УДК 330.65: 519.816

Н.В. Доценко, Н.В. Косенко

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

КОМПАРАТОРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ МНОГОФАКТОРНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

В статье рассмотрен метод компараторной идентификации параметров многофакторного оценивания. Показано, что данный метод более устойчив по сравнению с методом анализа иерархией, менее трудоемок и более точен. Также он позволяет решать задачу структурной идентификации модели обобщенного оценивания.

Ключевые слова: *метод компараторной идентификации, многофакторное оценивание.*

Введение

Формализация процессов принятия решений, переход от не формальных, субъективных процедур к нормативно обоснованным объективным правилам, является одной из важнейших современных научных задач. Теория принятия эффективных решений является междисциплинарным научным направлением интегрирующим в рамках системного анализа, теории полезности, психологии, интроспективного анализа (методологию экспертного оценивания) и т.д. Особый интерес к теории принятия решений основан на том, что вся бытовая, профессиональная, социальная, политическая деятельность является последовательностью актов принятия и реализации решений. При этом эффективность принимаемых индивидуальных решений не только определяет личную успешность каждого индивидуума, но и во многих случаях влияет на более или менее широкий круг взаимодействующих (системно связанных) людей.

Вместе с этим трудность разработки нормативной теории эффективного, формально объективного принятия решений сильно затруднена тем, что по определению процедура принятия решений является актом осознанного выбора возможности альтернативы из допустимого множества. Таким образом, принятие решений является интеллектуальным, творческим актом в основе которого лежит модель вида:

$$x^{\circ} = \arg\operatorname*{extr}_{x \in X} K(x), \tag{1}$$

где x° – эффективные решения; x – множество допустимых решений; $K(x)$ – критерий оценки эффективности, т.е. метрика, в которой измеряется "качество" решения.

В частном случае, если критерий эффективности скалярный, т.е. единственный, проблема выбора не вызывает принципиальных затруднений и сводится к установлению ординального отношения порядка на числовой оси. Лучшим решением является в этом случае крайний, т.е. экстремальный элемент последовательности.

Однако, такая ситуация встречается крайне редко и представляет только теоретический интерес. В общем случае, любая система, техническая, производственная, экологическая, социальная обладаем множеством "свойств". Каждое локальной "свойство" характеризует систему по одному или группе "качеств", а их совокупность полно и однозначно характеризует "качество", "эффективность", "полезность" системы в целом. Предположим, что для измерения каждого или связанной группы локальных "свойств" существует некоторая объективная метрика. Тогда уровень проявления любого локального свойства можно измерить некоторым показателем, который в дальнейшем будет называть локальным (частным) критерием оценки эффективности и обозначать $k_i(x)$, $i = \overline{1,n}$, где n - количество значимых свойств.

С учетом введенных допущений формальная модель выбора эффективного решения (1) примет вид:

$$x^{\circ} = \arg\operatorname*{extr}_{x \in X} k_i(x), \ \forall i = \overline{1,n}, \tag{2}$$

где $\forall$ – квантор общности.

Однако, как следует из формального определения абстрактных, т.е. инвариантных конкретной целевой направленности, систем [1] и системного анализа структуры множества допустимых значений X, такого решения не существует. Это означает, что задача многокритериальной оптимизации (2) в общем случае является некорректной по Адамару [2], так как не имеет единственного решения. Вместе с этим, системологический анализ допустимого множества решений X показывает, что существует множество "компромиссных" решений $X^c \in X$. Их особенность заключается в том, что улучшение любого частного критерия $k_i(x)$ требует ухудшения (снижения качества) значения хотя бы по одному другому частному критерию. Осознанный компромисс между "выигрышем" и "проигрышем" позволяет человеку, т.е. лицу, принимаемому решения (ЛПР) на субъективном (интуитивном) уровне определять единственное предпочтительное, с его точки зрения, решение. Таким образом, ЛПР для решения задачи многокритериального выбора использует некоторую неформализованную дополнительную по отношению к исходной задаче выбора решения информацию, т.е. опыт решения подобных задач.

Результаты исследований

Академик Н. Тихонов [2], предложил общую методологию трансформации некорректных задач в условно корректные, получившую название метода регуляризации. Эта методология основана на привлечение для решения некорректных задач внешней, дополнительной информации в виде некоторых правил, допущений, моделей. В общем случае задача регуляризации является проблемно-ориентировочной.

Общая идея регуляризации задачи многокритериального выбора решения заключается в ее скаляризации, т.е. замене исходной многокритериальной задачи однокритериальной или последовательностью однокритериальных задач. В настоящее время предложено и практически используются много методов регуляризации задачи многокритериальной оптимизации. Наиболее известными являются принцип главного критерия, метод последовательной оптимизации, функционально-стоимостный анализ и другие.

