

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА  
імені О.М. БЕКЕТОВА

СТАНДАРТ ВИЩОЇ ОСВІТИ

ЗАТВЕРДЖУЮ”



В.М. Бабасв

2014 р.

**ВИЩА МАТЕМАТИКА**

**ПРОГРАМА**

**нормативної навчальної дисципліни**

**підготовки бакалавра**

**галузь знань 0601 «Будівництво і архітектура»**

**напрямок підготовки 6.060103 «Гідротехніка (водні ресурси)»**

**(шифр дисципліни за ОПП 2.01)**


Стандарт чинний з дати затвердження

Харків – 2014

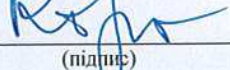
РОЗРОБЛЕНО: Харківський національний університет міського господарства  
імені О.М. Бекетова

КАФЕДРА: вищої математики

РОЗРОБНИКИ:

д.ф.-м.н., проф., завідувач кафедри Колосов А. І.  (підпис)


ст. викл. каф. вищої математики Вороновська Л. П.  (підпис)

ЗАВІДУВАЧ КАФЕДРИ  (підпис) (Колосов А. І.) (ПІБ)

“ 28 ” 08 2014 р., протокол № 1

Програму схвалено на засіданні випускової кафедри водопостачання, водовід-  
ведення і очистки вод.

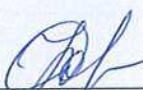
Протокол від “ 28 ” 08 2014 року, № 1

Завідувач випускової кафедри  (Душкін С.С.)

Програма відповідає формі Програми навчальної дисципліни, що затверджена  
Наказом по ХНУМГ ім. О.М. Бекетова від 24 лютого 2014 р. № 46-01.

Методист НМВ  (Трифорченко С.В.) “ 2 ” 12 2014 р.

Обговорено та рекомендовано до затвердження Науково-методичною радою  
факультету інженерної екології міст

Голова Науково-методичної ради  (Ткачов В.О.)

“ 9 ” 09 2014 р., протокол № 1

Цей стандарт не може бути тиражований або відтворений будь яким способом  
без письмової згоди ХНУМГ ім. О.М. Бекетова



## Вступ

Програма вивчення нормативної навчальної дисципліни «Вища математика» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра для студентів за напрямом підготовки 6.060103 «Гідротехніка (водні ресурси)».

Навчальним планом передбачено фахове спрямування: «Раціональне використання і охорона водних ресурсів».

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є теоретичні засади математичного апарату, загальні математичні методи та закономірності, використання освоєного математичного апарату для побудови і дослідження математичних моделей різноманітних інженерних процесів.

### Міждисциплінарні зв'язки:

Вивчення цієї дисципліни безпосередньо спирається на:	На результати вивчення цієї дисципліни безпосередньо спираються:
Вихідна	Інформатика (загальний курс)
	Опір матеріалів
	Основи системного аналізу
	Теоретична механіка

### Програма навчальної дисципліни складається з таких змістових модулів (ЗМ):

Модуль 1. Елементи лінійної алгебри. Вступ до аналізу. Диференціальне числення функцій однієї змінної. Аналітична геометрія на площині.

ЗМ 1.1. Лінійна та векторна алгебра. Вступ до аналізу.

ЗМ 1.2. Диференціальне числення функцій однієї змінної.

ЗМ 1.3. Аналітична геометрія на площині.

Модуль 2. Елементи векторної алгебри. Аналітична геометрія в просторі. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння.

ЗМ 2.1. Векторна алгебра. Аналітична геометрія в просторі.

ЗМ 2.2. Інтегральне числення функцій однієї змінної.

ЗМ 2.3. Диференціальні рівняння.

Модуль 3. Функції багатьох змінних. Кратний інтеграл і його застосування. Криволінійні інтеграли і його застосування. Поверхневі інтеграли.

ЗМ 3.1. Функції багатьох змінних

ЗМ 3.2. Кратний інтеграл і його застосування.

ЗМ 3.3. Криволінійні інтеграли і його застосування. Поверхневі інтеграли.

