

Ссылка на статью

Чумаченко И.В., Момот В.М. Выбор стратегии оперативного управления/ И.В. Чумаченко // Управління проектами та розвиток виробництва. Зб.наук.пр. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля, 2003. – № 4(8).– С.123-130.

УДК 519.86

И.В. Чумаченко, В.М. Момот

ВЫБОР СТРАТЕГИИ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрено решение задачи выбора стратегии оперативного управления в условиях вариации параметров задачи по критерию вероятностной устойчивости относительно целеуказания. Ист.5.

Ключевые слова: оперативное управление, целеуказание, стратегия, устойчивость управления, целевая функция, статистические характеристики.

I.V. Chumachenko, V.M. Momot

ВИБІР СТРАТЕГІЇ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛІННЯ

Розглянуто питання рішення задачі вибору стратегії оперативного управління в умовах варіації параметрів задачі по критерию імовірнісної стійкості відносно цільової вказівки. Дж.5.

I.V. Chumachenko, V.M. Momot

CHOICE OF STRATEGY OF OPERATIVE MANAGEMENT

The decision of a task of a choice of operative management strategy in conditions of a variation of parameters of a task by criterion of probability stability concerning the target indication is considered.

Постановка проблемы. Функционирование современных предприятий связано с деятельностью в условиях различных неопределенностей. Рассмотрим задачу оперативного управления в условиях вариаций параметров среды в предположении о невозможности перенастройки программы задания. Одной из наиболее распространенных моделей оперативного управления предприятием является задача линейного программирования. Рассчитан оптимальный план для номинальных параметров задачи и работа должна быть организована в соответствии с этим оптимальным планом. Однако любая из входных величин в задаче оперативного управления может в течение времени менять свое значение. Новым исходным данным, очевидно, будут соответствовать другие структуры оптимальных планов, характеризующиеся иным ассортиментом и объемом выпускаемой продукции, а, следовательно, и другим уровнем целевой функции. В связи с этим актуальна задача анализа возможных стратегий оперативного управления в условиях возможных вариаций параметров и выбора из них наилучшей, достигающей области заданных показателей функционирования предприятия.

Анализ последних достижений и публикаций. Современные исследования сосредоточены на выяснении необходимых и достаточных условий разрешимости оптимизационных задач линейного программирования при действии малых возмущений и получения условий единственности

оптимального решения при действии существенно малых возмущений в векторах ограничений и целевой функции [1-3]. Однако предположение о существенной малости действующих возмущений не всегда отвечает реальным условиям. При этом полученные условия соответствуют случаю вариации отдельных параметров задачи, в то время как одновременно может изменяться целый ряд параметров. Необходимо также не только определять стабильность оптимального решения при заданном диапазоне вариаций, но и выделять наиболее приемлемое решение из множества возможных для всего диапазона.

Цель работы. Таким образом, актуальными являются вопросы разработки инструментальных средств оценки стратегий управления в условиях одновременно действующих существенных параметрических возмущений и выбора стратегии, при которой производственная система достигает поставленной цели с учетом возможных вариаций параметров внешней среды.

Основной материал исследования. Очевидно, что для выбора стратегии управления предприятием с учетом вариаций параметров необходимо иметь некоторую модель, отражающую управление как функцию от состояния внешней среды. При этом модель должна содержать критерий, относительно которого принимается решение о соответствии показателей функционирования предприятия заданным требованиям.

Задача линейного программирования состоит в максимизации прибыли предприятия от выпуска n видов продукции x_1, x_2, \dots, x_n , определяемой как $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$, удовлетворяющей линейным ограничениям вида $AX \leq B$ и условиям $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$. Здесь $A = (a_{ij})$ – матрица $m \times n$ представляет собой матрицу технологических коэффициентов, $B = (b_i)$ – вектор-столбец размерности m представляет собой матрицу ограничений используемых ресурсов. Величины $c_j (j = 1 \dots n)$ представляют собой коэффициенты удельной прибыльности выпуска отдельных видов продукции x_1, x_2, \dots, x_n [1-3]. Выбор стратегии управления заключается при этом в определении объемов производства каждого вида продукции, обеспечивающих максимум суммарного дохода (прибыли). Задача анализа стратегии управления является общей для всех групп варьирующих параметров и заключается в следующем. Имея данные о границах интервалов возможных отклонений параметров модели, рассчитать показатель соответствия параметров функционирования предприятия относительно поставленных требований для каждой возможной стратегии управления.

