

не представляют значения для целей водоснабжения подземными водами Харькова.

На качество воды, залегающей на глубине 500 м и больше, вероятнее всего влияет качество бурения скважины и режим эксплуатации, чем географическое положение относительно рельефа местности или источников загрязнения.

Таким образом, приведенные данные по геохимии железа в подземных водах в районе г. Харькова свидетельствует о необходимости постоянного контроля за содержанием железа. Как показывает практика, для очистки подземных вод от соединений железа пригодны известные способы – упрощенная аэрация и, реже, дополнительная доочистка другими методами.

1. Душкин С.С., Булгакова О.В. Повышение эффективности очистки воды для питьевого водоснабжения // Материалы Всеукр. науч.-практ. конф. – Алушта: ОНТТ КГ та ПО, ХНАГХ, 2005. – С.166-170.

2. Душкин С.С., Благодарная Г.И. Состояние и проблемы экономической безопасности Украины // Тезисы докладов XXXIII науч.-техн. конф. преподавателей, аспирантов и сотрудников ХНАГХ. – Харьков: ХНАГХ, 2006. – С.76-77.

Получено 09.10.2006

УДК 542.67 : 628.16

В.Л.ПОЛЯКОВ, д-р техн. наук
Институт гидромеханики НАН Украины, г.Киев

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСВЕТЛЕНИЯ СУСПЕНЗИЙ В ЗЕРНИСТЫХ ЗАГРУЗКАХ ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Формулируются математические задачи осветления суспензий фильтрованием через зернистую загрузку при линейной и нелинейной кинетике массообмена, а также нелинейном законе фильтрации. Приводятся строгие зависимости для расчета формирования осадка, напора при разных режимах фильтрования. На примерах выполнена оценка влияния нелинейной фильтрации на расход фильтрата и потери напора в фильтре.

В трещиноватых породах и песчаных грунтах, насыпных зернистых средах, наконец, в менее проницаемых грунтах при резкой интенсификации фильтрационных процессов под действием дренажей линейный закон фильтрации нередко нарушается. Формально нелинейные эффекты, обусловленные инерционностью и турбулизацией потока грунтовых (подземных) вод, принято учитывать с помощью обобщенного закона Дарси

$$-\frac{\partial H}{\partial z} = aV + bV^2, \quad (1)$$

где H – напор; V – скорость фильтрации (расход); a , b – эмпирические коэффициенты (при малых V коэффициент a равен обратной величине коэффициента фильтрации). Уравнение (1) может применяться при изменении скорости V в широких пределах и позволяет учитывать инерционные силы при умеренных значениях V и турбулентный характер течения воды в порах при больших (тогда первое слагаемое в правой части (1) опускается). Ранее были выполнены многочисленные исследования нелинейной фильтрации в недеформируемых грунтах. Однако, ее анализ теоретическими методами оказался крайне затруднительным. В деформируемых средах, в частности зернистых загрузках, величины a и b зависят от концентрации осадка и изменяются по глубине и со временем, что еще более осложняет изучение фильтрационного и связанных с ним других физических процессов. В данной работе предпринята попытка проанализировать только с помощью аналитических методов интенсивное (нелинейное) фильтрование суспензий через зернистую загрузку (скорые, сверхскорые фильтры). Рассмотрены разные режимы фильтрования (постоянные или расход, или перепад напоров на границах пористой среды) и наиболее часто встречающиеся в практике моделирования формы кинетики массообмена между подвижной и неподвижной фазами среды. В связи с отсутствием у автора достоверной информации по функциям a , b выражения для них выбирались с использованием прежде всего данных, относящихся к линейной фильтрации, а также общих сведений о нелинейной фильтрации в различных пористых структурах [1].

Общеизвестно, что массоперенос в зернистых средах надежно описывается таким уравнением

$$n_e \frac{\partial C_{1,2}}{\partial t} + V \frac{\partial C_{1,2}}{\partial z} + \frac{\partial S_{1,2}}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

где n_e – эффективная пористость; C , S – объемные концентрации взвешенных и осажденных частиц соответственно; индексы 1, 2 указывают на соответствующий вид применяемой массообменной кинетики.

Во-первых, для учета особенностей массообмена между фильтрующим материалом и суспензией бралась хорошо изученная линейная кинетика, так что кинетическое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial S_1}{\partial t} = \alpha_1 C_1 - \beta_1 S_1, \quad (3)$$

Во-вторых, было использовано часто встречающееся при моделировании разделения суспензий в пористых средах уравнение нелинейной кинетики

$$\frac{\partial S_2}{\partial t} = \alpha_2 C_2 (S_0 - S_2) - \beta_2 S_2, \quad (4)$$

где $\alpha_{1,2}$, $\beta_{1,2}$ – коэффициенты скоростей прилипания (приведенный) и отрыва частиц взеси (объем взвешенных частиц соотносится с объемом пор, а осажденных – с общим пространством); S_0 – грязеемкость.