Модуль 4. Елементи теорії поля. Числові та степеневі ряди. Ряди Фур'є.

ЗМ 4.1. Елементи теорії поля.

ЗМ 4.2. Числові та степеневі ряди. Ряди Фур'є.

## 12. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Метою** викладання навчальної дисципліни є:

забезпечення прилеглих дисциплін необхідним математичним апаратом; формування у майбутніх фахівців з будівництва базових математичних знань для розв'язування практичних задач зі сфери їх професійної діяльності; умінь аналітичного мислення та математичного формулювання прикладних задач з орієнтацією на проблеми фахової діяльності.

**Основними завданнями** вивчення навчальної дисципліни є:

надання студентам знань з основних розділів вищої математики, що відповідають напряму їх фахової підготовки: означень, теорем, правил, та формування початкових умінь: самостійного опрацювання математичної літератури та інших інформаційних джерел, здійснення дій над матрицями, обчислення визначників; розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь; класифікації функцій, знаходження їх границь; диференціальне числення і його застосування для дослідження функцій і побудови їх графіків, аналізу різноманітних процесів; інтегральне числення та його застосування для розв'язування фахових задач; розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем; подвійні, криволінійні та поверхневі інтеграли; теорія числових, степеневих рядів та рядів Фур'є.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

**знати:**

- основи математичного апарату;
- застосування базових математичних знань у процесі розв'язування інженерних задач, побудови інженерно-математичних моделей;

**вміти:**

- обчислювати основні геометричні характеристики і застосовувати методи аналітичної геометрії для побудови та дослідження плоских кривих і поверхонь першого та другого порядків;
- обчислювати границі, у тому числі розкривати невизначеності, і застосовувати методи теорії границь для аналізу неперервних змінних величин;
- застосовувати методи лінійної та векторної алгебри для системного опису складних зв'язків, розв'язувати системи лінійних рівнянь, знаходити власні вектори і власні числа матриць;
- обчислювати похідні при різних способах задання функцій і застосовувати диференціальне числення для дослідження функцій, аналізу їх екстремальних властивостей;
- обчислювати інтеграли від різних класів функцій і застосовувати інтегральне числення;
- знаходити загальні та частинні розв'язки диференціальних і різницевих рівнянь і застосовувати такі рівняння для опису економічної динаміки;
- обчислювати кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли від різних

- класів функцій і застосовувати інтегральне числення;  
– досліджувати збіжність числових та степеневих рядів, розклад в ряд Фур'є функцій.

**мати компетентності:**

- здатність до математичного формулювання прикладних задач зі сфер фахової діяльності;
- здатність виконувати обчислення числових характеристик інженерних об'єктів і процесів;
- здатність застосовувати засоби обчислювальної техніки для математичної обробки результатів інженерних досліджень;
- здатність застосовувати математичні методи для системного опису складних інженерних зв'язків між виробничими об'єктами;
- здатність до застосування математичних методів при тестуванні, дослідженні, перевірці та юстируванні інженерних об'єктів і процесів;
- здатність до застосування математичних методів при плануванні, організації і проведенні інженерної діяльності;
- здатність до застосування математичних методів при проектуванні інженерних об'єктів, розробці відповідних технічних завдань, рішень і проектів, складанні планів і кошторисної документації;
- здатність до застосування математичних методів при організації контролю інженерної діяльності.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться **594** години / **16,5** кредита ECTS.

## **2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни**

**Модуль 1. Елементи лінійної алгебри. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї змінної. Аналітична геометрія на площині**

**Змістовий модуль 1.1. Елементи лінійної алгебри. Вступ до математичного аналізу.**

**Тема 1.1.1.** Визначники і їх властивості. Матриці та дії над ними.

**Тема 1.1. 2.** Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Однорідні та неоднорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Теорема Кронекера-Капеллі. Розв'язування систем за формулами Крамера, матричний метод, метод Гауса.

