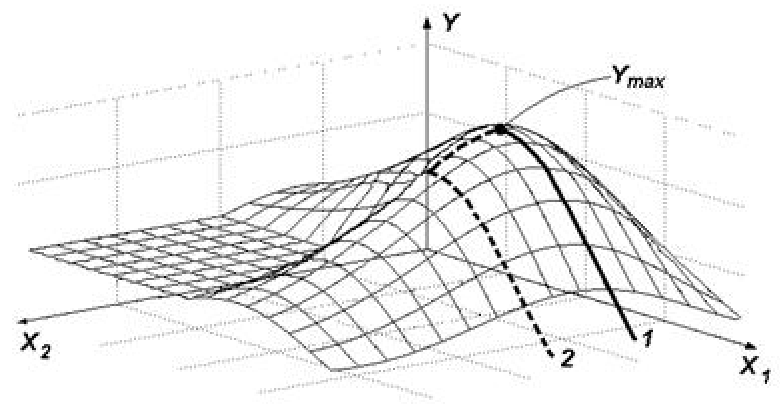
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МІСЬКОГО
ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання самостійної та розрахунково-графічної робіт
з дисципліни

«ПЛАНУВАННЯ І ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ»

(для студентів 5 курсу денної форми навчання за спеціальностями
8.06010302 – Раціональне використання і охорона водних ресурсів,
8.06010108 – Водопостачання та водовідведення)



Харків
ХНУМГ ім. О.М. БЕКЕТОВА
2016

Методичні вказівки до виконання самостійної та розрахунково-графічної робіт з дисципліни «Планування і обробка результатів експерименту» (для студентів 5 курсу денної форми навчання за спеціальностями 8.06010302 – Раціональне використання і охорона водних ресурсів, 8.06010108 – Водопостачання та водовідведення) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад.: О. О. Ковальова. – Харків : ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2016. – 35 с.

Укладач: О. О. Ковальова

Рецензент: доц., канд. техн. наук Г. І. Благодарна

Затверджено кафедрою водопостачання, водовідведення та очищення вод, протокол № 10 від 15.04.2013 р.

ЗМІСТ

ВСТУП

Роль і місце навчальної дисципліни у підготовці спеціаліста

Навчальна дисципліна «Планування і обробка результатів експерименту» належить до циклу професійно-орієнтованих дисциплін за спеціальностями 8.06010302 – Раціональне використання і охорона водних ресурсів, 8.06010108 - Водопостачання та водовідведення.

Предметом вивчення дисципліни є сучасні методи планування та обробки результатів експерименту та застосування спеціальних комп'ютерних програм для високотехнологічного аналізу даних.

Метою вивчення дисципліни є підготовка магістра, який володітиме знаннями необхідними для планування активного експерименту і обробки його результатів на ЕОМ залежно від апріорної інформації.

Основні завдання дисципліни складаються з формування знань та вмінь, що необхідні для планування й обробки результатів експерименту та високотехнологічного аналізу даних за допомогою спеціальних комп'ютерних програм.

У результаті вивчення дисципліни студенти повинні:

Знати:

- математичні основи планування експерименту;
- загальні принципи методології експерименту;
- статистичні методи оцінки вимірювань у експериментальних дослідженнях;
- методи графічного зображення результатів вимірювань;
- методи підбору емпіричних формул;
- визначення законів розповсюджування та їх адекватності щодо експериментальних даних.

Вміти (за допомогою спеціальних програм на ЕОМ)**:**

- планувати експеримент з метою опису дослідного об'єкта;
- розробляти план-програму експерименту;
- графічно зображати результати експериментальних досліджень;
- підбирати емпіричні формули;
- проводити регресійний аналіз;
- оптимізувати технологічні процеси з використанням планування експерименту;
- аналізувати теоретико-експериментальні дослідження та формулювати висновки та пропозиції;
- складати звіти з науково-дослідної роботи.

Організаційно-методичні особливості проведення занять

Для підготовки магістра на рівні знань у програмі навчальної дисципліни «Планування і обробка результатів експерименту» передбачений цикл лабораторних робіт у поєднанні з самостійною роботою студентів.

Формування вмінь майбутнього спеціаліста здійснюється за допомогою проведення лабораторних робіт з головних тем дисципліни.

Рівень знань студентів підвищується при самостійній роботі, яка забезпечена консультаціями викладача. Завдання на самостійну роботу видаються в ході лабораторних занять.

Поточний контроль знань студентів здійснюється за допомогою тестування за основними змістовими модулями. Підсумковий звіт з дисципліни виконується у формі заліку.

У ході вивчення дисципліни студенти повинні навчатися використовувати літературу і довідкові видання з питань планування і обробки результатів експериментів.

Дисципліна «Планування і обробка результатів експерименту» передбачає виконання розрахунково-графічної роботи (РГР).

Виконуючи РГР, студенти закріплюють навички практичного застосування основних методів опрацювання й аналізу результатів експерименту.

1. ВКАЗІВКИ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

ЗМ 1.1 Основи планування експерименту. Методи експериментальних досліджень

ТЕМА 1. Основні поняття планування та методологія експерименту

Етапи та цілі планування експерименту. Визначення експерименту. Види експерименту. Визначення об'єкта вишукування.

Контрольні запитання

1. Що таке *планування експерименту*?
2. Сформулюйте етапи планування.
3. Основна ціль планування.
4. Що таке *експеримент*?
5. Що означає *фізичний* і *модельний* експеримент?
6. Визначення об'єкта вишукування.

ТЕМА 2. Планування експерименту з ціллю опису дослідного об'єкта. Розробка плану-програми експерименту

Техніка планування. Вимоги до параметру оптимізації. Розробка плану програми експерименту.

Контрольні запитання

1. Техніка планування експерименту.
2. Які задачі вирішує планування експерименту?
3. Що таке *математична модель*?
4. Що таке *параметр оптимізації*?
5. Вимоги до параметру оптимізації.
6. Що включає план-програма експерименту?
7. З чого складається методика експерименту?
8. Три випадки проведення експерименту.

ТЕМА 3. Загальні відомості про помилки вимірювань

Визначення та основні типи погрішностей. Операції з наближеними числами. Помилки вимірювання і міри точності. Методи виключення грубих помилок.

Контрольні запитання

1. Що таке *погрішність вимірювання*?
2. Чим абсолютна погрішність відрізняється від відносної?
3. Що таке приладова (систематична) погрішність?
4. Що таке модельна погрішність?
5. Що таке випадкова погрішність і які причини приводять до її появи?
6. Операції з наближеними числами.
7. Помилки вимірювання і міри точності.
8. Методи виключення грубих помилок.

ЗМ 1.2 Статистичні методи в технології очищення води. Аналіз та оформлення наукових досліджень

ТЕМА 1. Основні статистичні характеристики

Середні значення та їх оцінки. Оцінки довірчих границь для істинного значення вимірюваної величини. Порівняння дисперсій та середніх значень.

Контрольні запитання

1. Що таке середні значення?
2. Методи обчислення середніх.
3. Теоретичні середні (моменти розподілення).
4. Оцінки довірчих границь для істинного значення вимірюваної величини.
5. Порівняння дисперсій.
6. Порівняння середніх.
7. Перевірка гіпотези про рівність середніх.
8. Перевірка гіпотези нормальності закону розподілення випадкової величини.
9. Визначення теоретичного закону розподілення.

ТЕМА 2. Обробка результатів наукових досліджень методами кореляційного та регресійного аналізів

Визначення кореляції та регресії. Типи кореляції. Суть кореляційного та регресійного аналізу. Лінійна кореляція. Лінійний регресійний аналіз. Метод найменших квадратів.

Контрольні запитання

1. Що таке *кореляція*?
2. Що таке *регресія*?
3. Типи кореляції.
4. Суть кореляційного та регресійного аналізу.
5. Лінійна кореляція.
6. Оцінювання коефіцієнту кореляції.
7. Лінійний регресійний аналіз.
8. Оцінювання прямої регресії.
9. Що таке критерій Ст’юдента?
10. Що таке критерій Фішера?
11. Метод найменших квадратів.

ТЕМА 3. Методи графічного зображення результатів експерименту. Програмні системи обробки даних

Методи графічного зображення результатів експерименту. Програмні системи обробки даних.

Контрольні запитання

1. Для чого потрібно графічне зображення результатів експерименту?
2. Вибір системи координат.
3. Які програмні продукти для обробки даних експериментів Ви знаєте?
4. Використання програмного пакету Microsoft Office для обробки даних.

ТЕМА 4. Аналіз теоретико-експериментальних досліджень та формулювання висновків і пропозицій. Складання звітів з науково-дослідної роботи

Основа аналізу теоретико-експериментальних досліджень. Формулювання висновків і пропозицій. Основні вимоги до складання та оформлення звітів з науково-дослідної роботи.

Контрольні запитання

1. Що є основою для аналізу теоретико-експериментальних досліджень?
2. Принципи формулювання висновків і пропозицій.
3. Вимоги до складання наукових звітів.
4. Вимоги до оформлення звітів з науково-дослідної роботи.

2. ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

2.1 Структура розрахунково-графічної роботи

Розрахунково-графічна робота включає теоретичну частину, в якій приводиться опис методів регресійного аналізу, які використовуються в даній роботі.

Вихідними даними для виконання розрахунково-графічної роботи є сукупність обсягом N = 500 значень випадкової величини, об'єми вибірок, а також рівні значущості та довірчої імовірності для вирішення конкретних статистичних завдань.

При виконанні розрахунково-графічної роботи необхідно:

1) сформувати вибірку елементів сукупності для проведення статистичних вишукувань;
2) побудувати закон розподілення вишукуваної випадкової величини за експериментальними даними;
3) виконати лінійний регресійний аналіз і визначити коефіцієнти регресії з оцінкою значущості коефіцієнтів і довірчих інтервалів, а також визначити адекватність отриманої моделі;
4) перевірити статистичні гіпотези про параметри та закон розподілення випадкової величини.