Кинетику, описываемую уравнением (4), можно рассматривать как обобщение всесторонне изученной линейной за счет учета снижения сорбционного (в широком смысле) потенциала зернистого материала по мере заполнения свободных мест на зернах-коллекторах дисперсными частицами. Кстати, исчерпание сорбционной емкости может протекать и более сложным образом, что подтверждается и физическими соображениями, и видом ряда предложенных для нелинейного массообмена выражений. В частности, если прилиплившие дестабилизированные частицы сами способны играть роль коллекторов, то процесс массообмена будет иметь выраженный нелинейный немонотонный характер.

Системы уравнений (2)-(3) и (2)-(4) составляют основу деформационных блоков общих моделей фильтрования мутных вод. Для полной формулировки соответствующих математических задач необходимо указанные блоки дополнить гидродинамическими (Олейник А.Я.), в которых важнейшее место занимает закон фильтрации (в данном случае – нелинейный (1)). Деформационный блок допустимо решать теоретическими методами независимо от гидродинамического только в случае постоянного расхода фильтрата ($V = const$). Для обоих принятых выше вариантов кинетики и постоянной входной ($z = 0$) концентрации взеси C_0 удалось получить строгое решение вышеупомянутых задач. Ниже они представлены частично, причем в безразмерных величинах, которые вводились следующим образом:

$$\bar{t} = \frac{V_0 t}{n_0 L}, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{n_0 L} = \bar{t} - \bar{z}, \quad \bar{z} = \frac{z}{L} \quad (L - \text{высота загрузки}), \quad \bar{C}_i = \frac{C}{C_0},$$

$$\bar{S}_i = \frac{S}{S_0} \quad (\text{в случае линейной кинетики } S_0 \text{ принимается равным}$$

$n_0 C_0$), $\bar{\alpha}_1 = \frac{\alpha_1 L}{V_0}$, $\bar{\alpha}_2 = \frac{\alpha_2 L n_0 C_0}{V_0}$, $\bar{\beta}_i = \frac{\beta_i n_0 L}{V_0}$, $\bar{V} = \frac{V}{V_0}$ (V_0 – постоянный или начальный расходы в зависимости от реализуемого режима фильтрования), $\psi = \frac{S_0}{n_0 C_0}$, $i = 1, 2$. Даны только выражения для

относительных концентраций осадка \bar{S}_i (аналогичные выражения для \bar{C}_i не приводятся, поскольку не используются в последующем анализе). Для линейной кинетики массообмена

$$\bar{S}_1(\bar{z}, \bar{\eta}) = \bar{\alpha}_1 e^{-\bar{\alpha}_1 \bar{z}} \int_0^{\bar{\eta}} e^{-\bar{\beta}_1 \lambda} I_0\left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 \bar{z} \lambda}\right) d\lambda, \quad (5)$$

для нелинейной кинетики массообмена

$$\bar{S}_2(\bar{z}, \bar{\eta}) = \frac{G_1(\bar{z}, \bar{\eta})}{G_1(\bar{z}, \bar{\eta}) - G_2(\bar{z}, \bar{\eta}) + e^{\psi \bar{\alpha} \bar{z} + \bar{\beta} \bar{\eta}}}. \quad (6)$$

Здесь

$$G_1(\bar{z}, \bar{\eta}) = (\bar{\alpha}_2 + \bar{\beta}_2) \int_0^{\bar{\eta}} e^{(\bar{\alpha}_2 + \bar{\beta}_2) \lambda} I_0\left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2 \bar{z} (\bar{\eta} - \lambda)}\right) d\lambda,$$

$$G_2(\bar{z}, \bar{\eta}) = \bar{\beta}_2 \int_0^{\bar{\eta}} e^{\bar{\beta}_2 \lambda} I_0\left(2\sqrt{\psi \bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2 \bar{z} (\bar{\eta} - \lambda)}\right) d\lambda,$$

где $I_0(x)$ – функция Бесселя мнимого аргумента нулевого порядка.

Решение задачи с нелинейной кинетикой и, в частности формула (6), были получены нами в отличающейся от известного решения Г.Томаса, Н.Н.Веригина форме, которая эквивалентна, но представляется более удобной для практического применения.