**Тема 1.1. 3.** Змінні та сталі величини. Поняття функції. Способи завдання функції. Складна, обернена функція. Основні елементарні функції. Теорія границь. Властивості границь. Невизначеності та основні прийоми їх розкриття. Перша та друга чудова границя. Неперервність функції. Точки розриву функції.

**Змістовий модуль 2. Диференціальне числення функцій однієї змінної**

**Тема 1.2.1.** Похідна. Геометричний та фізичний зміст похідної. Основні правила диференціювання. Таблиця похідних. Похідна складеної функції. Похідні

неявної та оберненої функції. Похідна параметрично заданої функції. Правило логарифмічного диференціювання. Похідні вищих порядків. Диференціал функції. Диференціали вищих порядків.

**Тема 1.2.2.** Основні теореми диференціального числення. Теореми Ферма, Роля, Лагранжа. Правило Лопітала розкриття невизначеностей. Формула Тейлора.

**Тема 1.2.3.** Умови зростання та спадання функцій. Необхідні та достатні умови екстремуму. Найменше та найбільше значення функції на відрізку. Умови опуклості та угнутості графіка функції. Точки перегину. Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функції.

### **Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія на площині**

**Тема 1.3.1.** Пряма лінія на площині. Основні типи рівнянь прямої: рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом; загальне рівняння; рівняння прямої, що проходить через дві задані точки; рівняння прямої, що проходить через задану точку в заданому напрямку; рівняння прямої у відрізках; нормальне рівняння прямої.

**Тема 1.3.2.** Криві другого порядку: канонічні рівняння кола, еліпсу, гіперболи, параболи.

### **Модуль 2. Елементи векторної алгебри. Аналітична геометрія у просторі. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння**

#### **Змістовий модуль 2.1. Елементи векторної алгебри. Аналітична геометрія у просторі**

**Тема 2.1.1** Поняття вектора. Розкладання вектора за базисом координатних ортів. Лінійні операції над векторами. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів.

**Тема 2.1.2** Пряма лінія і площина у просторі. Кут між прямими, кут між площинами, кут між прямою та площиною. Відстань від точки до площини. Типові задачі на пряму лінію та площину у просторі.

#### **Змістовий модуль 2.2. Інтегральне числення функцій однієї змінної.**

**Тема 2.2.1.** Первісна функція і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтеграла. Таблиця невизначених інтегралів.

**Тема 2.2.2.** Методи інтегрування. Інтегрування методом змінної. Інтегрування частинами. Інтегрування раціональних виразів. Інтегрування виразів, що містять лінійну ірраціональність. Інтегрування. Тригонометричних виразів. Тригонометричні підстановки.

**Тема 2.2.3.** Визначений інтеграл і його властивості. Формула Ньютона-Лейбниці. Інтегрування частинами і заміна змінної у визначеному інтегралі. Невласні інтеграли. Невласний інтеграл по нескінченному проміжку. Невласний інтеграл від розривної функції.

**Тема 2.2.4.** Застосування визначеного інтегралу. Площа плоскої фігури, довжина дуги кривої, об'єм тіла обертання, площа поверхня тіла обертання.

### **Змістовий модуль 2.3. Диференціальні рівняння**

**Тема 2.3.1.** Диференціальні рівняння першого порядку. Поняття про диференціальне рівняння. Загальний та частинний розв'язок та їх геометричний зміст. Задача Коші. Рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння першого порядку. Лінійні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.

**Тема 2.3.2.** Диференціальні рівняння вищих порядків. Інтегрування рівнянь шляхом зниження їх порядку.

**Тема 2.3.3.** Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера. Характеристичне рівняння. Побудова загального розв'язку.

**Тема 2.3.4.** Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Структура загального розв'язку.

**Тема 2.3.5.** Системи двох лінійних диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами. Розв'язання цієї системи методом зведення до одного диференціального рівняння другого порядку.

