УДК 551.482

А.С.КАРАГЯУР
*Харьковский государственный технический университет строительства и архитектуры*

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В МАЛОПРОТОЧНЫХ ВОДОЕМАХ

Выводится зависимость вертикального распределения температуры в малопроточных водоемах, для которых предполагается, что основным фактором, генерирующем турбулентность, является обрушение ветровых волн, а также зависимость для расчета цикла поверхностной температуры водоема в течение года.

Информация о вертикальном распределении температуры является необходимой при исследованиях биологических, химических и технологических (охлаждение оборотной воды ТЭС и АЭС) процессов, протекающих в водоеме.

Для расчета вертикального профиля температуры в уравнении переноса тепла в водоеме [1] пренебрегаем адвекцией, изменением площади водоема по глубине и неравномерностью поглощения по глубине солнечной радиации и с учетом этого перепишем его в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_T \frac{\partial T}{\partial z}\right), \qquad (1)$$

где T – температура, $^0$C; t – время, с; z – вертикальная координата (причем за положительное направление принимаем направление вглубь водоема), м; $K_T$ – коэффициент турбулентной температуропроводности, м$^2$/с.

Введем переменную $\xi = z - \frac{k}{c_p \bar{\rho}} t$, где $c_p$ – удельная теплоемкость воды, Дж/(кг$^0$С); $\bar{\rho}$ - осредненная плотность, кг/м$^3$; k – коэффициент теплообмена у поверхности водоема из уравнения теплообмена на поверхности, Вт/(м$^2$ $^0$С):

$$Q_{пов} = k\left(T_P - T_{пов}\right). \qquad (2)$$

Здесь $Q_{пов}$ – суммарный тепловой поток из атмосферы в водоем, Вт/м$^2$; $T_P$ – равновесная температура, зависящая от теплового состояния окружающей среды у поверхности водоема, $^0$С; $T_{пов}$ – температура поверхности водоема, $^0$С.

Будем считать величину $k/\left(c_p \bar{\rho}\right)$ не зависящей от z и t, тогда

$dt = -\frac{c_p\bar{\rho}}{k}d\xi$; $dz = d\xi$. Учитывая это, уравнение (1) запишем в виде

$$-\frac{k}{c_p\bar{\rho}}\frac{dT}{d\xi} = \frac{d}{d\xi}\left(K_T\frac{dT}{d\xi}\right). \qquad (3)$$

Проинтегрируем его по $\xi$ и с учетом начальных условий ($t$=0; $z$=0; $\xi$=0; $T=T_H$ (температура равна начальному значению), тепловой поток из верхнего слоя водоема в нижний равен $K_T\frac{dT}{d\xi}$=0) получим

$$K_T\frac{dT}{d\xi} = -\frac{k}{c_p\bar{\rho}}\left(T - T_H\right). \qquad (4)$$

Коэффициент турбулентной температуропроводности представим в виде $K_T = \alpha_T K$, где K – коэффициент турбулентной вязкости, $\alpha_T = Pr^{-1}$= const (Pr – число Прандтля). Коэффициент турбулентной вязкости найдем из уравнения переноса кинетической энергии турбулентности:

$$\frac{\partial E}{\partial t} - \bar{\rho}\cdot\overline{u'w'}\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\overline{\rho E'w'} - \frac{g}{\bar{\rho}}\overline{\rho'w'} = \varepsilon. \qquad (5)$$

Здесь $\varepsilon$ – скорость диссипации кинетической энергии турбулентности; $u', w'$ – компоненты пульсационной скорости; E – кинетическая энергия турбулентности; U – горизонтальная компонента скорости потока вдоль оси X.

Будем считать, что турбулентность в малопроточном водоеме генерируется на поверхности за счет обрушения волн, которым передается большая часть энергии ветра, что значительно больше энергии, передаваемой дрейфовому течению [2]. С учетом этого пренебрегаем порождением в уравнении (5), а также членом, учитывающим действие сил плавучести, и локальным членом, считая, что процесс переноса кинетической энергии турбулентности является стационарным. Используя гипотезы, принятые в полуэмпирической теории турбулентности [3], а также гипотезу А.Н.Колмогорова [4] ($K = L\sqrt{E}$), представим уравнение (5) таким образом:

$$\frac{2\alpha_b}{3L^2}\frac{d^2K^3}{dz^2} = \frac{K^3}{L^4C^4}, \qquad (6)$$

где $\alpha_b = K_b / K$ – отношение коэффициента диффузии турбулентной энергии к коэффициенту турбулентной вязкости, $\alpha_b$=const; L – масштаб турбулентности, который будем считать постоянным; C – постоянная.

