

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання
розрахунково-графічної роботи
з дисципліни

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

за темами

«РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ
НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ»,
«РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ
ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ»

(для студентів усіх форм навчання напрямів
6.050701– «Електротехніка та електротехнології» і
6.050702 – «Електромеханіка»)

ХАРКІВ – ХНУМГ – 2014

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» за темами «Розрахунок трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги», «Розрахунок перехідних процесів у лінійних електричних колах» (для студентів усіх форм навчання напрямів 6.050701 – «Електротехніка та електротехнології» і 6.050702 – «Електромеханіка») / Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад. : Я. Б. Форкун, В. П. Самошкін, Д. В. Тугай. – Х. : ХНУМГ, 2014. – 80 с.

Укладачі: к.т.н., доц. Я. Б. Форкун,
к.т.н., доц. В. П. Самошкін,
к.т.н., доц. Д. В.Тугай.

Рецензент: д.т.н., проф. А. Г. Сосков

Рекомендовано кафедрою теоретичної і загальної електротехніки,
протокол № 10 від 29.05. 2014 р.

ВСТУП

Зростання якості підготовки молодих спеціалістів тісно пов'язане з розширенням та удосконаленням самостійної роботи студентів протягом навчання.

У процесі підготовки студентів, які навчаються за напрямками «Електротехніка та електротехнології», «Електромеханіка», дисципліна «Теоретичні основи електротехніки» (ТОЕ) вивчається відповідно протягом трьох та двох семестрів і є базовою для відповідних спеціальностей.

Розрахунково-графічні роботи (РГР) – один з основних видів самостійної роботи студентів при вивченні курсу "Теоретичні основи електротехніки". Під час вивчення першої частини дисципліни ТОЕ студенти відповідних напрямків виконують РГР № 1 («Аналіз складного кола постійного струму і розгалуженого кола синусоїдного струму»), а під час вивчення другої частини ТОЕ – РГР № 2. РГР № 2 пов'язана з методикою розрахунку трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги (частина 1) і перехідних процесів у лінійних електричних колах (частина 2). Для кращого засвоєння матеріалу розрахунково-графічних робіт наведені приклади розрахунку двох частин.

Значну частину часу виконання РГР займають обчислення, які повинні бути проведені з високою точністю для забезпечення правильності подальших побудов (хвильових діаграм, графіків залежностей тощо). При цьому доцільно залучати нові технічні засоби, обчислювальну техніку для забезпечення інтенсифікації праці майбутнього спеціаліста. Корисним є використання студентами сучасних програм, що широко застосовують для проведення технічних розрахунків – MathCad Professional, MS Excel та інших.

Отримані під час виконання РГР №2 навички розрахунків електричних кіл повинні стати основою подальшого вивчення інших електротехнічних дисциплін.

Варіант роботи визначають за номером студента в журналі викладача, схема кола (рис. 1.1÷1.36 – частина 1, 2.1÷2.36 – частина 2) відповідає варіанту; вихідні дані для розрахунку залежать від факультету, номера групи й номера варіанта (див. табл. 1.1 і 1.2 для першої частини РГР № 2 і табл. 2.1. та 2.2 для другої частини РГР № 2).

Пояснювальна записка до кожної частини РГР №2 мусить містити:

- титульний аркуш;
- вихідну схему, вихідні дані й робоче завдання для розрахунку відповідної частини РГР № 2;
- розрахунок у відповідній робочому завданню послідовності до кожної частини РГР № 2.

Електричні схеми необхідно виконувати згідно з вимогами державних

стандартів із застосуванням креслярського приладдя; графіки, діаграми – на міліметровці. Загальне оформлення пояснювальної записки – згідно з «ДСТУ 3008-95. Документація. Звіти у сфері науки й техніки».

1. РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 (ЧАСТИНА 1) РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ

1.1 Мета роботи

–вивчити методику дослідження трифазних електричних кіл при живленні навантаження від трифазних симетричних негармонійних джерел напруги;

–оволодіти графоаналітичним методом розкладання в ряд Фур'є несинусоїдної періодичної кривої;

–навчитися визначати струми і напруги трифазного кола, що живиться негармонійними джерелами напруги і записувати їх миттєві значення у вигляді рядів Фур'є;

–навчитися знаходити потужності й коефіцієнти трифазного кола, що живиться негармонійними джерелами напруги.

1.2 Підготовка до роботи

1.2.1 Накреслити схему кола відповідно до свого варіанта (рис. 1.1 ÷ 1.36). Вказати позитивні напрямки струмів віток кола. Записати вихідні дані для розрахунку (таблиці 1.1 та 1.2).

1.2.2 Накреслити несинусоїдну криву (рис.1.37 ÷ 1.45) напруги в збільшеному масштабі (бажано розміром аркуша формату А4) і розкласти її в тригонометричний ряд Фур'є, обмежившись трьома першими гармоніками ($e_A(\omega t)$).

1.2.3 Записати в полярній формі комплекси амплітудних значень фазних і лінійних ЕРС для кожної гармоніки.

1.2.4 Записати в алгебраїчній і полярній формах комплексні опори всіх віток кола для кожної гармоніки.

1.3 Робоче завдання до першої частини РГР № 2

1.3.1 Визначити миттєві й діючі значення струмів усіх віток кола.

1.3.2 Знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними у вихідних даних відповідно до варіанта (u_{mn}).

1.3.3 Побудувати графік миттєвого значення напруги u_{mn} у функції часу (графіки двох чи трьох гармонійних складових і результуючу негармонійну криву).

1.3.4 Знайти активну, реактивну і повну потужності трифазної системи

(для варіантів з несиметричним навантаженням, а саме 3, 7, 8, 13, 15, 16, 24, 27, 31 визначити тільки активну потужність).

1.3.5 Визначити потужність викривлення і коефіцієнт викривлення (для варіантів з симетричним навантаженням).

Приклад оформлення титульних аркушів до кожної частини РГР № 2 та приклади розрахунку (пункти 1.4, 1.5, 1.6 та 1.7) наведені нижче. Студент повинен вибирати той приклад розрахунку, розрахункова схема якого найбільш схожа на його власну розрахункову схему. Взагалі подано чотири приклади розрахунку:

–схема «зірка – зірка / трикутник» при симетричному навантаженні за відсутності нульового проводу (п. 1.4);

–схема «зірка – зірка» при несиметричному навантаженні за відсутності нульового проводу (п. 1.5);

–схема «зірка – зірка» при симетричному навантаженні за наявності нульового проводу (п. 1.6);

–схема «зірка – трикутник» при симетричному навантаженні та втратах в лініях (п. 1.7).

Необхідно зосередити увагу на тому, що ряд Фур'є (та його отримання) для кривої живильної напруги ніяк не пов'язаний з розрахунковою схемою.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА ІМЕНІ О. М. БЕКЕТОВА

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧНОЇ ТА ЗАГАЛЬНОЇ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 (ЧАСТИНА 1)

з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки»

за темою:

«РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ
НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ»

Варіант № 10

Виконала:

студентка гр. ЕСЕ-2012-1

Носуля Я. І.

Перевірила:

доц. Форкун Я. Б.

ХАРКІВ – 2014

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА ІМЕНІ О. М. БЕКЕТОВА

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧНОЇ ТА ЗАГАЛЬНОЇ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 (ЧАСТИНА 2)
з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки»
за темою
«РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ
У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ»

Варіант № 10

Виконала:

студентка гр. ЕСЕ-2012-1

Носуля Я. І.

Перевірила:

доц. Форкун Я. Б.

ХАРКІВ – 2014

ВИХІДНІ ДАНІ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ

Таблиця 1.1 – Вихідні дані, що залежать від номера групи

Параметри кола	Факультет електропостачання та освітлення міст							Факультет електричного транспорту						
	Номери груп							Номери груп						
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
$E_{Am}, \text{В}$	75	100	127	150	200	254	380	140	100	230	110	300	120	127
$T, \text{с}$	0,01	0,02	0,02	0,01	0,04	0,01	0,015	0,015	0,02	0,04	0,01	0,02	0,01	0,04
$R, \text{Ом}$	5	4,2	5	10	5	33	45	24	15	10	7	7	45	12
$L, \text{мГ}$	5	10	30	5	60	5	7,5	7,5	47,7	19,1	9,6	10	5	20
$C, \text{мкФ}$	25	50	50	25	100	25	37,5	37,5	212	710	88,5	50	25	100

∞ Таблиця 1.2 – Вихідні дані, що залежать від номера варіанта

Варіант	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>
u_{mn}	U_{ab}	U_{aA}	U_{ae}	U_{bc}	U_{aO1}	U_{ba}	U_{Cc}	U_{bO1}	U_{bc}	U_{ca}	U_{O1c}	U_{cb}
<i>форма кривої e_A</i>	1.38	1.43	1.39	1.40	1.41	1.44	1.45	1.43	1.44	1.38	1.41	1.40
Варіант	<i>13</i>	<i>14</i>	<i>15</i>	<i>16</i>	<i>17</i>	<i>18</i>	<i>19</i>	<i>20</i>	<i>21</i>	<i>22</i>	<i>23</i>	<i>24</i>
u_{mn}	U_{bB}	U_{Aa}	U_{cO1}	U_{O1b}	U_{bf}	U_{ac}	U_{cb}	U_{O1a}	U_{dC}	U_{ba}	U_{ac}	U_{O1b}
<i>форма кривої e_A</i>	1.45	1.40	1.43	1.44	1.39	1.37	1.45	1.38	1.39	1.38	1.41	1.43
Варіант	<i>25</i>	<i>26</i>	<i>27</i>	<i>28</i>	<i>29</i>	<i>30</i>	<i>31</i>	<i>32</i>	<i>33</i>	<i>34</i>	<i>35</i>	<i>36</i>
u_{mn}	U_{ba}	U_{cC}	U_{eC}	U_{aO1}	U_{O1a}	U_{cC}	U_{OO1}	U_{Cc}	U_{bO1}	U_{bB}	U_{dB}	U_{aO1}
<i>форма кривої e_A</i>	1.41	1.37	1.39	1.44	1.37	1.42	1.45	1.42	1.42	1.37	1.40	1.42