Розрахунково-графічна робота оформляється у вигляді пояснювальної записки, що повинна включати наступне: титульний лист (див. Додаток 1), завдання, зміст, вступ, основну частину, висновок, список використаної літератури; додатки (при необхідності).

У тексті основної частини, що розбивається на розділи і підрозділи, приводяться: стисла характеристика використовуваних методів, алгоритми розрахунків, блок-схеми, тексти розроблених або опис використовуваних прикладних програм, вихідні дані, результати розрахунків і аналіз отриманих даних.

Вступ повинен містити обґрунтування проблеми, якій присвячено розрахунково-графічну роботу. У висновку необхідно підкреслити все, що було зроблено при виконанні розрахунково-графічної роботи, і оцінити ступінь виконання завдання.

Орієнтовний обсяг пояснювальної записки 10-15 сторінок друкованого тексту з полуторним міжрядковим інтервалом.

2.1.1 Формування вибірки елементів сукупності для проведення статистичних досліджень

Якщо немає строгої теорії досліджуваних фізичних процесів, то кількісно виражені результати спостережень за ними є єдиною інформацією для проведення досліджень.

Дослідження можуть бути суцільними, коли досліджується вся сукупність з N елементів і вибірковими, коли досліджується підмножина з $n < N$ елементів сукупності.

Вся належна вивченню сукупність називається генеральною сукупністю.

Та частина елементів, яка відібрана для досліджень називається вибірковою сукупністю або просто вибіркою. Щоб мати право судити про генеральну сукупність по вибірці, остання повинна бути утворена випадково. Цього можна досягти різними способами.

Найбільш поширеними є наступні види вибірок: а) власне-випадкова; б) механічна; в) типова: г) серійна.

Власне-випадковою вибіркою називається випадкова вибірка, одержана за допомогою механізму випадкового вибору. Наприклад, елементи генеральної сукупності можна заздалегідь занумерувати, а кожен номер записати на окремій картці. Число їх співпадає з об'ємом генеральної сукупності. Після ретельного перемішування з пачки карток беруть по одній. Номер на ній вкаже, який елемент генеральної сукупності вважається таким, що потрапив у вибірку.

Механічною називається вибірка, в яку елементи з генеральної сукупності відбираються через певний інтервал. Механічну вибірку можна утворити, якщо є певний порядок дотримання елементів генеральної сукупності, наприклад вони слідують один за одним в певній послідовності в часі.

Якщо генеральну сукупність заздалегідь розбити на неперетинаючі групи, а потім утворити власне-випадкові вибірки з кожної групи і всі відібрані елементи вважати такими, що потрапили у вибірку, то одержимо вибіркову сукупність, яка називається *типовою*.

Якщо генеральну сукупність заздалегідь розбити на непересічні серії і, розглядаючи серії як елементи, утворити з них власне-випадкову вибірку і всі елементи відібраних серій вважати такими, що потрапили у вибірку, то одержимо вибіркову сукупність, яка називається *серійною*.

Вибіркове дослідження незамінне там, де обстеження всіх одиниць сукупності заборонене, наприклад, якщо воно пов'язане з руйнуванням або зміною властивостей, що буває при випробуванні матеріалів або контролі якості продукції. Результати вибірки, що одержуються при дослідженні випадково відібраних одиниць, мають характер реалізацій випадкових величин, тому задовольняють теоремам теорії ймовірності.

Практичні рекомендації щодо формування вибірки

При виконанні розрахунково-графічної роботи рекомендується використовувати механічний спосіб отримання вибірки. Сам процес проведення дослідів і отримання сукупності експериментальних даних студентом в розрахунково-графічній роботі не передбачається і імітується за допомогою ЕОМ. Результати моделювання послідовності експериментів видається викладачем кожному студенту у вигляді числових значень генеральної сукупності об'ємом n = 500. Крім цього, студенту задається об'єм вибіркової сукупності, номер першого елементу вибірки і інтервал, які необхідні для механічного формування вибірки.

Одержувані елементи вибіркової сукупності у порядку формування, по вказівці викладача, групуються по n елементів, що необхідно буде для проведення досліджень з оцінювання параметрів випадкової величини.

2.2 Побудова закону розподілу досліджуваної випадкової величини за експериментальними даними. Перевірка статистичних гіпотез

2.2.1 Побудова закону розподілу досліджуваної випадкової величини за експериментальними даними

При вирішенні великого числа практичних задач з використанням статистичних методів необхідно знати закон розподілу випадкової величини. Для безперервної випадкової величини X закон розподілу задають за допомогою інтегральної функції розподілу ймовірності випадкової величини

$$F(x) = P\{X < x\},$$

де $P\{X < x\}$ - ймовірність того, що випадкова величина в результаті випробувань прийме значення, менше дійсного числа x, або за допомогою щільності розподілу ймовірності

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

Оскільки інтегральна функція розподілу є ймовірність події $\{X < x\}$, то у якості оцінки ординати інтегральної функції розподілу відповідно до теореми Я. Бернуллі слід вибрати частоту відповідної події:

$$F^*(x) = P^*\{X < x\} = \frac{m}{n},$$

де n - загальне число дослідів, m - число дослідів, в яких відбувається подія $\{X < x\}$.

Оцінка ординати щільності розподілу ймовірності може бути отримана також з використанням теореми Я. Бернуллі.

За визначенням

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P\{X \in [x, x + \Delta x]\}}{\Delta x}.$$

Значить,

$$f^*(x) = \frac{P^*\{X \in [x, x + \Delta x]\}}{\Delta x}. \qquad (2.1)$$

Якість оцінки ординати щільності за допомогою співвідношення суттєво залежить від вибору довжин інтервалу Δx. При виборі рівних інтервалів розбиття діапазону зміни випадкової величини оптимальна довжина інтервалу може бути визначена за оптимальною кількістю інтервалів відповідно до таблиці 2.1 [1].

Таблиця 2.1

n	100	200	400	600	800	1000	1500	2000
K	12	16	20	24	27	30	35	37

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{K},$$

де n - об'єм вибірки, K - число інтервалів, $x_{max} - x_{min}$ - різниця між найбільшим і найменшим значенням випадкової величини *X*.

Для аналітичного опису закону розподілу звичайно використовують один з поширених видів. Для безперервної випадкової величини в Додатку 2 приведені вирази щільності, їх графіки й основні параметри найбільш поширених законів розподілу випадкової величини.

2.2.1.1 Практичні рекомендації з побудови закону розподілу досліджуваної випадкової величини

В індивідуальному завданні передбачається побудова закону розподілу випадкової величини у вигляді щільності розподілу ймовірності. Отримання аналітичного виду щільності ймовірності розподілу може бути здійснено за допомогою наступних основних етапів:

1. Побудова гістограми.
2. Висунення гіпотези про закон розподілу.
3. Перевірка гіпотез.

У даному розділі студенту необхідно реалізувати перші два етапи. Нижче приведена методика побудови гістограми, результати розрахунків по етапах зручно представити у вигляді таблиці 2.2.

Побудова гістограми

1. Знаходження серед елементів вибірки $x_{\max}, x_{\min}$.
2. Вибір числа інтервалів розбиття K з табл. 2.1.
3. Визначення довжини інтервалів Δx (рекомендована точність обчислення 0,001).
4. Визначення меж інтервалів розбиття.
5. Визначення числа попадань значень випадкової величини в *i*-й інтервал - m_i. У разі попадання числового значення випадкової величини на межу двох інтервалів, слід відносити його до кожного інтервалу із значенням 0,5.
6. Визначення частоти попадання випадкової величини в *i*-й інтервал
$$P_i^* = \frac{m_i}{n}.$$
7. Визначення значень ординат гістограми *i*-го інтервалу

$$H_i = \frac{P_i^*}{\Delta x}.$$

8. Побудова графіка гістограми.

Для побудови графіка гістограми відкладають по осі абсцис інтервали, на кожному з яких будують прямокутник, площа якого рівна частоті інтервалу. Для побудови гістограми необхідно частоту кожного інтервалу розділити на його довжину і отримане число взяти за висоту прямокутника.

Таблиця 2.2

№ інтервалу / Параметри	1	2	3	4	5	6	…	12
Межі інтервалів								
m_i								
$P_i^* = \frac{m_i}{n}$								
$H_i = P_i^* / \Delta x$								
$f(x_i)$								
$F(x_{іл})$								
$F(x_{in})$								
$P_i = F(x_{in}) - F(x_{іл})$								
$\frac{(P_i^* - P_i)^2}{P_i}$								

Висунення гіпотези про вид закону розподілу

По виду гістограми візуально визначаємо вид теоретичного розподілу, до якого найближче підходить досліджуваний розподіл. Графіки щільності ймовірності розподілу широко поширених теоретичних розподілів і їх основні параметри приведені в Додатку 2.

Практичним результатом роботи цього етапу є побудова графіка щільності розподілу відповідній висунутій гіпотезі. Як параметри відповідної щільності вибираються оцінки цих параметрів за вибіркою об'ємом $n = 100$ реалізацій.

Для нормального закону розподілу

$$m = \tilde{m}_{100}, \quad \sigma = \tilde{\sigma}_{100}.$$

Для показового закону розподілу

$$\lambda = \frac{1}{\tilde{m}_{100}}.$$

Для рівномірного закону розподілу

$$a = x_{\min}, \quad b = x_{\max}.$$

Побудову графіка щільності ймовірності необхідно виконати на гістограмі, поєднавши осі $f(x)$ і $H(x)$.

