

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА  
імені О.М. БЕКЕТОВА

СТАНДАРТ ВИЩОЇ ОСВІТИ



“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Ректор

В.М. Бабасв

12

2014 р.

ВИЩА МАТЕМАТИКА

(назва навчальної дисципліни за навчальним планом; прописними літерами, шрифт 16)

ПРОГРАМА

навчальної дисципліни нормативної  
(нормативної / за вибором)

підготовки бакалавра  
(назва освітньо-кваліфікаційного рівня: бакалавр / спеціаліст / магістр)

напряму 6.050702 «Електромеханіка»  
(шифр і повна назва напряму)

(шифр дисципліни за ОПП ПН. 2.01 )

Стандарт чинний з дати затвердження

2014



РОЗРОБЛЕНО: Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова,

КАФЕДРА: вищої математики

(повне найменування кафедри)

РОЗРОБНИКИ: доц. Архіпова О.С., проф. Колосов А.І.

ЗАВІДУВАЧ КАФЕДРИ

(підпис)

( проф. Колосов А.І. )

(ПІБ)

“ 29 ”

08

2014 р., протокол № 1

Програма відповідає формі Програми навчальної дисципліни, що затверджена Наказом по ХНУМГ ім. О.М. Бекетова від 24 лютого 2014 р. № 46-01.

Методист НМВ

(підпис)

( Григоренко А.І. )

(ПІБ)

“ 5 ” 12 2014 р.

© ХНУМГ ім. О.М. Бекетова , 2014 рік

© Архіпова О.С, 2014 рік

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є вивчення загальних математичних методів та закономірностей, використання фундаментальних математичних основ для вивчення других математизованих дисциплін та побудова математичних моделей різноманітних математичних задач, що будуть виникати у фахівців даних спеціальностей.

**Міждисциплінарні зв'язки:**

Вивчення цієї дисципліни безпосередньо спирається на:	На результати вивчення цієї дисципліни безпосередньо спираються:
Алгебра	Фізика
Геометрія	Хімія
Тригонометрія	Інформатика і програмування
	Інженерна та комп'ютерна графіка
	Теорії математичної обробки інформації

Програма навчальної дисципліни складається з таких модулів (М):

М 1. Лінійна алгебра, векторна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї змінної

(повна назва змістового модуля)

М 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Функції декількох змінних

(повна назва змістового модуля)

М 3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Ряди

(повна назва змістового модуля)

## 1. Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Вища математика” є:

- 1) придбання студентами теоретичних знань, умінь та практичних навичок з математичного апарату, необхідного для вивчення дисциплін за фахом;
- 2) підготовка фахівця, який володітиме методами дослідження і розв’язку математичних задач та методами математичного моделювання.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни “Вища математика” є теоретична та практична підготовка бакалавра з наступних питань:

- ✓ лінійна алгебра: визначники, матриці, системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
- ✓ векторна алгебра: вектор на площині та у просторі;
- ✓ аналітична геометрія на площині: пряма лінія та криві другого порядку;
- ✓ аналітична геометрія у просторі: пряма і площина у просторі, поверхні другого порядку;
- ✓ змінні величини та функції;
- ✓ теорія границь;
- ✓ похідна та диференціал функції однієї змінної;
- ✓ застосування похідних у дослідженні функцій;
- ✓ невизначений інтеграл: основні методи інтегрування;
- ✓ визначений інтеграл, невластний інтеграл, застосування визначених інтегралів у розв’язанні прикладних задач;
- ✓ диференціальні рівняння: диференціальні рівняння першого порядку, диференціальні рівняння другого порядку, лінійні диференціальні рівняння зі сталими змінними;
- ✓ функції декількох змінних;
- ✓ кратні інтеграли: подвійні та потрійні інтеграли;
- ✓ криволінійні інтеграли: криволінійні інтеграли першого та другого роду; формула Гріна;
- ✓ поверхневі інтеграли: поверхневі інтеграли першого та другого роду;
- ✓ числові ряди: ознаки збіжності рядів;
- ✓ функціональні ряди: степеневі ряди, ряди Фур’є.

1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

**знати:**

- ✓ математичні методи розв’язання прикладних задач за фахом.