Запишем граничные условия для уравнения (6): при z=0 поток кинетической энергии турбулентности равен потоку турбулентной энергии, генерируемой ветром $\left(\alpha_b K \frac{dE}{dz} = -N\right)$, где $N = u_*^2 \cdot C_W$, $u_*$ – динамическая скорость, $C_W$ – фазовая скорость волн; при $z \to \infty$ $\alpha_b K \frac{dE}{dz} = 0$. Решение уравнения (6) относительно K имеет вид

$$K = c_1^{1/3} \exp\left(-\frac{\sqrt{A_1}}{3} z\right), \tag{7}$$

где $A_1 = \dfrac{3}{2C^4 L^2 \alpha_b}$; $c_1 = \dfrac{3L^2}{2\alpha_b \sqrt{A_1}} N$.

Учитываем действие архимедовых сил добавлением к уравнению (7) следующего множителя [1]: $A_2^* = (1 + \sigma Ri)^{-1}$, где $\sigma$ – const; $Ri = \dfrac{\alpha g H (T_{пов} - T_н)}{u_*^2}$ – число Ричардсона, $\alpha$ – коэффициент теплового расширения, g – ускорение свободного падения; H – глубина водоема.

Представим $z = \xi + \dfrac{k}{c_p \bar{\rho}} t$ и, принимая во внимание вышеизложенное, преобразуем уравнение (4):

$$\frac{dT}{T - T_H} = -\left(A_2^* c_1^{1/3}\right)^{-1} \exp\left(-\frac{\sqrt{A_1}}{3}\left(\xi + \frac{k}{c_p \bar{\rho}} t\right)\right) d\xi . \tag{8}$$

С учетом граничного условия (при z=0; T=$T_{пов}$) это уравнение имеет решение

$$T - T_H = (T - T_{пов})\exp\left\{A_2\left[1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{A_1}}{3}z\right)\right]\right\}, \qquad (9)$$

где $A_2 = \frac{3}{\sqrt{A_1}A_2^*}\frac{k}{c_p\bar{\rho}}$.

Для нахождения $u_*$ и $C_W$ воспользуемся зависимостями, приведенными в [1] и [5] соответственно:

$$h_W = \frac{0{,}16U_{10}^2}{g}\left(1 - \left(1 + 0{,}006\sqrt{g \cdot L'/U_{10}^2}\right)^{-2}\right);$$

$$u_* = U_{10}\left(0{,}612 \cdot 10^{-6}U_{10}^{0{,}46}\right)^{0{,}5}; \; C_W = \frac{\tau_W g}{2\pi}; \qquad (10)$$

$$\tau_W = \frac{6{,}2 \cdot \pi \cdot U_{10}}{g}\left(\frac{h_W g}{U_{10}^2}\right)^{0{,}625},$$

где $h_W$, $\tau_W$ – высота и период волн, м; $L'$ – длина разгона волны, м; $U_{10}$ – скорость ветра, измеренная на высоте 10 м, м/с.

Значение масштаба турбулентности (L) найдем по формуле

$$L = \tau_W \cdot N^{1/3}.$$

По формулам (9), (10) рассчитаны вертикальные профили температуры для водохранилища-охладителя Углегорской ГРЭС при разных метеорологических условиях и сопоставлены с натурными измерениями, приведенными в [6] (рис.1). Приняты следующие значения постоянных: $\alpha=10^{-5}$ К$^{-1}$, $\alpha_b=20$, C=1, $\sigma = 0{,}1/H$.

Анализируя данные, представленные на рис.1, можно сделать вывод, что при развитом волнении, пренебрежение действием дрейфовых и стоковых течений, имеющих небольшую скорость, для расчета вертикального профиля температуры вполне оправдано.

Температура поверхности воды $T_{пов}$ является функцией времени, ее изменение определяет изменение профиля температуры в водоеме в течение года. $T_{пов}(t)$ можно вычислить, если известно $T_p = F(t)$. $T_p$ находим из уравнения теплового баланса при известных метеорологических условиях.

Изменение по времени $T_{пов}$ равно разности градиентов теплового потока на поверхности водоема при $t \to \infty$ и текущем $t$:

$$\frac{\partial T_{пов}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_T \frac{\partial T}{\partial z}\right)\Bigg|_{\substack{z=0 \\ t\to\infty}} - \frac{\partial}{\partial z}\left(K_T \frac{\partial T}{\partial z}\right)\Bigg|_{z=0} . \tag{11}$$