Обчислення $f(x)$ слід виконати відповідно до висунутої гіпотези для середини кожного інтервалу (рис. 2.1**).**

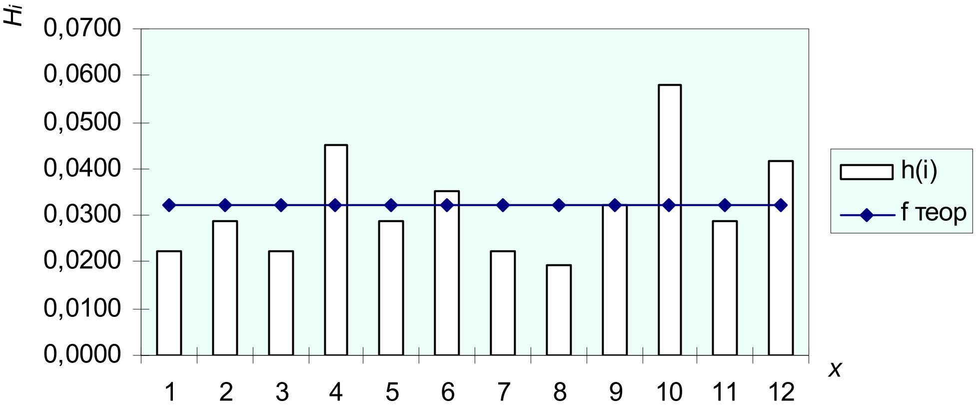


Рисунок 2.1 – Гістограма рівномірного розподілу

2.2.2 Оцінювання параметрів випадкової величини

Рішення цілого ряду практичних задач не вимагає знання закону розподілу досліджуваної випадкової величини, а вимагає знання тільки деяких її числових характеристик. Крім того, при побудові закону розподілу для завдання гіпотези про вид і параметри закону розподілу необхідно визначити оцінки параметрів цього розподілу.

Оцінкою $\tilde{\theta}$ невідомого параметра θ називається функція від вибіркових (виміряних) значень випадкової величини:

$$\tilde{\theta} = \varphi(x_1, x_2, ..., x_n).$$

Оцінка $\tilde{\theta}$, що є функцією випадкових аргументів, являє собою випадкову величину. Для того, щоб оцінки давали "хороші" наближення оцінюваних параметрів, вони повинні володіти наступними властивостями:

1. *Спроможність*. Оцінка $\tilde{\theta}$ називається спроможною оцінкою параметра θ, якщо вона сходиться за ймовірністю до дійсного значення оцінюваного параметра θ

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\tilde{\theta} - \theta\right| > \varepsilon\right\} = 0.$$

2. *Незміщеність*. Оцінка $\tilde{\theta}$ називається незміщеною оцінкою параметра θ, якщо її математичне очікування рівне дійсному значенню оцінюваного параметра θ

$$M\left[\tilde{\theta}\right] = \theta.$$

3. *Ефективність*. Оцінка $\tilde{\theta}$ називається ефективною оцінкою параметра θ, якщо вона має мінімальну дисперсію серед всіх можливих оцінок

$$D\left[\tilde{\theta}\right] \to \min.$$

В індивідуальному завданні передбачається отримання оцінок математичного очікування і дисперсії випадкової величини. Використовуючи теорему Чебишева, як спроможну оцінку математичного очікування вибирають середнє арифметичне вибіркових значень.

$$\tilde{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \; .$$

Така оцінка володіє властивістю незміщеності й ефективності. Як спроможну і незміщену оцінку дисперсії вибирають:

$$\tilde{D} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \tilde{m})^2 \; .$$

Отримані у такий спосіб оцінки математичного очікування і дисперсії називаються точковими і при малому об'ємі вибірки n значення оцінок можуть істотно відрізнятися від дійсних значень оцінюваних параметрів.

При достатньо малому об'ємі вибірки n задають інтервальну оцінку параметра, під якою розуміють інтервал, званий довірчим

$$I_\beta = \{\theta_{л.}, \theta_{п.}\},$$

межі якого $\theta_{л.}$ і $\theta_{п.}$ є функціоналами від вибіркових значень випадкової величини і який із заданою ймовірністю містить дійсне значення оцінюваного параметра. Довірчий інтервал характеризує точність оцінки.

Як характеристика надійності оцінки задається довірча ймовірність β - ймовірність того, що дійсне значення оцінюваного параметра потрапляє в заданий інтервал (довірчий).

Основна ідея побудови довірчого інтервалу полягає в тому, що будується деяка статистика, що характеризує ступінь відхилення оцінки параметра від його дійсного значення, причому закон розподілу цієї статистики відомий. Як така статистика для оцінки математичного очікування нормально розподіленої випадкової величини при невідомій дисперсії виступає

$$t = \frac{\tilde{m} - m}{\tilde{\sigma} / \sqrt{n}},$$

яка розподілена за законом Ст'юдента з числом мір свободи $n-1$, а для оцінки дисперсії нормально розподіленої випадкової величини використовується статистика

$$\chi^2 = \frac{\tilde{\sigma}^2 (n-1)}{\sigma^2},$$

яка розподілена згідно з законом χ^2 з числом мір свободи $n-1$.

Довірчий інтервал для математичного очікування має вид:

$$I_{\beta m} = \left\{ \tilde{m} - t_\beta \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{n}}, \; \tilde{m} + t_\beta \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{n}} \right\},$$

де t_β - критична точка (квантиль) розподілу Ст'юдента, визначається з Додатку 6 за значеннями $r = n-1$ і α. Довірчий інтервал для дисперсії має вид:

$$I_{\beta\sigma^2} = \left\{ \frac{n \cdot \tilde{\sigma}^2}{\chi_1^2}, \; \frac{n \cdot \tilde{\sigma}^2}{\chi_2^2} \right\},$$

де, χ_1^2, χ_2^2 - критичні точки розподілу χ^2-Пірсона, значення яких визначаються з Додатку 5 за числом мір свободи $n-1$, а також за рівнем значущості $\alpha/2$ для χ_1^2 і $(1-\alpha/2)$ для χ_2^2.

2.2.2.1 Практичні рекомендації з оцінювання параметрів випадкової величини

1. Отримання точкових оцінок.

За заданою викладачем вибіркою, об'ємом в n = 5 реалізацій, будуються оцінки:

- математичного очікування

$$\tilde{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i ,$$

- дисперсії

$$\tilde{D} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \tilde{m})^2 ,$$

- середньоквадратичного відхилення

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\tilde{D}} .$$

2. Отримання інтервальних оцінок.

За заданим викладачем рівнем довірчої ймовірності β, використовуючи отримані точкові оцінки, необхідно побудувати довірчі інтервали:

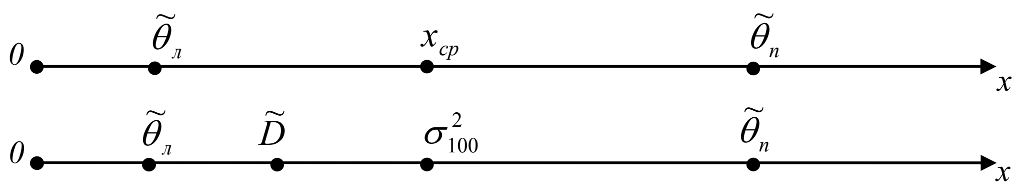
- математичного очікування

$$I_{\beta m} = \left\{ \tilde{m} - t_\beta \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{n}},\ \tilde{m} + t_\beta \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{n}} \right\},$$

- дисперсії

$$I_{\beta\sigma^2} = \left\{ \frac{n \cdot \tilde{\sigma}^2}{\chi_1^2},\ \frac{n \cdot \tilde{\sigma}^2}{\chi_2^2} \right\}.$$

3. Отримані інтервальні оцінки математичного очікування і дисперсії необхідно представити у вигляді графіків з відображенням на них точкових значень оцінок і дійсних (заданих викладачем) значень оцінюваних параметрів.



2.2.3 Перевірка статистичних гіпотез про параметри і закон розподілу випадкової величини

Статистичною називають гіпотезу про вид невідомого розподілу, або про параметри відомих розподілів. Разом з висунутою розглядають і протилежну їй гіпотезу. Якщо висунута гіпотеза буде знехтувана внаслідок перевірки, то справедлива протилежна гіпотеза. Нульовою (основною) називають висунуту гіпотезу H_0. Конкуруючою гіпотезою (альтернативою) називають гіпотезу H_1, яка суперечить нульовій. Наприклад, якщо нульова гіпотеза полягає в припущенні, що математичне очікування a нормального розподілу рівне 10, то конкуруюча гіпотеза, зокрема, може полягати в припущенні, що $a \neq 10$. Коротко це записується так:

$$H_0 : a = 10; \quad H_1 : a \neq 10 .$$

Розрізняють гіпотези, які містять тільки одне і більш одного припущень.

Простою називають гіпотезу, що містить тільки одне припущення. Наприклад, якщо λ - параметр показового розподілу, то гіпотеза $H_0 : \lambda = 5$ - проста. Гіпотеза H_0: математичне очікування нормального розподілу рівне 3 (σ відоме) - проста.

Складною називають гіпотезу, яка складається з кінцевого або нескінченого числа простих гіпотез. Наприклад, складна гіпотеза $H : \lambda > 5$ складається з незліченної безлічі простих виду $H_i : \lambda = b_i$, де b_i - будь-яке число, більше 5.

Висунута гіпотеза може бути правильною або неправильною, тому виникає необхідність її перевірки. Оскільки перевірку проводять статистичними методами, її називають статистичною. У результаті статистичної перевірки гіпотези в двох випадках може бути ухвалено неправильне рішення, тобто можуть бути допущені помилки двох родів.

Помилка першого роду полягає в тому, що буде знехтувана правильна гіпотеза.

Помилка другого роду полягає в тому, що буде прийнята неправильна гіпотеза.