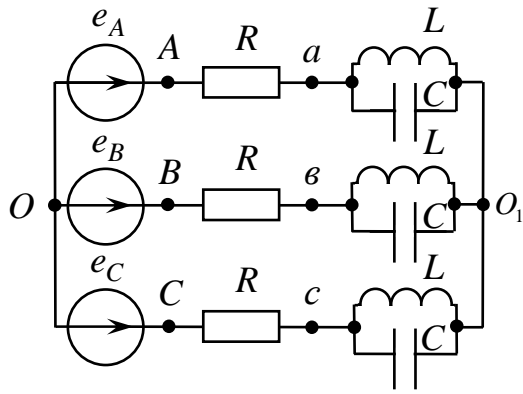


Рис. 1.1

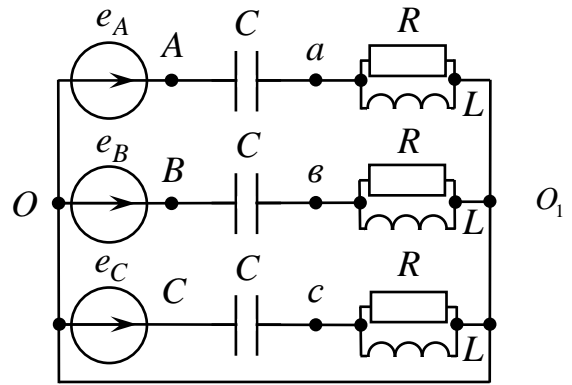


Рис. 1.5

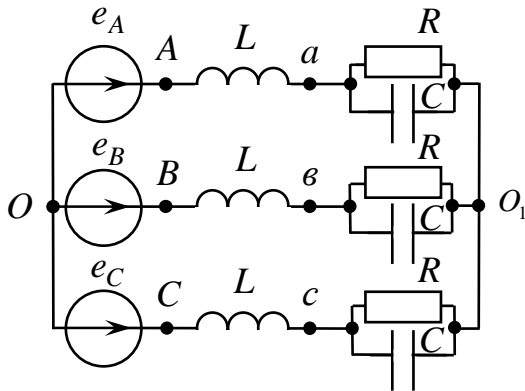


Рис. 1.2

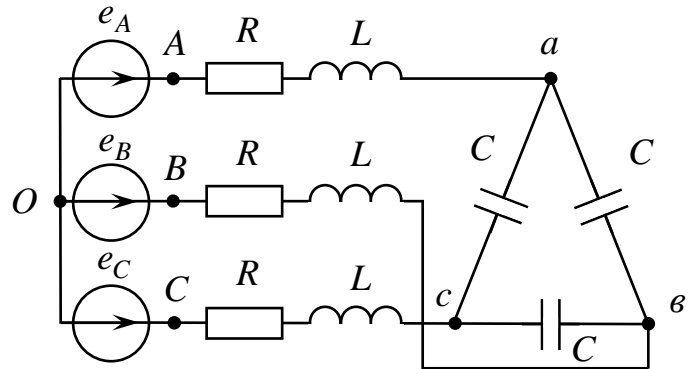


Рис. 1.6

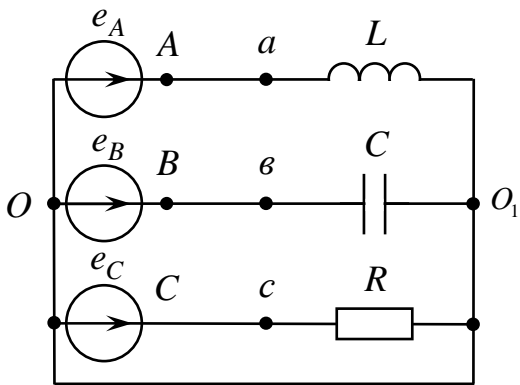


Рис. 1.3

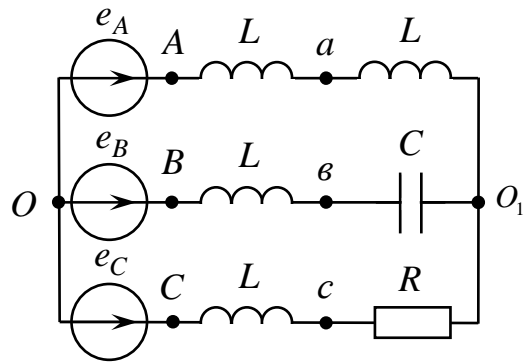


Рис. 1.7

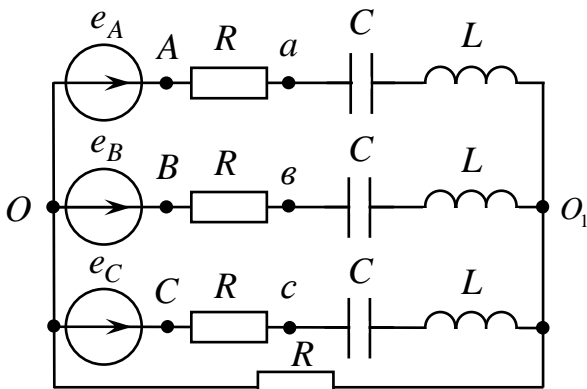


Рис. 1.4

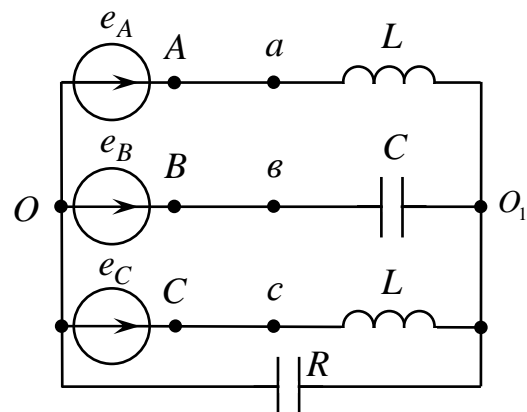


Рис. 1.8

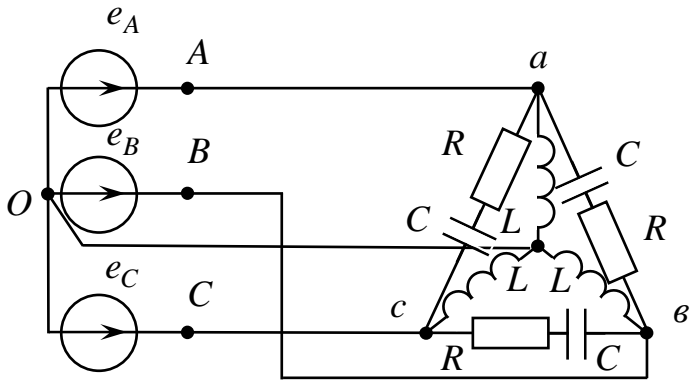


Рис. 1.9

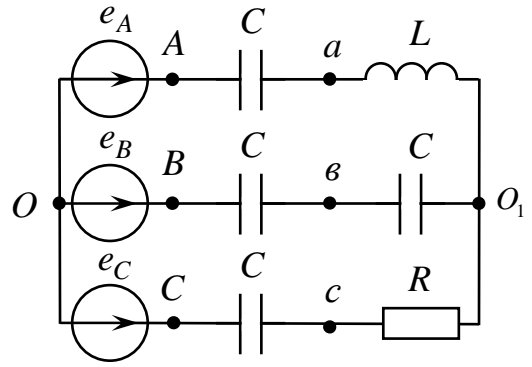


Рис. 1.13

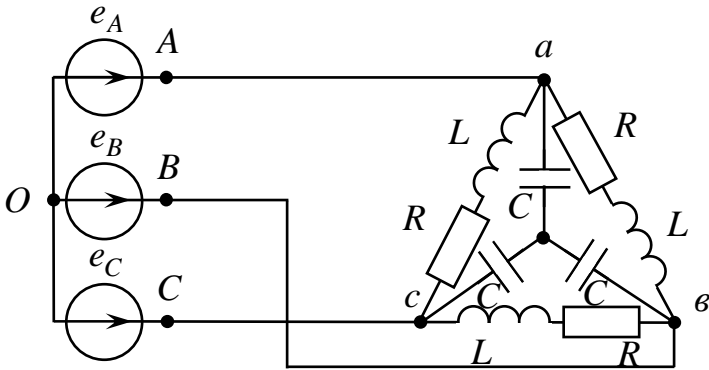


Рис. 1.10

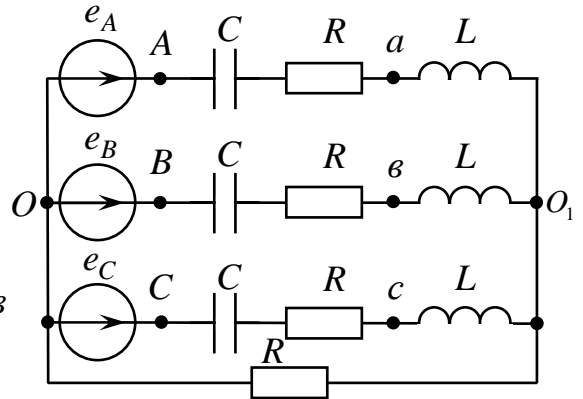


Рис. 1.14

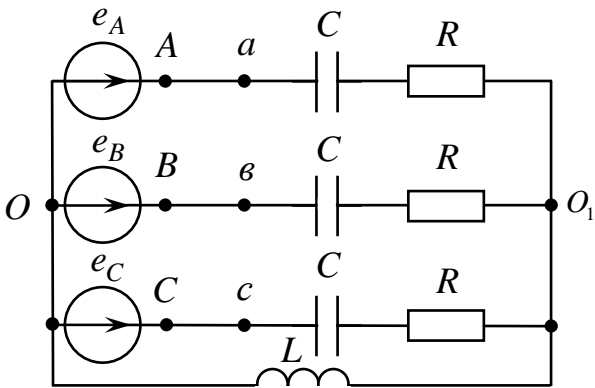


Рис. 1.11

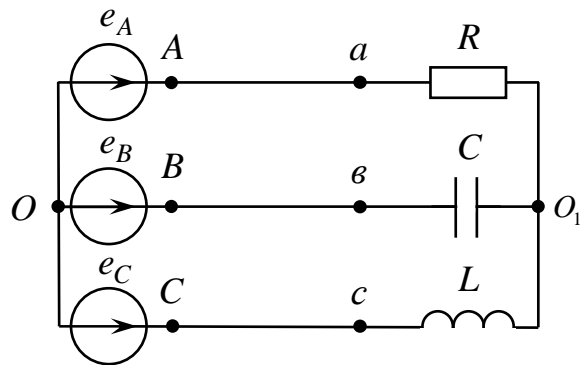


Рис. 1.15

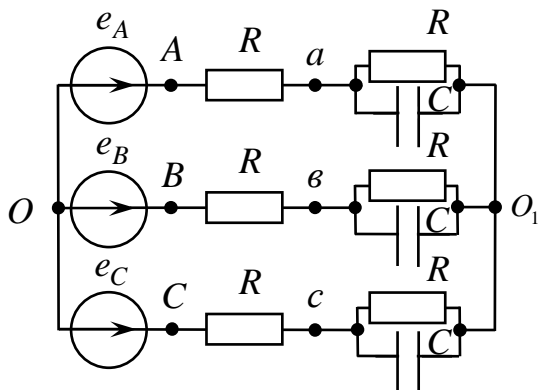


Рис. 1.12

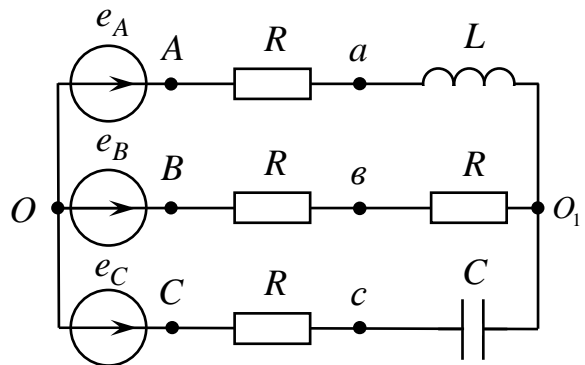


Рис. 1.16

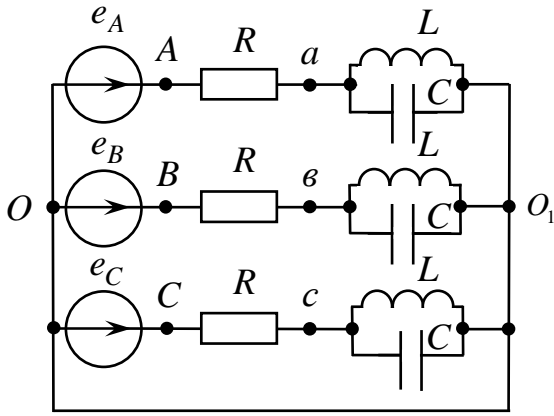


Рис. 1.17

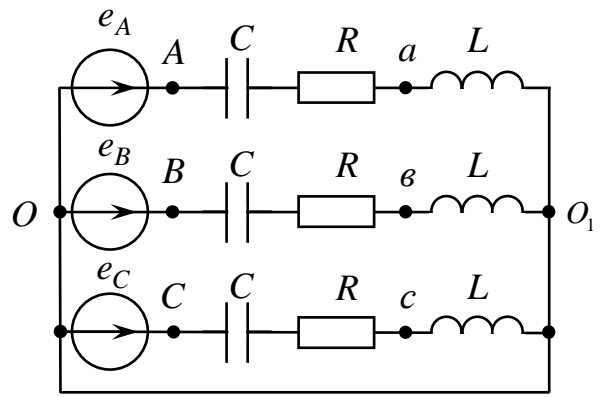


Рис. 1.21

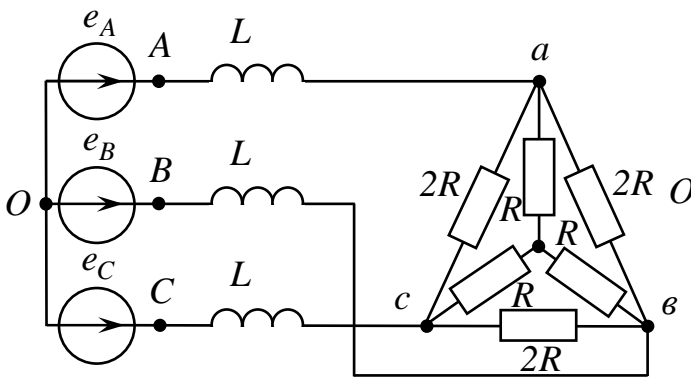


Рис. 1.18

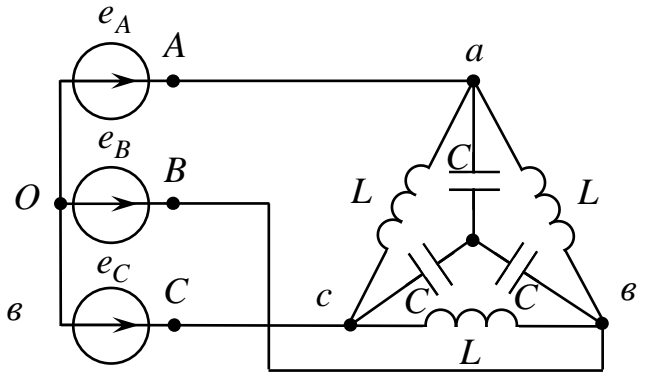


Рис. 1.22

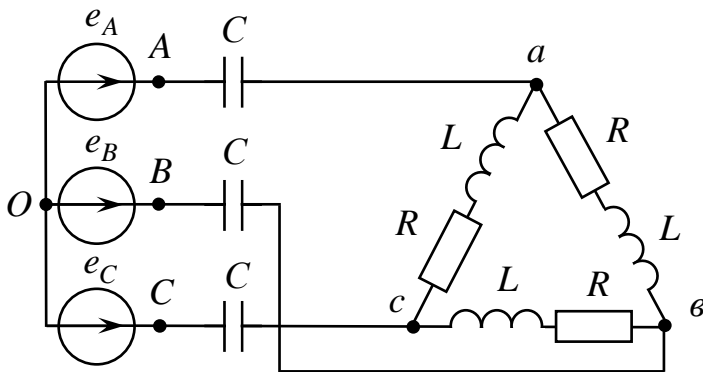


Рис. 1.19

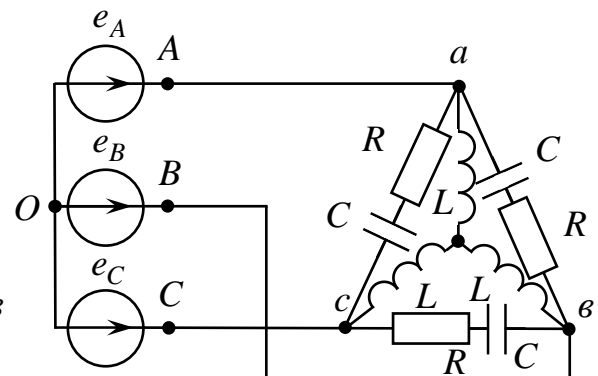


Рис. 1.23

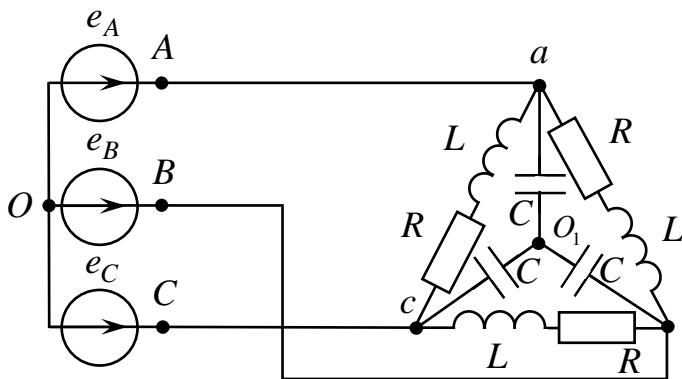


Рис. 1.20

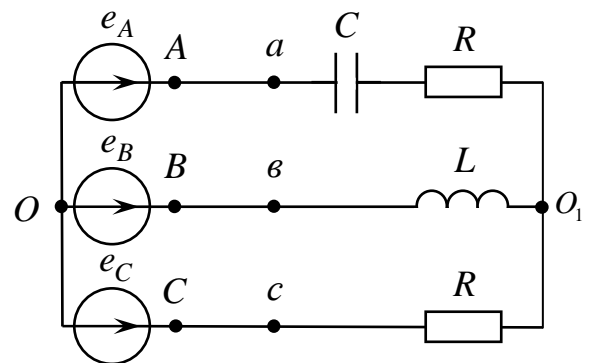


Рис. 1.24

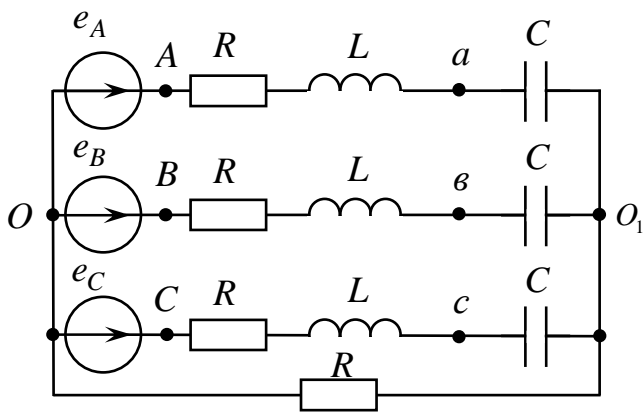


Рис. 1.25

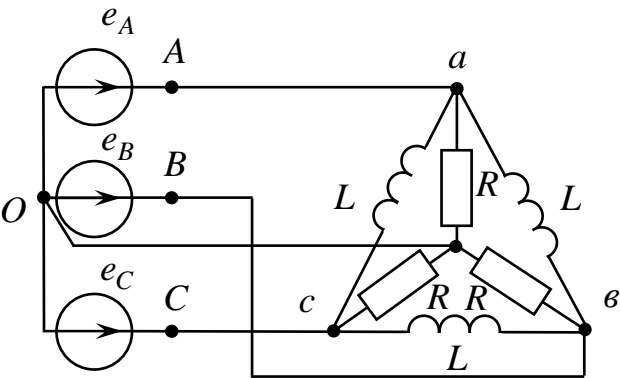


Рис. 1.29

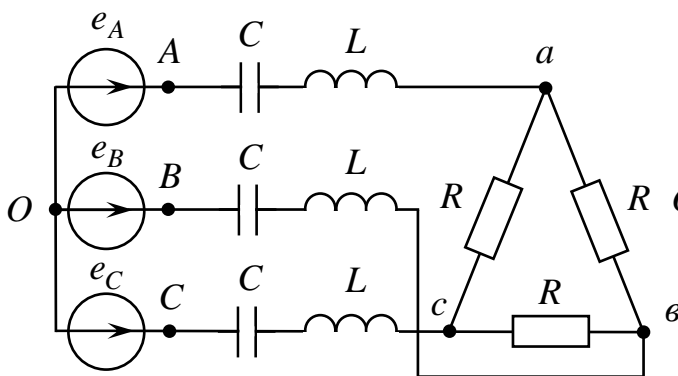


Рис. 1.26

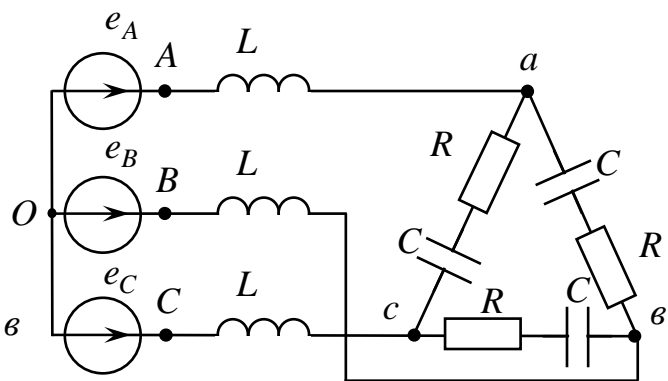


Рис. 1.30

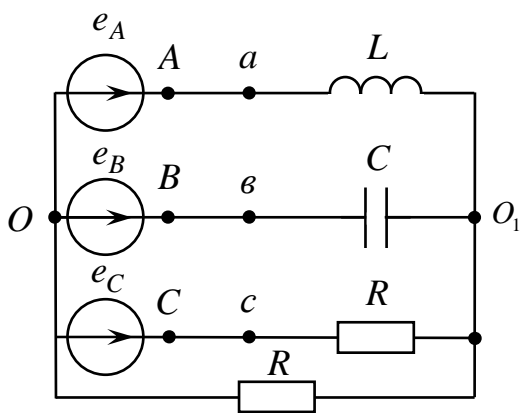


Рис. 1.27

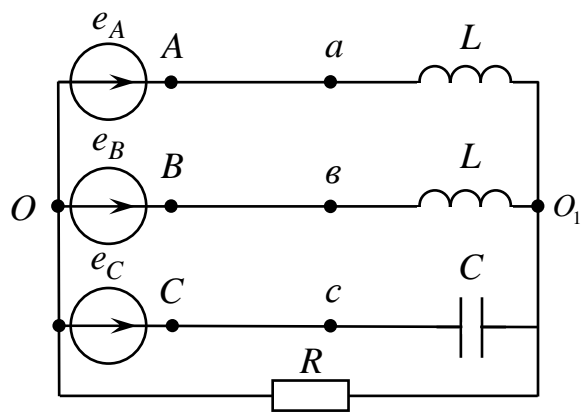


Рис. 1.31

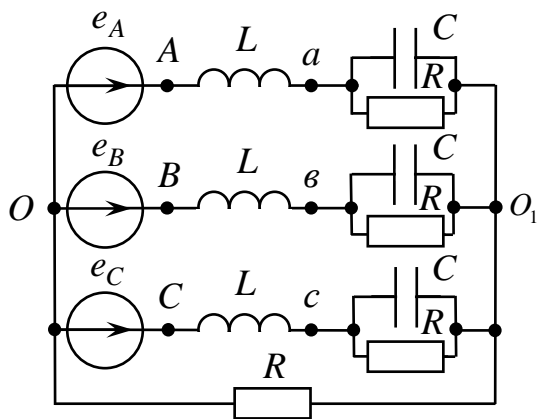


Рис. 1.28

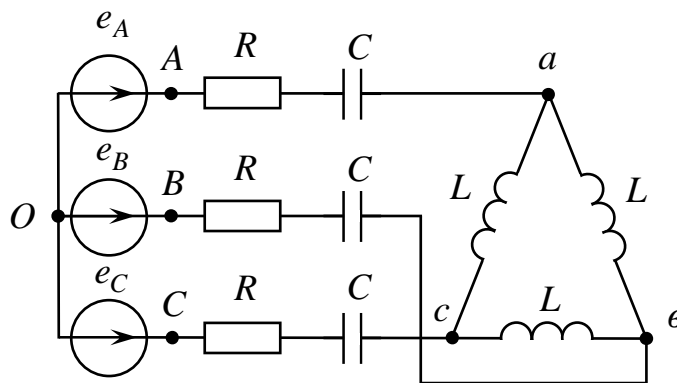


Рис. 1.32

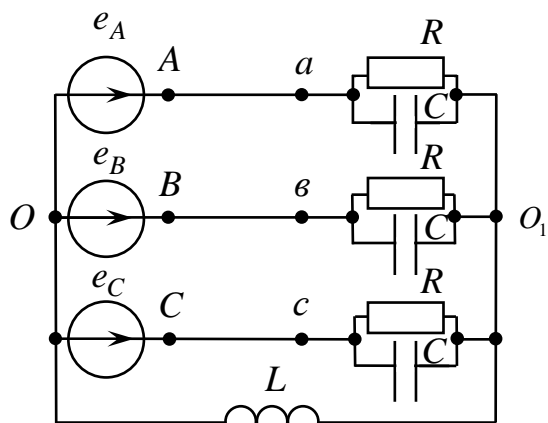


Рис. 1.33

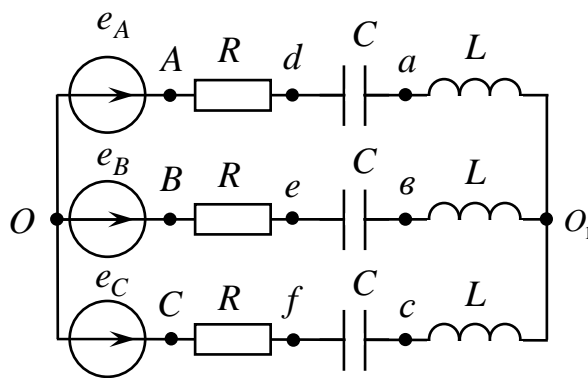


Рис. 1.35

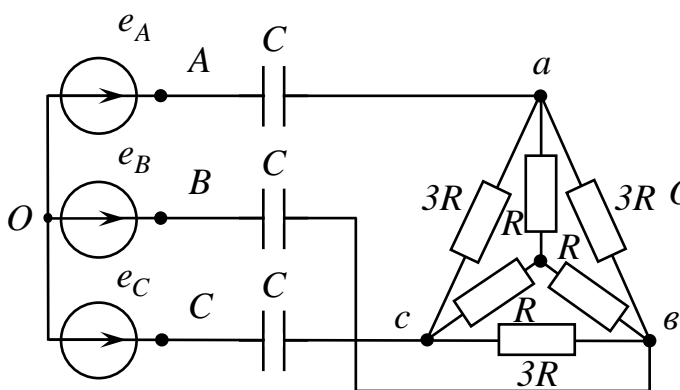


Рис. 1.34

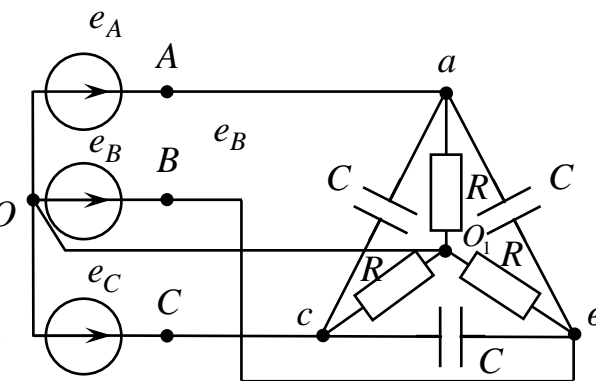


Рис. 1.36

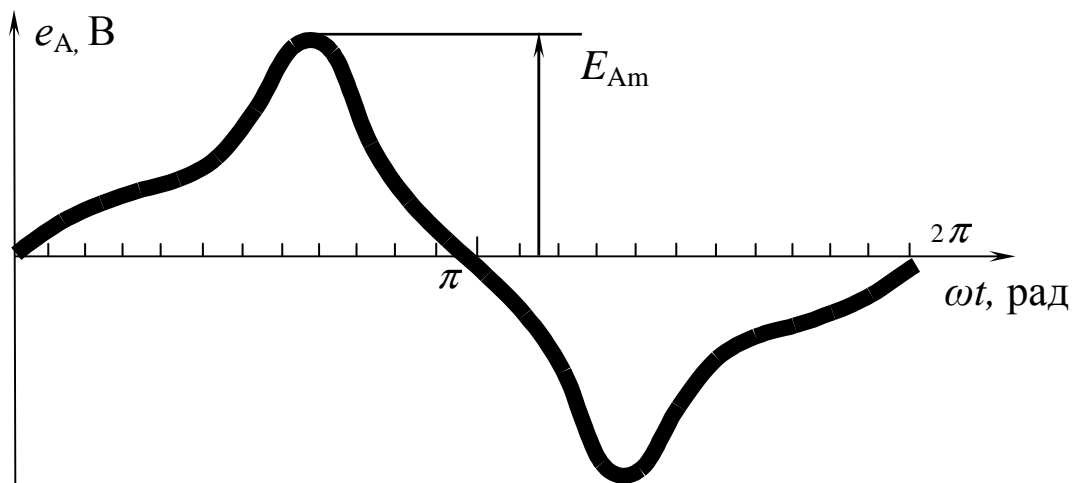


Рис. 1.37

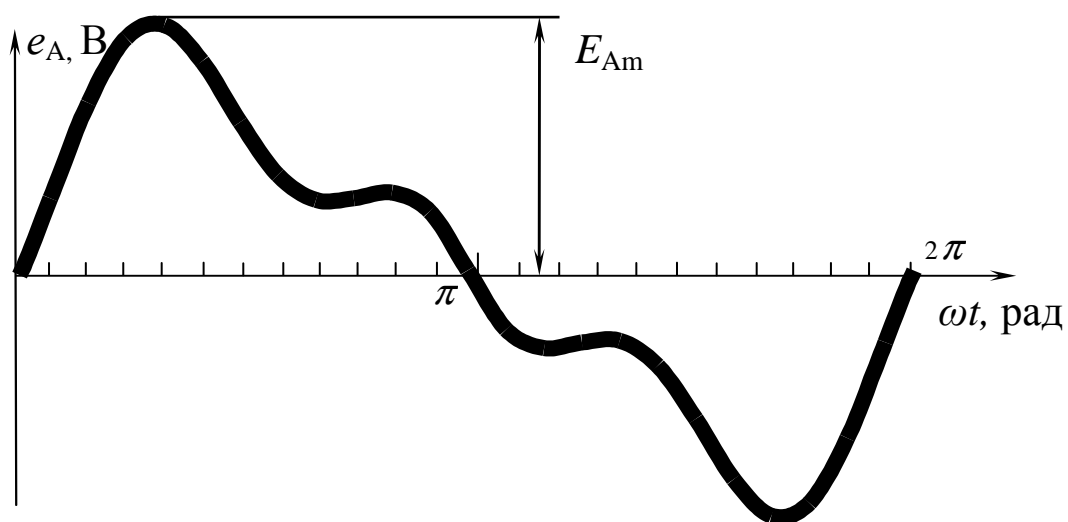


Рис. 1.38

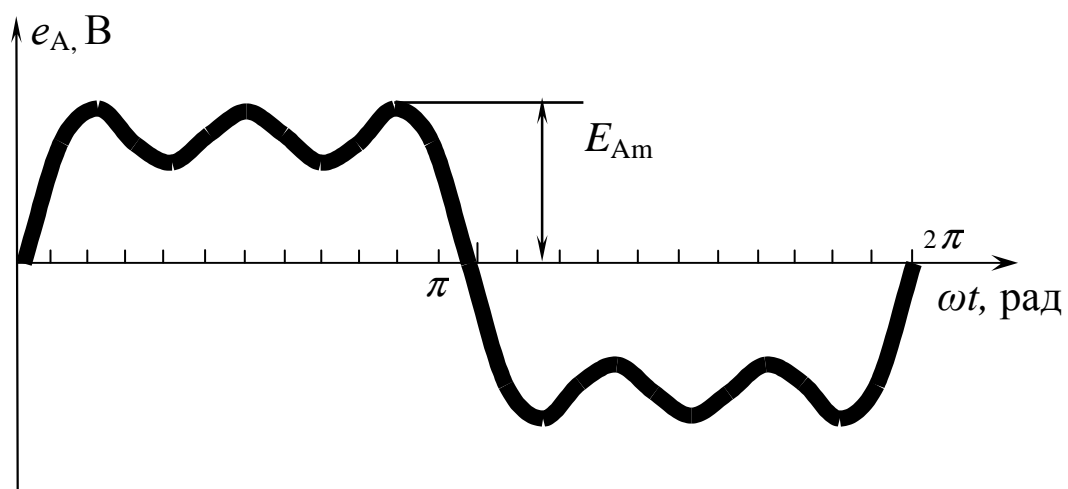


Рис. 1.39

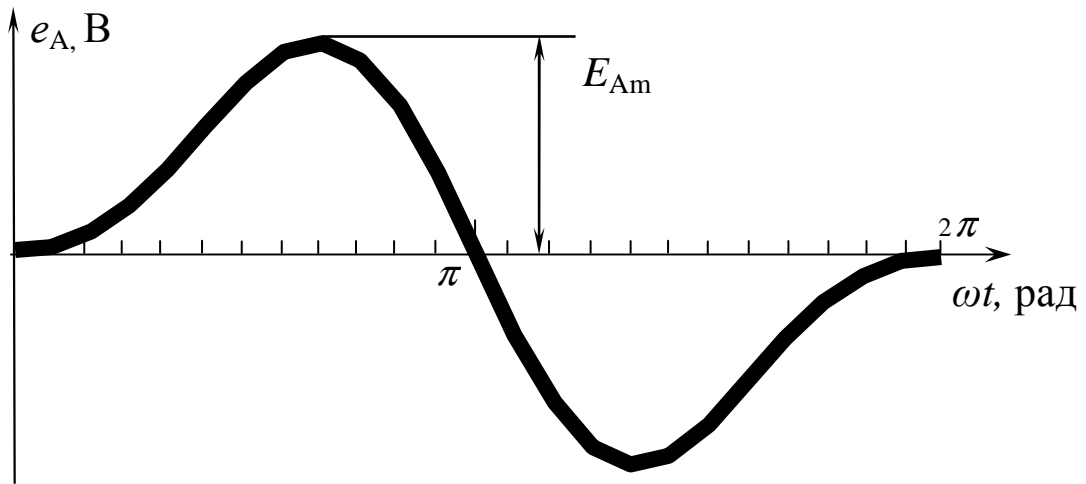


Рис. 1.40

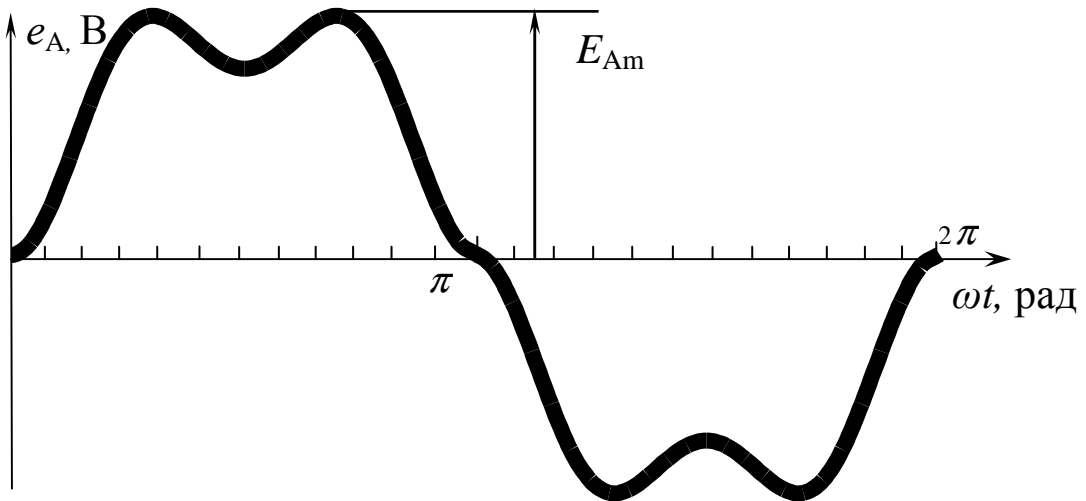


Рис. 1.41

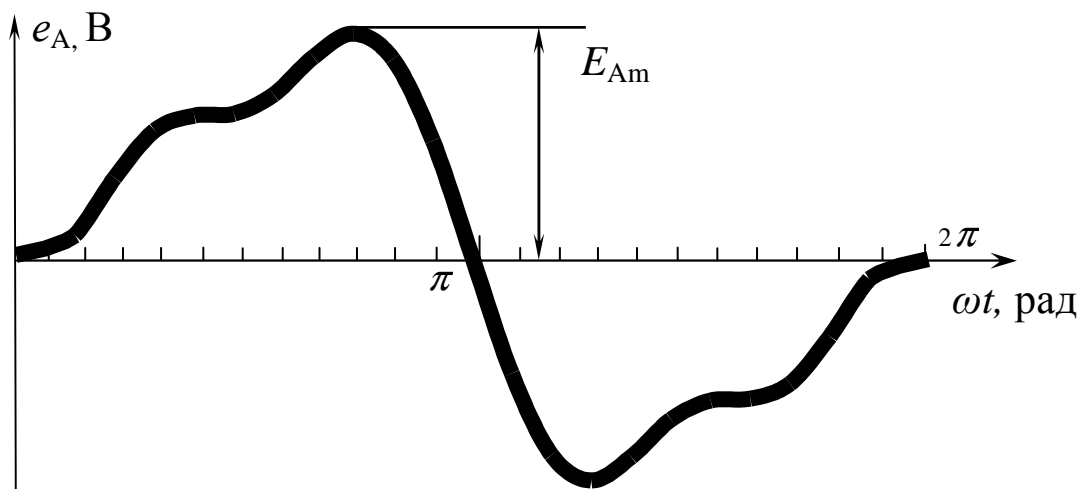


Рис. 1.42

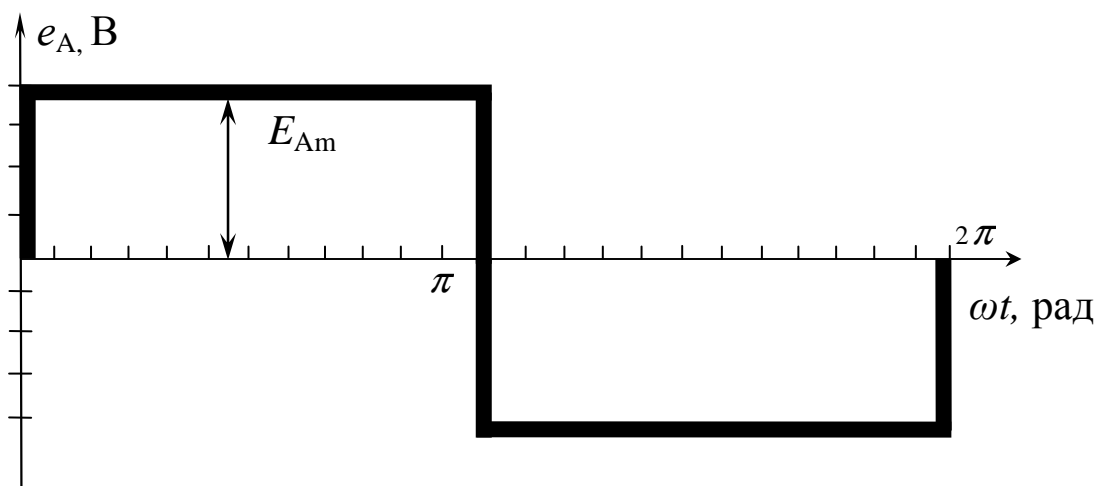