Вместе с этим общей основой всех методов регуляризации задачи многокритериальной оптимизации является теория полезности [3], согласно которой в качестве обобщенной скалярной оценки "качества" (эффективности) решения $x \in X$ выступает его полезность $P(x)$:

$$P(x) = F\left[\lambda, k_i(x)\right]; \quad i = \overline{1,n}, \tag{3}$$

где F – оператор, определяющий структуру модели оценивания; $k_i(x)$, $i = \overline{1,n}$ – разнородные частные критерии; $\lambda = \langle \lambda_i \rangle$, $i = \overline{1,n}$ – кортеж коэффициентов изоморфизма, приводящих частные критерии к некоторому нормализованному виду.

Конструктивное использование модели (3) связано с необходимостью решения задач структурной (определением вида оператора F) и параметрической (определение количественных значений параметров λ_i) идентификацией.

Принципиальной особенностью процесса принятия решений является то, что это интеллектуальный процесс. Это означает, что в отличие от натурных физических процессов, он является неуправляемым и ненаблюдаемым. Это означает, что носителем необходимой для идентификации модели выбора решений информации является человек-эксперт, т.е. лицо, принимающее решение (ЛПР). Для получения этой информации используется метод интроспективного анализа, заключающийся в способности мозга к аналитическому самопознанию, а для получения информации внешним наблюдателем (когнитологом) методологии экспертного оценивания (МЭО). В основе этой методологии лежит гипотеза, что усреднение субъективных индивидуальных оценок дает оценку приближающихся к объективной. Однако, как показано в [4], решения получаемые с помощью экспертных оценок, крайне не устойчивы и плохо воспроизводимы. Они зависят от количественного и качественного состава экспертной группы, условий проведения экспертизы, профессионализма когнитологов и т.д. Кроме того, они носят интервальный характер (из-за несовпадения мнений экспертов), а если эксперт один, то отражают только его субъективное мнение. Вместе с этим, альтернатива методу экспертного оценивания для решения задачи структурно-параметрической идентификации модели многофакторного оценивания отсутствуют, и все известные методы решений этой проблемы основаны на применении МЭО.

Наиболее известными и популярными в настоящее время являются методы "Электра" [5] и "Метод анализа иерархией" (МАИ) [6]. При этом, оба метода даже не ставят задачу структурной идентификации модели оценивания, ограничиваясь постулированием аддитивной модели оценивания функции обобщенной полезности вида:

$$P(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i k_i^H(x), \tag{4}$$

где $k_i^H(x)$ – нормализованные, т.е. приведенные к безразмерному виду, единому интервалу измерения и направлению доминирования частные критерии; a_i – безразмерные коэффициенты относительной важности частных критериев, удовлетворяющие условиям:

$$0 \le a_i \le 1, \ \forall i = 1, n; \ \sum_{i=1}^{n} a_i = 1. \tag{5}$$

Нормализация разнородных частных критериев производится по следующей формуле:

$$k^H(x) = \left(\frac{k_i(x) - k_i^{НХ}(X)}{k_i^{НЛ}(X) - k_i^{НЛ}(X)} \right)^{\alpha}, \tag{6}$$

где $k_i(\tilde{o})$ – значение i-го частного критерия для альтернативы $x \in X$; $k_i^{НХ}(X)$; $k_i^{НЛ}(X)$ – соответственно "наихудшее" и "наилучшее" значение i-го частного критерия на всем допустимом множестве альтернативных решений X; α – коэффициент нелинейности (при $\alpha = 1$ реализуется линейная, $\alpha > 1$ выпуклая вниз, а $\alpha \le \alpha < 1$ – выпуклая вверх нелинейная зависимость), рис. 1.

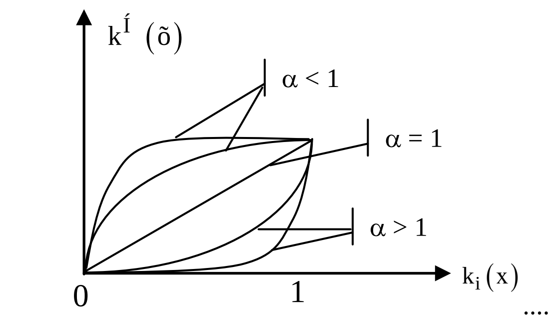

Рис. 1. Характер нелинейных зависимостей

Конечной целью всех методов параметрической идентификации является определение количественных (численных) значений весомых коэффициентов a_i. В основу решения задачи положен экспертный метод парного сравнения, как самая устойчивая процедура ПЭО.