**вміти:**

- ✓ застосовувати елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії для розв’язування лінійних, нелінійних рівнянь, систем лінійних рівнянь, знаходження власних векторів і власних чисел і побудови кривих і поверхонь;
- ✓ застосовувати диференціальне числення для дослідження функцій однієї та багатьох змінних, наближеного розв’язування лінійних і нелінійних алгебраїчних рівнянь;

- ✓ застосовувати інтегральне числення функції однієї змінної для обчислення геометричних та механічних характеристик об'єктів;
- ✓ застосовувати методи аналітичної геометрії як загальний метод геометрії для побудови плоских кривих першого та другого порядків і поверхонь першого та другого порядків;
- ✓ застосовувати теорію нескінченних рядів для апроксимації неперервних і дискретних функціональних залежностей з використанням персональних комп'ютерів;
- ✓ складати диференціальні рівняння і знаходити їх значення в частковому і загальному вигляді для основних фізико-механічних, теплових і хімічних процесів;
- ✓ визначати геометричні, механічні та фізичні характеристики об'єктів методами кратного, криволінійного і поверхневого інтегрування;
- ✓ застосовувати теорію матриць визначників як основний апарат системного опису складних зв'язків матеріального світу, основи лінійного та нелінійного програмування;
- ✓ застосовувати методи лінійної алгебри та аналітичної геометрії для визначення прямих та площин, побудови кривих і поверхонь та дослідження їх геометричних властивостей.

***мати компетентності:***

- ✓ здатність до математичного формулювання прикладних задач зі сфер фахової діяльності;
- ✓ здатність виконувати обчислення числових характеристик будівельних об'єктів і процесів;
- ✓ здатність застосовувати засоби обчислювальної техніки для математичної обробки результатів технічних досліджень;
- ✓ здатність застосовувати математичні методи для системного опису складних зв'язків між виробничими об'єктами;
- ✓ здатність до застосування математичних методів при тестуванні, дослідженні, перевірці та юстируванні промислових об'єктів і процесів;
- ✓ здатність до застосування математичних методів при проектуванні будівельних об'єктів, розробці відповідних технічних завдань, рішень і проектів, складанні планів і кошторисної документації.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 684 годин(и) 19,0 кредитів ЄКТС.

## **2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни**

### **Модуль 1. Лінійна алгебра, векторна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї змінної.**

#### **Змістовий модуль 1.1. Лінійна алгебра. Векторна алгебра.**

**Тема 1.** Визначники та їх властивості. Обчислення визначників різних порядків

**Тема 2.** Матриці та дії над ними. Обернена матриця. Ранг матриці.

**Тема 3.** Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Однорідні та неоднорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Теорема Кронекера-Капеллі.

**Тема 4.** Розв'язування систем за формулами Крамера, матричний метод, метод Гауса.

**Тема 5.** Поняття вектора. Розкладання вектора за базисом координатних ортів. Лінійні операції над векторами. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів.

### **Змістовий модуль 1.2. Аналітична геометрія на площині. Аналітична геометрія у просторі.**

**Тема 6.** Декартова система координат на площині. Відстань між двома точками. Поділ відрізка у заданому відношенні.

**Тема 7.** Пряма лінія на площині. Основні типи рівнянь прямої: рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом; загальне рівняння; рівняння прямої, що проходить через дві задані точки; рівняння прямої, що проходить через задану точку в заданому напрямку; рівняння прямої у відрізках; нормальне рівняння прямої.

**Тема 8.** Криві другого порядку: канонічні рівняння кола, еліпсу, гіперболи, параболи.

**Тема 9.** Полярна система координат. Зв'язок між полярною та прямокутною системами координат. Лінії в полярних координатах.

**Тема 10.** Пряма лінія і площина у просторі. Кут між прямими, кут між площинами, кут між прямою та площиною. Відстань від точки до площини. Типові задачі на пряму лінію та площину у просторі.

### **Змістовий модуль 1.3. Вступ до математичного аналізу. Теорія границь. Диференціювання функції однієї змінної.**

**Тема 11.** Змінні та сталі величини. Поняття функції. Способи завдання функції. Складна, обернена функція. Основні елементарні функції.

**Тема 12.** Теорія границь. Властивості границь. Невизначеності та основні прийоми їх розкриття. Перше та друга чудова границя.

