\tau_2) = 447,7 \text{ В}; \\ i_2(0) = 0 \text{ А}.$$

Складемо й вирішимо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + \frac{\left(\frac{1}{C \cdot p} + R_3 \right) \cdot (R_2 + L \cdot p)}{\frac{1}{C \cdot p} + R_3 + R_2 + L \cdot p} = 0.$$

Після математичних перетворень маємо:

$$p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{(R_1 + R_2)}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} = 0;$$

$$p^2 + 88,8 \cdot p + 2549 = 0.$$

Дискримінант квадратного рівняння має від'ємне значення, тому корені комплексно-спряжені:

$$p_{1,2} = (-44,4 \pm j \cdot 24,1) \frac{1}{c}.$$

Знайдемо залежні початкові умови (за законами Кірхгофа для моменту часу $t = 0$):

$$i_1(0) = i_2(0) + i_3(0); \quad i_2(0) = 0 \text{ А}; \quad i_1(0) = i_3(0);$$

$$i_1(0) \cdot R_1 + u_c(0) + i_3(0) \cdot R_3 = E; \quad i_3(0) = \frac{E - u_c(0)}{R_1 + R_3} = \frac{600 - 447,7}{50} = 3,05 \text{ А};$$

$$i_1(0) \cdot R_1 + u_L(0) + i_2(0) \cdot R_2 = E; \quad u_L(0) = E - i_1(0) \cdot R_1 = 600 - 3,05 \cdot 20 = 539 \text{ В}.$$

У першу чергу (за аналогією з розрахунком перехідного процесу при замиканні першого ключа) знайдемо струм $i_3(t)$ і напругу $u_c(t)$.

Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$):

$$U_{Cnp} = i_{2np} \cdot R_2 = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{600}{20 + 6} \cdot 6 = 138,5 \text{ В}; \quad i_{3np} = 0 \text{ А}.$$

Маємо в загальному вигляді (використовуючи диференційну форму):

$$\begin{cases} u_c(t) = u_{ce}(t) + u_{cnp} = A \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + \alpha) + 138,5 \\ i_3(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} = C \cdot A \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot [-44,4 \cdot \sin(24,1 \cdot t + \alpha) + 24,1 \cdot \cos(24,1 \cdot t + \alpha)] \end{cases}$$

Маємо при $t = 0$:

$$\begin{cases} u_c(0) = A \cdot \sin \alpha + 138,5 = 447,7 \\ i_3(0) = C \cdot A \cdot [-44,4 \cdot \sin \alpha + 24,1 \cdot \cos \alpha] = 3,05 \end{cases}$$

$$A = \frac{447,7 - 138,5}{\sin \alpha} = \frac{309,2}{\sin \alpha};$$

$$340 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{309,2}{\sin \alpha} \cdot [-44,4 \cdot \sin \alpha + 24,1 \cdot \cos \alpha] = 3,05;$$

$$-4,67 + 2,53 \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 3,05; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2,53}{3,05 + 4,67} = \frac{2,53}{7,72} = 0,3277; \quad \alpha = 0,32 \text{ рад}.$$

$$A = \frac{309,2}{\sin 0,32} = 992,9 \text{ В}.$$

Спростивши вираз для $i_3(t)$, остаточно маємо:

$$u_c(t) = 138,5 + 992,9 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 0,32), \text{ В};$$

$$\underline{i_3(t) = 17,1 \cdot e^{-44,4t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 2,96), \text{ A.}}$$

Знайдемо струм $i_2(t)$. Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$):

$$i_{2np} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{600}{20 + 6} = 23,1 \text{ A}; \quad u_{Lnp} = 0 \text{ В.}$$

У даному випадку зручно користуватися диференційною формою:

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}.$$

Тоді маємо в даному випадку в загальному вигляді:

$$\begin{cases} i_2(t) = i_{2ce}(t) + i_{2np} = B \cdot e^{-44,4t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + \beta) + 23,1 \\ u_L(t) = L \cdot \frac{di_2(t)}{dt} = L \cdot B \cdot e^{-44,4t} \cdot [-44,4 \cdot \sin(24,1 \cdot t + \beta) + 24,1 \cdot \cos(24,1 \cdot t + \beta)] \end{cases}$$

Маємо при $t = 0$:

$$\begin{cases} i_2(0) = B \cdot \sin \beta + 23,1 = 0 \\ u_L(0) = L \cdot B \cdot [-44,4 \cdot \sin \beta + 24,1 \cdot \cos \beta] = 539 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} B = -\frac{23,1}{\sin \beta} \\ -0,6 \cdot \frac{23,1}{\sin \beta} \cdot [-44,4 \cdot \sin \beta + 24,1 \cdot \cos \beta] = 539 \end{cases}; \quad \begin{aligned} &615,4 - 334 \cdot \text{ctg} \beta = 539: \\ &\text{tg} \beta = \frac{-334}{539 - 615,4} = \frac{334}{76,4} = 4,3717: \\ &\beta = 1,35 \text{ рад}; B = -\frac{23,1}{\sin 1,35} = -23,7 \text{ A.} \end{aligned}$$

Остаточню маємо:

$$\underline{i_2(t) = 23,1 - 23,7 \cdot e^{-44,4t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 1,35), \text{ A.}}$$

Струм $i_1(t)$ знайдемо за першим законом Кірхгофа для миттєвих значень:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= i_2(t) + i_3(t) = 23,1 - 23,7 \cdot e^{-44,4t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 1,35) + \\ &+ 17,1 \cdot e^{-44,4t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 2,96) = 23,1 + e^{-44,4t} \cdot [S]. \end{aligned}$$

Складемо два комплексних числа:

$$\begin{aligned} [S] &= 17,1 \angle 2,96 - 23,7 \angle 1,35 = -16,819 + j \cdot 3,088 - 5,19 - j \cdot 23,125 = \\ &= -22,009 - j \cdot 20,037 = 29,8 \angle -2,4. \end{aligned}$$

Остаточню маємо:

$$\underline{i_1(t) = 23,1 + 29,8 \cdot e^{-44,4t} \cdot \sin(24,1 \cdot t - 2,4), \text{ A.}}$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу:

$$\tau_3 = \frac{T_0}{8} = \frac{2 \cdot \pi}{8 \cdot \omega} = \frac{6,28}{8 \cdot 24,1} = 0,0326 \text{ с} = 32,6 \text{ мс}.$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$:

$$\begin{aligned} i_1(0) &= 3,05 \text{ А}; & i_1(0,25 \cdot \tau_3) &= 6,4 \text{ А}; & i_1(0,5 \cdot \tau_3) &= 10 \text{ А}; \\ i_1(0,75 \cdot \tau_3) &= 13,3 \text{ А}; & i_1(\tau_3) &= 16,1 \text{ А}. \end{aligned}$$

Слід відзначити, що існує так званий "математичний" спосіб розрахунку перехідного процесу при замиканні третього ключа. Його можна рекомендувати як альтернативний, тому що при деякому спрощенні розрахунку з електричної точки зору він значно ускладнює його з математичної точки зору. Таким чином, користуватися цим способом можна тільки при гарній математичній підготовці. Розглянемо сутність "математичного" способу в загальному вигляді.