Підкреслимо, що наслідки цих помилок можуть виявитися дуже різними. Наприклад, якщо знехтуване правильне рішення "продовжувати будівництво житлового будинку", то ця помилка першого роду спричинить матеріальний збиток; якщо ж ухвалено неправильне рішення "продовжувати будівництво", не дивлячись на небезпеку обвалу будови, то ця помилка другого роду може спричинити загибель людей.

Для перевірки нульової гіпотези використовують спеціально підібрану випадкову величину (статистику), що характеризує ступінь відхилення статистичних даних статистичної гіпотези, точний або наближений розподіл якої відомий при справедливості висунутої гіпотези. Статистичним критерієм (або просто критерієм) називають випадкову величину K, яка служить для перевірки нульової гіпотези. Для перевірки гіпотези за даними вибірок обчислюють приватні значення вхідних в критерій величин і таким чином набувають приватного (спостережуваного) значення критерію. Після вибору певного критерію безліч всіх його можливих значень розбивають на дві непересічні підмножини: одне з них містить значення критерію, при яких нульова гіпотеза відкидається, а інше - при яких вона приймається.

Критичною областю називають сукупність значень критерію, при яких нульову гіпотезу відкидають.

Областю прийняття гіпотези (областю допустимих значень) називають сукупність значень критерію, при яких гіпотезу приймають.

Основний принцип перевірки статистичних гіпотез можна сформулювати так: якщо спостережуване значення критерію належить критичній області - гіпотезу відкидають, якщо спостережуване значення критерію належить області прийняття гіпотези - гіпотезу приймають.

Розрізняють односторонню (правосторонню або лівосторонню) і двосторонню критичні області. Правосторонньою називають критичну область, визначувану нерівністю $K > K_{кр}$, де $K_{кр}$ - позитивне число. Лівосторонньою називають критичну область, визначувану нерівністю $K < K_{кр}$, де $K_{кр}$ - негативне число. Односторонньою називають правосторонню або лівосторонню критичну область. Двосторонньою називають критичну область, визначувану нерівностями $K < K_1$, $K > K_2$, де $K_2 > K_1$.

У завданні студенту пропонують перевірити наступні гіпотези:

1. Гіпотезу про закон розподілу випадкової величини.
2. Гіпотезу про математичне очікування випадкової величини:

$$\begin{aligned} &H_0 : m = a, \\ &H_1 : m \neq a. \end{aligned} \tag{2.2}$$

3. Гіпотезу про дисперсію випадкової величини:

$$\begin{aligned} &H_0 : \sigma^2 = b^2, \\ &H_1 : \sigma^2 \neq b^2. \end{aligned} \tag{2.3}$$

2.2.3.1 Перевірка гіпотези про закон розподілу випадкової величини

Як критерій для перевірки гіпотези про закон розподілу використовують статистику

$$\chi^2 = n\sum_{i=1}^{k}\frac{(P_i^* - P_i)^2}{P_i},$$

де n - об'єм вибіркової сукупності, P_i^* - емпірична частота попадання випадкової величини в i-й інтервал, P_i - теоретична частота (ймовірність) попадання випадкової величини в i-й інтервал.

Доведено, що при справедливості висунутої гіпотези статистика χ^2 розподілена за законом χ^2-Пірсона з r мірами свободи.

У Додатку 5 - розподіл табульований для деяких значень ймовірності β до $r = 30$.

2.2.3.2 Практичні рекомендації з перевірки гіпотези про закон розподілу випадкової величини за допомогою χ^2-критерію

1. Висувається гіпотеза H_0, яка полягає в тому, що між емпіричним і теоретичним розподілом з тими ж параметрами значних розбіжностей немає.

Для кожного індивідуального завдання рівень значущості задає викладач.

2. Обчислюються теоретичні частоти попадань випадкової величини в i-й інтервал

$$P_i = P(x_л \le X < x_п),$$

де $x_л$, $x_п$ - чисельні значення відповідно лівої і правої межі i-го інтервалу.

3. Підраховуємо χ^2.

4. Визначаємо число мір свободи

$$r = K - 1 - S,$$

де K - число інтервалів, S - число параметрів емпіричного розподілу, використаних при визначенні теоретичного розподілу і визначальних чисел зв'язків між цими розподілами.

5. За значеннями рівня значущості і числа мір свободи з таблиці розподілу χ^2 знаходимо критичне $\chi^2_{кр}$ і порівнюємо з розрахунковим χ^2.

Якщо розрахункова величина χ^2 виявляється більше критичного табличного значення (для даного рівня довірчої ймовірності і відповідного числа мір свободи), то спостережувані частоти значно відрізняються від теоретичних і гіпотезу H_0 слід відкинути. Інакше висунуту гіпотезу H_0 приймаємо.

Всі виконані розрахунки по даному розділу слід звести в табл. 2.2.

2.2.3.3 Перевірка гіпотези про математичне очікування випадкової величини

При перевірці гіпотези (2.2) про математичне очікування випадкової величини з невідомою дисперсією як критерій використовують статистику

$$t = \frac{\tilde{m} - a}{\tilde{\sigma} / \sqrt{n}}, \tag{2.4}$$

яка при справедливості гіпотези розподілена за законом Ст'юдента з числом мір свободи $n - 1$.

Оскільки конкуруюча гіпотеза задана $H_1 : m \ne a$, то будуємо двосторонню критичну область у вигляді:

$$|t_1| > t_{кр}, \tag{2.5}$$

де t_1 - обчислене значення критерію за формулою (2.4), $t_{кр}$ - критична точка розподілу Ст'юдента при рівні значущості α (двостороння критична область) і числі мір свободи $n - 1$.

Якщо нерівність (2.5) виконується, то гіпотезу слід відкинути як неправдоподібну. Інакше гіпотезу необхідно визнати такою, що не суперечить експериментальним даним.

2.2.3.4 Перевірка гіпотези про дисперсію випадкової величини

При перевірці гіпотези про дисперсію випадкової величини (2.3) якості критерію використовують статистику

$$\chi^2 = \frac{\sigma^2 (n-1)}{b^2}. \qquad (2.6)$$

Ця статистика при справедливості гіпотези H_0 розподілена згідно з законом χ^2 з числом мір свободи $n-1$.

Для перевірки гіпотези (2.3) будуємо область прийняття гіпотези

$$\chi_л^2 < \chi_1^2 < \chi_п^2, \qquad (2.7)$$

де $\chi_л^2$ - критична точка ліва; $\chi_п^2$ - критична точка права.

Якщо нерівність (2.7) виконується, то гіпотеза H_0 приймається, інакше вона відкидається як неправдоподібна.

2.3 Експертна оцінка планування природоохоронних заходів

Для дослідження складних багатофакторних процесів, яким є процес взаємодії об'єктів народного господарства з навколишнім середовищем, можна використовувати метод експертних оцінок, який вже знайшов широке застосування в різних галузях вітчизняної і зарубіжної науки. Цей метод дозволяє отримати початкові дані для програмно-цільового комплексного планування і планового управління регіональними системами.

Аналогічні завдання доводиться вирішувати в умовах обмеженого фінансування програм реалізації природоохоронних заходів.

Для встановлення черговості реалізації заходів потрібно:

- ✓ скласти перелік необхідних природоохоронних заходів і робочу анкету;
- ✓ вибрати досить представницьку групу експертів, компетентних у вирішенні поставлених завдань;
- ✓ поширити робочу анкету серед експертів, обробити отримані результати;
- ✓ узагальнити отримані оцінки, визначити ступінь узгодженості думок експертів;
- ✓ виробити ранжування заходів за часткою внеску до вирішення проблеми.

Одним з найбільш поширених методів експертних оцінок є метод рангової кореляції. Експерт, отримавши робочу анкету, розподіляє заходи щодо місць у відповідності зі ступенем можливості. Експерт ставить на перше місце той захід, що, на його думку, є найбільш важливим і який має бути здійснено у першу чергу, присвоївши йому самий високий ранг – 1. Іншим присвоюються ранги 2, 3, 4 і т.д. – за ступенем важливості. Ранг, рівний *n*, де *n* – число заходів в анкеті, присвоюється заходу, у якого найменша природоохоронна ефективність. Природоохоронні заходи, пропоновані експертам для розгляду, наведені в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3 – Перелік природоохоронних заходів

№	Найменування заходу
1	Рекультивація порушеного землекористування
2	Оснащення двигунів пристроями для запобігання шкідливих викидів
3	Впровадження обладнання з очищення газів, що відходять промислових підприємств
4	Відновлення продуктивності засолених і забруднених земель
5	Проведення досліджень стану ресурсів підземних вод та розробка пропозицій щодо захисту їх від забруднень
6	Відновлення сприятливого екологічного стану річок і водосховищ
7	Відтворення родючості ґрунту
8	Реконструкція засобів очищення і знезараження стічних вод
9	Реалізація пропозицій щодо раціонального використання та охорони лісів, рослинного і тваринного світу
10	Впровадження водозберігаючих технологій на промислових підприємствах, у сільському та комунальному господарстві
11	Міри зі збереження землі в зоні промислових та житлових будівель

Необхідною умовою експертного аналізу є визначення узгодженості думок експертів. Точної оцінкою узгодженості служить *коефіцієнт конкордації* (*узгодженості*). Коефіцієнт конкордації W може змінюватися від 0 до 1. $W = 1$ означає стовідсоткову узгодженість думок експертів. $W = 0$ означає, що узгодженості думок не існує.

Коефіцієнт конкордації обчислюють наступним чином. Спочатку обчислюються суми рангів по стовпцях матриці:

$$\Sigma R_{ij} = R_{i1} + R_{i2} + \ldots + R_{ij} + \ldots + R_{im},$$

де R_{i1} – ранг, який присвоєно першим експертом і-му заходу;

R_{im} – ранг, який присвоєно останнім m-м експертом цьому ж заходу.