Важными следствиями из формул (5)-(6) являются выражения для концентрации осадка на поверхности загрузки соответственно

$$\bar{S}_1(0, \bar{t}) = \frac{\bar{\alpha}_1}{\bar{\beta}_1} \left(1 - e^{-\bar{\beta}_1 \bar{t}}\right), \quad (7)$$

$$\bar{S}_2(0, \bar{t}) = 1 - e^{-(\bar{\alpha}_2 + \bar{\beta}_2) \bar{t}}. \quad (8)$$

Парадоксальный на первый взгляд результат роста $\bar{S}_2(0, \bar{t})$ при увеличении коэффициента β объясняется нелинейностью кинетики. Непосредственно зависимости (5)-(8) следует применять для опреде-

ления \bar{S}_i при режиме фильтрования с $V = V_0 = const$. Эти же формулы пригодны и в случае постоянных напоров на границах загрузки, если коэффициенты скоростей α_i, β_i считать прямо пропорциональными расходу фильтрата. Такое допущение оправдано принимать при доминировании одного механизма доставки взвешенных частиц к коллекторам, а именно перехвата. Значимость трех основных механизмов определяется размерами этих частиц, а указанный механизм приобретает решающее значение при их диаметре, превышающем $(2...5) \cdot 10^{-6}$ м. В подобной ситуации достаточно в формулах (5)-(8) формально заметить \bar{t} на \bar{l} , причем $\bar{l} = \int_0^{\tau} \bar{V} d\tau$, $\bar{V} = V/V_0$ (здесь V_0 – начальный

расход фильтрата).

Чтобы получить общее решение задач фильтрования, необходимо также решить и их гидродинамический блок. Сделать это намного сложнее при втором режиме фильтрования. Большие затруднения связаны здесь с неизвестной величиной $V(t)$, которая должна находиться путем совместного решения обоих блоков полной модели. Точные выражения не только для концентраций, но и для распределения потерь напора в случае второго режима, были выведены также при наличии пропорциональности между коэффициентами α_i, β_i и V , но только при линейном законе фильтрации (Поляков В.Л.). Ниже те же характеристики напора находятся уже при нелинейной фильтрации. Но, прежде всего, уравнение (1) представляется в безразмерной форме

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{z}} = -\frac{1}{1 + \theta} \left(\bar{a} \bar{V} + \theta \bar{b} \bar{V}^2 \right). \quad (9)$$

Здесь $\bar{H} = \frac{H - H_2}{H_1 - H_2}$, H_1, H_2 – постоянные напоры на верхней и

нижней границах загрузки; $\theta = \frac{b_0}{a_0} V_0$, $\bar{a} = \frac{a}{a_0}$, $\bar{b} = \frac{b}{b_0}$; a_0, b_0 –

начальные значения сложных функций $\bar{a}(\bar{S}_i(\bar{z}, \bar{\eta}))$, $\bar{b}(\bar{S}_i(\bar{z}, \bar{\eta}))$.

Ввиду того, что в литературе подходящих данных по функциям $\bar{a}(\bar{S}_i)$, $\bar{b}(\bar{S}_i)$ найти не удалось, последующий количественный анализ носит скорее иллюстративный характер. В случае постоянного перепада напоров уравнение (9) необходимо решать при таких гранич-

ных условиях

$$\bar{z} = 1, \quad \bar{H} = 0; \quad \bar{z} = 0, \quad \bar{H} = 1. \quad (10)$$

Одно из условий (10) служит для установления зависимостей $\bar{l}(\bar{t}), \bar{V}(\bar{t})$. При реализации же первого режима остается первое из условий (10) и также в (9) полагается $\bar{V} = 1$. Тогда изменение относительного напора на верхней границе фильтра ($z = 0$), требуемое для поддержания постоянного расхода V_0 , устанавливается уже из построенного решения фильтрационной задачи.

Итак, при рассмотрении второго режима интегрирование уравнения (9) по \bar{z} с использованием условий (10) дает соотношение между \bar{V} и \bar{l} в таком виде

$$\bar{V}R_1(\bar{l}) + \theta\bar{V}^2R_2(\bar{l}) = 1 + \theta, \quad (11)$$

где $R_1(\bar{l}) = \int_0^1 \bar{a}(\bar{S}_i(\bar{l}, \xi)) d\xi, \quad R_2(\bar{l}) = \int_0^1 \bar{b}(\bar{S}_i(\bar{l}, \xi)) d\xi.$