Рассмотрим более подробно метод анализа иерархий (МАИ) Саати [6]. Как отмечено выше, наиболее устойчивой процедурой экспертного оценивания является процедура качественного экспертного оценивания. Эксперт или группа экспертов уверенно и воспроизводимо устанавливают отношения строгого или нестрогого порядка (лучше или эквивалентно) на любой паре альтернатив. Но такая процедура не универсальна и требует проведение экспертизы в каждом конкретном случае. Универсальным инструментом многофакторного оценивания и принятия решения может служить только модель вида (1), но для ее идентификации необходимо определить количественные значения ее параметров, т.е. коэффициентов a_i.

Рассмотрим процедуру идентификации реализуемую методом анализа иерархии (МАИ). На основе системного анализа цели системы формируется иерархическое дерево локальных целей, а точнее свойств, которыми должна обладать система для достижения глобальной цели. Каждое свойство или группа свойств приведена к виду допускающему количественную оценку, т.е. является частным критерием $k_i(x)$ (4). Далее эксперт или экспертная группа назначают количественную оценку веса каждого частного критерия a_i. Эти оценки нормализуются таким образом, чтобы выполнялось условие (5) и затем по формуле (4) вычисляются значения обобщенной полезности каждой альтернативы $x \in X$, или непосредственно определяется экстремальное решение по формуле (1). Метод получил широкое распространение и часто используется на практике. Вместе с этим МАИ имеет существенный недостаток, связанный с необходимостью количественно определять параметры модели экспертным методом. Как уже отмечалось, процедура непосредственного количественного экспертного оценивания крайне неточна и неустойчива, оценки по определению носят интервальных характер за счет разброса субъективных мнений экспертов; для сложных иерархических оценок происходит накопление интервальных погрешностей оценивания, вплоть до нарушения транзитивности отношения предпочтения на альтернативных решениях.

Вместе с этим очевидно, что информация получаемая в процессе качественного сравнения альтернатив содержит богатую скрытую (неявную информацию), получить которую можно на основе методов "date maning", т.е. выявления скрытых закономерностей.

Один из таких методов является компараторная идентификация параметров модели оценивания (4) [4]. Теоретической основой метода является фундаментальное утверждение теории полезности, согласно которой:

если заданы решения x_1 и $x_2 \in X$, то

$$x_1 \succ x_2 \Leftrightarrow P(x_1) > P(x_2), \qquad (7)$$

или если

$$x \sim x \Leftrightarrow P(x_1) = P(x_2), \qquad (8)$$

где "$\succ$" – знак отношения качественного порядка (лучше, предпочтительнее и т.д.); ">" – знак количественного порядка (больше); "~" – знак эквивалентности (тождественности).

На основании (7) можно записать неравенство:

$$P(x_2) - P(x_1) \le 0, \qquad (9)$$

а на основании (8) равенство:

$$P(x_2) - P(x_1) = 0. \qquad (10)$$

С учетом (4) из (9) и (10) соответственно следуют

$$\sum_{i=1}^{n} a_i k_i^H(x_2) - \sum_{i=1}^{n} a_i k_i^H(x_i) \le 0; i = \overline{1,n}; \qquad (11)$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i k_i^H(x_2) - \sum_{i=1}^{n} a_i k_i^H(x) = 0; i = \overline{1,n}. \qquad (12)$$

Здесь $k_i^H(x)$, $\forall i = \overline{1,n}$ – известны численные значения; a_i – неизвестные параметры после несложных преобразований получаем соответственно:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i \left[k_i^H(x_2) - k_i^H(x_1) \right] = \sum_{i=1}^{n} a_i \Delta k_i^H(x_2, x_1) \le 0; i = \overline{1,n}; \qquad (13)$$

$$\sum a_i \left[k_i^H(x_2) - k_i^H(x_1) \right] = \sum_{i=1}^{n} a_i \Delta k_i^H(x_2, x_1) = 0; i = \overline{1,n}. \qquad (14)$$

Пусть на компараторное (сравнивающее) устройство, в качестве которого выступает эксперт, поступает последовательность пар возможных альтернатив. В результате на выходе будет получена, в общем случае нестрогое отношение порядка вида:

$$x_1 \succ x_2 \approx x_3 \succ x_4 \succ x_5 \approx x_6 ... \succ x_j, j = \overline{1,m}. \qquad (15)$$