Після знаходження коренів характеристичного рівняння кола записуємо аналітичні вирази для шуканих величин. Для прикладу розглянемо випадок з комплексно-спряженими коренями:

$$\begin{cases} i_1(t) = i_{1\epsilon}(t) + i_{1np} = A_1 \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_1) + i_{1np} \\ i_2(t) = i_{2\epsilon}(t) + i_{2np} = A_2 \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_2) + i_{2np} \\ i_3(t) = i_{3\epsilon}(t) + i_{3np} = A_3 \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_3) + i_{3np} \\ u_c(t) = U_{c\epsilon}(t) + U_{cnp} = A_4 \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_4) + U_{cnp} \end{cases} \quad (*)$$

Маємо систему чотирьох рівнянь з вісьма невідомими ($A_1 \dots A_4$ та $\varphi_1 \dots \varphi_4$). Для вирішення такої системи необхідно доповнити її ще чотирма рівняннями. З цією метою продиференціюємо систему (*) і отримаємо:

$$\begin{cases} \frac{di_1(t)}{dt} = A_1 \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot [\alpha \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_1) + \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_1)] \\ \frac{di_2(t)}{dt} = A_2 \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot [\alpha \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_2) + \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_2)] \\ \frac{di_3(t)}{dt} = A_3 \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot [\alpha \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_3) + \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_3)] \\ \frac{du_c(t)}{dt} = A_4 \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot [\alpha \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_4) + \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_4)] \end{cases} \quad (**)$$

Далі необхідно знайти ліві частини рівнянь систем (*) та (**) для моменту часу $t = 0$, тобто початкові умови $i_1(0) \dots u_c(0)$ та $\frac{di_1(0)}{dt} \dots \frac{du_c(0)}{dt}$. У результаті отримаємо чотири системи двох рівнянь з двома невідомими:

$$\begin{cases} i_1(0) = A_1 \cdot \sin \varphi_1 + i_{1np} \\ \frac{di_1(0)}{dt} = A_1 \cdot [\alpha \cdot \sin \varphi_1 + \omega \cdot \cos \varphi_1] \end{cases}; \quad (1) \quad \begin{cases} i_2(0) = A_2 \cdot \sin \varphi_2 + i_{2np} \\ \frac{di_2(0)}{dt} = A_2 \cdot [\alpha \cdot \sin \varphi_2 + \omega \cdot \cos \varphi_2] \end{cases}; \quad (2)$$

$$\begin{cases} i_3(0) = A_3 \cdot \sin \varphi_3 + i_{3np} \\ \frac{di_3(0)}{dt} = A_3 \cdot [\alpha \cdot \sin \varphi_3 + \omega \cdot \cos \varphi_3] \end{cases}; \quad (3) \quad \begin{cases} u_c(0) = A_4 \cdot \sin \varphi_4 + U_{Cnp} \\ \frac{du_c(0)}{dt} = A_4 \cdot [\alpha \cdot \sin \varphi_4 + \omega \cdot \cos \varphi_4] \end{cases}; \quad (4)$$

Після вирішення цих систем отримуємо постійні інтегрування $A_1 \dots A_4$ та $\varphi_1 \dots \varphi_4$.

2.4.4. Розрахунок струму $i_2(t)$ операторним методом

Маємо операторну схему заміщення:

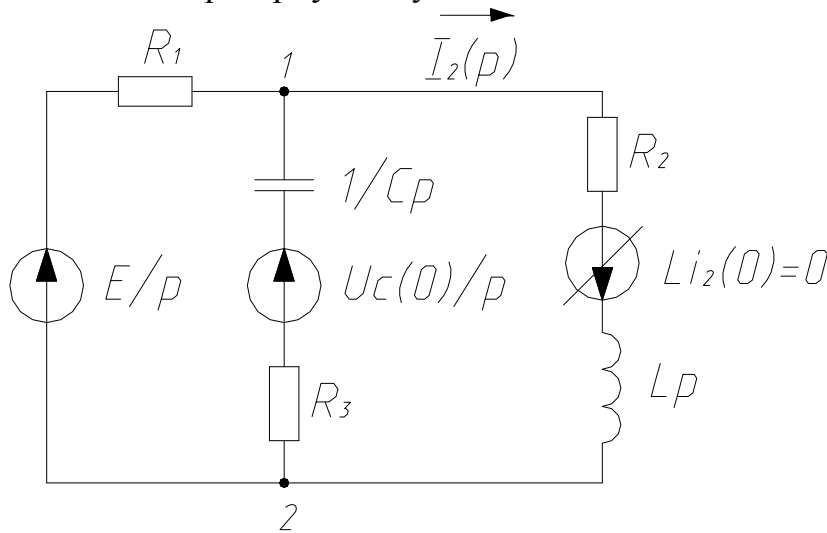


Рис. 2.41

Операторна напруга між вузлами 1 і 2:

$$U_{12}(p) = \frac{\frac{u_c(0)/p}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{E}{p \cdot R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{1}{L \cdot p + R_2}} =$$

$$= \frac{(L \cdot p + R_2) \cdot (C \cdot p \cdot (u_c(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E)}{p \cdot [(C \cdot p \cdot R_3 + 1) \cdot (L \cdot p + R_2) + C \cdot p \cdot R_1 \cdot (L \cdot p + R_2) + R_1 \cdot (C \cdot p \cdot R_3 + 1)]}$$

Струм $I_2(p)$ за законом Ома:

$$I_2(p) = \frac{U_{12}(p)}{L \cdot p + R_2} = \frac{C \cdot p \cdot (u_c(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E}{p \cdot (L \cdot C \cdot (R_1 + R_3) \cdot p^2 + p \cdot [C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L] + (R_1 + R_2))} =$$

$u_c(0) =$
 $= u_c(\tau_2) = 447,7 \text{ В};$
 $i_2(0) = 0 \text{ А (див.}$
 класичний метод).
 Струм $I_2(p)$ можна
 визначити за допо-
 могою будь-якого
 методу розрахунку
 складних електрич-
 них кіл, але най-
 більш доцільно ви-
 користувувати метод
 двох вузлів.