### **Модуль 3. Функції декількох змінних. Кратний інтеграл і його застосування. Криволінійні інтеграли і його застосування. Поверхневі інтеграли.**

#### **Змістовий модуль 3.1. Функції декількох змінних**

**Тема 3.1.1.** Поверхні другого порядку

**Тема 3.1.2.** Поняття функції декількох змінних. Область визначення. Поверхня як графік функції двох змінних. Диференціювання функції декількох змінних. Частинні похідні. Частинні та повний диференціали функції декількох змінних. Складені функції та їх диференціювання. Неявні функції та їх диференціювання. Частинні похідні вищих порядків.

**Тема 3.1.3.** Похідна за напрямком та градієнт. Дотична площина і нормальна пряма до поверхні.

**Тема 3.1.4.** Екстремум функції двох змінних. Необхідні та достатні умови екстремуму. Стаціонарні точки. Дослідження функції двох змінних. Найменше та найбільше значення функції двох змінних.

#### **Змістовий модуль 3.2. Кратний інтеграл і його застосування**

**Тема 3.2.1.** Подвійний інтеграл. Інтегральна сума функції двох змінних. Властивості подвійного інтеграла. Обчислення подвійного інтеграла шляхом зведення до повторного. Заміна порядку у повторному інтегралі. Подвійний інтеграл в полярній системі координат.

**Тема 3.2.2.** Потрійний інтеграл. Інтегральна сума функції трьох змінних. Властивості потрійного інтеграла. Обчислення потрійного інтеграла в декартових, циліндричних та сферичних координатах.

**Тема 3.2.3.** Застосування кратних інтегралів: обчислення площі, маси, статичних моментів, координат центра мас та моментів інерції плоскої фігури; обчислення площі поверхні та об'єму.

### **Змістовий модуль 3.3. Криволінійні інтеграли і його застосування.**

#### **Поверхневі інтеграли.**

**Тема 3.3.1.** Криволінійний інтеграл першого роду (по довжині дуги). Скалярне поле. Властивості криволінійного інтеграла першого роду. Застосування криволінійних інтегралів першого роду.

**Тема 3.3.2.** Криволінійний інтеграл другого роду (по координатах). Векторне поле. Властивості криволінійного інтеграла другого роду. Формула Гріна.

**Тема 3.3.3.** Умова незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування. Розв'язання диференціальних рівнянь у повних диференціалах.

**Тема 3.3.4.** Застосування криволінійних інтегралів до задач фізики та геометрії.

**Тема 3.3.5.** Поверхневі інтеграли першого роду, їх властивості. Обчислення поверхневих інтегралів першого роду. Поверхневі інтеграли другого роду, їх властивості. Обчислення поверхневих інтегралів другого роду.

### **Модуль 4. Елементи теорії поля. Числові та степеневі ряди. Ряди Фур'є.**

#### **Змістовий модуль 4.1. Елементи теорії поля.**

**Тема 4.1.1.** Поля. Основні поняття. Скалярне поле. Похідна за напрямком і градієнт скалярного поля.

**Тема 4.1.2.** Векторне поле. Потік векторного поля, його дивергенція та ротор. Циркуляція векторного поля. Класифікація векторних полів. Соленоїдальні та потенціальні поля, їх особливості. Гармонічне поле.

**Тема 4.1.3.** Теореми Остроградського-Гаусса і Стокса. Оператори Гамільтона і Лапласа, їх застосування у векторному аналізі. Диференціальні операції другого порядку.

#### **Змістовий модуль 4.2. Числові та степеневі ряди. Ряди Фур'є.**

**Тема 4.2.1.** Знакододатні числові ряди. Сума ряду, залишок ряду. Збіжність та розбіжність ряду. Необхідні ознака збіжності та достатня ознака розбіжності. Еталонні ряди: геометрична прогресія та узагальнений гармонічний ряд. Достатні ознаки збіжності знакододатних числових рядів: основна та гранична ознаки порівняння, ознака Даламбера, радикальна та інтегральна ознака Коші.

**Тема 4.2.2.** Знакозмінні та знакопочергові ряди. Ознака Лейбниця. Абсолютна та умовна збіжність.

**Тема 4.2.3.** Функціональні ряди. Основні поняття. Область збіжності функціонального ряду. Рівномірна збіжність. Ознака Вейерштраса. Степеневі ряди. Інтервал та радіус збіжності степеневого ряду. Область збіжності степеневого ряду. Основні властивості степеневих рядів.