**Тема 13.** Похідна. Визначення похідної. Геометричний та фізичний зміст похідної. Властивості похідної. Основні правила диференціювання. Таблиця похідних.

**Тема 14.** Похідна складеної функції. Похідні неявної та оберненої функції. Похідна параметрично заданої функції. Правило логарифмічного диференціювання.

**Тема 15.** Похідні вищих порядків. Диференціал функції. Диференціали вищих порядків.

**Тема 16.** Основні теореми диференціального числення. Теореми Ферма, Роля, Лагранжа. Правило Лопітала розкриття невизначеностей. Формула Тейлора.

### **Змістовий модуль 1.4. Застосування похідних.**

**Тема 17.** Дотична і нормаль до графіка функції. Застосування диференціалів для наближених обчислень.

**Тема 18.** Умови зростання та спадання функцій. Необхідні та достатні умови екстремуму. Найменше та найбільше значення функції на відрізку.

**Тема 19.** Умови опуклості та угнутості графіка функції. Точки перегину. Асимптоти графіка функції.

**Тема 20.** Загальна схема дослідження функції.



## **Модуль 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Функції декількох змінних.**

### **Змістовий модуль 2.1. Невизначений інтеграл.**

**Тема 21.** Первісна функція і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтеграла. Таблиця невизначених інтегралів.

**Тема 22.** Методи інтегрування. Інтегрування методом змінної. Інтегрування частинами. Інтегрування раціональних виразів. Інтегрування виразів, що містять лінійну ірраціональність. Інтегрування. Тригонометричних виразів. Тригонометричні підстановки.

### **Змістовий модуль 2.2. Визначений інтеграл.**

**Тема 23.** Визначений інтеграл і його властивості. Формула Ньютона-Лейбниця. Інтегрування частинами і заміна змінної у визначеному інтегралі.

**Тема 24.** Невласні інтеграли. Невласний інтеграл по нескінченному проміжку. Невласний інтеграл від розривної функції.

**Тема 25.** Застосування визначеного інтегралу. Площа плоскої фігури, довжина дуги кривої, об'єм тіла обертання, площа поверхні тіла обертання.

### **Змістовий модуль 2.3. Диференціальні рівняння.**

**Тема 26.** Диференціальні рівняння першого порядку. Поняття про диференціальне рівняння. Загальний та частинний розв'язок та їх геометричний зміст. Задача Коші. Рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння першого порядку. Лінійні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.

**Тема 27.** Диференціальні рівняння вищих порядків. Інтегрування рівнянь шляхом зниження їх порядку.

**Тема 28.** Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера. Характеристичне рівняння. Побудова загального розв'язку.

**Тема 29.** Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами Структура загального розв'язку.

**Тема 30.** Системи двох лінійних диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами. Розв'язання цієї системи методом зведення до одного диференціального рівняння другого порядку.

### **Змістовий модуль 2.4. Функції декількох змінних.**

**Тема 31.** Поверхні другого порядку. Загальне рівняння поверхні другого порядку. Зображення і дослідження форми поверхонь методом паралельних перерізів. Циліндричні поверхні: круговий циліндр, еліптичний циліндр, гіперболічний циліндр, параболічний циліндр. Конічні поверхні: конус другого порядку. Поверхні обертання: сфера, еліпсоїд, однопорожнинний і двопорожнинний гіперболоїди, еліптичний параболоїд, гіперболічний параболоїд.

**Тема 32.** Поняття функції декількох змінних. Область визначення. Поверхня як графік функції двох змінних.

**Тема 33.** Диференціювання функції декількох змінних. Частинні похідні. Частинні та повний диференціали функції декількох змінних. Складені функції та їх

диференціювання. Неявні функції та їх диференціювання. Частинні похідні вищих порядків.

**Тема 34.** Похідна за напрямком та градієнт. Дотична площина і нормальна пряма до поверхні.

**Тема 35.** Екстремум функції двох змінних. Необхідні та достатні умови екстремуму. Стаціонарні точки. Дослідження функції двох змінних.

**Тема 36.** Найменше та найбільше значення функції двох змінних.

### **Модуль 3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Ряди.**

#### **Змістовий модуль 3.1. Кратні інтеграли.**

**Тема 37.** Подвійний інтеграл. Інтегральна сума функції двох змінних. Властивості подвійного інтеграла. Обчислення подвійного інтеграла шляхом зведення до повторного. Заміна порядку у повторному інтегралі. Подвійний інтеграл в полярній системі координат.