На основании этой последовательности для каждой пары, для которой выполняется строгое предпочтение можно сформировать неравенство вида (13), а для каждой пары эквивалентных альтернатив – равенства вида (14). В результате получим систему вида

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} a_i \Delta k_i^H (x_2, x_1) \le 0; \\ \sum_{i=1}^{n} a_i \Delta k_i^H (x_3; x_2) \le 0; \\ \sum_{i=1}^{n} a_i \Delta k_i^H (x_4; x_3) \le 0; \\ \sum_{i=1}^{n} a_i \Delta k_i^H (x_m, x_{m-1}) \le 0. \end{cases} \quad (16)$$

Если $(m - 1) \ge n$, то система (16) определяет замкнутый многогранник в пространстве параметров a_i, $i = \overline{1, n}$. При этом, если число равенств равно или больше *n*, то система позволяет определить точные численные значения всех параметров a_i, $i = \overline{1, n}$. В противном случае, т.е. если $(m - 1) \ge n$, система (16) является задачей некорректной по Адамару [2], т.е.не имеет единственного решения. Для регуляризации этой некорректной по Адамару задачи можно трансформировать в корректную по Тихонову [2], необходимо добавить к ней регуляризирующее правило.

Некорректность рассматриваемой задачи связана с тем, что система неравенств (16) определяет n-мерный многогранник Ω, любая точка которого является допустимым решением

Для регуляризации задачи необходимо задать правило выбора единственного решения (точки) из многогранника Ω. В качестве такого решения предлагается выбирать Чебышевскую точку, т.е. точку минимаксно удаленную от всех граней многогранника, ограничивающего множество допустимых решений Ω. Аргументом в пользу такого выбора является то, что Чебышевская точка расположена в центре области и наиболее устойчива к возможным вариациям исходной системы неравенств.

Как показано в [10] определение Чебышевской точки является задачей линейного программирования вида:

$$A^{\circ} = \arg\max \min_{j} \left| \eta_j (A) \right|, \quad (17)$$

где $\eta_j, i = \overline{1, m}$ – ограничения-неравенства, которые входят в модель (16).

Вывод

Рассмотренный в статье метод компараторной идентификации параметров многофакторного оценивания более устойчив по сравнению с методом анализа иерархией, менее трудоемкий, так как не требует определения количественных оценок искомых параметров м в связи с этим более точен.

Следует отметить, что метод компараторной идентификации позволяет решать задачу структурной идентификации модели обобщенного оценивания, что не позволяют делать другие метода.

Список литературы

1. *Бурбаки Н. Начала математики. Ч.1 Основные* ст рукт уры анализа / Н. Бурбаки. – М.: Наука 1969. – 280 с.
2. *Тихонов А.Н.. Методы решения некорректных* задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука, 1981. – 288 с.
3. Неймон Дж . Теория игр и экономическое поведение / Дж . Неймон, О. Моргеншт ерн. – М.: Наука, 1970. –124 с.
4. *Петров К.Э. Компараторная структурно-параметрическая идентификация моделей скалярного многофакторного оценивания / К.Э. Петров, В.В. Крючковский. – Херсон: Олди-плюс, 2009. – 294 с.*
5. *Руа Б. Классификация и выбор при наличии нескольких критериев (метод ЭЛЕКТРА) / Б.Руа // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. – М.: Мир, 1976. – С. 80-108.*
6. *Саати Т.Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т.Л. Саати. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.*
7. *Зуховицкий С.И. Линейное и выпуклое программирование / С.И. Зуховицкий, Л.И. Авдеев. – М. Наука, 1967. – 460 с.*

Поступила в редколлегию 1.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.В. Чумаченко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

КОМПАРАТОРНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ ОЦІНЮВАННЯ БАГАТОЧИННИКА

Н.В. Доценко, Н.В. Косенко

У статті розглянутий метод компараторної ідентифікації параметрів оцінювання багаточинника. Показано, що даний метод стійкіший в порівнянні з методом аналізу ієрархією, менш трудомісткий і точніший. Також він дозволяє вирішувати задачу структурної ідентифікації моделі узагальненого оцінювання.

Ключові слова: *метод компараторної ідентифікації, оцінювання багаточинника.*

COMPARATOR AUTHENTICATION OF PARAMETERS OF MODEL OF MULTIFACTOR EVALUATION

N.V. Dotsenko, N.V. Kosenko

The method of comparator authentication of parameters of multifactor evaluation is considered in the article. It is shown that this method is more steady as compared to the method of analysis a hierarchy, less labour intensive and more exact. Also he allows to decide the task of structural authentication of model of the generalized evaluation.

Keywords: *method of comparator authentication, multifactor evaluation.*