Процесс фильтрования на начальной стадии ($\bar{l} \leq 1$) в силу ее кратковременности и ограниченности объема статьи здесь не рассматривается, а уравнение (11) справедливо только при $\bar{l} > 1$. Из (11) вытекает, что

$$\bar{V} = \frac{d\bar{l}}{d\bar{t}} = \frac{-R_1(\bar{l}) + \sqrt{R_1^2(\bar{l}) + 4\theta(1 + \theta)R_2(\bar{l})}}{2\theta R_2(\bar{l})}. \quad (12)$$

С учетом условия $\bar{l}(\bar{t}_*) = 1$ (\bar{t}_* – время окончания начальной стадии, которое допустимо в инженерных расчетах принимать равным 1) для основного периода ($\bar{l} > 1$) из (12) установлено

$$\bar{t} = \bar{t}_* + 2\theta \int_1^{\bar{l}} \frac{R_2(\zeta) d\zeta}{1 - R_1(\zeta) + \sqrt{R_1^2(\zeta) + 4\theta(1 + \theta)R_2(\zeta)}}. \quad (13)$$

В частном случае $\theta \rightarrow 0$ (линейная фильтрация) выражение (13) упрощается к известному виду (Поляков В.Л.)

$$\bar{t} = \bar{t}_* + \int_1^{\bar{l}} R_1(\zeta) d\zeta = \bar{t}_* + \int_0^1 \int_0^1 \frac{d\xi d\zeta}{k(\bar{S}_i(\xi, \zeta))}. \quad (14)$$

Таким образом, для искомого переменного расхода $\bar{V}(\bar{t})$ получено фактически параметрическое представление в виде двух зависимо-

стей $\bar{V}(\bar{l})$ и $\bar{t}(\bar{l})$, в которых параметром является \bar{l} .

Распределение относительного напора \bar{H} в загрузке описывается следующей формулой

$$\bar{H}(\bar{z}, \bar{\eta}) = \frac{1}{1 + \theta} \left(\bar{V} \int_{\bar{z}}^1 \bar{a}(\bar{S}_i(\xi, \bar{\eta})) d\xi + \theta \bar{V}^2 \int_{\bar{z}}^1 \bar{b}(\bar{S}_i(\xi, \bar{\eta})) d\xi \right). \quad (15)$$

Что касается первого режима фильтрования, то основную ценность представляет определение напора на верхней границе загрузки H_u , обеспечивающего сохранение расхода V_0 . Как следует из (15), рост относительной величины \bar{H}_u в таком случае описывается формулой

$$\bar{H}_u = \frac{R_1(\bar{t}) + \theta R_2(\bar{t})}{1 + \theta}. \quad (16)$$

Кстати, в принятых обозначениях \bar{H}_u фактически означает относительные полные потери напора в фильтре $\frac{\Delta H}{H}$.

Многофакторность явления осветления суспензий фильтрованием не позволяет выполнить здесь его обстоятельный анализ. Поэтому основное внимание в примерах было уделено оценке влияния инерционности двухфазного фильтрационного потока на общие потери напора в фильтре при первом режиме фильтрования и расход фильтрата – при втором [2].

Осаждение мелких частиц в пористой среде, как правило, ведет к росту извилистости в ней, что в свою очередь поднимает роль инерционных сил. Исходя из этих соображений, можно предположить, что параметр b в (1) должен быть более чувствительным к изменениям пористости среды при образовании осадка. Тем не менее, параллельно применялись три варианта аппроксимации связи $\bar{b}(\bar{S}_i)$ с помощью степенных функций

$$\bar{b} = (1 - S_i / n_0)^{-q}, \quad (17)$$

где q принималось равным поочередно 2, 3 и 4. Очевидно, что при $q=4$ вклад инерции в потери напора со временем возрастает. Чтобы компенсировать такие дополнительные затраты энергии необходимо наращивать напор на входе в фильтр H_u . В то же время $q=3$ означает, что накопление осажденных частиц одинаковым образом отражается на обоих коэффициентах (a, b) . Наконец, при $q=2$ имеет место

картина, обратная случаю $q=4$. Отдельно определялись указанные потери $\overline{\Delta H}$ для линейной и нелинейной кинетик, и получены идентичные результаты. Для исходных безразмерных параметров были подобраны характерные значения, составившие $\overline{\alpha}_1=5$, $\overline{\alpha}_2=0,005$, $\psi=1000$, $\overline{\beta}_1=0,1$ [3].