$$= \frac{p \cdot \frac{u_c(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3}{L \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{E}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)}}{p \cdot \left(p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{R_1 + R_2}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} \right)}$$

$$I_2(p) = \frac{p \cdot 898,5 + 58823,5}{p \cdot (p^2 + p \cdot 88,8 + 2549)} = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)}$$

Знайдемо корені $F_2(p)$:

$$p_{1,2} = (-44,4 \pm j \cdot 24,1) \frac{1}{C}$$

Корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені, тому оригінал струму шукаємо за теоремою розкладання у вигляді:

$$I_2(p) \div i_2(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{F_1(p_1)}{p_1 \cdot F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 t}$$

$$F_1(0) = 58823,5; \quad F_2(0) = 2549; \quad F_1(p_1) = 898,5 \cdot (-44,4 + j \cdot 24,1) + 58823,5 =$$

$$= 18930,1 + j \cdot 21653,9 = 28761,8 \cdot e^{j \cdot 0,85}$$

$$F_2'(p) = 2 \cdot p + 88,8; \quad F_2'(p_1) = 2 \cdot (-44,4 + j \cdot 24,1) + 88,8 = j \cdot 48,2$$

Перейдемо до оригіналу струму:

$$i_2(t) = \frac{58823,5}{2549} + 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{28761,8 \cdot e^{j \cdot 0,85}}{(-44,4 + j \cdot 24,1) \cdot j \cdot 48,2} \cdot e^{(-44,4 + j \cdot 24,1)t} =$$

$$= 23,1 + 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{28761,8 \cdot e^{j \cdot 0,85} \cdot e^{j \cdot 24,1 t}}{-1161,6 - j \cdot 2140,1} \cdot e^{-44,4 t} =$$

$$= 23,1 + 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{28761,8 \cdot e^{j \cdot (24,1 t + 0,85)}}{2435 \cdot e^{-j \cdot 2,07}} \cdot e^{-44,4 t} =$$

$$= 23,1 + 2 \cdot 11,8 \cdot e^{-44,4 t} \cdot \operatorname{Re} e^{j \cdot (24,1 t + 2,92)} = 23,1 + 23,6 \cdot e^{-44,4 t} \cdot \cos(24,1 \cdot t + 2,92) =$$

$$= 23,1 - 23,6 \cdot e^{-44,4 t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 2,92 + 1,57 - 3,14) =$$

$$= 23,1 - 23,6 \cdot e^{-44,4 t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 1,35)$$

Таким чином, розрахунок проведено вірно (похибка не перевищує 5 %).

Якщо струм $i_2(t)$ не матиме примусової складової, то теорема розкладання матиме вигляд:

$$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \div i_2(t) = 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 t}$$

Якщо корені характеристичного рівняння дійсні й різні, то теорема розкладання матиме вигляд (у першому випадку є примусова складова, а в другому – примусової складової немає):

$$1) \quad I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} \div i_2(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t};$$

$$2) \quad I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \div i_2(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t}.$$

Слід відзначити, що при переході до оригіналу струму (особливо у випадку, коли струм $i_2(t)$ не має примусової складової) окрім теореми розкладання можна також використовувати формули переходу (див. [1], стор. 266-267, або розділ "Операційне числення" курсу вищої математики). У цьому випадку вираз для зображення струму необхідно за допомогою математичних перетворень, тобто розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами (див. курс вищої математики) привести до стандартного вигляду (див. табл. 2.3).

Таблиця 2.3 – Оригінали і зображення функцій, які найбільш поширені в електротехніці ($k \neq 0$)

№ n/n	Оригінал	Зображення	№ n/n	Оригінал	Зображення
1	$k \cdot t^0 = k$	$\frac{k}{p}$	5	$k \cdot t \cdot \sin at$	$k \cdot \frac{2 \cdot p \cdot a}{(p^2 + a^2)^2}$
2	$k \cdot e^{\alpha t}$	$\frac{k}{p - \alpha}$	6	$k \cdot t \cdot \cos at$	$k \cdot \frac{(p^2 - a^2)}{(p^2 + a^2)^2}$
3	$k \cdot \sin at$	$k \cdot \frac{a}{p^2 + a^2}$	7	$k \cdot e^{\alpha t} \cdot \sin \beta t$	$k \cdot \frac{\beta}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$
4	$k \cdot \cos at$	$k \cdot \frac{p}{p^2 + a^2}$	8	$k \cdot e^{\alpha t} \cdot \cos \beta t$	$k \cdot \frac{p - \alpha}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$

Загальний вигляд розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами для різних випадків наведено в табл. 2.4 (будь-який з коефіцієнтів може дорівнювати нулю).

Таблиця 2.4 – Розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами

примусової складової немає	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{k_1 \cdot p + k_2}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$	корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені.
	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{k_1}{p - p_1} + \frac{k_2}{p - p_2}$	корені характеристичного рівняння дійсні й різні.
є примусова складова	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{k_1}{p} + \frac{k_2 \cdot p + k_3}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$	корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені.
	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{k_1}{p} + \frac{k_2}{p - p_1} + \frac{k_3}{p - p_2}$	корені характеристичного рівняння дійсні й різні.

2.4.5. Побудова графіка струму $i_1(t)$ у функції часу

Згідно із завданням необхідно побудувати графік зміни струму $i_1(t)$ при послідовному замиканні трьох ключів. Таким чином, графік має три ділянки, на кожній з яких струм $i_1(t)$ має власний аналітичний вираз. У даному випадку маємо вирази для побудови графіка струму $i_1(t)$:

1-а ділянка:
$$i_1(t) = 17,8 \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin 56,3 \cdot t, \text{ А};$$

2-а ділянка:
$$i_1(t) = 8,3 \cdot e^{-58,8 \cdot t}, \text{ А};$$

3-я ділянка:
$$i_1(t) = 23,1 + 29,8 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t - 2,4), \text{ А}.$$

Маємо розрахункові точки для побудови графіка струму $i_1(t)$ (див. табл. 2.5).

Таблиця 2.5 – Побудова графіка струму $i_1(t)$

	Струм $i_1(t)$, А		
	1-а ділянка $\tau_1 = 13,9$ мс	2-а ділянка $\tau_2 = 17$ мс	3-я ділянка $\tau_3 = 32,6$ мс
0	0	8,3	3,05
$0,25 \cdot \tau$	3	6,5	6,4
$0,5 \cdot \tau$	5,1	5	10
$0,75 \cdot \tau$	6,4	3,9	13,3
τ	7	3,1	16,1

Графік струму $i_1(t)$ представлений на рис. 2.42.