Середня за всіма заходами сума рангів обчислюється за формулою:

$$\overline{R_{ij}} = \frac{m \cdot (n+1)}{2},$$

де m – число експертів;

n – число заходів.

Відхилення суми рангів кожного стовпця від середньої суми:

$$|d_i| = \sum_{i=1}^{m} R_{ij} - \frac{m \cdot (n+1)}{2}.$$

Далі визначається сума квадратів відхилень:

$$\sum_{i=1}^{n} d_i^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n} R_{ij} - \frac{m \cdot (n+1)}{2}\right)^2 .$$

Коефіцієнт конкордації визначається за формулою:

$$W = \frac{12 \cdot \sum d_i^2}{m^2 \cdot \left(n^3 - n\right)}.$$

Далі находимо статистичний критерій χ^2 з n – 1 ступенями свободи:

$$\chi^2 = m \cdot (n-1) \cdot W .$$

Узгодженість думок експертів вважається достатньою в тому випадку, коли $\chi^2 > \chi^2_{0,05}$, де $\chi^2_{0,05}$ – статистичний критерій при п’ятивідсотковому рівні значущості; при 11 – 1 = 10 ступенях свободи для п’ятивідсоткового рівня значущості $\chi^2_{0,05}$ = 18,31.

Таблиця 2.4 – Індивідуальна таблиця планування природоохоронних заходів

Експерти	Номер заходу та ранг, який йому присвоєно										
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
1	3	6	1	5	2	7	4	10	8	9	11
2	6	1	2	7	6	4	5	9	10	8	11
3	1	2	8	3	7	10	4	5	11	6	9
4	1	4	2	3	9	10	8	7	5	11	6
5	1	2	5	6	4	3	10	7	9	8	11
6	1	4	3	6	5	2	11	10	7	9	8
7	3	1	8	2	7	6	5	11	4	9	10
8	5	3	1	9	2	8	11	6	7	4	10
9	3	1	4	2	10	7	11	8	5	9	6
10	2	3	1	4	5	6	7	10	11	9	8
R_{ij}	26	27	35	47	57	63	76	83	77	82	90
$\lvert d_i \rvert$	34	33	25	13	3	3	16	23	17	22	30
d_i^2	1156	1089	625	169	9	9	256	529	289	484	900

R_{ij} = 60.

$$W = \frac{12 \cdot 5515}{100 \cdot (1331 - 11)} = 0{,}5014 .$$

$$\chi^2 = 10 \cdot 10 \cdot 0{,}5014 = 50{,}14 .$$

Узгодженість думок експертів достатня, тому що $\chi^2 > \chi^2_{0,05}$.

За даними значень ΣR_{ij} будується діаграма рангів (рис. 2.2), яка показує черговість реалізації заходів.

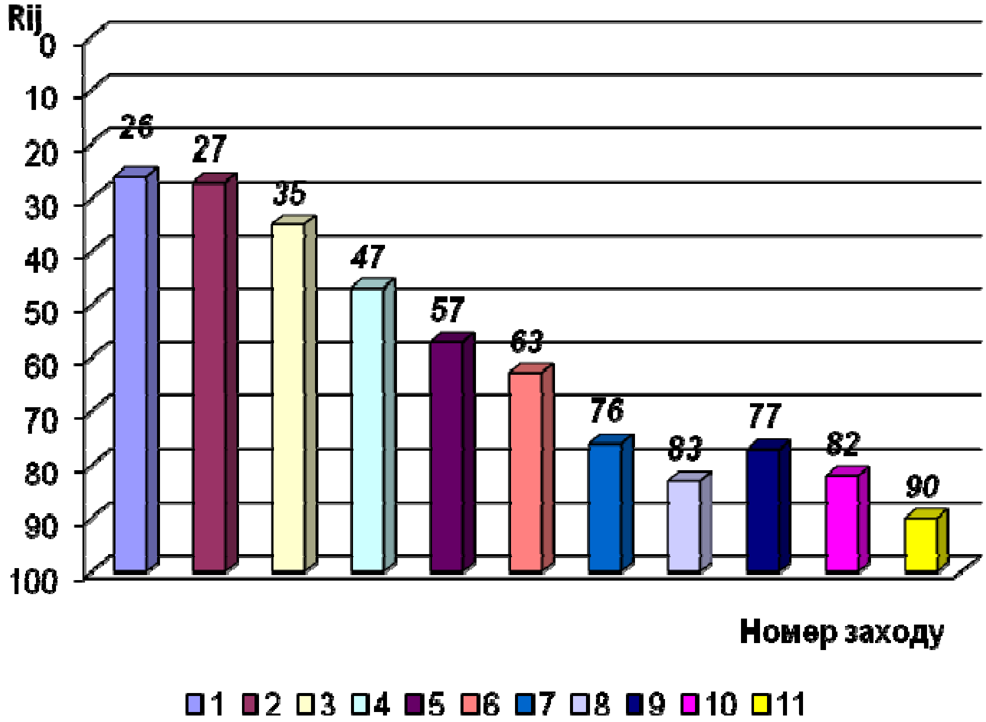


Рисунок 2.2 – Діаграма рангів

Висновок: В результаті обробки даних отримали коефіцієнт конкордації **0,5014**, тобто узгодженість експертів **достатня**, і природоохоронні заходи необхідно проводити в порядку, відбитому на діаграмі рангів (рис. 2.2).

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

Базовий

1. Білущак Г.І. Теорія ймовірностей і математична статистика : Практикум. / Г. І. Білущак, Я. М. Чабанюк. – Львів, 2001. – 418 с.
2. Самойленко Н. И. Теория вероятностей : Учебник / Н. И. Самойленко, А. И. Кузнецов , А. Б. Костенко. – Харьков : Издательство «НТМТ», ХНАГХ. – 2009. – 200 с .
3. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. – 9-е изд., стер. – Москва : Высш. шк., 2003. – 479 с.: ил.
4. Кичигин В. И. Моделирование процессов очистки воды: Учебное пособие. - Москва : Изд-во АСВ, 2003. – 230 с.
5. Гліненко Л. К. Основи моделювання технічних систем : навч. посібник. / Л. К. Гліненко , О. Г. Сухоносов – Львів: Вид-во «Бескид Біт», 2003. – 176 с.
6. Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперимента: Конспект лекций / Н. А. Спирин, В. В. Лавров. Под общ. ред. Н. А. Спирина. – Екатеринбург : ГОУ ВПО УГТУ-УПИ. – 2004. – 257 с.
7. Учебно-методическое пособие для выполнения курсовых и дипломных проектов «Статистические методы в управлении качеством окружающей среды» / Сост.: А. И. Голованов, Р. А. Сорокин. – Москва : МГУП, 2007.

Допоміжний

1. К. Берк, П. Кэйри. Анализ данных с помощью Microsoft Excel: Пер. с англ. – Москва : Изд-во "Вильямс", 2005. – 560 с.
2. Грушко И. М. Основы научных исследований / И. М. Грушко, В.М. Сиденко. – Харьков: «Вища школа», 1983. – 224 с.
3. Боровиков В. П. Статистический анализ и обработка данных в среде Windows. / В.П. Боровиков, И.П. Боровиков. – Москва : «Филинъ», 1997. – 608 с.
4. Копейкин С.В. Планирование и методы обработки результатов эксперимента: Утв. в кач-ве учебн. пособия. / С. В. Копейкин, Е.П. Курочкин. – Куйбышев: Куйбышевский гос. ун-т, 1984. – 88 с.
5. Основы моделирования сложных систем: Учебн. пособие для втузов / Под общ. ред. Н.В.Кузьмина. – Київ : Вища школа, 1981. – 360 с.
6. СНиП 2.04.03-85. Канализация. Наружные сети и сооружения. - Москва : Стройиздат, 1986.
7. СНиП 2.04.02-84. Водоснабжение. Наружные сети и сооружения. - Москва : Стройиздат, 1986.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет міського господарства

імені О. М. Бекетова

Факультет **ІЕМ** Кафедра **ВВ і ОВ**

Декан факультету Зав. кафедри

П.І.Б. П.І..

Спеціальність

8.06010302 «Раціональне використання і охорона водних ресурсів»

або **8.06010108 «Водопостачання та водовідведення»**

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

з дисципліни

«Планування і обробка результатів експериментів»

Виконав(ла): Перевірила:

студент(ка) гр. ________ **ас. Ковальова О.О.**

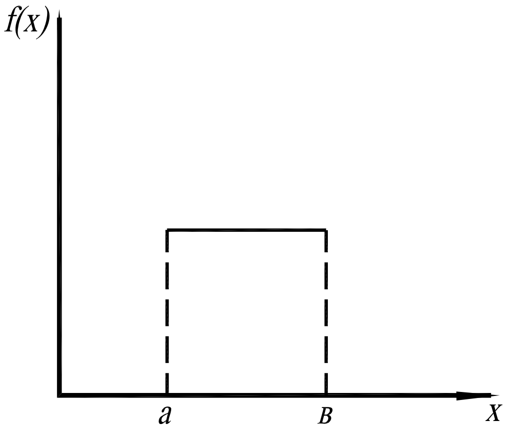
__Прізвище І.Б._______

Харків-20__

Додаток 2

У Додатку 2 наведені графіки найбільш поширеної щільності розподілу ймовірності, їх аналітичні вирази і формули для визначення основних числових характеристик через параметри щільності.