**Тема 38.** Потрійний інтеграл. Інтегральна сума функції трьох змінних. Властивості потрійного інтеграла. Обчислення потрійного інтеграла в декартових, циліндричних та сферичних координатах.

**Тема 39.** Застосування кратних інтегралів: обчислення площі, маси, статичних моментів, координат центра мас та моментів інерції плоскої фігури; обчислення площі поверхні та об'єму.

#### **Змістовий модуль 3.2. Криволінійні інтеграли.**

**Тема 40.** Криволінійний інтеграл першого роду (по довжині дуги). Скалярне поле. Властивості криволінійного інтеграла першого роду. Застосування криволінійних інтегралів першого роду.

**Тема 41.** Криволінійний інтеграл другого роду (по координатах). Векторне поле. Властивості криволінійного інтеграла другого роду. Формула Гріна.

**Тема 42.** Умова незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування. Розв'язання диференціальних рівнянь у повних диференціалах.

#### **Змістовий модуль 3.3. Поверхневі інтеграли.**

**Тема 43.** Поверхневі інтеграли першого роду, їх властивості. Обчислення поверхневих інтегралів першого роду.

**Тема 44.** Поверхневі інтеграли другого роду, їх властивості. Обчислення поверхневих інтегралів другого роду.

**Тема 45.** Формула Стокса. Формула Остроградського.

**Тема 46.** Теорія поля. Поняття градієнту, дивергенції та ротору. Оператор Гамільтона і векторні диференціальні операції другого порядку.

#### **Змістовий модуль 3.4. Числові та функціональні ряди.**

**Тема 47.** Знакододатні числові ряди. Сума ряду, залишок ряду. Збіжність та розбіжність ряду. Необхідні ознака збіжності та достатня ознака розбіжності. Еталонні ряди: геометрична прогресія та узагальнений гармонічний ряд. Достатні ознаки збіжності знакододатних числових рядів: основна та гранична ознаки порівняння, ознака Даламбера, радикальна та інтегральна ознака Коші.



**Тема 48.** Знакозмінні та знакопочергові ряди. Ознака Лейбниця. Абсолютна та умовна збіжність.

**Тема 49.** Функціональні ряди. Основні поняття. Область збіжності функціонального ряду. Рівномірна збіжність. Ознака Вейерштраса.

**Тема 50.** Степеневі ряди. Інтервал та радіус збіжності степеневих рядів. Область збіжності степеневих рядів. Основні властивості степеневих рядів.

**Тема 51.** Ряди Тейлора і Маклорена. Розкладання функцій в степеневі ряди. Застосування степеневих рядів для наближених обчислень.

**Тема 52.** Тригонометричні ряди. Ряди Фур'є. Розкладання періодичних функцій в тригонометричний ряд Фур'є. Умови збіжності ряду Фур'є. Розкладання в ряд Фур'є парної та непарної функції.

### 3. Рекомендована література

1. Бермант А.Ф. Краткий курс математического анализа / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. – СПб.: «Лань», 2003. – 736 с.
2. Валеев К.Г. Вища математика / К.Г. Валеев, І.А. Джаллвдова. У 2 ч. Ч.1. – К.: КНЕУ, 2001. – 546 с. Ч.2. – К.: КНЕУ, 2002. – 451 с.
3. Вища математика. Основні означення, приклади, задачі. У 2 кн / За ред. Г.Л. Кулініча. – К.: Либідь, 2003. Кн.1. Основні розділи. – 400 с. Кн.2. Спеціальні розділи. – 368 с.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. В 2 т. / Н.С. Пискунов. – М.: Наука, 1985.
5. Станішевський С.О. Вища математика / С.О. Станішевський : Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. – Х.: ХНАМГ, 2005.–270 с.