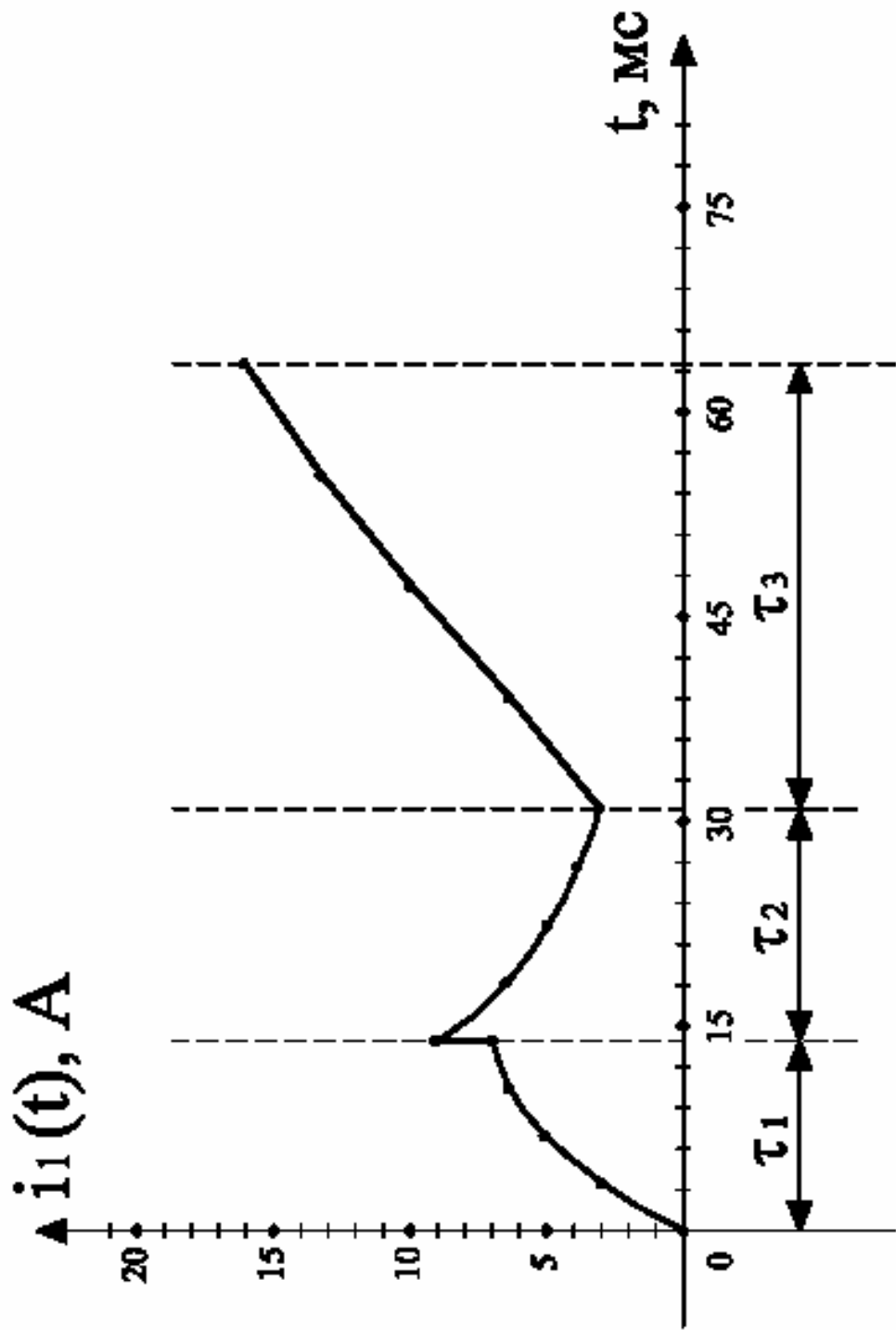


Рис. 2.42

2.5. ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ №2

РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР-2, 2 ЧАСТИНА

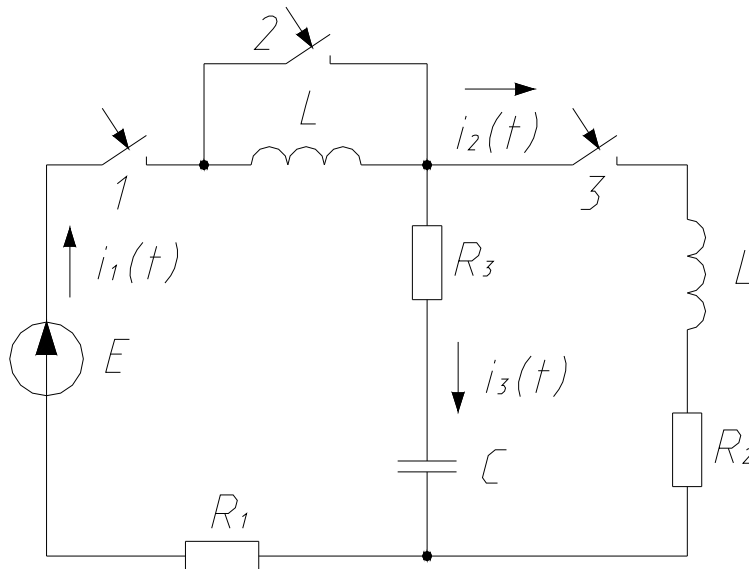
1. Визначити миттєві значення струмів усіх віток кола при послідовному замиканні трьох ключів за допомогою класичного методу.

...

3. Побудувати графік миттєвого значення струму $i_1(t)$...

Розрахункова схема (варіант № ...)

Вихідні дані:



$E = 500 \text{ В};$
 $L = 500 \text{ мГ};$
 $C = 240 \text{ мкФ};$
 $R_1 = 50 \text{ Ом};$
 $R_2 = 50 \text{ Ом};$
 $R_3 = 50 \text{ Ом}.$

Рис. 2.43

Виконання

2.5.1. Розрахунок перехідного процесу при замиканні першого ключа

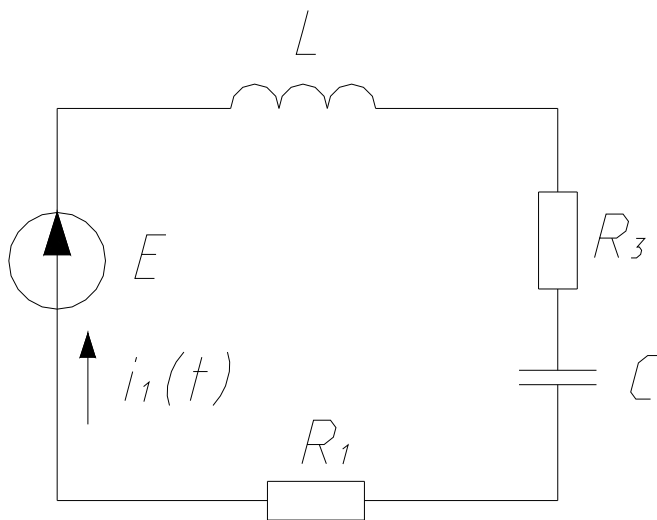


Рис. 2.44

Шукані струми, напруги, ЕРС необхідно знаходити у вигляді:

$$f(t) = f_{\epsilon}(t) + f_{np}.$$

Тут маємо:

1) $f_{\epsilon}(t)$ – вільна складова шуканої функції, що залежить від ступеня і коренів характеристичного рівняння (параметрів кола) і, власне, характеризує перехідний процес;

2) f_{np} – примусова складова шуканої функції, що характеризує коло після закінчення перехідного процесу (в даному випадку це коло постійного струму, в якому індуктивність є провідником з нескінченно малим опором, а конденсатор є нескінченно великим опором, тобто робить розрив у відповідній вітці).