РІВНОМІРНЕ РОЗПОДІЛЕННЯ

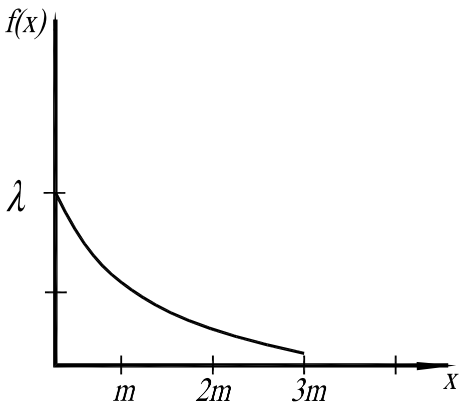


$$f(x)=\begin{cases} 0 & x\notin[a,b] \\ \dfrac{1}{b-a} & \text{якщо } x\in a,b \end{cases}$$

$$m=\frac{b+a}{2};$$

$$D=\frac{(b-a)^2}{12}.$$

Показне (експоненціальне) розподілення

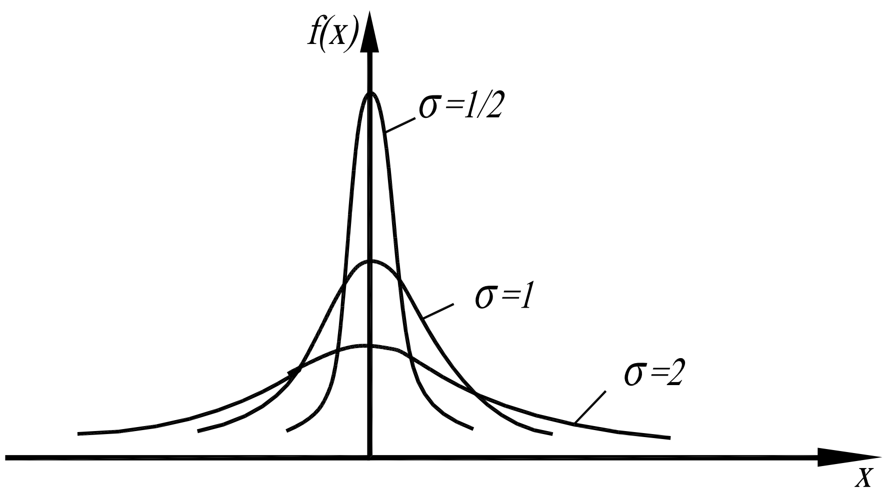


$$f(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{якщо } x\ge 0 \end{cases}$$

$$m=\frac{1}{\lambda};$$

$$D=\frac{1}{\lambda^2}.$$

НОРМАЛЬНЕ РОЗПОДІЛЕННЯ

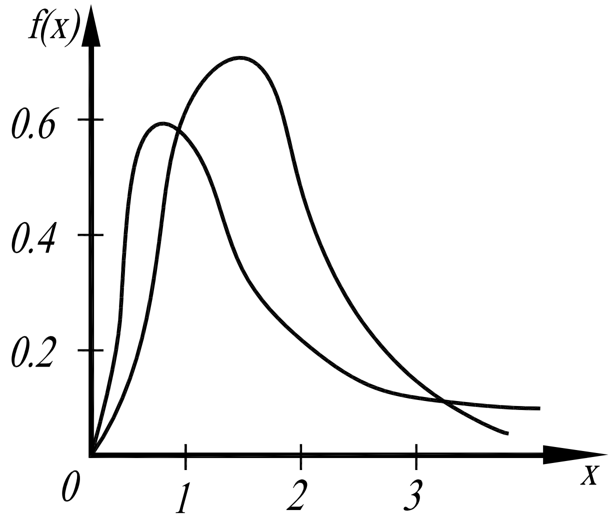


$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

$$m=a;$$

$$D=\sigma^2.$$

ЛОГНОРМАЛЬНЕ РОЗПОДІЛЕННЯ

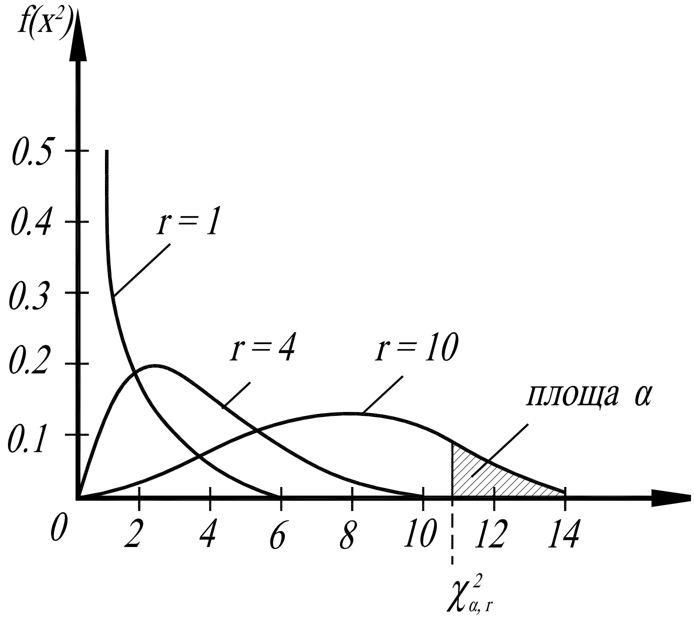


$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{[\log(x)\mu]^2}{2\sigma^2}} & x\ge 0\\ 0 & x<0\end{cases}$$

$$m=\log\mu;$$

$$D=\mu\sqrt{(w^2-w)}\,.$$

РОЗПОДІЛЕННЯ χ^2 (хі-квадрат)

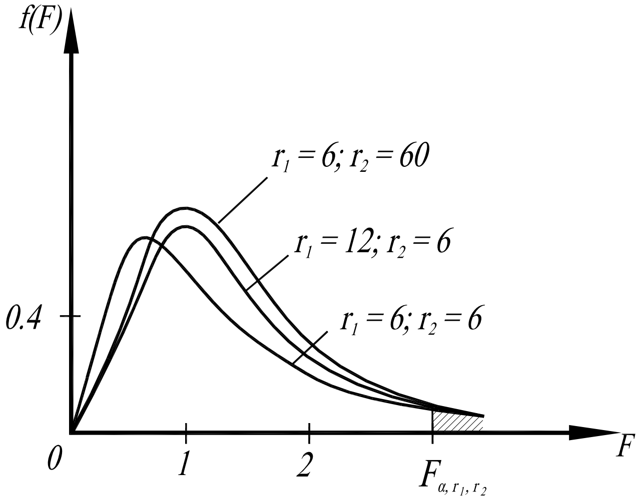


$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{(x^2)^{(r-2)/2}\cdot e^{-((x^2)/2)}}{2^{r/2}\quad\Gamma(r/2)} & \chi^2\ge 0\\ 0 & \chi^2<0\end{cases}$$

$$m=r;$$

$$D=2r\,.$$

РОЗПОДІЛЕННЯ ФІШЕРА (F-розподілення)

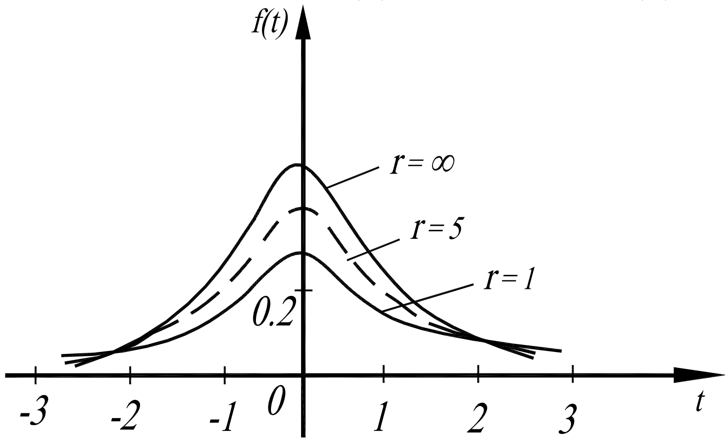


$$f(F)=\begin{cases}\dfrac{\Gamma^{\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)}}{\Gamma\left(\frac{r_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{r_2}{2}\right)}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^{\frac{r_1}{2}}\dfrac{F^{\left(\frac{r_1-2}{2}\right)}}{\left[1+\left(\frac{r_1}{r_2}\right)F\right]^{\frac{r_1+2}{2}}} & F>0\\ 0 & F\le 0\end{cases}$$

$$m=\frac{r_2}{(r_2-2)},\qquad r>2;$$

$$D=\frac{2r_2^2(r_1+r_2-2)}{r_1(r_2-2)^2(r_2-4)},\qquad r_2>4\,.$$

РОЗПОДІЛЕННЯ СТ'ЮДЕНТА (t-розподілення)