Рис. 1.43

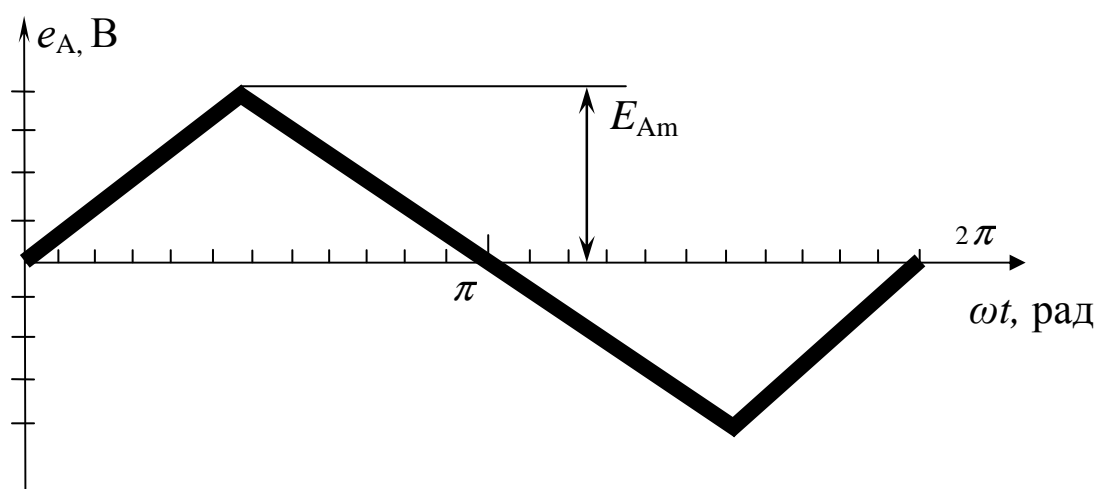


Рис. 1.44

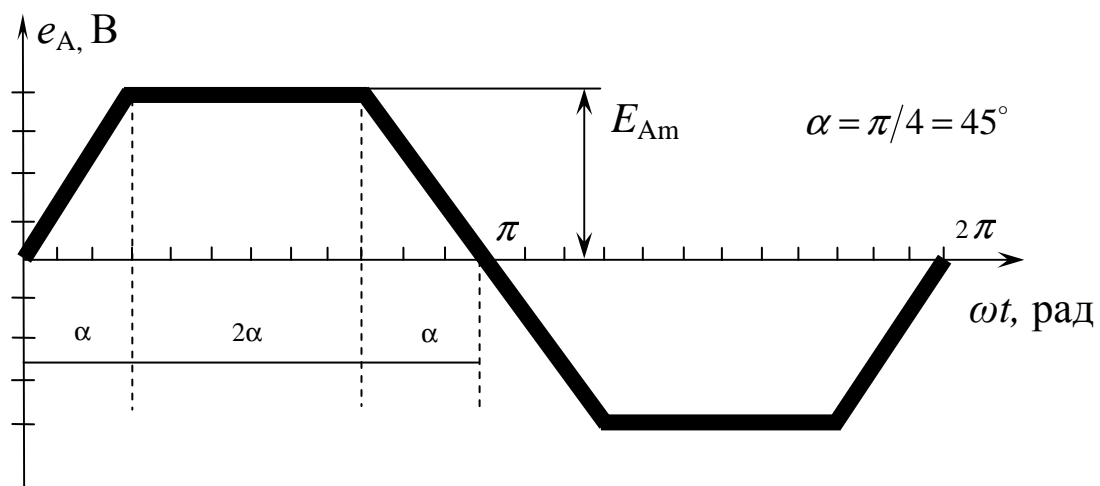


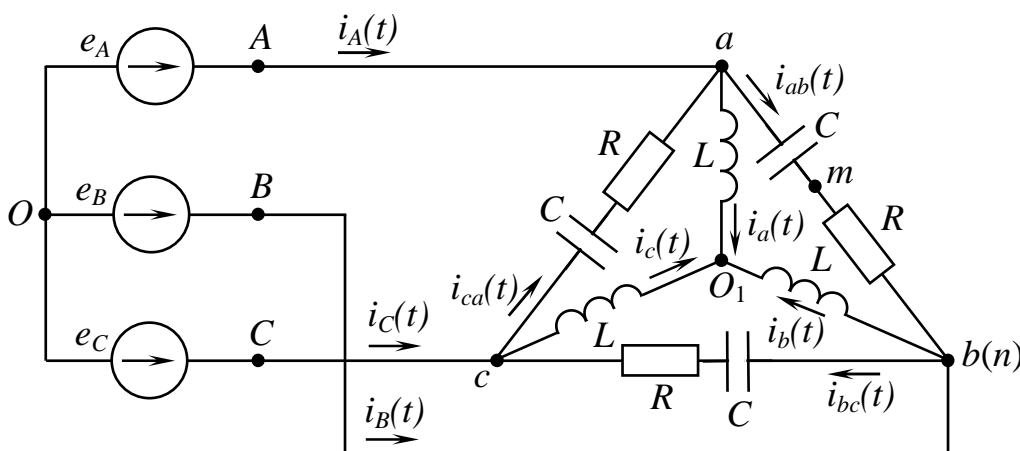
Рис. 1.45

1.4 ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ №1

РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР № 2 (ЧАСТИНА 1)

1. Визначити миттєві й діючі значення струмів усіх віток кола.
2. Знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними у вихідних даних відповідно до варіанта ($u_{mn}(\omega t)$).
3. Побудувати графік миттєвого значення напруги u_{mn} у функції часу (графіки гармонійних складових і результуючу негармонійну криву).
4. Знайти активну, реактивну і повну потужності трифазної системи.
5. Визначити потужність викривлення і коефіцієнт викривлення.

Розрахункова схема (варіант № ...)



Вихідні дані:
 Форма кривої e_A – рис. 1.38;
 $E_{Am} = 70 \text{ В}$;
 $T = 0,01 \text{ с}$;
 $R = 12 \text{ Ом}$;
 $L = 7,5 \text{ мГ}$;
 $C = 17 \text{ мкФ}$;
 $u_{mn} = u_{R(ab)}$.

Рис.1.46

Примітка: розрахунок повинен починатися з наступної сторінки пояснювальної записки.

Виконання

1.4.1 Розкладання в ряд Фур'є кривої напруги живлення

Несинусоїдна крива e_A (рис. 1.47) має геометрично неправильну форму, тому при розкладанні її в ряд Фур'є необхідно застосовувати графоаналітичний метод. Слід враховувати, що крива e_A має один вид симетрії (відносно початку координат). Тоді можна обмежитися розкладанням півперіоду і такий ряд Фур'є має містити тільки синусні складові. Таким чином, врахування симетрії дозволяє спростити розрахунок. Розділимо півперіод функції e_A на $n = 12$ рівних частин і виміряємо ординати функції e_A (вимірювання треба проводити посередині кожної ділянки). Використовуючи формули, визначимо амплітуду складових гармонік, обмежившись трьома першими членами ряду. При розкладанні кривої e_A в ряд Фур'є доцільно використовувати відповідні комп'ютерні програми (MathCad Professional, MS Excel та інші).

Розкладання в ряд Фур'є кривої несинусоїдної напруги $e_A(\omega t)$

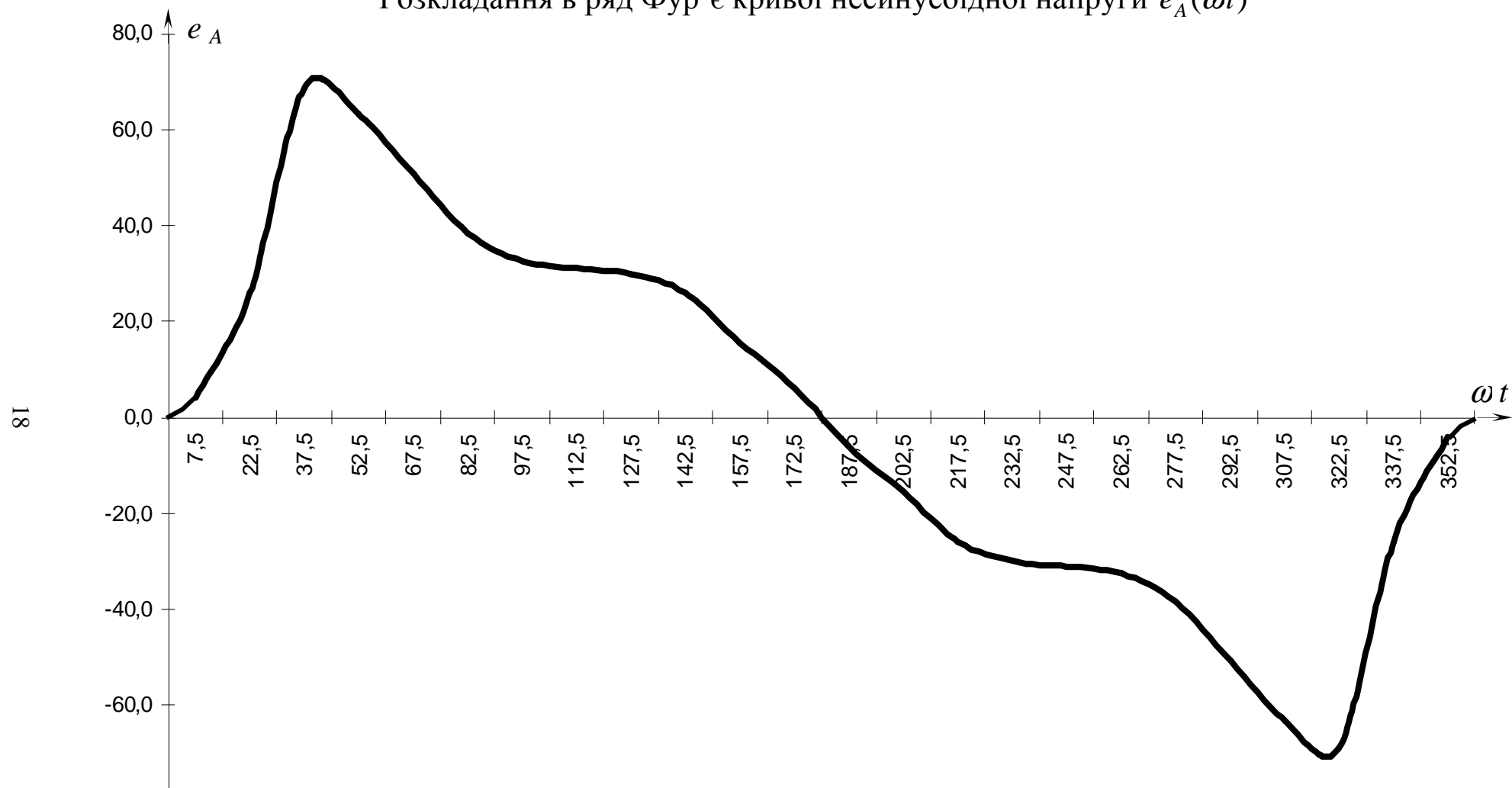


Рис. 1.47

Таблиця 1.3 – Розкладання в ряд Фур'є кривої напруги живлення

<i>p</i>	$e_A(\omega t)$	<i>K=1</i>			<i>K=2</i>			<i>K=3</i>		
		ωt	$\sin\omega t$	$e_A(\omega t)\cdot\sin\omega t$	$2\omega t$	$\sin 2\omega t$	$e_A(\omega t)\cdot\sin 2\omega t$	$3\omega t$	$\sin 3\omega t$	$e_A(\omega t)\cdot\sin 3\omega t$