Отклонения параметров задачи от плановых значений можно считать случайными и независимыми друг от друга, так как между ними нет четкой, функциональной зависимости. Число факторов, влияющих на вариацию параметров достаточно велико. Кроме того, очевидно, что каждый фактор более высокого иерархического уровня отражает влияние нескольких факторов более низких уровней. Существование множества факторов, не преобладающих над влиянием остальных факторов, говорит о возможности задания нормального закона распределения вариаций параметров [4].

При отклонении параметров задачи от номинальных значений прибыль предприятия не обязательно будет достигать своего расчетного максимума, возможно изменение опорного плана задачи, характеризующегося изменением

ассортимента продукции и планового ее количества. В этих условиях целью оперативного управления является получение значения прибыли большего или равного минимальному допустимому (запланированному) уровню $Z \geq C^*$, где C^* – заданный уровень прибыли.

Целевая функция, выраженная через параметры случайных независимых отклонений, является случайной величиной, имеющей также нормальный закон распределения вероятности вследствие центральной предельной теоремы [4]. Учет вероятностной природы возможных разбросов приводит к необходимости введения и оценки вероятностного критерия вида $P\{Z \geq C^*\}$ как меры устойчивости оперативного управления предприятием с учетом возможных вариаций параметров среды относительно целеуказания $Z \geq C^*$. Здесь $P\{\dots\}$ – вероятность выполнения условия. При этом под термином устойчивости стратегии оперативного управления следует подразумевать свойство производственной системы, спроектированной на основе выбранной стратегии управления, при изменении в некотором диапазоне входных параметров задачи получать показатели функционирования (целеуказания) не хуже заданных.

Очевидно, что задача выбора эффективной стратегии управления заключается в определении возможного множества стратегий на множестве вариаций параметров, расчете показателя устойчивости всех стратегий и выбора эффективной стратегии на основе полученной оценки. Достижение условия целеуказания, очевидно, возможно как в рамках нескольких возможных стратегий управления из множества допустимых, так и в рамках одной конкретной выбранной стратегии. Если несколько стратегий соответствуют предъявляемым требованиям, то для выбора рабочей стратегии необходимо использовать дополнительную оценку, например, минимум привлекаемых средств. В случае, если в рассматриваемом диапазоне изменения параметров среды оптимальное решение существует в виде единственной стратегии, то анализ должен быть выполнен для этой единственной стратегии и в зависимости от того, выполняются ли условия вероятностной устойчивости для нее или нет, она должна быть принята в качестве рабочей стратегии или быть отвергнута.

Вероятность достижения целевой функцией допустимого уровня в рамках выбранной стратегии может быть рассчитана на основе использования симплекс-процедуры. При этом неизменными остаются объем производства и номенклатура продукции, определяемые номинальными параметрами среды. Цены продукции, издержки на производство и запасы ресурсов претерпевают случайные изменения. Выражения для анализа устойчивости стратегии относительно целеуказания приведем для случая варьирования параметров целевой функции при неизменных значениях других групп параметров задачи. Этот случай является наиболее распространенным. Анализ устойчивости стратегии в случае изменений параметров ограничений ресурсов выполняется аналогично на основе решения двойственной задачи.

Учет вариации параметров задачи осуществим представлением вектора возмущенных входных параметров задачи в виде $\alpha = \alpha_0 \pm \Delta\alpha$, где значения

α_0 - характеризуют номинальные (невозмущенные) значения параметров, а $\Delta\alpha$ - величину параметрического разброса. Будем полагать, что все входные параметры задачи при этом определяются соотношением $\Delta\alpha=3\sigma_\alpha$, где σ_α - среднеквадратичное отклонение параметра.

В случае нормального закона распределения показателя эффективности z_j , вероятность попадания случайной величины Z_j в заданный интервал вещественной оси (a, b) может быть определена с помощью формулы [4]:

$$P(a < z_j < b) = \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{(z_j - v)^2}{2\sigma_z^2}} dz_j = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{(a-v)/\sigma_z}^{(b-v)/\sigma_z} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \Phi\left(\frac{(b-v)}{\sigma_z}\right) - \Phi\left(\frac{(a-v)}{\sigma_z}\right),$$

где $\Phi(t)$ - интеграл вероятности;

v, σ_z – соответственно математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение оцениваемого показателя; $t = (z_j - v) / \sigma_z$ и $dt = dz_j / \sigma_z$.