Визначимо незалежні початкові умови (за законами комутації):

$$u_c(0) = 0 \text{ В}; \quad i_1(0) = 0 \text{ А}.$$

Складемо й вирішимо характеристичне рівняння кола:

$$\begin{aligned} Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} + L \cdot p = 0; & \quad L \cdot C \cdot p^2 + (R_1 + R_3) \cdot C \cdot p + 1 = 0. \\ p^2 + \frac{(R_1 + R_3)}{L} \cdot p + \frac{1}{L \cdot C} = 0; & \quad p^2 + 200 \cdot p + 8333 = 0. \end{aligned}$$

Дискримінант квадратного рівняння більше нуля, тому маємо два дійсних кореня: $p_1 = -140,8 \frac{1}{\text{с}}$; $p_2 = -59,2 \frac{1}{\text{с}}$.

Запишемо вирази для струму $i_1(t)$ і напруги $u_c(t)$ з урахуванням вигляду коренів характеристичного рівняння у загальному вигляді:

$$\begin{cases} u_c(t) = u_{cv}(t) + u_{cnp} = A_1 \cdot e^{-140,8t} + A_2 \cdot e^{-59,2t} + u_{cnp} \\ i_1(t) = i_{1c}(t) + i_{1np} = B_1 \cdot e^{-140,8t} + B_2 \cdot e^{-59,2t} + i_{1np} \end{cases}.$$

A_1 і A_2 , B_1 і B_2 – постійні інтегрування, що залежать від початкових умов, а їх кількість дорівнює ступеню характеристичного рівняння.

Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$):

$$u_{cnp} = E = 500 \text{ В}; \quad i_{1np} = 0 \text{ А (розрив вітки)}.$$

Далі необхідно знайти постійні інтегрування.

У даному випадку більш зручно (тому що кількість невідомих постійних інтегрування зменшується з чотирьох до двох) користуватися диференційною формою:

$$i_c(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt}.$$

Тоді маємо систему двох рівнянь з двома невідомими (A_1 і A_2):

$$\begin{cases} u_c(t) = u_{cv}(t) + u_{cnp} = A_1 \cdot e^{-140,8t} + A_2 \cdot e^{-59,2t} + 500 \\ i_1(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} = (-140,8) \cdot C \cdot A_1 \cdot e^{-140,8t} - 59,2 \cdot C \cdot A_2 \cdot e^{-59,2t} \end{cases}.$$

Для знаходження A_1 і A_2 використаємо незалежні початкові умови. Маємо при $t = 0$:

$$\begin{cases} u_c(0) = A_1 + A_2 + 500 = 0 \\ i_1(0) = C \cdot (-140,8 \cdot A_1 - 59,2 \cdot A_2) = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} A_1 + A_2 = -500 \\ 140,8 \cdot A_1 + 59,2 \cdot A_2 = 0 \end{cases}$$

Після вирішення цієї системи отримуємо: $A_1 = 362,7 \text{ В}; A_2 = -862,7 \text{ В}$.

Спростимо вираз для $i_1(t)$ і отримаємо остаточно:

$$u_c(t) = 500 + 362,7 \cdot e^{-140,8t} - 862,7 \cdot e^{-59,2t}, \text{ В};$$

$$i_1(t) = 12,3 \cdot e^{-59,2t} - 12,3 \cdot e^{-140,8t}, \text{ А}.$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу, що залежить від коренів характеристичного рівняння:

$$\tau_1 = \frac{1}{|p_{\min}|} = \frac{1}{|-59,2|} = 0,017 \text{ с} = 17 \text{ мс}.$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$:

$$\begin{aligned} i_1(0) &= 0 \text{ А}; & i_1(0,25 \cdot \tau_1) &= 2,8 \text{ А}; & i_1(0,5 \cdot \tau_1) &= 3,72 \text{ А}; \\ i_1(0,75 \cdot \tau_1) &= 3,74 \text{ А}; & i_1(\tau_1) &= 3,37 \text{ А}. \end{aligned}$$

2.5.2. Розрахунок перехідного процесу при замиканні другого ключа

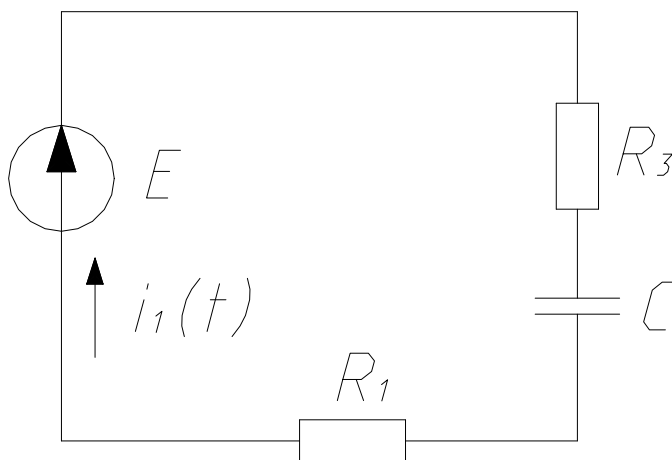


Рис. 2.45

Визначимо незалежні початкові умови:

$$u_c(0) = u_c(\tau_1) = 215,7 \text{ В}.$$

Складемо і вирішимо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} = 0;$$

$$p = -\frac{1}{(R_1 + R_3) \cdot C} = -41,7 \text{ 1/с}.$$

Запишемо вираз для напруги $u_c(t)$ з урахуванням вигляду коренів характеристичного рівняння:

$$u_c(t) = u_{cв}(t) + u_{cпр} = A \cdot e^{-41,7t} + u_{cпр}.$$

Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$):

$$u_{cпр} = E = 500 \text{ В}; \quad i_{1пр} = 0 \text{ А (розрив кола на конденсаторі)}.$$

За допомогою незалежних початкових умов знайдемо постійну інтегрування A . Маємо при $t = 0$: $u_c(0) = A + 500 = 215,7$; $A = 215,7 - 500 = -284,3 \text{ В}$.