1	4,1	7,5	0,131	0,5	15	0,259	1,1	22,5	0,383	1,6
2	25,9	22,5	0,383	9,9	45	0,707	18,3	67,5	0,924	23,9
3	68,9	37,5	0,609	41,9	75	0,966	66,6	112,5	0,924	63,7
4	63,2	52,5	0,793	50,1	105	0,966	61,0	157,5	0,383	24,2
5	50,8	67,5	0,924	46,9	135	0,707	35,9	202,5	-0,383	-19,4
6	38,4	82,5	0,991	38,1	165	0,259	9,9	247,5	-0,924	-35,5
7	32,6	97,5	0,991	32,3	195	-0,259	-8,4	292,5	-0,924	-30,1
8	31,1	112,5	0,924	28,7	225	-0,707	-22,0	337,5	-0,383	-11,9
9	30,0	127,5	0,793	23,8	255	-0,966	-29,0	382,5	0,383	11,5
10	25,9	142,5	0,609	15,8	285	-0,966	-25,0	427,5	0,924	23,9
11	15,5	157,5	0,383	5,9	315	-0,707	-11,0	472,5	0,924	14,3
12	6,2	172,5	0,131	0,8	345	-0,259	-1,6	517,5	0,383	2,4
Σ			$\sum_1^{12} 1 = 294,9 \text{ B}$			$\sum_1^{12} 2 = 95,8 \text{ B}$			$\sum_1^{12} 3 = 68,5 \text{ B}$	

За даними таблиці 1.3 знаходимо коефіцієнти ряду Фур'є:

$$B_m^{(k)} = \frac{2}{n} \cdot \sum_{p=1}^n e_{Ap}(\omega t) \cdot \sin k \omega t, \text{ В};$$

$$B_m^{(1)} = \frac{2}{12} \cdot \sum_1^{12} 1 = \frac{2}{12} \cdot 294,9 = 49,2 \text{ В}; \quad B_m^{(2)} = \frac{2}{12} \cdot \sum_1^{12} 2 = \frac{2}{12} \cdot 95,8 = 16 \text{ В};$$

$$B_m^{(3)} = \frac{2}{12} \cdot \sum_1^{12} 3 = \frac{2}{12} \cdot 68,5 = 11,4 \text{ В}.$$

Знайдемо кругові частоти для окремих гармонік:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{0,01} = 628 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \quad 2\omega = 2 \cdot 628 = 1256 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \quad 3\omega = 3 \cdot 628 = 1884 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Таким чином, ряд Фур'є для e_A набуває вигляду:

$$e_A(\omega t) = 49,2 \cdot \sin(628 \cdot t) + 16 \cdot \sin(1256 \cdot t) + 11,4 \cdot \sin(1884 \cdot t), \text{ В}.$$

У даному варіанті маємо з'єднання «зірка-зірка» і «зірка-трикутник» за відсутністю нульового проводу, тому в струмах будуть відсутні гармоніки, кратні трьом. У випадку, коли в схемі є нульовий провід, необхідно розраховувати третю гармоніку. Розрахунок третьої (шостої, дев'ятої і т.д. – система нульового чергування фаз) гармоніки має деякі відмінності від розрахунку першої (четвертої, сьомої і т.д. – система прямого чергування фаз) і другої (п'ятої, восьмої і т.д. – система зворотного чергування фаз) гармонік.