**Тема 4.2.4.** Ряди Тейлора і Маклорена. Розкладання функцій в степеневі ряди. Застосування степеневих рядів для наближених обчислень.

**Тема 4.2.5.** Тригонометричні ряди. Ряди Фур'є. Розкладання періодичних функцій в тригонометричний ряд Фур'є. Умови збіжності ряду Фур'є. Розкладання в ряд Фур'є парної та непарної функції.



## **Індивідуальні завдання (заочна форма навчання):**

Контрольна робота №1 за темами: “Елементи лінійної алгебри”, “Вступ до математичного аналізу”, “ Диференціальне числення функцій однієї змінної”, “ Аналітична геометрія на площині”.

Контрольна робота №2 за темами: “Елементи векторної алгебри”, “ Аналітична геометрія у просторі”, “ Інтегральне числення функцій однієї змінної”, “Диференціальні рівняння”.

Контрольна робота №3 за темами: “Функції декількох змінних”, “Кратний інтеграл і його застосування”, “Криволінійні інтеграли і його застосування”, “Поверхневі інтеграли”.

Контрольна робота №4 за темами: “Елементи теорії поля”, “Числові та степеневі ряди”, “Ряди Фур`є”.

### **3. Рекомендована література**

1. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. – СПб.: Лань, 2003. – 736 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. В 2 т. – М.: Наука, 2005.
3. Станішевський С.О. Вища математика.– Х.: ХНАМГ, 2005.–270 с.
4. Станішевський С О., Печеніжський Ю.Є. Завдання з вищої математики і приклади їх розв’язання (Модуль 1). – Х.: ХНАМГ, 2010. – 88 с.
5. Станішевський С О., Печеніжський Ю.Є. Завдання з вищої математики і приклади їх розв’язання (Модуль 2). – Х.: ХНАМГ, 2010. – 125 с.
6. Станішевський С О., Печеніжський Ю.Є. Завдання з вищої математики і приклади їх розв’язання (Модуль 3). – Х.: ХНАМГ, 2010. – 110 с.

### **4. Форма підсумкового контролю успішності навчання**

Модуль 1,2,4 – диференційований залік. Модуль 3 – екзамен.

### **5. Засоби діагностики успішності навчання**

Задачі для практичних занять і поточних домашніх завдань, комплекти завдань для модульних контрольних робіт, індивідуальні розрахунково-графічні завдання, перелік запитань для самоконтролю і підготовки до заліку та екзамену, комплекти передзалікових і передекзаменаційних завдань, комплекти екзаменаційних білетів.

## **АНОТАЦІЯ**

Програма вивчення нормативної навчальної дисципліни «Вища математика» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра за напрямом підготовки 6.060103 «Гідротехніка (водні ресурси)».

Метою викладання є забезпечення прилеглих дисциплін необхідним математичним апаратом; розвиток аналітичного мислення, формування базових математичних знань і вмінь для розв'язування практичних задач зі сфери їх професійної діяльності.

## **ABSTRACT (ANNOTATION)**

The program of studying of a normative academic discipline «The Higher mathematics» is made according to the educational professional program of preparation of the bachelor of a direction 6.060103 «Hydraulic Engineering (water)».

The statement purpose consists in maintenance of adjacent disciplines with necessary mathematical apparatus; development of analytical thinking, formation of base mathematical knowledge and abilities for the decision of practical problems from sphere of their professional activity.

## **АННОТАЦИЯ**

Программа изучения нормативной учебной дисциплины «Высшая математика» составлена в соответствии с образовательно-профессиональной программой подготовки бакалавра направления 6.060103 «Гидротехника (водные ресурсы)».

Цель изложения состоит в обеспечении прилежащих дисциплин необходимым математическим аппаратом; развитии аналитического мышления, формировании базовых математических знаний и умений для решения практических задач из сферы их профессиональной деятельности.