Для знаходження $i_1(t)$ використовуємо диференціальну форму:

$$i_c(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt}.$$

У даному випадку: $i_1(t) = C \cdot A \cdot (-41,7) \cdot e^{-41,7t}$

Остаточно маємо:

$$u_c(t) = 500 - 284,3 \cdot e^{-41,7t}, \text{ В}; \quad i_1(t) = 2,8 \cdot e^{-41,7t}, \text{ А}.$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу:

$$\tau_2 = \frac{1}{|p|} = \frac{1}{41,7} = 0,024 \text{ с} = 24 \text{ мс}.$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$:

$$i_1(0) = 2,8 \text{ А}; \quad i_1(0,25 \cdot \tau_2) = 2,18 \text{ А}; \quad i_1(0,5 \cdot \tau_2) = 1,7 \text{ А}; \\ i_1(0,75 \cdot \tau_2) = 1,32 \text{ А}; \quad i_1(\tau_2) = 1,03 \text{ А}.$$

2.5.3. Розрахунок перехідного процесу при замиканні третього ключа

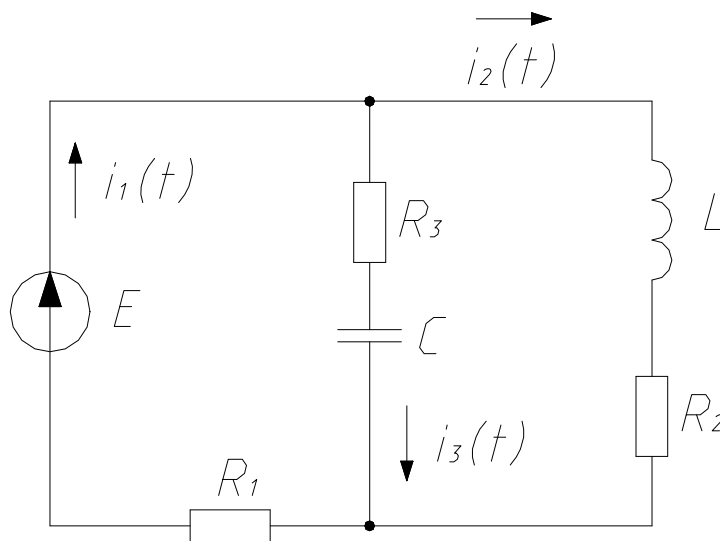


Рис. 2.46

Визначимо незалежні початкові умови:

$$u_c(0) = u_c(\tau_2) = 395,4 \text{ В};$$

$$i_2(0) = 0 \text{ А}.$$

Складемо й вирішимо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + \frac{\left(\frac{1}{C \cdot p} + R_3\right) \cdot (R_2 + L \cdot p)}{\frac{1}{C \cdot p} + R_3 + R_2 + L \cdot p} = 0.$$

Після математичних перетворень маємо:

$$p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{(R_1 + R_2)}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} = 0;$$

$$p^2 + 191,7 \cdot p + 8333 = 0.$$

Дискримінант квадратного рівняння більше нуля, тому маємо два дійсних кореня: $p_1 = -125,1 \frac{1}{\text{с}}$; $p_2 = -66,6 \frac{1}{\text{с}}$.

Застосуємо в даному випадку метод розрахунку за миттєвими значеннями. Цей метод найбільш зручний, якщо корені характеристичного рівняння дійсні та

різні. Першочергово необхідно знайти вирази для миттєвих значень напруги на конденсаторі та струму, що протікає через цей конденсатор. Далі записуємо другий закон Кірхгофа для миттєвих значень за контуром, в якому маємо вітку з вищезгаданим конденсатором та вітку, яка містить тільки активний опір. З цього закону отримаємо вираз для миттєвого значення струму вітки, яка містить тільки активний опір. Останнім кроком знаходимо третій струм за першим законом Кірхгофа для миттєвих значень, маючи два раніше знайдені. Необхідно відмітити, що цей метод можна застосовувати і при комплексно-спряжених коренях характеристичного рівняння, але в тому випадку розрахунок складніший, бо маємо функцію, що містить множення експоненти та синусоїди. Як діяти в такому випадку – див. п. 2.4.3, знаходження струму $i_2(t)$.

Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$):

$$u_{Cnp} = E - i_{1np} \cdot R_1 = i_{2np} \cdot R_2 = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 250 \text{ В}; \quad i_{3np} = 0 \text{ А};$$

$$i_{1np} = i_{2np} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{500}{50 + 50} = 5 \text{ А}.$$

Знайдемо залежні початкові умови (за законами Кірхгофа для моменту часу $t = 0$):

$$i_1(0) = i_2(0) + i_3(0); \quad i_2(0) = 0 \text{ А}; \quad i_1(0) = i_3(0);$$

$$i_1(0) \cdot R_1 + u_c(0) + i_3(0) \cdot R_3 = E \Rightarrow i_3(0) = \frac{E - u_c(0)}{R_1 + R_3} = \frac{500 - 395,4}{100} = 1,05 \text{ А}.$$

Знайдемо струм $i_3(t)$ і напругу $u_c(t)$.

Маємо в загальному вигляді (використовуючи диференціальну форму):

$$\begin{cases} u_c(t) = u_{c\epsilon}(t) + u_{cnp} = A_1 \cdot e^{-125,1t} + A_2 \cdot e^{-66,6t} + 250 \\ i_3(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} = (-125,1) \cdot C \cdot A_1 \cdot e^{-125,1t} - 66,6 \cdot C \cdot A_2 \cdot e^{-66,6t} \end{cases}$$

Маємо при $t = 0$:

$$\begin{cases} u_c(0) = A_1 + A_2 + 250 = 395,4 \\ i_1(0) = C \cdot A_1 \cdot (-125,1) + C \cdot A_2 \cdot (-66,6) = 1,05 \end{cases}; \quad \begin{cases} A_1 + A_2 = 145,4 \\ 125,1 \cdot A_1 + 66,6 \cdot A_2 = -4375 \end{cases}$$

Після вирішення цієї системи отримуємо: $A_1 = -240,3 \text{ В}$; $A_2 = 385,7 \text{ В}$.