### Додаткові джерела

1. <http://elibrary.ru/> - Научная электронная библиотека.
2. <http://www.scientific-library.net> - Электронная библиотека научно-технической литературы.
3. <http://www.allbest.ru/> - Бесплатные электронные библиотеки: математика.
4. <http://www.exponenta.ru/> - Образовательный математический сайт: задачи с решениями, справочник по математике.
5. <http://www.allmath.ru/> - Электронные материалы по математике.
6. <http://www.mathelp.spb.ru/> - Материалы по высшей математике в помощь студентам.
7. <http://mathem.h1.ru/> - Математика On-Line: справочная информация по математическим дисциплинам.
8. <http://virlib.eunnet.net/win/mm.html> - Виртуальная библиотека EUNet (учебники и учебно-методические пособия).
9. <http://matema.narod.ru/> - Электронный справочник по математике.
10. <http://karataev.nm.ru/solvers> - On-line решатели типовых задач.
11. <http://www.limm.mgimo.ru/LIMM/Lectons/SemI.asp> - Лекции по математике.

12. <http://www.nsu.ru/icen/grants/hialg/> - Электронный курс лекций “Высшая алгебра”.
13. <http://www.ispu.ru/library/math/sem1/index.htm> - Интерактивный компьютерный учебник.
14. <http://www.ispu.ru/library/math/sem2/index.htm> - Интерактивный компьютерный учебник.

**4. Форма підсумкового контролю успішності навчання — іспит.**  
(екзамен, або диференційований залік, або залік)

**5. Засоби діагностики успішності навчання — комплекти тестових завдань**  
для модульних та самостійних робіт, умови завдань.

## АНОТАЦІЯ

Програма вивчення навчальної дисципліни “ ВИЩА МАТЕМАТИКА” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавру напрямку або спеціальності “6.050702 «Електромеханіка» ”. Предметом вивчення навчальної дисципліни є вивчення загальних математичних методів та закономірностей, використання фундаментальних математичних основ для вивчення других математизованих дисциплін та побудова математичних моделей різноманітних математичних задач, що будуть виникати у фахівців даних спеціальностей. Метою викладання навчальної дисципліни “Вища математика” є: придбання студентами теоретичних знань, умінь та практичних навичок з математичного апарату, необхідного для вивчення дисциплін за фахом; підготовка фахівця, який володітиме методами дослідження і розв’язку математичних задач та методами математичного моделювання. Програма складається з модулів: ЗМ 1. Лінійна алгебра, векторна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї змінної. ЗМ 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Функції декількох змінних. ЗМ 3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Ряди.

## ABSTRACT (ANNOTATION)

Program of study of educational discipline "HIGHER MATHEMATICS" is made in accordance with the educationally-professional program of preparation of bachelor of direction or speciality "6.060101 "Building". The article of study of educational discipline is studies of general mathematical methods and conformities to law, uses of fundamental mathematical bases for the study of other mathematical disciplines and construction of mathematical models of different mathematical tasks that will arise up for the specialists of these specialities. The aim of teaching of educational discipline "HIGHER MATHEMATICS" is: acquisition by the students of theoretical knowledge, abilities and practical skills in a mathematical vehicle necessary for the study of disciplines on speciality; preparation of specialist that owns the methods of research and decision of mathematical tasks and methods of mathematical modeling. Програма consists of the modules: CM 1. Linear algebra, vectorial algebra and analytical geometry. Differential calculation of function one variable. CM 2. Integral calculation of function one variable. Differential equalizations. Functions of a few variables. CM 3. Multiple, curvilinear and superficial integrals. Rows.

## АННОТАЦИЯ

Программа изучения учебной дисциплины “ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА” составлена в соответствии с образовательно-профессиональной программой подготовки бакалавра направления или специальности “6.050702 «Электромеханика»». Предметом изучения учебной дисциплины является изучения общих математических методов и закономерностей, использования фундаментальных математических основ для изучения других математизованных дисциплин и построение математических моделей различных математических задач, которые будут возникать у специалистов данных специальностей. Целью преподавания учебной дисциплины “ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА” является: приобретение студентами теоретических знаний, умений и практических навыков в математическом аппарате, необходимом для изучения дисциплин по специальности; подготовка специалиста, который владеет методами исследования и решения математических задач и методами математического моделирования. Программа состоит из модулей: СМ 1. Линейная алгебра, векторная алгебра и аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. СМ 2. Интегральное исчисление функции одной переменной. Дифференциальные уравнения. Функции нескольких переменных. СМ 3. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Ряды.