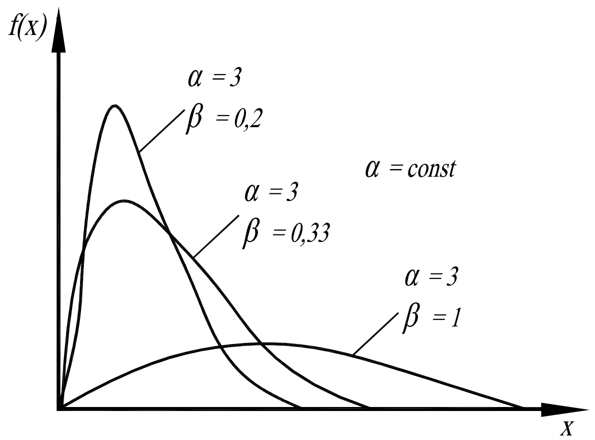


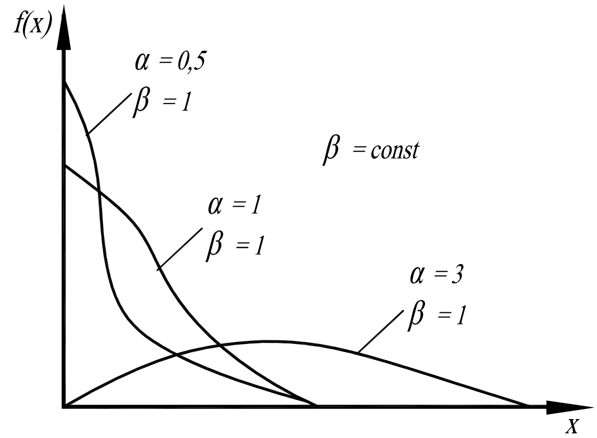
$$f(t)=\frac{\left\{\Gamma\left[\frac{r+1}{2}\right]\right\}\left\{1+\frac{t^2}{r}\right\}^{-\frac{r+1}{2}}}{\sqrt{\pi 2}\;\Gamma\left(\frac{r}{2}\right)} \qquad -\infty<t<\infty$$

$$m=0;$$

$$D=\frac{r}{r-2}, \qquad r>2\,.$$

ГАМА- РОЗПОДІЛЕННЯ

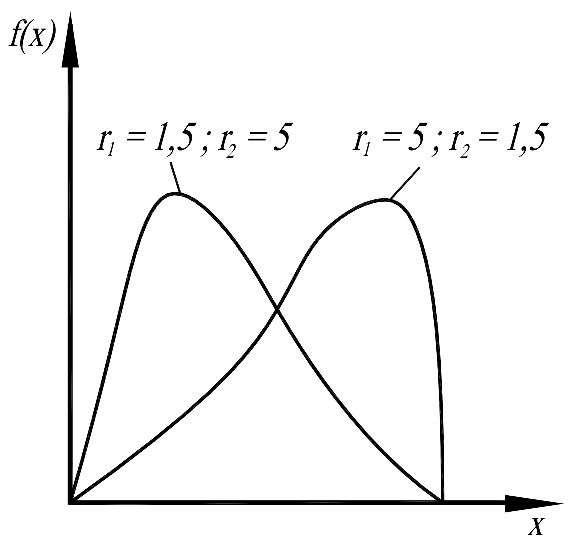


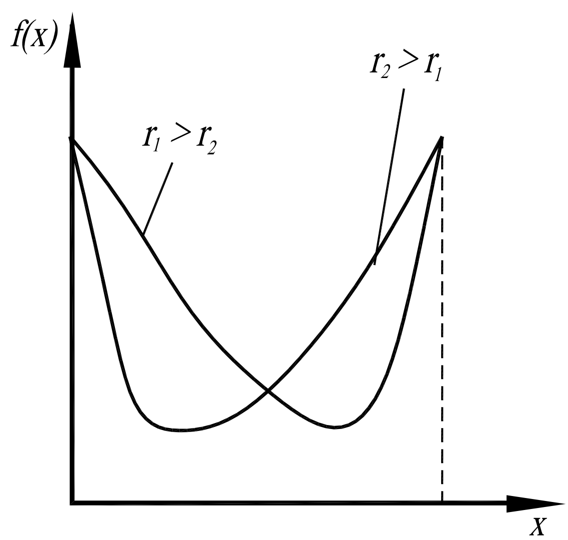


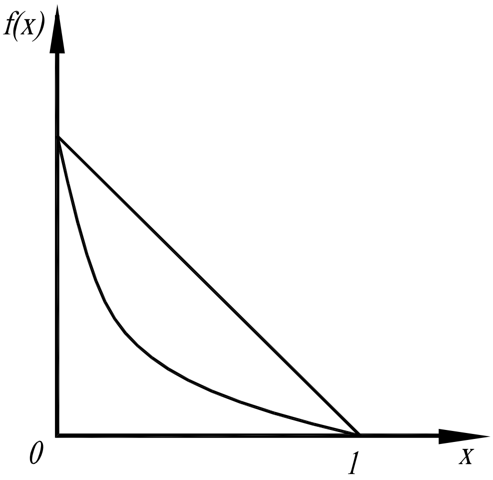
$$f(x)=\begin{cases}\beta^{\alpha}X^{(\alpha-1)}e^{-\beta x}\quad (a-1)! & a>0,\, b>0,\, x\ge 0\\ 0 & x<0\end{cases}$$

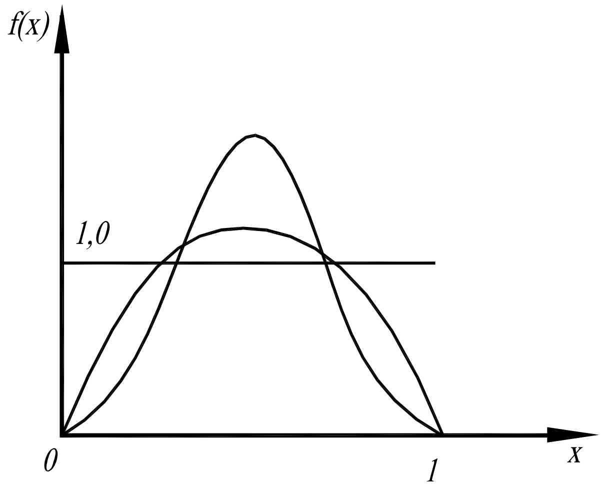
$$m=\frac{\alpha}{\beta}; \qquad D=\frac{\alpha}{\beta^2}\,.$$

БЕТА- РОЗПОДІЛЕННЯ









$$f(x) = \frac{\Gamma(r_1 + r_2)}{\Gamma(r_1)\Gamma(r_2)} x^{r-1} (1 - x)^{r_2 - 1}$$

$$m = \frac{r_1}{r_1 + r_2};$$

$$D = \frac{r_1 r_2}{(r_1 + r_2)^2 (r_1 + r_2 + 1)}.$$

Додаток 3

Таблиця значень функції $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3987	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2974	2950	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1364	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Додаток 4

Таблиця значень функції $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x\left[e^{-\frac{z^2}{2}}\right]\cdot dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,46	0,1772	0,92	0,3212	1,38	0,4162	1,84	0,4671	2,60	0,4953
0,01	0,0040	0,47	0,1808	0,93	0,3238	1,39	0,4177	1,85	0,4678	2,62	0,4956
0,02	0,0080	0,48	0,1844	0,94	0,3264	1,40	0,4192	1,86	0,4686	2,64	0,4959
0,03	0,0120	0,49	0,1879	0,95	0,3289	1,41	0,4207	1,87	0,4693	2,66	0,4961
0,04	0,0160	0,50	0,1915	0,96	0,3315	1,42	0,4222	1,88	0,4699	2,68	0,4963
0,05	0,0199	0,51	0,1950	0,97	0,3340	1,43	0,4236	1,89	0,4706	2,70	0,4965
0,06	0,0239	0,52	0,1985	0,98	0,3365	1,44	0,4251	1,90	0,4713	2,72	0,4967
0,07	0,0279	0,53	0,2019	0,99	0,3389	1,45	0,4265	1,91	0,4719	2,74	0,4969
0,08	0,0319	0,54	0,2054	1,00	0,3413	1,46	0,4279	1,92	0,4726	2,76	0,4971
0,09	0,0359	0,55	0,2088	1,01	0,3438	1,47	0,4292	1,93	0,4732	2,78	0,4973
0,10	0,0398	0,56	0,2123	1,02	0,3461	1,48	0,4306	1,94	0,4638	2,80	0,4974
0,11	0,0438	0,57	0,2157	1,03	0,3485	1,49	0,4319	1,95	0,4744	2,82	0,4976
0,12	0,0478	0,58	0,2190	1,04	0,3508	1,50	0,4332	1,96	0,4750	2,84	0,4977
0,13	0,0517	0,59	0,2224	1,05	0,3531	1,51	0,4345	1,97	0,4756	2,86	0,4979
0,14	0,0557	0,60	0,2257	1,06	0,3554	1,52	0,4357	1,98	0,4761	2,88	0,4980
0,15	0,0596	0,61	0,2291	1,07	0,3577	1,53	0,4370	1,99	0,4767	2,90	0,4981
0,16	0,0636	0,62	0,2324	1,08	0,3599	1,54	0,4382	2,00	0,4772	2,92	0,4982
0,17	0,0675	0,63	0,2357	1,09	0,3621	1,55	0,4394	2,02	0,4783	2,94	0,4984
0,18	0,0714	0,64	0,2389	1,10	0,3643	1,56	0,4406	2,04	0,4793	2,96	0,4985
0,19	0,0753	0,65	0,2322	1,11	0,3665	1,57	0,4418	2,06	0,4803	2,98	0,4986
0,20	0,0793	0,66	0,2454	1,12	0,3686	1,58	0,4429	2,08	0,4812	3,00	0,49865
0,21	0,0832	0,67	0,2486	1,13	0,3708	1,59	0,4441	2,10	0,4821	3,20	0,49931
0,22	0,0871	0,68	0,2517	1,14	0,3729	1,60	0,4452	2,12	0,4830	3,40	0,49966
0,23	0,0910	0,69	0,2549	1,15	0,3749	1,61	0,4463	2,14	0,4838	3,60	0,499841
0,24	0,0948	0,70	0,2580	1,16	0,3770	1,62	0,4474	2,16	0,4846	3,80	0,499928
0,25	0,0987	0,71	0,2611	1,17	0,3790	1,63	0,4484	2,18	0,4854	4,00	0,499968
0,26	0,1026	0,72	0,2642	1,18	0,3810	1,64	0,4495	2,20	0,4861	4,50	0,499997
0,27	0,1064	0,73	0,2673	1,19	0,3830	1,65	0,4505	2,22	0,4868	5,00	0,499997
0,28	0,1103	0,74	0,2703	1,20	0,3849	1,66	0,4515	2,24	0,4875		
0,29	0,1141	0,75	0,2734	1,21	0,3869	1,67	0,4525	2,26	0,4881		
0,30	0,1179	0,76	0,2764	1,22	0,3883	1,68	0,4535	2,28	0,4887		
0,31	0,1217	0,77	0,2794	1,23	0,3907	1,69	0,4545	2,30	0,4893		
0,32	0,1255	0,78	0,2823	1,24	0,3925	1,70	0,4554	2,32	0,4898		
0,33	0,1293	0,79	0,2852	1,25	0,3944	1,71	0,4564	2,34	0,4904		
0,34	0,1331	0,80	0,2881	1,26	0,3962	1,72	0,4573	2,36	0,4909		
0,35	0,1368	0,81	0,2910	1,27	0,3980	1,73	0,4582	2,38	0,4913		
0,36	0,1406	0,82	0,2939	1,28	0,3997	1,74	0,4591	2,40	0,4918		
0,37	0,1443	0,83	0,2967	1,29	0,4015	1,75	0,4599	2,42	0,4922		
0,38	0,1480	0,84	0,2995	1,30	0,4032	1,76	0,4608	2,44	0,4927		
0,39	0,1517	0,85	0,3023	1,31	0,4049	1,77	0,4616	2,46	0,4931		
0,40	0,1554	0,86	0,3051	1,32	0,4066	1,78	0,4625	2,48	0,4934		
0,41	0,1591	0,87	0,3078	1,33	0,4082	1,79	0,4633	2,50	0,4938		
0,42	0,1628	0,88	0,3106	1,34	0,4099	1,80	0,4641	2,52	0,4941		
0,43	0,1664	0,89	0,3133	1,35	0,4115	1,81	0,4649	2,54	0,4945		
0,44	0,1700	0,90	0,3159	1,36	0,4115	1,82	0,4656	2,56	0,4948		
0,45	0,1736	0,91	0,3186	1,37	0,4147	1,83	0,4664	2,58	0,4951		