Спростимо вираз для $i_3(t)$ і отримаємо остаточно:

$$u_c(t) = 250 + 385,7 \cdot e^{-66,6t} - 240,3 \cdot e^{-125,1t}, \text{ В};$$

$$i_3(t) = 7,2 \cdot e^{-125,1t} - 6,2 \cdot e^{-66,6t}, \text{ А}.$$

Знайдемо струм $i_1(t)$, використовуючи другий закон Кірхгофа для миттєвих значень:

$$i_1(t) \cdot R_1 + i_3(t) \cdot R_3 + u_c(t) = E;$$

$$i_1(t) = \frac{E - i_3(t) \cdot R_3 - u_c(t)}{R_1} = 10 - 7,2 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + 6,2 \cdot e^{-66,6 \cdot t} - 7,7 \cdot e^{-66,6 \cdot t} +$$

$$+ 4,8 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 5 \Rightarrow \underline{i_1(t) = 5 - 2,4 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 1,5 \cdot e^{-66,6 \cdot t}, \text{ А.}}$$

Знайдемо струм $i_2(t)$, використовуючи перший закон Кірхгофа для миттєвих значень:

$$i_2(t) = i_1(t) - i_3(t) = 5 - 2,4 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 1,5 \cdot e^{-66,6 \cdot t} - 7,2 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + 6,2 \cdot e^{-66,6 \cdot t};$$

$$\underline{i_2(t) = 5 - 9,6 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + 4,7 \cdot e^{-66,6 \cdot t}, \text{ А.}}$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу:

$$\tau_1 = \frac{1}{|p_{\min}|} = \frac{1}{|-66,6|} = 0,015 \text{ с} = 15 \text{ мс.}$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$:

$$i_1(0) = 1,1 \text{ А}; \quad i_1(0,25 \cdot \tau_1) = 2,46 \text{ А}; \quad i_1(0,5 \cdot \tau_1) = 3,32 \text{ А};$$

$$i_1(0,75 \cdot \tau_1) = 3,87 \text{ А}; \quad i_1(\tau_1) = 4,23 \text{ А.}$$

2.5.4. Розрахунок струму $i_2(t)$ операторним методом

Маємо операторну схему заміщення:

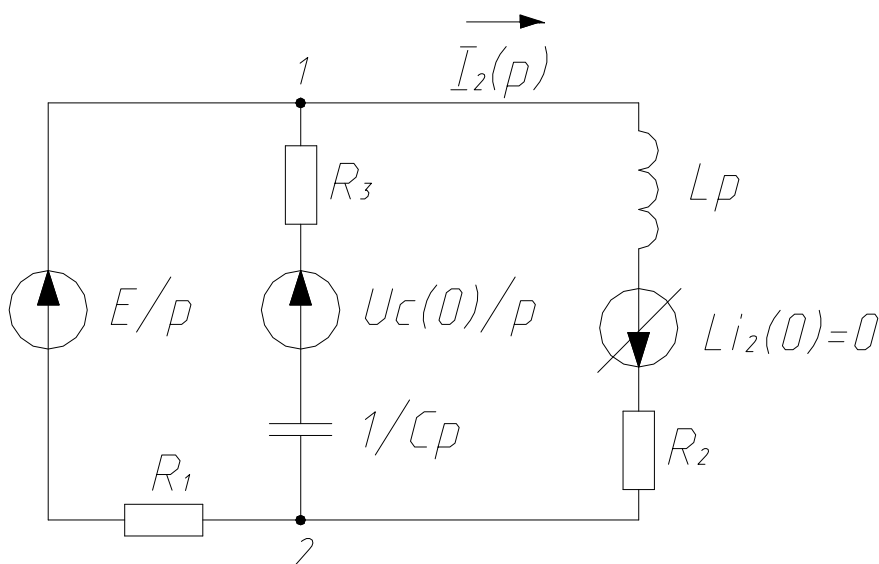


Рис. 2.47

Операторна напруга між вузлами 1 і 2:

$$u_c(0) =$$

$$= u_c(\tau_2) = 395,4 \text{ В};$$

$$i_2(0) = 0 \text{ А (див.}$$

класичний метод).

Струм $I_2(p)$ можна визначити за допомогою будь-якого методу розрахунку складних електричних кіл, але найбільш доцільно використовувати метод двох вузлів.

$$\begin{aligned}
U_{12}(p) &= \frac{\frac{u_c(0)/p}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{E}{p \cdot R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{1}{L \cdot p + R_2}} = \\
&= \frac{(L \cdot p + R_2) \cdot (C \cdot p \cdot (u_c(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E)}{p \cdot [(C \cdot p \cdot R_3 + 1) \cdot (L \cdot p + R_2) + C \cdot p \cdot R_1 \cdot (L \cdot p + R_2) + R_1 \cdot (C \cdot p \cdot R_3 + 1)]} \\
\text{Струм } I_2(p) \text{ за законом Ома: } I_2(p) &= \frac{U_{12}(p)}{L \cdot p + R_2} = \\
&= \frac{C \cdot p \cdot (u_c(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E}{p \cdot (L \cdot C \cdot (R_1 + R_3) \cdot p^2 + p \cdot [C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L] + (R_1 + R_2))} = \\
&= \frac{p \cdot \frac{u_c(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3}{L \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{E}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)}}{p \cdot \left(p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{R_1 + R_2}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} \right)} \\
I_2(p) &= \frac{p \cdot 891,7 + 41667}{p \cdot (p^2 + p \cdot 191,7 + 8333)} = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{p \cdot 891,7 + 41667}{p \cdot (p + 125,1) \cdot (p + 66,6)}.
\end{aligned}$$

$F_2(p)$ повинне повторювати характеристичне рівняння. Якщо не повторює – потрібно шукати помилку при математичних перетвореннях для $U_{12}(p)$ і $I_2(p)$ або при складанні операторної схеми заміщення.

Перейдемо до оригіналу струму за допомогою формул переходу (табл. 2.3). Струм $i_2(t)$ має примусову складову, а корені $F_2(p)$ або характеристичного рівняння – дійсні та різні $p_1 = -125,1 \frac{1}{c}$; $p_2 = -66,6 \frac{1}{c}$. За табл. 2.4. вибираємо четвертий рядок:

$$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{k_1}{p} + \frac{k_2}{p - p_1} + \frac{k_3}{p - p_2}.$$

Проведемо розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами:

$$\frac{p \cdot 891,7 + 41667}{p \cdot (p + 125,1) \cdot (p + 66,6)} = \frac{k_1}{p} + \frac{k_2}{p + 125,1} + \frac{k_3}{p + 66,6};$$

$$p \cdot 891,7 + 41667 = k_1 \cdot (p + 125,1) \cdot (p + 66,6) + k_2 \cdot p \cdot (p + 66,6) + k_3 \cdot p \cdot (p + 125,1).$$

$$\begin{array}{l}
 p_1 = 0 \\
 p_2 = -66,6 \\
 p_3 = -125,1
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 41667 = 8331,66 \cdot k_1 \\
 -17720,22 = -3896,1 \cdot k_3 \\
 -69884,67 = 7318,35 \cdot k_2
 \end{array} \right.
 \begin{array}{l}
 k_1 = \frac{41667}{8331,66} = 5 \\
 k_3 = \frac{-17720,22}{-3896,1} = 4,5 \\
 k_2 = \frac{-69884,67}{7318,35} = -9,5
 \end{array}$$

Таким чином, маємо вираз для струму:

$$I_2(p) = \frac{5}{p} + \frac{-9,5}{p+125,1} + \frac{4,5}{p+66,6}.$$

Здійснюємо перехід до оригіналу струму (табл. 2.3):

$$I_2(p) \div i_2(t) = 5 - 9,5 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + 4,5 \cdot e^{-66,6 \cdot t}, \text{ А.}$$

Таким чином, розрахунок проведено правильно (похибка не перевищує 5 %).