Кривые для линейной (3) и нелинейной (1), (2), (4), (5) фильтрации изображены на рис.1, а, б. Максимальное отклонение величины потерь от линейного стандарта наблюдается, естественно, при наибольших из использованных в расчетах значений θ и \overline{t} , достигая в случае линейной кинетики 0.4 м, а нелинейной – почти 0.5 м. При фильтровании суспензий с фиксированными входным и выходным напорами расход фильтрата по мере сокращения порового пространства, как следует из рис.2, существенно убывает. Надо отметить, что указанный расход для обоих видов фильтрации заметно отличается особенно в конце расчетного периода, где разница в значениях \overline{V} доходит почти до 20% [4].

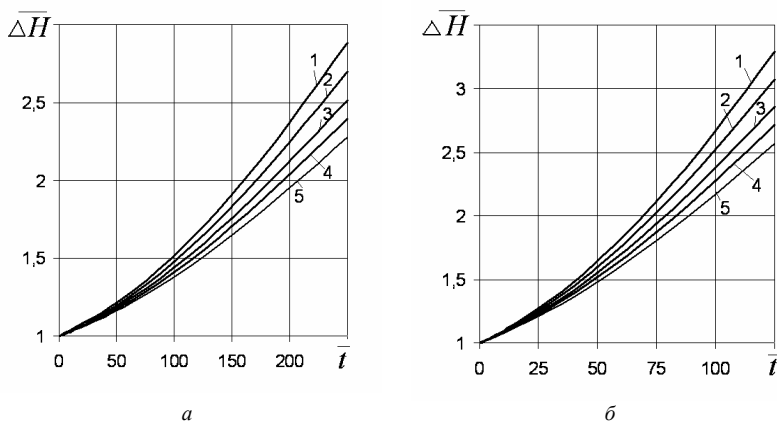


Рис.1 – Изменение потерь напора в фильтре со временем

(а – линейная кинетика; б – нелинейная кинетика):

1, 2 – $q=4$; 3 – $\theta=0$ или $q=3$; 4, 5 – $q=2$; 2, 4 – $\theta=0,2$; 1, 5 – $\theta=0,5$.

Малое количество рассчитанных примеров и принятие для $\overline{b}(\overline{S}_i)$ не обоснованных экспериментально формализмов дает возможность сделать только некоторые предварительные выводы.

Таким образом, точные решения задач разделения суспензий фильтрованием, полученные для разных форм массообменной кинети-

ки и режимов работы фильтров, служат надежной базой не только для расчетов важнейших физико-химических характеристик, оценки значимости разнообразных факторов, но и для последующего развития исследований в этом направлении.

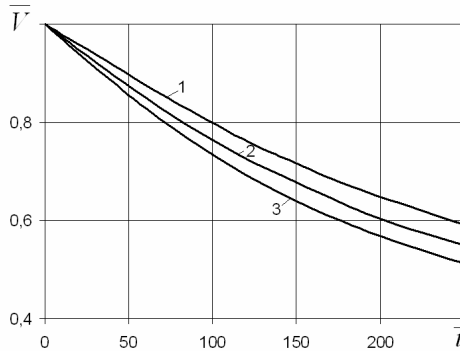


Рис. 2 – Изменение расхода фильтрата со временем (линейная кинетика):
 1, 2 – $\theta = 0,5$; 3 – $\theta = 0$; 1 – $q = 2$; 2 – $q = 4$.

Нелинейность фильтрации при осветлении суспензии способна оказать заметное влияние на производительность фильтровальных установок (скорох и сверхскорох фильтров), и поэтому нуждается во всестороннем изучении.

1. Олейник А.Я., Тугай А.М. Моделирование процессов кольматажа и суффозии в прифильтровой зоне скважины // Доповіді НАН України. – 2001. – №9. – С.190-194.

2. Киселев С.К. Фильтрация загрязненных вод через пористые среды // Сучасні проблеми теорії фільтрації: Вісник Укр. держ. акад. водн. госп. – Рівне, 1998. – С.78-82.

3. Тугай А.М. Теоретические исследования регенерации фильтров, закольматированных соединениями железа // Науковий вісник будівництва. Вип.18. – Харків: ХДТУ-БА, 2002. – С.249-257.

4. Жужиков В.А. Фильтрация. Теория и практика разделения суспензий. – М.: Химия, 1980. – 400 с.

Получено 05.11.2006

УДК 628.16.067 : 542.67

П.А.ГРАБОВСКИЙ, д-р техн. наук, Н.А.ГУРИНЧИК

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРОВАНИЯ ВОДЫ ЧЕРЕЗ ЗЕРНИСТЫЙ СЛОЙ С УБЫВАЮЩЕЙ СКОРОСТЬЮ

Приводится математическая модель скорого водоочистного фильтра, работающего с убывающей скоростью, и алгоритм численной реализации модели с помощью ПЭВМ.