Додаток 5

Критичні точки розподілення χ^2

Число ступенів свободи r	Значення χ^2 при рівні значущості α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,0	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Додаток 6

Критичні точки розподілу Ст’юдента

Число ступенів свободи r	Рівень значущості α (двостороння критична область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,36
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
	Рівень значущості α (одностороння критична область)					

Додаток 7

Показні функції (для x від 1,6 до 10,0)

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
1,60	0,2019	2,10	0,1225	2,60	0,07427	3,10	0,04505	3,60	0,02732	5,00	0,00674
1,61	0,1999	2,11	0,1212	2,61	0,07353	3,11	0,04460	3,61	0,02705	5,10	0,00610
1,62	0,1979	2,12	0,1200	2,62	0,07280	3,12	0,04416	3,62	0,02678	5,20	0,00552
1,63	0,1959	2,13	0,1188	2,63	0,07208	3,13	0,04372	3,63	0,02652	5,30	0,00499
1,64	0,1940	2,14	0,1177	2,64	0,07136	3,14	0,04328	3,64	0,02625	5,40	0,00452
1,65	0,1920	2,15	0,1165	2,65	0,07065	3,15	0,04285	3,65	0,02599	5,50	0,00409
1,66	0,1901	2,16	0,1153	2,66	0,06995	3,16	0,04243	3,66	0,02573	5,60	0,00370
1,67	0,1882	2,17	0,1142	2,67	0,06925	3,17	0,04200	3,67	0,02548	5,70	0,00335
1,68	0,1864	2,18	0,1130	2,68	0,06856	3,18	0,04159	3,68	0,02522	5,80	0,00303
1,69	0,1845	2,19	0,1119	2,69	0,08788	3,19	0,04117	3,69	0,02497	5,90	0,00274
1,70	0,1827	2,20	0,1108	2,70	0,06721	3,20	0,04076	3,70	0,02472	6,00	0,002479
1,71	0,1809	2,21	0,1097	2,71	0,06654	3,21	0,04036	3,71	0,02448	6,10	0,002243
1,72	0,1791	2,22	0,1086	2,72	0,06587	3,22	0,03996	3,72	0,02423	6,20	0,002029
1,73	0,1773	2,23	0,1075	2,73	0,06522	3,23	0,03956	3,73	0,02399	6,30	0,001836
1,74	0,1755	2,24	0,1065	2,74	0,06457	3,24	0,03916	3,74	0,02375	6,40	0,001662
1,75	0,1738	2,25	0,1054	2,75	0,06393	3,25	0,03877	3,75	0,02352	6,50	0,001503
1,76	0,1720	2,26	0,1044	2,76	0,06329	3,26	0,03839	3,76	0,02328	6,60	0,001360
1,77	0,1703	2,27	0,1033	2,77	0,06266	3,27	0,03801	3,77	0,02305	6,70	0,001231
1,78	0,1686	2,28	0,1023	2,78	0,06204	3,28	0,03763	3,78	0,02282	6,80	0,001114
1,79	0,1670	2,29	0,1013	2,79	0,06142	3,29	0,03725	3,79	0,02260	6,90	0,001008
1,80	0,1653	2,30	0,10026	2,80	0,06081	3,30	0,03688	3,80	0,02237	7,00	0,000912
1,81	0,1637	2,31	0,09926	2,81	0,06020	3,31	0,03652	3,81	0,02215	7,10	0,000825
1,82	0,1620	2,32	0,09827	2,82	0,05961	3,32	0,03615	3,82	0,02193	7,20	0,000747
1,83	0,1604	2,33	0,09730	2,83	0,05901	3,33	0,03579	3,83	0,02171	7,30	0,000676
1,84	0,1588	2,34	0,09633	2,84	0,05843	3,34	0,03544	3,84	0,02149	7,40	0,000611
1,85	0,1572	2,35	0,09537	2,85	0,05784	3,35	0,03508	3,85	0,02128	7,50	0,000553
1,86	0,1557	2,36	0,09442	2,86	0,05727	3,36	0,03474	3,86	0,02107	7,60	0,000500
1,87	0,1541	2,37	0,09348	2,87	0,05670	3,37	0,03439	3,87	0,02086	7,70	0,000453
1,88	0,1526	2,38	0,09255	2,88	0,05613	3,38	0,03405	3,88	0,02065	7,80	0,000410
1,89	0,1511	2,39	0,09163	2,89	0,05558	3,39	0,03371	3,89	0,02045	7,90	0,000371
1,90	0,1496	2,40	0,09072	2,90	0,05502	3,40	0,03337	3,90	0,02024	8,00	0,000335
1,91	0,1481	2,41	0,08982	2,91	0,05448	3,41	0,03304	3,91	0,02004	8,10	0,000304
1,92	0,1466	2,42	0,08892	2,92	0,05393	3,42	0,03271	3,92	0,01984	8,20	0,000275
1,93	0,1451	2,43	0,08804	2,93	0,05340	3,43	0,03239	3,93	0,01964	8,30	0,000249
1,94	0,1437	2,44	0,08716	2,94	0,05287	3,44	0,03206	3,94	0,01945	8,40	0,000225
1,95	0,1423	2,45	0,08629	2,95	0,05234	3,45	0,03175	3,95	0,01925	8,50	0,000203
1,96	0,1409	2,46	0,08543	2,96	0,05182	3,46	0,03143	3,96	0,01906	8,60	0,000184
1,97	0,1395	2,47	0,08458	2,97	0,05130	3,47	0,03112	3,97	0,01887	8,70	0,000167
1,98	0,1381	2,48	0,08374	2,98	0,05079	3,48	0,03081	3,98	0,01869	8,80	0,000151
1,99	0,1367	2,49	0,08291	2,99	0,05029	3,49	0,03050	3,99	0,01850	8,90	0,000136
2,00	0,1353	2,50	0,08208	3,00	0,04979	3,50	0,03020	4,00	0,01832	9,00	0,000123
2,01	0,1340	2,51	0,08127	3,01	0,04929	3,51	0,02990	4,10	0,01657	9,10	0,000112
2,02	0,1327	2,52	0,08046	3,02	0,04880	3,52	0,02960	4,20	0,01500	9,20	0,000101
2,03	0,1313	2,53	0,07966	3,03	0,04832	3,53	0,02930	4,30	0,01357	9,30	0,000091
2,04	0,1300	2,54	0,07887	3,04	0,04783	3,54	0,02901	4,40	0,01228	9,40	0,000083
2,05	0,1287	2,55	0,07808	3,05	0,04736	3,55	0,02872	4,50	0,01111	9,50	0,000075
2,06	0,1275	2,56	0,07730	3,06	0,04689	3,56	0,02844	4,60	0,01005	9,60	0,000068
2,07	0,1262	2,57	0,07654	3,07	0,04642	3,57	0,02816	4,70	0,00910	9,70	0,000061
2,08	0,1249	2,58	0,07577	3,08	0,04596	3,58	0,02788	4,80	0,00823	9,80	0,000055
2,09	0,1237	2,59	0,07502	3,09	0,04550	3,59	0,02760	4,90	0,00745	9,90	0,000050
										10,00	0,000045

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання самостійної та розрахунково-графічної робіт
з дисципліни

«ПЛАНУВАННЯ І ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ»

*(для студентів 5 курсу денної форми навчання за спеціальностями
8.06010302 – Раціональне використання і охорона водних ресурсів,
8.06010108 – Водопостачання та водовідведення)*

Укладач: **КОВАЛЬОВА** Олена Олександрівна

Відповідальний за випуск *Г. І. Благодарна*

За авторською редакцією

Комп'ютерні набір і верстання *О. О. Ковальова*

План 2013, поз. 89М

Підп. до друку 08.05.2013 Формат 60х84/16
Друк на ризографі. Ум. друк. арк. 2,1
Тираж 15 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет міського господарства
імені О. М. Бекетова,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 4705 від 28.03.2014 р.