Необходимые для расчета вероятности статистические характеристики показателя эффективности оперативного управления получим таким образом. В качестве математического ожидания показателя будем использовать значение показателя прибыльности, соответствующее значениям опорного плана стратегии x_1, x_2, \dots, x_n . Статистические характеристики показателя прибыльности плана с учетом правила композиции нормальных законов распределения [4] и некоррелированности между собой показателей удельной

прибыльности могут быть определены по формуле $\sigma_z^2 = \sum_{j=1}^n x_j \sigma_{c_j}^2$, где

x_1, x_2, \dots, x_n – объем выпускаемой продукции соответствующего ассортимента, определяемый рассматриваемой стратегией с номинальными параметрами; $\sigma_{c_j}^2$ – дисперсия показателя удельной прибыльности $c_j (j = 1 \dots n)$.

При оценке вероятности устойчивости стратегии относительно разброса параметров ограничений составляется и решается двойственная задача минимизации показателя $G = b_1 y_1 + b_2 y_2 + \dots + b_m y_m$ при ограничениях $AY \geq C; y_1 \geq 0; y_2 \geq 0; \dots y_m \geq 0$ [1-3]. Расчет вероятности устойчивости стратегии относительно целеуказания проводится аналогично. Однако при этом в качестве меры устойчивости используется оценка $P\{G \leq C^*\}$. В качестве

математического ожидания показателя будем использовать значение показателя, соответствующее значениям опорного плана стратегии y_1, y_2, \dots, y_m . Величина среднего квадратичного отклонения показателя с учетом некоррелированности между собой параметров ограничений может быть

определена по формуле $\sigma_G^2 = \sum_{i=1}^m y_i \sigma_{b_i}^2$, где y_1, y_2, \dots, y_m – оптимальный

план двойственной задачи.

Таким образом, предлагаемая методика анализа стратегии управления на основе оценки устойчивости относительно целеуказания является общей для всех групп варьируемых параметров задачи. В случае необходимости оценки устойчивости стратегии относительно вариаций параметров удельной прибыльности и параметров ограничений используемых ресурсов одновременно, то ее можно оценить, используя формулу полной вероятности.

Задача выбора эффективной стратегии управления с учетом введенной оценки устойчивости стратегии формализуется в процедуру со следующим алгоритмом. Имея данные о границах интервалов возможных отклонений параметров модели и определив закон распределения параметров, отыскать в данном диапазоне вариаций параметров все множество возможных стратегий управления. Далее для каждой стратегии из множества возможных необходимо найти вероятность устойчивости относительно целеуказания при вариациях параметров и выбрать из множества стратегий наиболее эффективную, например, обеспечивающую наибольший уровень вероятности.

Определение множества возможных стратегий управления в области вариаций параметров среды представляет собой отдельную трудоемкую задачу, которая может быть решена с использованием метода интервального анализа, разработанного для случая вариации параметров целевой функции [5]. При этом

параметры целевой функции задаются в виде $c_j^{\min} \leq c_j \leq c_j^{\max}$;

($j = 1 \dots n$). Предполагается, что параметры целевой функции могут принимать любое значение в указанном интервале. Вероятностная природа их на данном этапе не рассматривается. В соответствии с теоремой о единственности решения [5], решение задачи линейного программирования с

номинальными параметрами задачи x^0 является единственным, если конус возможных вариаций градиента целевой функции K_C содержится в конусе

$K_A(x^0)$, натянутом на нормали к активным ограничениям в точке x^0 , то есть,

если выполняется соотношение включения $K_C \subset K_A(x^0)$;

$c_j \in [c_j^{\min}, c_j^{\max}]$; ($j = 1 \dots n$). Согласно теореме, для установления

факта единственности решения задачи линейного программирования с интервальным заданием коэффициентов целевой функции необходимо и

достаточно выполнить 2^n проверок принадлежности $K_C \subset K_A(x^0)$;

$c_j \in [c_j^{\min}, c_j^{\max}]$ для всех векторов c_j , задающих вершины многогранника ограничений. Если среди множества векторов есть вектора, не принадлежащие конусу $K_A(x^0)$, то решение x^0 не единственное. Имеются другие оптимальные решения, которые определяют граничные точки множества эффективных решений на множестве $c_j \in [c_j^{\min}, c_j^{\max}]$; ($j = 1 \dots n$). Эти решения можно получить, выбрав в качестве расчетного для формирования новой задачи принадлежности новый вектор из сформированной матрицы M_C , направление которого не принадлежит конусу.