1.4.2 Комплекси амплітудних значень фазних і лінійних ЕРС:

$$\underline{E}_{mA}^{(1)} = 49,2 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mA}^{(2)} = 16 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mA}^{(3)} = 11,4 \angle 0^\circ \text{ В};$$

$$\underline{E}_{mB}^{(1)} = 49,2 \angle -120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mB}^{(2)} = 16 \angle 120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mB}^{(3)} = 11,4 \angle 0^\circ \text{ В};$$

$$\underline{E}_{mC}^{(1)} = 49,2 \angle 120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mC}^{(2)} = 16 \angle -120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mC}^{(3)} = 11,4 \angle 0^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mAB}^{(1)} = \underline{E}_{mA}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ = 49,2 \cdot \sqrt{3} \angle (0^\circ + 30^\circ) = 85,2 \angle 30^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mBC}^{(1)} = \underline{E}_{mB}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ = 49,2 \cdot \sqrt{3} \angle (-120^\circ + 30^\circ) = 85,2 \angle -90^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mCA}^{(1)} = \underline{E}_{mC}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ = 49,2 \cdot \sqrt{3} \angle (120^\circ + 30^\circ) = 85,2 \angle 150^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mAB}^{(2)} = \underline{E}_{mA}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ = 16 \cdot \sqrt{3} \angle (0^\circ - 30^\circ) = 27,7 \angle -30^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mBC}^{(2)} = \underline{E}_{mB}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ = 16 \cdot \sqrt{3} \angle (120^\circ - 30^\circ) = 27,7 \angle 90^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mCA}^{(2)} = \underline{E}_{mC}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ = 16 \cdot \sqrt{3} \angle (-120^\circ - 30^\circ) = 27,7 \angle -150^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mAB}^{(3)} = \underline{U}_{mBC}^{(3)} = \underline{U}_{mCA}^{(3)} = 0 \text{ В}.$$

1.4.3 Розрахунок першої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_{ab}^{(1)} = \underline{Z}_{bc}^{(1)} = \underline{Z}_{ca}^{(1)} = R - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = 12 - j \cdot \frac{10^6}{628 \cdot 17} = 12 - j \cdot 93,7 = 94,5 \angle -82,7^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_a^{(1)} = \underline{Z}_b^{(1)} = \underline{Z}_c^{(1)} = j \cdot \omega \cdot L = j \cdot 628 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} = j \cdot 4,7 = 4,7 \angle 90^\circ \text{ Ом}.$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{ma}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_a^{(1)}} = \frac{49,2 \angle 0^\circ}{4,7 \angle 90^\circ} = 10,5 \angle -90^\circ = -j \cdot 10,5 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mb}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_b^{(1)}} = \frac{49,2 \angle -120^\circ}{4,7 \angle 90^\circ} = 10,5 \angle 150^\circ = (-9,09 + j \cdot 5,25) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mc}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_c^{(1)}} = \frac{49,2 \angle 120^\circ}{4,7 \angle 90^\circ} = 10,5 \angle 30^\circ = (9,09 + j \cdot 5,25) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mab}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mAB}^{(1)}}{\underline{Z}_{ab}^{(1)}} = \frac{85,2 \angle 30^\circ}{94,5 \angle -82,7^\circ} = 0,9 \angle 112,7^\circ = (-0,35 + j \cdot 0,83) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mBC}^{(1)}}{\underline{Z}_{bc}^{(1)}} = \frac{85,2 \angle -90^\circ}{94,5 \angle -82,7^\circ} = 0,9 \angle -7,3^\circ = (0,89 - j \cdot 0,11) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mca}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mCA}^{(1)}}{\underline{Z}_{ca}^{(1)}} = \frac{85,2 \angle 150^\circ}{94,5 \angle -82,7^\circ} = 0,9 \angle -127,3^\circ = (-0,55 - j \cdot 0,72) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} = \underline{I}_{ma}^{(1)} + \underline{I}_{mab}^{(1)} - \underline{I}_{mca}^{(1)} = -j \cdot 10,5 - 0,35 + j \cdot 0,83 + 0,55 + j \cdot 0,72 = 0,2 - j \cdot 8,95 = 9 \angle -88,7^\circ \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} \angle -120^\circ = 9 \angle (-88,7^\circ - 120^\circ) = 9 \angle -208,7^\circ = 9 \angle 151,3^\circ \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} \angle 120^\circ = 9 \angle (-88,7^\circ + 120^\circ) = 9 \angle 31,3^\circ \text{ A}.$$

При розрахунку струмів $\underline{I}_{ma}^{(1)}$, $\underline{I}_{mb}^{(1)}$, $\underline{I}_{mc}^{(1)}$ враховуємо, що при симетричному навантаженні (як у цьому варіанті) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю. Струми $\underline{I}_{mA}^{(1)}$, $\underline{I}_{mB}^{(1)}$, $\underline{I}_{mC}^{(1)}$ в загальному випадку розраховують за першим законом Кірхгофа, але можна враховувати, що при симетричному навантаженні (як у даному варіанті) ці струми зсунуті між собою на кут 120° (як і фазні ЕРС першої гармоніки).

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(1)} = 9 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 88,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_B^{(1)} = 9 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 151,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_C^{(1)} = 9 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 31,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_a^{(1)} = 10,5 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}$$

$$i_b^{(1)} = 10,5 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_c^{(1)} = 10,5 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_{ab}^{(1)} = 0,9 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 112,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_{bc}^{(1)} = 0,9 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 7,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_{ca}^{(1)} = 0,9 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 127,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}.$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mnn}^{(1)} = \underline{I}_{mab}^{(1)} \cdot R \angle 0^\circ = 0,9 \angle 112,7^\circ \cdot 12 = 10,8 \angle 112,7^\circ \text{ В.}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(1)} = 10,8 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 112,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В.}$$

1.4.4 Розрахунок другої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_{ab}^{(2)} = \underline{Z}_{bc}^{(2)} = \underline{Z}_{ca}^{(2)} = R - j \cdot \frac{1}{2\omega \cdot C} = 12 - j \cdot \frac{93,7}{2} = 12 - j \cdot 46,8 = 48,3 \angle -75,6^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_a^{(2)} = \underline{Z}_b^{(2)} = \underline{Z}_c^{(2)} = j \cdot 2\omega \cdot L = j \cdot 2 \cdot 4,7 = j \cdot 9,4 = 9,4 \angle 90^\circ \text{ Ом.}$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{ma}^{(2)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(2)}}{\underline{Z}_a^{(2)}} = \frac{16 \angle 0^\circ}{9,4 \angle 90^\circ} = 1,7 \angle -90^\circ = -j \cdot 1,7 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mb}^{(2)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(2)}}{\underline{Z}_b^{(2)}} = \frac{16 \angle 120^\circ}{9,4 \angle 90^\circ} = 1,7 \angle 30^\circ = (1,47 + j \cdot 0,85) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mc}^{(2)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(2)}}{\underline{Z}_c^{(2)}} = \frac{16 \angle -120^\circ}{9,4 \angle 90^\circ} = 1,7 \angle 150^\circ = (-1,47 + j \cdot 0,85) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mab}^{(2)} = \frac{\underline{U}_{mAB}^{(2)}}{\underline{Z}_{ab}^{(2)}} = \frac{27,7 \angle -30^\circ}{48,3 \angle -75,6^\circ} = 0,57 \angle 45,6^\circ = (0,4 + j \cdot 0,41) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(2)} = \frac{\underline{U}_{mBC}^{(2)}}{\underline{Z}_{bc}^{(2)}} = \frac{27,7 \angle 90^\circ}{48,3 \angle -75,6^\circ} = 0,57 \angle 165,6^\circ = (-0,55 + j \cdot 0,14) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mca}^{(2)} = \frac{\underline{U}_{mCA}^{(2)}}{\underline{Z}_{ca}^{(2)}} = \frac{27,7 \angle -150^\circ}{48,3 \angle -75,6^\circ} = 0,57 \angle -74,4^\circ = (0,15 - j \cdot 0,55) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mA}^{(2)} = \underline{I}_{ma}^{(2)} + \underline{I}_{mab}^{(2)} - \underline{I}_{mca}^{(2)} = -j \cdot 1,7 + 0,4 + j \cdot 0,41 - 0,15 + j \cdot 0,55 = 0,25 - j \cdot 0,74 = 0,78 \angle -71,3^\circ \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(2)} = \underline{I}_{mA}^{(2)} \angle 120^\circ = 0,78 \angle (-71,3^\circ + 120^\circ) = 0,78 \angle 48,7^\circ \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(2)} = \underline{I}_{mA}^{(2)} \angle -120^\circ = 0,78 \angle (-71,3^\circ - 120^\circ) = 0,78 \angle -191,3^\circ = 0,78 \angle 168,7^\circ \text{ А.}$$

При розрахунку струмів $\underline{I}_{ma}^{(2)}$, $\underline{I}_{mb}^{(2)}$, $\underline{I}_{mc}^{(2)}$ враховуємо, що при симетричному навантаженні (як у цьому варіанті) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю. Струми $\underline{I}_{mA}^{(2)}$, $\underline{I}_{mB}^{(2)}$, $\underline{I}_{mC}^{(2)}$ в загальному випадку розраховують за першим законом Кірхгофа, але можна враховувати, що при симетричному навантаженні (як у даному варіанті) ці струми зсунуті між собою на кут 120° (як і фазні ЕРС другої гармоніки).

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(2)} = 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 71,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_B^{(2)} = 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 48,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_C^{(2)} = 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 168,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_a^{(2)} = 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_b^{(2)} = 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_c^{(2)} = 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_{ab}^{(2)} = 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 45,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_{bc}^{(2)} = 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 165,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_{ca}^{(2)} = 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 74,4^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}.$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mmn}^{(2)} = \underline{I}_{mab}^{(2)} \cdot R \angle 0^\circ = 0,57 \angle 45,6^\circ \cdot 12 = 6,84 \angle 45,6^\circ \text{ В}.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mmn}^{(2)} = 6,84 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 45,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В}.$$

1.4.5 Миттєві значення струмів і напруг (за принципом накладання)

Миттєві значення струмів:

$$i_A(\omega t) = i_A^{(1)} + i_A^{(2)} = 9 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 88,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 71,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_B(\omega t) = i_B^{(1)} + i_B^{(2)} = 9 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 151,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 48,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_C(\omega t) = i_C^{(1)} + i_C^{(2)} = 9 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 31,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 168,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_{ab}(\omega t) = i_{ab}^{(1)} + i_{ab}^{(2)} = 0,9 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 112,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 45,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_{bc}(\omega t) = i_{bc}^{(1)} + i_{bc}^{(2)} = 0,9 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 7,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 165,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_{ca}(\omega t) = i_{ca}^{(1)} + i_{ca}^{(2)} = 0,9 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 127,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 74,4^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_a(\omega t) = i_a^{(1)} + i_a^{(2)} = 10,5 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_b(\omega t) = i_b^{(1)} + i_b^{(2)} = 10,5 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_c(\omega t) = i_c^{(1)} + i_c^{(2)} = 10,5 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}.$$

Миттєві значення напруг:

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(2)} = 10,8 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 112,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 6,84 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 45,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В};$$

$$u_{AB}(\omega t) = u_{AB}^{(1)} + u_{AB}^{(2)} = 85,2 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 27,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В};$$

$$u_{BC}(\omega t) = u_{BC}^{(1)} + u_{BC}^{(2)} = 85,2 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 27,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В};$$

$$u_{CA}(\omega t) = u_{CA}^{(1)} + u_{CA}^{(2)} = 85,2 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 27,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В}.$$

1.4.6 Діючі значення струмів і напруг

Діючі значення струмів:

$$I_A = I_B = I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,78}{\sqrt{2}}\right)^2} = 6,39 \text{ А};$$

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \sqrt{\left(\frac{I_{mab}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mab}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,57}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0,75 \text{ А};$$

$$I_a = I_b = I_c = \sqrt{\left(\frac{I_{ma}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{ma}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{10,5}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1,7}{\sqrt{2}}\right)^2} = 7,52 \text{ А}.$$

Діючі значення напруг:

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mnn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mnn}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{10,8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{6,84}{\sqrt{2}}\right)^2} = 9,04 \text{ В};$$

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = \sqrt{\left(\frac{E_{mAB}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mAB}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{85,2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{27,7}{\sqrt{2}}\right)^2} = 63,35 \text{ В};$$

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{49,2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{16}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{11,4}{\sqrt{2}}\right)^2} = 37,46 \text{ В}.$$

1.4.7 Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = 3 \cdot I_{ab}^2 \cdot R = 3 \cdot 0,75^2 \cdot 12 = 20,25 \text{ Вт}.$$

Реактивна потужність:

$$Q = 3 \cdot \left[-I_{ab}^{(1)2} \cdot \frac{1}{\omega C} - I_{ab}^{(2)2} \cdot \frac{1}{2\omega C} + I_a^{(1)2} \cdot \omega L + I_a^{(2)2} \cdot 2\omega L \right] =$$
$$= 3 \cdot \left[-\left(\frac{0,9}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 93,7 - \left(\frac{0,57}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 46,8 + \left(\frac{10,5}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 4,7 + \left(\frac{1,7}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 9,4 \right] = 681,36 \text{ ВАр}.$$

Повна потужність:

$$S = 3 \cdot E_A \cdot I_A = 3 \cdot 37,46 \cdot 6,39 = 718,11 \text{ ВА}.$$

Потужність викривлення:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{718,11^2 - 20,25^2 - 681,36^2} = 225,88 \text{ ВА}.$$

1.4.8 Коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Коефіцієнт викривлення:

$$k_c = \frac{T}{S} = \frac{225,88}{718,11} = 0,315.$$

Еквівалентний коефіцієнт потужності системи:

$$\cos \varphi_e = \frac{P}{S} = \frac{20,25}{718,11} = 0,028.$$

1.4.9 Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

Згідно з завданням треба побудувати графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ за певним аналітичним виразом. У цьому варіанті отримано вираз для напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = 10,8 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 112,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 6,84 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 45,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В}.$$