Графік струму $i_1(t)$ представлений на рис. 2.48.

2.6. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

- 1) Дайте визначення перехідних процесів. Сформулюйте закони комутації.
- 2) Поясніть, як проводять розрахунок перехідних процесів класичним методом.
- 3) Дайте визначення незалежних та залежних, нульових та ненульових початкових умов.
- 4) Поясніть порядок складання характеристичного рівняння за методом головного визначника і методом вхідного опору.
- 5) Поясніть як визначається ступень характеристичного рівняння. Вкажіть власності коренів характеристичного рівняння.
- 6) Поясніть, який характер має вільний процес при одному корені характеристичного рівняння, при двох комплексно спряжених коренях, при двох дійсних рівних та двох дійсних нерівних коренях характеристичного рівняння.
- 7) Поясніть, як визначають постійні інтегрування у класичному методі розрахунку перехідних процесів.
- 8) Сформулюйте сутність операторного методу. Наведіть формулу перетворення Лапласа.
- 9) Проаналізуйте, як знаходять зображення постійної величини й показової функції.
- 10) Проаналізуйте, як знаходять зображення першої похідної і напруги на індуктивності.
- 11) Проаналізуйте, як знаходять зображення інтегралу та напруги на ємності.
- 12) Сформулюйте деякі теореми й граничні співвідношення операторного методу.
- 13) Сформулюйте закони Ома і Кірхгофа в операторній формі.
- 14) Поясніть, як використовується формула розкладання для визначення оригіналу струму (напруги) при перехідному процесі операторним методом й наведіть особливості її використання.
- 15) Поясніть, як проводять розрахунок перехідних процесів операторним методом.

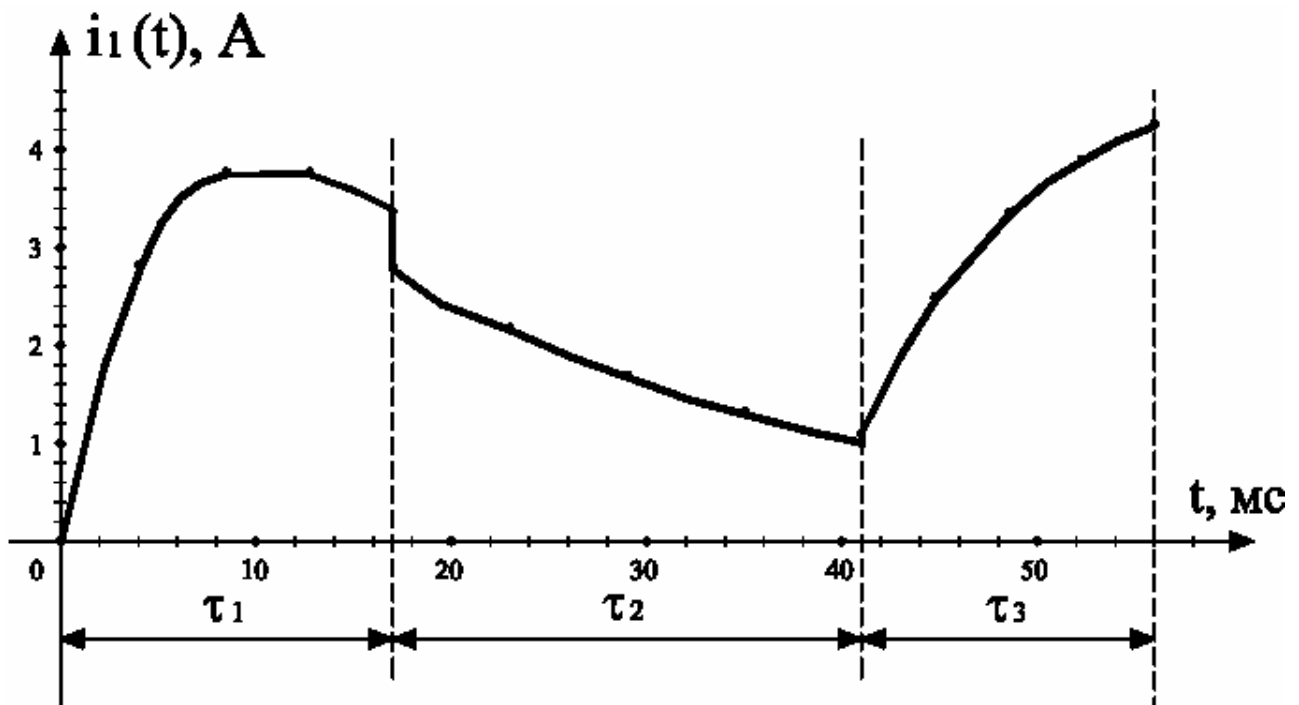


Рис. 2.48

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. 9-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1996. – 638 с.
2. Основы теории цепей: Учебник для вузов / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов – 5-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
3. Теоретичні основи електротехніки: Підручник: У 3 т. / В.С. Бойко, В.В. Бойко, Ю.Ф. Видолуб та ін.; За заг. ред. І.М. Чиженка, В.С. Бойка. – К.: ІВЦ "Видавництво "Політехніка"", 2004. – Т.1: Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами. – 272 с.
4. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1990. – 544 с.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи за темами «Розрахунок трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги», «Розрахунок перехідних процесів у лінійних електричних колах» з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» (для студентів усіх форм навчання та слухачів другої вищої освіти напрямків 6.050701 «Електротехніка та електротехнології», 6.050702 «Електромеханіка»).

Укладачі: Форкун Яна Борисівна,
Самошкін Володимир Петрович,
Капустін Геннадій Валентинович,
Юрченко Світлана Марківна,
Алаєв Павло Миколайович

Редактор *М. З. Аляб'єв*

Коректор *З. І. Зайцева*

Комп'ютерний набір і верстання *Я. Б. Форкун*

План 2007, поз. 340

Підп. до друку 14.06.2007	Формат 60x84 1/16
Друк на ризографі	Ум. друк. арк. 3,4
Зам. №	Тираж 150 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 731 від 19.12.2001