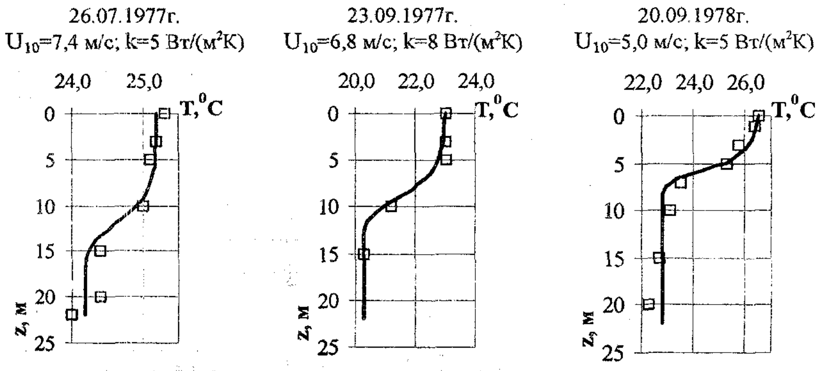


Рис.1 – Температурные профили для водохранилища-охладителя Углегорской ГРЭС:
□ – натурные данные; ——— – кривая, рассчитанная по формуле (9)

Из уравнения (9) получаем

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(K_T \frac{\partial T}{\partial z}\right)\Bigg|_{z=0} = A_3\left(T_{пов} - T_н\right); \quad \frac{\partial}{\partial z}\left(K_T \frac{\partial T}{\partial z}\right)\Bigg|_{\substack{z=0 \\ t\to\infty}} = A_3\left(T_p(t) - T_н\right), \tag{12}$$

где $A_3 = \left(\frac{k}{c_p \rho}\right)^2 \cdot \frac{(1+\sigma Ri)^2}{c_2^{1/3}\alpha_T}$ (будем считать $A_3$ не зависящим от t).

Подставляем уравнение (12) в уравнение (11):

$$\frac{\partial T_{пов}}{\partial t} = A_3\left(T_p(t) - T_{пов}\right). \tag{13}$$

Решением уравнения (13) относительно $T_{пов}$ является выражение:

$$T_{пов} = \exp(-A_3 t)\left[\int T_p(t)\exp(A_3 t)dt + c\right]. \tag{14}$$

Для озера Кейиуга в [7] приведена зависимость $T_p = F(t)$ (отсчет от 01.01; t – в сутках):

$$T_p = \frac{5}{9}\left\{\left[51{,}2 - 29{,}3\cos\frac{2\pi}{365}(t-19)\right] - 32\right\}. \qquad (15)$$

Подставляя уравнение (16) в (15), получим:

$$T_{пов} = c - \frac{16{,}3 \cdot A_3}{\left(\frac{2\pi}{365}\right)^2 + A_3^2}\left[\frac{2\pi}{365}\sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-19)\right) + A_3\cos\left(\frac{2\pi}{365}(t-19)\right)\right]. \qquad (16)$$

На рис.2 представлены зависимость $T_{пов}(t)$, вычисленная по формуле (16), и натурные данные [7] Коэффициент теплообмена для зимнего периода (3 ноября -11 мая) взят 16,6 Вт/(м$^2$К), для летнего (11 мая - 3 ноября) – 24,6 Вт/(м$^2$К), постоянную c вычисляем из начальных условий (10 марта $T_{пов}$=2,5$^0$С, 25 августа $T_{пов}$=23$^0$С).

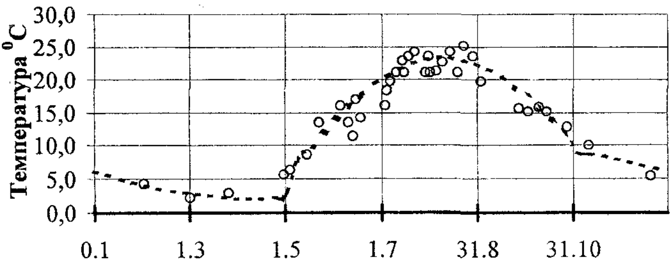


Рис.2 – Цикл температуры поверхности воды оз. Кейиуга:
○ – натурные данные, - - – вычисления по формуле (16).

1.Хендерсон-Селлерс Б., Инженерная лимнология. – Л.: Гидрометеоиздат, 1987. – 335 с.

2.Китайгородский С.А., Миропольский Ю.З.. К теории турбулентного обмена в верхнем пограничном слое океана // Изв. АН СССР: Физика атмосферы и океана. – 1967. - Т. 3. – №11. – С.1196-1209.

3.Монин А.С., Яглом А.М.. Статистическая гидромеханика. – М.: Наука, 1965. – 639 с.

4.Колмогоров А.Н.. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // ДАН СССР, 1941. – С.299-303.

5.Лаппо Д.Д., Стрекалов С.С., Завьялов В.К. Нагрузки и воздействия ветровых волн на гидротехнические сооружения. – Л., 1990. – 432 с.

6.Антонова Л.Н. Водозаборно-водовыпускные сооружения совмещенного типа на водохранилищах-охладителях ТЭС и АЭС / Дис. … канд. техн. наук. Харьков. – 1996. – 132 с.

7.Мур Ф.К., Джалуриа Я. Влияние электростанций на термический цикл озер / Тр. американского общества инженеров-механиков // Теплопередача. Т.94. Серия С. – 1972. – №2. – С. 40-47.

*Получено 18.01.2002*