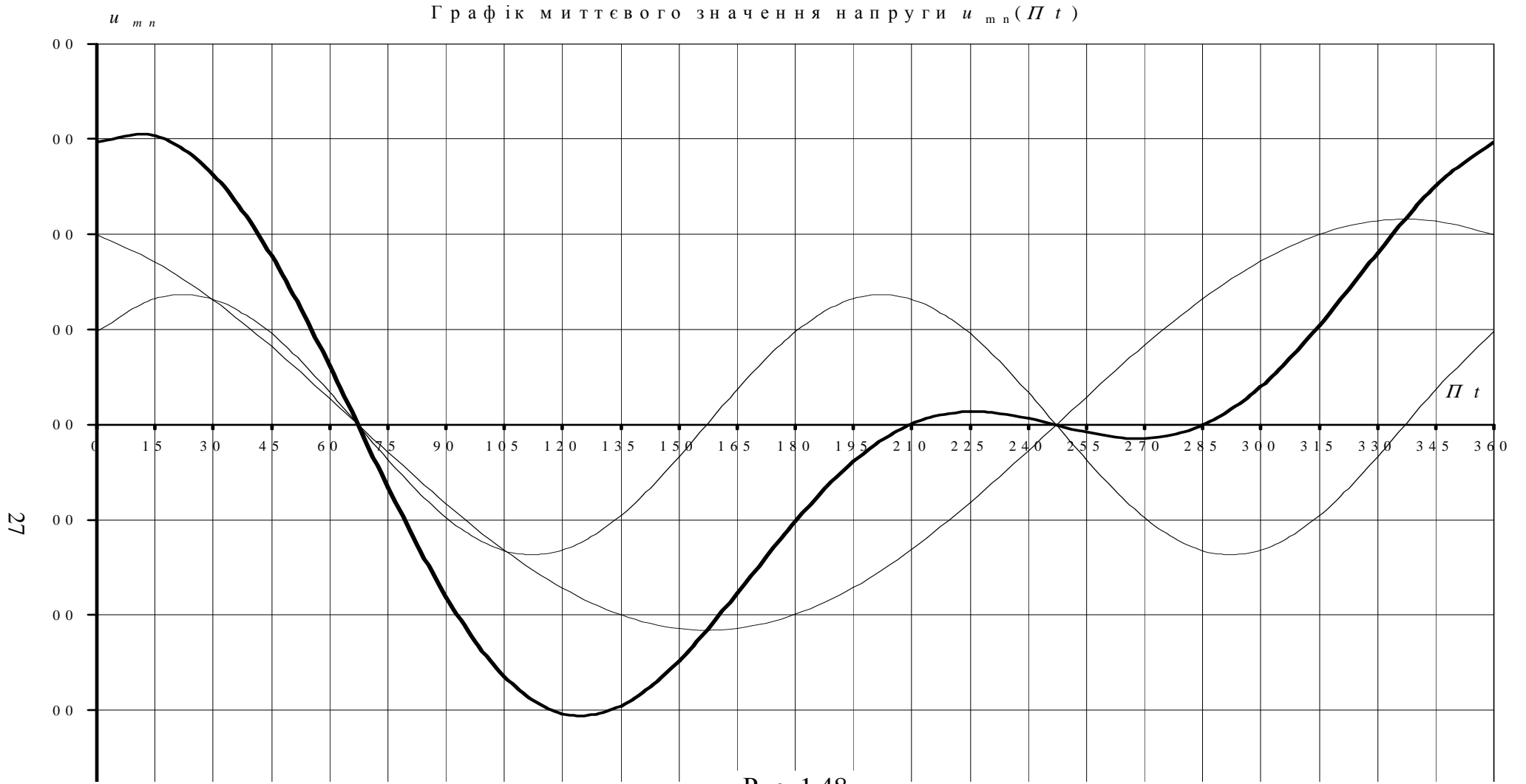
У результаті побудови мають бути отримані графіки двох (як у даному варіанті) або трьох гармонійних складових і результуюча негармонійна крива. У деяких випадках амплітуди вищих гармонік виходять на порядок меншими за амплітуду першої гармоніки. У такому випадку цими складовими напруги $u_{mn}(\omega t)$ можна знехтувати (через те, що їх важко побудувати).

При побудові графіка $u_{mn}(\omega t)$ доцільно користуватися табличним розрахунком (див. таблицю 1.4) окремих гармонік і результуючої сумарної кривої. При проведенні табличного розрахунку доцільно застосовувати відповідні комп'ютерні програми (MathCad Professional, MS Excel та інші).

Таблиця 1.4 – Побудова графіка миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$

ωt	<i>Перша гармоніка</i> $u_{mn}^{(1)}(\omega t)$	<i>Друга гармоніка</i> $u_{mn}^{(2)}(2\omega t)$	<i>Результуюча крива</i> $u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(2)}$
0	9,96	4,89	14,85
30	6,54	6,59	13,13
60	1,37	1,70	3,07
90	-4,17	-4,89	-9,05
120	-8,59	-6,59	-15,18
150	-10,71	-1,70	-12,41
180	-9,96	4,89	-5,08
210	-6,54	6,59	0,04
240	-1,37	1,70	0,33
270	4,17	-4,89	-0,72
300	8,59	-6,59	2,00
330	10,71	-1,70	9,01
360	9,96	4,89	14,85

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ наведений на рис. 1.48

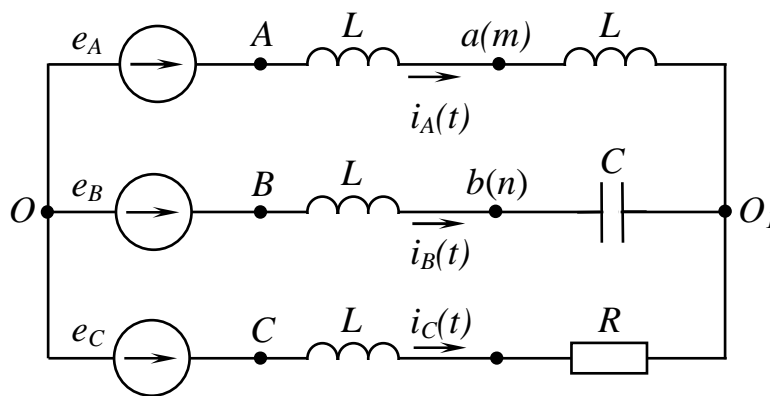


1.5 ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ №2

РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР-2 (ЧАСТИНА 1)

1. Визначити миттєві й діючі значення струмів усіх віток кола.
2. Знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними у вихідних даних відповідно до варіанта ($u_{mn}(\omega t)$).
3. Побудувати графік миттєвого значення напруги u_{mn} у функції часу (графіки гармонійних складових і результуючу негармонійну криву).
4. Знайти активну потужність трифазної системи.

Розрахункова схема (варіант № ...)



Вихідні дані:
 Форма кривої e_A – рис. 1.45;
 $E_{Am} = 63,5 \text{ В}$;
 $T = 0,015 \text{ с}$;
 $R = 45 \text{ Ом}$;
 $L = 7,5 \text{ мГ}$;
 $C = 37,5 \text{ мкФ}$;
 $u_{mn} = u_{ab}$.

Рис.1.49

Виконання

1.5.1 Розкладання в ряд Фур'є кривої $e_A(\omega t)$ напруги

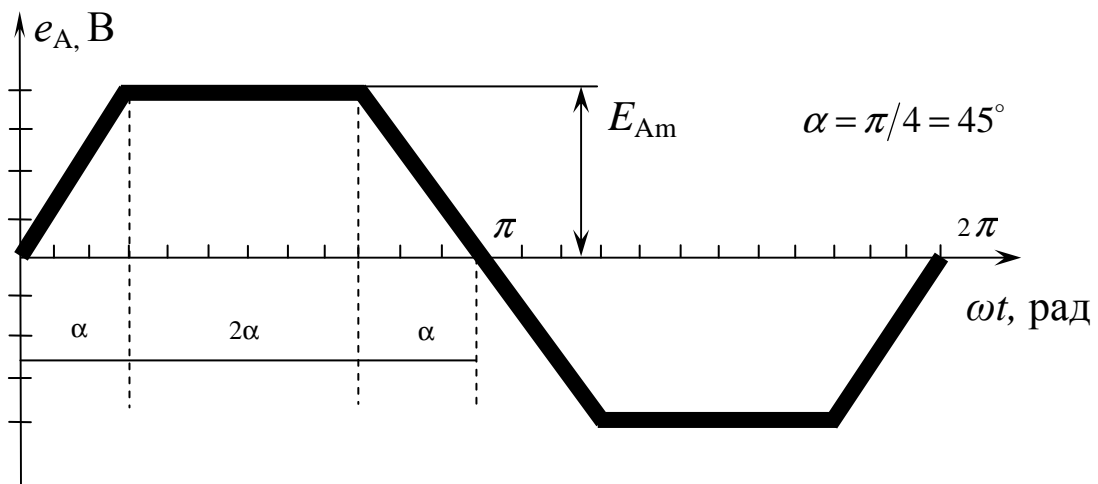


Рис. 1.50

Несинусоїдна крива $e_A(\omega t)$ (рис. 1.50) має геометрично правильну, трапецієподібну форму, тому при розкладанні її в ряд Фур'є немає потреби застосовувати графоаналітичний метод. Необхідно використати ряд Фур'є з довідкової літератури.

$$e_A(\omega t) = \frac{4 \cdot E_{Am}}{\alpha \cdot \pi} \cdot \left[\sin \alpha \cdot \sin(\omega t) + \frac{1}{9} \cdot \sin(3\alpha) \cdot \sin(3\omega t) + \frac{1}{25} \cdot \sin(5\alpha) \cdot \sin(5\omega t) + \dots \right] \text{ В}$$

Знайдемо кругові частоти для всіх гармонік:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{0,015} = 418,7 \text{ рад/с}; \quad 3\omega = 3 \cdot 418,7 = 1256,1 \text{ рад/с};$$

$$5\omega = 5 \cdot 418,7 = 2093,5 \text{ рад/с}.$$

Після перетворень ряд Фур'є для e_A набуває вигляду:

$$e_A(\omega t) = 72,79 \cdot \sin(418,7 \cdot t) + 8,09 \cdot \sin(1256,1 \cdot t) - 2,91 \cdot \sin(2093,5 \cdot t), \text{ В.}$$

У цьому варіанті маємо з'єднання "зірка-зірка" без нульового проводу, тому в струмах будуть відсутні гармоніки, кратні трьом.

1.5.2 Комплекси амплітудних значень фазних ЕРС

$$\underline{E}_{mA}^{(1)} = 72,79 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mA}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mA}^{(5)} = -2,91 \angle 0^\circ = 2,91 \angle 180^\circ \text{ В};$$

$$\underline{E}_{mB}^{(1)} = 72,79 \angle -120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mB}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mB}^{(5)} = -2,91 \angle 120^\circ = 2,91 \angle -60^\circ \text{ В};$$

$$\underline{E}_{mC}^{(1)} = 72,79 \angle 120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mC}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mC}^{(5)} = -2,91 \angle -120^\circ = 2,91 \angle 60^\circ \text{ В.}$$

1.5.3 Розрахунок першої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(1)} = j \cdot \omega \cdot 2 \cdot L = j \cdot 418,7 \cdot 2 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} = j \cdot 6,28 = 6,28 \angle 90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B^{(1)} = j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) = j \cdot \left(418,7 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} - \frac{10^6}{418,7 \cdot 37,5} \right) = -j \cdot 60,55 = 60,55 \angle -90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C^{(1)} = R + j \cdot \omega \cdot L = 45 + j \cdot 418,7 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} = 45 + j \cdot 3,14 = 45,11 \angle 4^\circ \text{ Ом}.$$

Напряга зміщення нейтралі:

$$\underline{U}_{mO_1O}^{(1)} = \frac{\frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} + \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_B^{(1)}} + \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}}}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(1)}}} = \frac{\frac{72,79 \angle 0^\circ}{6,28 \angle 90^\circ} + \frac{72,79 \angle -120^\circ}{60,55 \angle -90^\circ} + \frac{72,79 \angle 120^\circ}{45,11 \angle 4^\circ}}{0,159 \angle -90^\circ + 0,0165 \angle 90^\circ + 0,0222 \angle -4^\circ} =$$

$$= 73,616 \angle -6,9^\circ = (73,083 - j \cdot 8,844) \text{ В.}$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} = \frac{72,79 - 73,083 + j \cdot 8,844}{6,28 \angle 90^\circ} = 1,409 \angle 1,9^\circ = (1,4082 + j \cdot 0,0467) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(1)}}{\underline{Z}_B^{(1)}} = \frac{-36,395 - j \cdot 63,038 - 73,083 + j \cdot 8,844}{60,55 \angle -90^\circ} =$$

$$= 2,017 \angle -63,7^\circ = (0,8937 - j \cdot 1,8082) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}} = \frac{-36,395 + j \cdot 63,038 - 73,083 + j \cdot 8,844}{45,11 \angle 4^\circ} =$$

$$= 2,903 \angle 142,7^\circ = (-2,3093 + j \cdot 1,7592) \text{ A}.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mB}^{(1)} + \underline{I}_{mC}^{(1)} = 0.$

$$1,4082 + j \cdot 0,0467 + 0,8937 - j \cdot 1,8082 - 2,3093 + j \cdot 1,7592 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(1)} = 1,409 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 1,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_B^{(1)} = 2,017 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t - 63,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_C^{(1)} = 2,903 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 142,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}.$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mmn}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} \cdot j \cdot \omega \cdot L - \underline{I}_{mB}^{(1)} \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}\right) = \underline{I}_{mA}^{(1)} \cdot (\omega \cdot L) \angle 90^\circ - \underline{I}_{mB}^{(1)} \cdot \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right) \angle -90^\circ =$$

$$= 1,409 \angle 1,9^\circ \cdot 3,14 \angle 90^\circ - 2,017 \angle -63,7^\circ \cdot 63,69 \angle -90^\circ =$$

$$= 115,018 + j \cdot 61,34 = 130,352 \angle 28,1^\circ \text{ В}.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(1)} = 130,352 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 28,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В}.$$

1.5.4 Розрахунок п'ятої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(5)} = j \cdot 5\omega \cdot 2 \cdot L = j \cdot 5 \cdot 6,28 = j \cdot 31,4 = 31,4 \angle 90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B^{(5)} = j \cdot \left(5\omega \cdot L - \frac{1}{5\omega \cdot C}\right) = j \cdot \left(5 \cdot 3,14 - \frac{63,69}{5}\right) = j \cdot 2,962 = 2,962 \angle 90^\circ \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_C^{(5)} = R + j \cdot 5\omega \cdot L = 45 + j \cdot 5 \cdot 3,14 = 45 + j \cdot 15,7 = 47,66 \angle 19,2^\circ \text{ Ом}.$$

Напруга зміщення нейтралі:

$$\underline{U}_{mO_1O}^{(5)} = \frac{\frac{\underline{E}_{mA}^{(5)}}{\underline{Z}_A^{(5)}} + \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)}}{\underline{Z}_B^{(5)}} + \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)}}{\underline{Z}_C^{(5)}}}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(5)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(5)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(5)}}} = \frac{\frac{-2,91 \angle 0^\circ}{31,4 \angle 90^\circ} + \frac{-2,91 \angle 120^\circ}{2,962 \angle 90^\circ} + \frac{-2,91 \angle -120^\circ}{47,66 \angle 19,2^\circ}}{\frac{1}{31,4 \angle 90^\circ} + \frac{1}{2,962 \angle 90^\circ} + \frac{1}{47,66 \angle 19,2^\circ}} =$$

$$= 2,338 \angle -69^\circ = (0,8379 - j \cdot 2,1827) \text{ В}.$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(5)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(5)}}{\underline{Z}_A^{(5)}} = \frac{-2,91 - 0,8379 + j \cdot 2,1827}{31,4 \angle 90^\circ} =$$

$$= 0,138 \angle 59,8^\circ = (0,0694 + j \cdot 0,1193) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(5)}}{\underline{Z}_B^{(5)}} = \frac{1,455 - j \cdot 2,5201 - 0,8379 + j \cdot 2,1827}{2,962 \angle 90^\circ} =$$

$$= 0,237 \angle -118,7^\circ = (-0,1138 - j \cdot 0,2079) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(5)}}{\underline{Z}_C^{(5)}} = \frac{1,455 + j \cdot 2,5201 - 0,8379 + j \cdot 2,1827}{47,66 \angle 19,2^\circ} =$$

$$= 0,0995 \angle 63,3^\circ = (0,0447 + j \cdot 0,0889) \text{ A}.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mB}^{(5)} + \underline{I}_{mC}^{(5)} = 0$.

$$0,0694 + j \cdot 0,1193 - 0,1138 - j \cdot 0,2079 + 0,0447 + j \cdot 0,0889 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(5)} = 0,138 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t + 59,8^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_B^{(5)} = 0,237 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 118,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_C^{(5)} = 0,0995 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t + 63,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}.$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mn}^{(5)} = \underline{I}_{mA}^{(5)} \cdot j \cdot 5\omega \cdot L - \underline{I}_{mB}^{(5)} \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C}\right) = \underline{I}_{mA}^{(5)} \cdot (5\omega \cdot L) \angle 90^\circ -$$

$$- \underline{I}_{mB}^{(5)} \cdot \left(\frac{1}{5\omega \cdot C}\right) \angle -90^\circ = 0,138 \angle 59,8^\circ \cdot 15,7 \angle 90^\circ - 0,237 \angle -118,7^\circ \cdot 12,74 \angle -90^\circ =$$

$$= 0,775 - j \cdot 0,36 = 0,855 \angle -24,9^\circ \text{ В}.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(5)} = 0,855 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 24,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В}.$$