В результате данной процедуры формируется предельное множество решений, определяющих возможные стратегии в заданном диапазоне вариаций параметров целевой функции.

Установление факта единственности решения задачи с интервальным заданием параметров ограничений используемых ресурсов и формирование предельного множества решений в случае наличия нескольких решений проводится по аналогичному алгоритму на основе построения двойственной задачи и последующей проверки включения $K_B \subset K_{A1}(y^0)$;

$b_i \in [b_i^{\min}, b_i^{\max}]$. Здесь K_B – конус возможных вариаций градиента

целевой функции двойственной задачи; $K_{A1}(y^0)$ – конус, натянутый на

нормали к активным ограничениям в точке y^0 решения двойственной задачи с номинальными параметрами. Далее для формирования предельного множества стратегий управления в заданном диапазоне вариаций параметров ограничений необходимо выполнить переход от предельного множества решения двойственной задачи к предельному множеству решений прямой задачи.

Рассмотрим применение предлагаемой методики на примере. Пусть рассматривается задача, задаваемая в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 21000; \\ x + 2y \leq 24000; \\ x + y \leq 15000; \\ x \geq 0; y \geq 0. \end{cases}$$

Целевая функция задачи имеет вид $\max Z = [2; 3]x + [1,5; 2,5]y$.

Составив матрицу M_C , определяющую многогранный выпуклый конус возможных вариаций градиента целевой функции и матрицу M_A , строками которой являются векторы нормалей активных ограничений, решаем матричное уравнение $M_A \lambda = M_C$, проверяя тем самым условие принадлежности. Здесь

λ – искомая матрица, содержащая векторы коэффициентов линейных комбинаций. Так как среди коэффициентов матрицы λ имеются коэффициенты $\lambda_i \leq 0$, то исходная система имеет не единственное решение. Получаем следующие эффективные стратегии в заданном диапазоне вариаций параметров удельной прибыльности $x_1 = 6000; y_1 = 9000$ и $x_2 = 10500; y_2 = 0$. Сравнив стратегии в предположении о нормальном характере распределения коэффициентов по критерию вероятностной устойчивости, рассчитанному относительно целеуказания $Z \geq 30000$, получим значения $P_1 = 0.95$ и $P_2 = 0.16$. То есть первая стратегия обеспечивает значительно больший уровень устойчивости целеуказания при вариациях параметров целевой функции. В случае оценки устойчивости стратегий относительно целеуказания по рентабельности производственной деятельности организации значения вероятностной устойчивости стратегий будут следующие $P_1 = 0.83$ и $P_2 = 0.89$. То есть лучшей стратегией в этом случае будет являться вторая стратегия.

Выводы. Предложенный подход к оценке стратегий оперативного управления в условиях неопределенности позволяет производить оценку соответствия нахождения показателей функционирования предприятия в заданной области с учетом возможного разброса характеристик среды. При этом можно оценить как совокупное влияние разброса всех параметров среды, так и отдельных групп параметров на величину критерия. Использование предлагаемого подхода позволяет не только получить оценки вероятностей достижения поставленной цели при выборе альтернативных стратегий оперативного управления, но и улучшить эффективность функционирования организации в краткосрочном и среднесрочном периодах.

Перспективы дальнейших разработок в данном направлении. За пределами материала данной работы остались вопросы распространения результатов исследования на случай наличия нескольких целевых функций, а также вопросы коррекции производственной программы с целью увеличения вероятности устойчивости стратегии. Данные вопросы будут освещены в других работах авторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Банди Б. Основы линейного программирования. – М.: Радио и связь, 1989. – 176 с.
2. Фомин Г.П. Методы и модели линейного программирования коммерческой деятельности. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 128 с.
3. Акоф Р., Сасиени М. Основы исследования операций. – М.: Мир, 1971. – 534 с.
4. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука, 1979. – 392 с.
5. Минаев Ю.Н. Стабильность экономико-математических моделей оптимизации. – М.: Статистика, 1980. – 103 с.

Стаття надійшла до редакції 18.12.2003 р.