1.5.5 Розрахунок третьої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(3)} = j \cdot 3\omega \cdot 2 \cdot L = j \cdot 3 \cdot 6,28 = j \cdot 18,84 = 18,84 \angle 90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B^{(3)} = j \cdot \left(3\omega \cdot L - \frac{1}{3\omega \cdot C}\right) = j \cdot \left(3 \cdot 3,14 - \frac{63,69}{3}\right) = -j \cdot 11,81 = 11,81 \angle -90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C^{(3)} = R + j \cdot 3\omega \cdot L = 45 + j \cdot 3 \cdot 3,14 = 45 + j \cdot 9,42 = 45,98 \angle 11,8^\circ \text{ Ом}.$$

Напруга зміщення нейтралі, враховуючи, що
 $\underline{E}_{mA}^{(3)} = \underline{E}_{mB}^{(3)} = \underline{E}_{mC}^{(3)} = \underline{E}_{m\phi}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ \text{ В}:$

$$\underline{U}_{mO_1O}^{(3)} = \frac{\frac{\underline{E}_{mA}^{(3)}}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{\underline{E}_{mB}^{(3)}}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{\underline{E}_{mC}^{(3)}}{\underline{Z}_C^{(3)}}}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(3)}}} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)} \cdot \left(\frac{1}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(3)}} \right)}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(3)}}} = \underline{E}_{m\phi}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ \text{ В}.$$

Струми віток кола дорівнюють нулю, тому що:

$$\underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)} = \underline{I}_{mC}^{(3)} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(3)}}{\underline{Z}_\phi^{(3)}} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)} - \underline{E}_{m\phi}^{(3)}}{\underline{Z}_\phi^{(3)}} = 0.$$

Напруга між точками m і n також дорівнює нулю:

$$\underline{U}_{mmn}^{(3)} = \underline{I}_{mA}^{(3)} \cdot \underline{Z}_A^{(3)} - \underline{I}_{mB}^{(3)} \cdot \underline{Z}_B^{(3)} = 0.$$

1.5.6 Миттєві значення струмів і напруг (за принципом накладання)

Миттєві значення струмів:

$$i_A(\omega t) = i_A^{(1)} + i_A^{(5)} = 1,409 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 1,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,138 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t + 59,8^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ А};$$

$$i_B(\omega t) = i_B^{(1)} + i_B^{(5)} = 2,017 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t - 63,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,237 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 118,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ А};$$

$$i_C(\omega t) = i_C^{(1)} + i_C^{(5)} = 2,903 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 142,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,0995 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t + 63,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ А}.$$

Миттєві значення напруг:

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(5)} = 130,352 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 281^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,855 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 24,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В};$$

$$u_{O_1O}(\omega t) = u_{O_1O}^{(1)} + u_{O_1O}^{(3)} + u_{O_1O}^{(5)} = 73,616 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t - 6,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 8,09 \cdot \sin\left(1256,1 \cdot t + 2,338 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 69^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right)\right) \text{ В}.$$

1.5.7 Діючі значення струмів і напруг

Діючі значення струмів:

$$I_A = \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1,409}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,138}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,001 \text{ А};$$

$$I_B = \sqrt{\left(\frac{I_{mB}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mB}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2,017}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,237}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,436 \text{ А};$$

$$I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{mC}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mC}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2,903}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,0995}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2,054 \text{ А.}$$

Діючі значення напруг:

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{72,79}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{8,09}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-2,91}{\sqrt{2}}\right)^2} = 51,828 \text{ В.}$$

$$U_{o_1o} = \sqrt{\left(\frac{U_{mO_1O}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mO_1O}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mO_1O}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{73,616}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{8,09}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2,338}{\sqrt{2}}\right)^2} = 52,394 \text{ В.};$$

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mnn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mnn}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{126,042}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{5,035}{\sqrt{2}}\right)^2} = 89,196 \text{ В.};$$

1.5.8 Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = I_C^2 \cdot R = 2,054^2 \cdot 45 = 189,851 \text{ Вт.}$$

У даному випадку маємо несиметричне навантаження, тому визначається тільки активна потужність. Відповідно, коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи з негармонійними джерелами живлення, не визначають.

1.5.9 Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

Ряд Фур'є для напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = 130,352 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 28,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,855 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 24,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В.}$$

Порядок побудови графіка $u_{mn}(\omega t)$ наведено в попередньому прикладі (див. п. 1.4.9).

Побудова графіка $u_{mn}(\omega t)$ в цьому випадку має певні нюанси: амплітуда п'ятої гармоніки набагато менша від амплітуди першої, а третя гармоніка відсутня, тому графік $u_{mn}(\omega t)$ (пунктирна лінія), по суті, повторює форму першої гармоніки. До речі, такий випадок доволі часто зустрічається у варіантах, де є п'ята гармоніка.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ наданий на рис. 1.51.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(wt)$

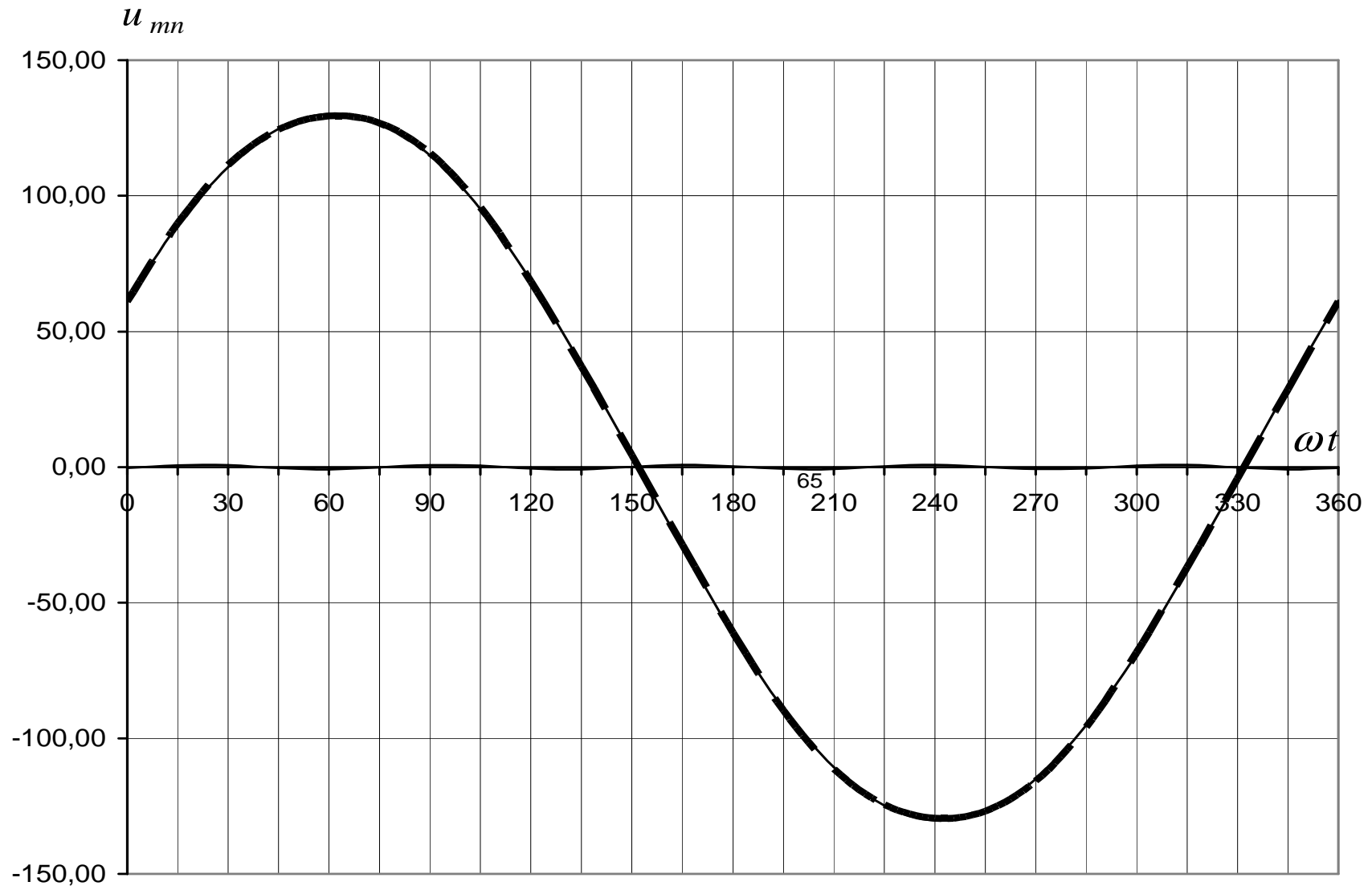


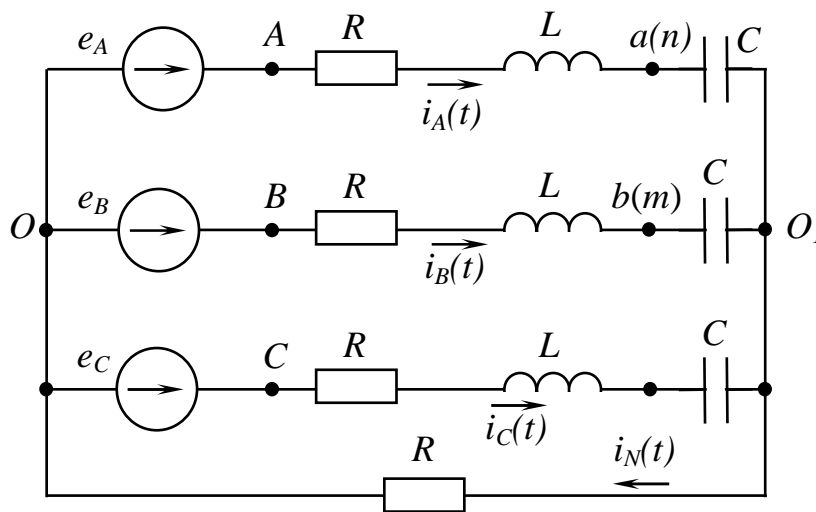
Рис. 1.51

1.6 ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ № 3

РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР-2 (ЧАСТИНА 1)

1. Визначити миттєві й діючі значення струмів усіх віток кола.
2. Знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними у вихідних даних відповідно до варіанта ($u_{mn}(\omega t)$).
3. Побудувати графік миттєвого значення напруги u_{mn} у функції часу (графіки гармонійних складових і результуючу негармонійну криву).
4. Знайти активну, реактивну і повну потужності трифазної системи.
5. Визначити потужність викривлення і коефіцієнт викривлення.

Розрахункова схема (варіант № ...)



Вихідні дані:

$$E_{Am} = 200 \text{ В};$$

$$R = 5 \text{ Ом};$$

$$L = 60 \text{ мГ};$$

$$C = 100 \text{ мкФ};$$

$$u_{mn} = u_{ba}.$$

Рис. 1.52

Виконання

1.6.1 Нехай попередньо визначений ряд Фур'є $e_A(\omega t)$ має вигляд (містить непарні, тобто 1, 3, 5 і т. д., синусні складові):

$$e_A(\omega t) = 189,3 \cdot \sin(157 \cdot t) + 92,4 \cdot \sin(471 \cdot t) - 10,3 \cdot \sin(785 \cdot t), \text{ В.}$$

Приклади отримання ряду Фур'є для кривих напруги живлення різної форми наведені в п. 1.4.1 і 1.5.1

У даному варіанті маємо з'єднання "зірка-зірка" з нульовим проводом, тому в струмах будуть присутні гармоніки, кратні трьом.

Навантаження фаз симетричне, тому для прямого і зворотного чергування фаз (відповідно 1 і 5 гармоніки) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю.

1.6.2 Комплекси амплітудних значень фазних ЕРС

$$\underline{E}_{mA}^{(1)} = 189,3 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mA}^{(3)} = 92,4 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mA}^{(5)} = -10,3 \angle 0^\circ = 10,3 \angle 180^\circ \text{ В};$$

$$\underline{E}_{mB}^{(1)} = 189,3 \angle -120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mB}^{(3)} = 92,4 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mB}^{(5)} = -10,3 \angle 120^\circ = 10,3 \angle -60^\circ \text{ В};$$

$$\underline{E}_{mC}^{(1)} = 189,3 \angle 120^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mC}^{(3)} = 92,4 \angle 0^\circ \text{ В}; \quad \underline{E}_{mC}^{(5)} = -10,3 \angle -120^\circ = 10,3 \angle 60^\circ \text{ В}.$$

1.6.3 Розрахунок першої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(1)} = \underline{Z}_B^{(1)} = \underline{Z}_C^{(1)} = R + j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) = 5 + j \cdot \left(157 \cdot 60 \cdot 10^{-3} - \frac{10^6}{157 \cdot 100} \right) =$$
$$= 5 - j \cdot 54,27 = 54,5 \angle -84,7^\circ \text{ Ом.}$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} = \frac{189,3 \angle 0^\circ}{54,5 \angle -84,7^\circ} = 3,47 \angle 84,7^\circ = 0,321 + j \cdot 3,455 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mB}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_B^{(1)}} = \frac{189,3 \angle -120^\circ}{54,5 \angle -84,7^\circ} = 3,47 \angle -35,3^\circ = 2,832 - j \cdot 2,005 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mC}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}} = \frac{189,3 \angle 120^\circ}{54,5 \angle -84,7^\circ} = 3,47 \angle -155,3^\circ = -3,153 - j \cdot 1,45 \text{ А.}$$

Перевірка:

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mB}^{(1)} + \underline{I}_{mC}^{(1)} = 0,321 + j \cdot 3,455 + 2,832 - j \cdot 2,005 - 3,153 - j \cdot 1,45 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(1)} = 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t + 84,7^\circ) \text{ А;} \quad i_B^{(1)} = 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t - 35,3^\circ) \text{ А;}$$

$$i_C^{(1)} = 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t - 155,3^\circ) \text{ А.}$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mn}^{(1)} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot (\underline{I}_{mB}^{(1)} - \underline{I}_{mA}^{(1)}) = 63,69 \angle -90^\circ \cdot (2,832 - j \cdot 2,005 - 0,321 - j \cdot 3,455) =$$
$$= 382,8 \angle -155,3^\circ \text{ В.}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(1)} = 382,8 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 155,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В.}$$

1.6.4 Розрахунок п'ятої гармоніки

Опори віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(5)} = \underline{Z}_B^{(5)} = \underline{Z}_C^{(5)} = R + j \cdot \left(5\omega \cdot L - \frac{1}{5\omega \cdot C} \right) = 5 + j \cdot \left(5 \cdot 9,42 - \frac{63,69}{5} \right) =$$
$$= 5 + j \cdot 34,36 = 34,72 \angle 81,7^\circ \text{ Ом.}$$

Комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(5)}}{\underline{Z}_A^{(5)}} = \frac{10,3 \angle 180^\circ}{34,72 \angle 81,7^\circ} = 0,3 \angle 98,3^\circ = (-0,043 + j \cdot 0,297) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mB}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)}}{\underline{Z}_B^{(5)}} = \frac{10,3 \angle -60^\circ}{34,72 \angle 81,7^\circ} = 0,3 \angle -141,7^\circ = (-0,235 - j \cdot 0,186) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)}}{\underline{Z}_C^{(5)}} = \frac{10,3 \angle 60^\circ}{34,72 \angle 81,7^\circ} = 0,3 \angle -21,7^\circ = (0,279 - j \cdot 0,111) \text{ A}.$$

Перевірка:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mB}^{(5)} + \underline{I}_{mC}^{(5)} = -0,043 + j \cdot 0,297 - 0,235 - j \cdot 0,186 + 0,279 - j \cdot 0,111 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(5)} = 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t + 98,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_B^{(5)} = 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t - 141,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_B^{(5)} = 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t - 21,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}.$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\begin{aligned} \underline{U}_{mn}^{(5)} &= -j \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} \cdot (\underline{I}_{mB}^{(5)} - \underline{I}_{mA}^{(5)}) = 12,74 \angle -90^\circ \cdot (-0,235 - j \cdot 0,186 + 0,043 - j \cdot 0,297) = \\ &= 12,74 \angle -90^\circ \cdot 0,52 \angle -111,7^\circ = 6,6 \angle 158,3^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(5)} = 6,6 \cdot \sin\left(785 \cdot t + 158,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В}.$$

1.6.5 Розрахунок третьої гармоніки

Опори віток кола:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_A^{(3)} = \underline{Z}_B^{(3)} = \underline{Z}_C^{(3)} &= R + j \cdot \left(3\omega \cdot L - \frac{1}{3\omega \cdot C}\right) = 5 + j \cdot \left(3 \cdot 9,42 - \frac{63,69}{3}\right) = \\ &= 5 + j \cdot 7,03 = 8,63 \angle 54,6^\circ \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_N^{(3)} = R = 5 = 5 \angle 0^\circ \text{ Ом}. \end{aligned}$$

При розрахунку струмів третьої гармоніки спочатку знаходять струм у нульовому проводі за формулою:

$$\underline{I}_{mN}^{(3)} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)}}{\underline{Z}_N^{(3)} + \frac{\underline{Z}_\phi^{(3)}}{3}}, \text{ де } \underline{E}_{mA}^{(3)} = \underline{E}_{mB}^{(3)} = \underline{E}_{mC}^{(3)} = \underline{E}_{m\phi}^{(3)}, \underline{Z}_A^{(3)} = \underline{Z}_B^{(3)} = \underline{Z}_C^{(3)} = \underline{Z}_\phi^{(3)}.$$

Ця формула виводиться в результаті розрахунку кола за методом двох вузлів ($\underline{U}_{mO_1O}^{(3)} \neq 0$) (дивіться [1], сторінка. 219).

Струми фаз знаходять за першим законом Кірхгофа:

$$\underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)} = \underline{I}_{mC}^{(3)} = \frac{\underline{I}_{mN}^{(3)}}{3}.$$

Таким чином, для цього варіанта маємо комплекси струмів віток кола:

$$\underline{I}_{mN}^{(3)} = \frac{\underline{E}_{mf}^{(3)}}{\underline{Z}_N^{(3)} + \frac{\underline{Z}_\phi^{(3)}}{3}} = \frac{92,4 \angle 0^\circ}{5 + \frac{j \cdot 7,03}{3}} = 13,07 \angle -19,3^\circ = (12,335 - j \cdot 4,32) \text{ A}.$$

$$\underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)} = \underline{I}_{mC}^{(3)} = \frac{13,07 \angle -19,3^\circ}{3} = 4,36 \angle -19,3^\circ = (4,115 - j \cdot 1,441) \text{ A}.$$

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(3)} = i_B^{(3)} = i_C^{(3)} = 4,36 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_N^{(3)} = 13,07 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}.$$

Напряга між точками m і n дорівнює нулю:

$$\underline{U}_{mnn}^{(3)} = -j \cdot \frac{1}{3\omega \cdot C} \cdot (\underline{I}_{mB}^{(3)} - \underline{I}_{mA}^{(3)}) = 0, \text{ тому що } \underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)}.$$

1.6.6 Миттєві значення струмів і напруг (за принципом накладання)

Миттєві значення струмів:

$$i_A(\omega t) = i_A^{(1)} + i_A^{(3)} + i_A^{(5)} = 3,47 \cdot \sin\left(157 \cdot t + 84,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 4,36 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t + 98,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_B(\omega t) = i_B^{(1)} + i_B^{(3)} + i_B^{(5)} = 3,47 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 35,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 4,36 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t - 141,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_C(\omega t) = i_C^{(1)} + i_C^{(3)} + i_C^{(5)} = 3,47 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 155,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 4,36 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t - 21,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_N(\omega t) = i_N^{(3)} = 13,07 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}.$$

Миттєві значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(5)} = 382,8 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 155,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 6,6 \cdot \sin\left(785 \cdot t + 158,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В}.$$

1.6.7 Діючі значення струмів і напруг

Діючі значення струмів:

$$I_A = I_B = I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3,47}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{4,36}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,3}{\sqrt{2}}\right)^2} = 3,9 \text{ A};$$

$$I_N = \sqrt{\left(\frac{I_{mN}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{13,07}{\sqrt{2}}\right)^2} = 9,2 \text{ А.}$$

Діючи значення напруг:

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mnn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mnn}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{382,8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{6,6}{\sqrt{2}}\right)^2} = 270,7 \text{ В};$$

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1893}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{924}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-103}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1491 \text{ В.}$$

1.6.8 Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = 3 \cdot I_A^2 \cdot R + I_N^2 \cdot R = 3 \cdot 3,9^2 \cdot 5 + 9,2^2 \cdot 5 = 651,4 \text{ Вт.}$$

Реактивна потужність:

$$Q = 3 \cdot \left[I_A^{(1)2} \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) + I_A^{(3)2} \cdot \left(3\omega \cdot L - \frac{1}{3\omega \cdot C} \right) + I_A^{(5)2} \cdot \left(5\omega \cdot L - \frac{1}{5\omega \cdot C} \right) \right] =$$

$$= 3 \cdot \left[\left(\frac{3,47}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot (-54,27) + \left(\frac{4,36}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 7,03 + \left(\frac{0,3}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 34,36 \right] = -775,1 \text{ ВАр.}$$

Повна потужність:

$$S = 3 \cdot E_A \cdot I_A = 3 \cdot 149,1 \cdot 3,9 = 1744,5 \text{ ВА.}$$

Потужність викривлення:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{1744,5^2 - 651,4^2 - (-775,1)^2} = 1420,6 \text{ ВА.}$$

1.6.9 Коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

$$k_c = \frac{T}{S} = \frac{1420,6}{1744,5} = 0,814 \text{ – коефіцієнт викривлення.}$$

$$\cos \varphi_e = \frac{P}{S} = \frac{651,4}{1744,5} = 0,373 \text{ – еквівалентний коефіцієнт потужності системи.}$$

1.6.10 Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

Ряд Фур'є для напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = 382,8 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 155,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 6,6 \cdot \sin\left(785 \cdot t + 158,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В.}$$

Побудова графіка $u_{mn}(\omega t)$ в даному випадку має ті самі нюанси, що і в попередньому прикладі (п. 1.5). П'яту гармоніку побудувати немає можливості, бо немає відповідного масштабу. Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ – на рис. 1.53.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\angle t)$

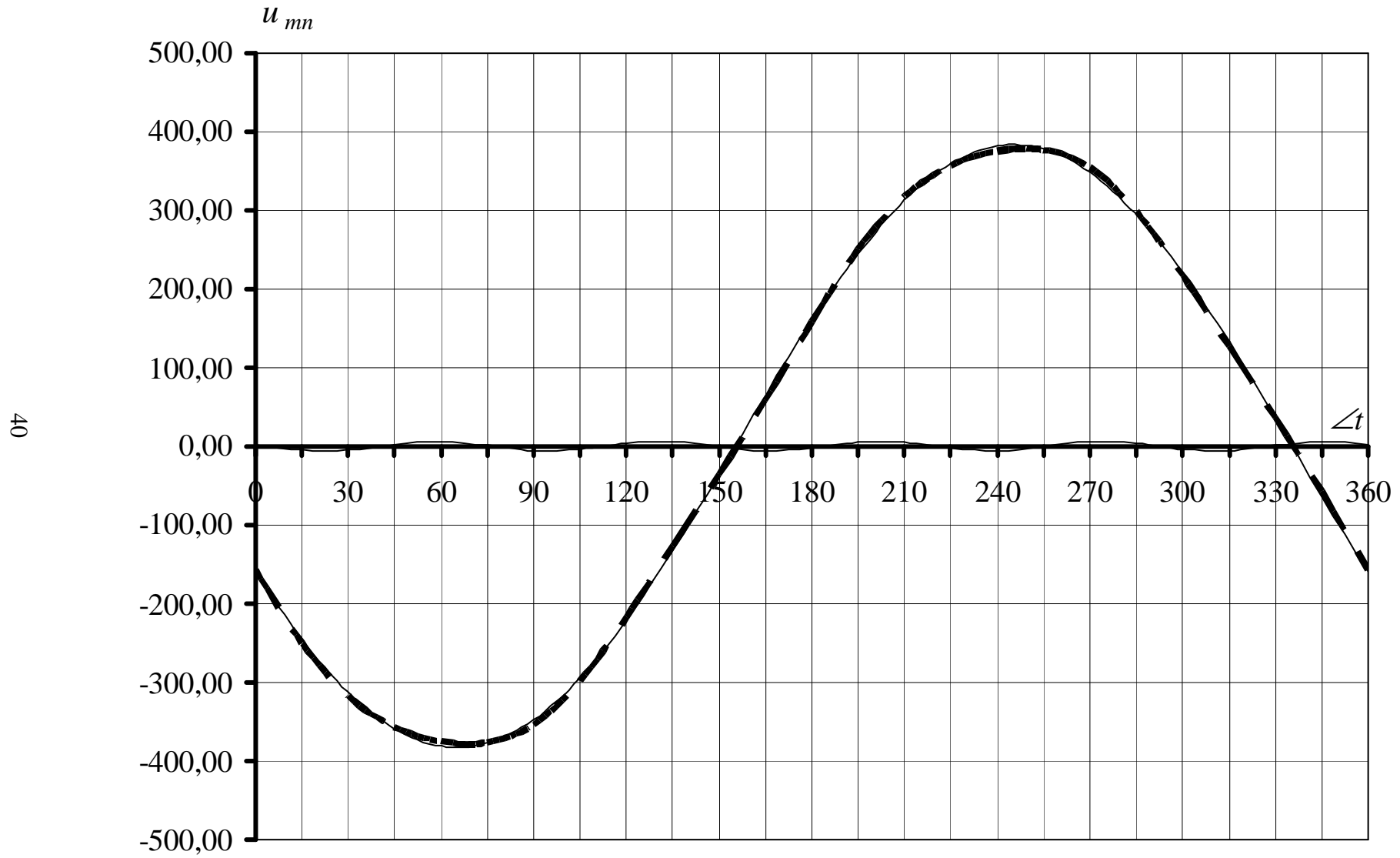
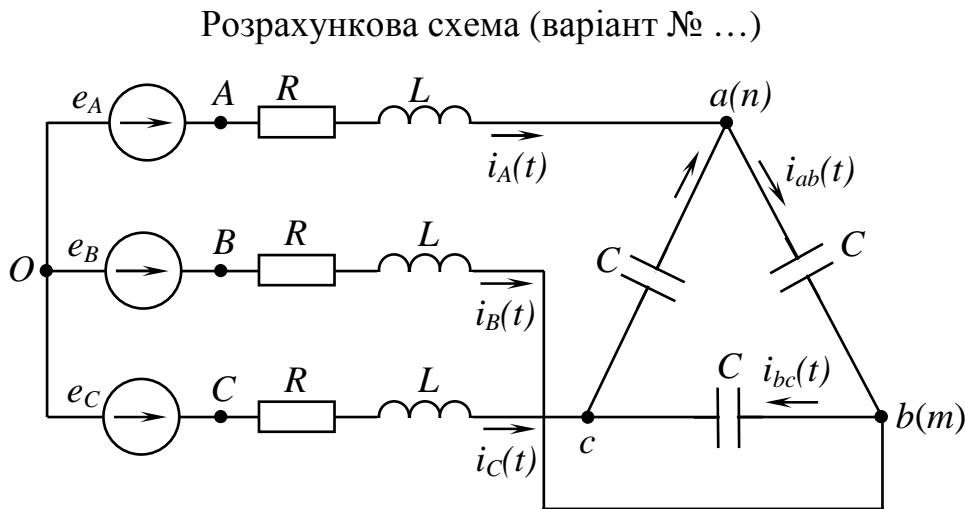


Рис. 1.53

1.7 ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ № 4

РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР-2 (ЧАСТИНА 1)

1. Визначити миттєві й діючі значення струмів усіх віток кола.
2. Знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними у вихідних даних відповідно до варіанта ($u_{mn}(\omega t)$).
3. Побудувати графік миттєвого значення напруги u_{mn} у функції часу (графіки гармонійних складових і результуючу негармонійну криву).
4. Знайти активну, реактивну і повну потужності трифазної системи.
5. Визначити потужність викривлення і коефіцієнт викривлення.



Вихідні дані:

$$E_{Am} = 100 \text{ В};$$

$$R = 4,2 \text{ Ом};$$

$$L = 10 \text{ мГ};$$

$$C = 50 \text{ мкФ};$$

$$u_{mn} = u_{ba}.$$

Рис. 1.54

Виконання

1.7.1 Нехай попередньо знайдений ряд Фур'є $e_A(\omega t)$ має вигляд (містить не-парні, тобто 1, 3, 5 і т. д., синусні складові):

$$e_A(\omega t) = 81,1 \cdot \sin(314 \cdot t) - 9 \cdot \sin(942 \cdot t) + 3,2 \cdot \sin(1570 \cdot t), \text{ В.}$$

Приклади отримання ряду Фур'є для кривих живильної напруги різної форми наведені в п. 1.4.1 і 1.5.1

У даному варіанті маємо з'єднання "зірка-трикутник", тому в струмах будуть відсутні гармоніки, кратні трьом (вони є тільки в схемах, де є з'єднання навантаження зіркою та нульовий провід).

У вихідній схемі (рис. 1.54) маємо втрати в лініях, тому $u_{AB}(\omega t) \neq u_{ab}(\omega t)$ і т. п.

Для розрахунку подібних схем спочатку необхідно:

- перетворити "трикутник" навантаження на еквівалентну "зірку" (рис. 1.55);
- визначити лінійні струми $i_A(\omega t)$, $i_B(\omega t)$, $i_C(\omega t)$;

- за другим законом Кірхгофа визначити напруги на фазах навантаження $u_{ab}(\omega t)$, $u_{bc}(\omega t)$, $u_{ca}(\omega t)$ (див. рис. 1.55);
- остаточно визначити фазні струми $i_{ab}(\omega t)$, $i_{bc}(\omega t)$, $i_{ca}(\omega t)$ за законом Ома.

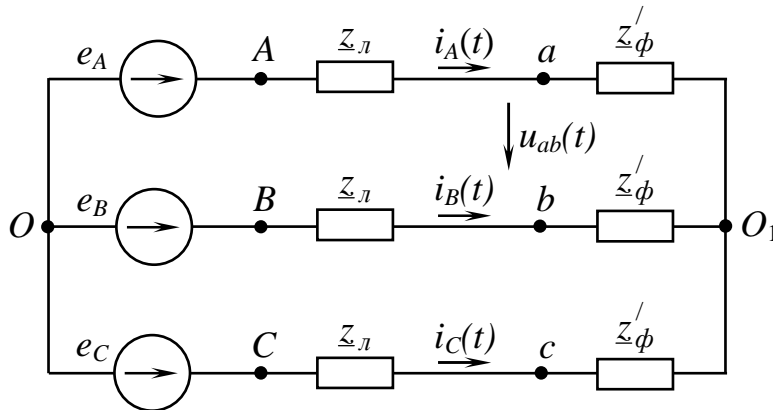


Рис. 1.55

Навантаження фаз симетричне, тому для прямого і зворотного чергування фаз (відповідно 1 і 5 гармоніки) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю.

1.7.2 Комплекси амплітудних значень фазних ЕРС

$$\begin{aligned} \underline{E}_{mA}^{(1)} &= 81,1 \angle 0^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mA}^{(3)} &= -9 \angle 0^\circ = 9 \angle 180^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mA}^{(5)} &= 3,2 \angle 0^\circ \text{ В}; \\ \underline{E}_{mB}^{(1)} &= 81,1 \angle -120^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mB}^{(3)} &= -9 \angle 0^\circ = 9 \angle 180^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mB}^{(5)} &= 3,2 \angle 120^\circ \text{ В}; \\ \underline{E}_{mC}^{(1)} &= 81,1 \angle 120^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mC}^{(3)} &= -9 \angle 0^\circ = 9 \angle 180^\circ \text{ В}; & \underline{E}_{mC}^{(5)} &= 3,2 \angle -120^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

1.7.3 Розрахунок першої гармоніки

Опір віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(1)} = \underline{Z}_B^{(1)} = \underline{Z}_C^{(1)} = \underline{Z}_n^{(1)} = R + j \cdot \omega \cdot L = 4,2 + j \cdot 314 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 5,24 \angle 36,8^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ab}^{(1)} = \underline{Z}_{bc}^{(1)} = \underline{Z}_{ca}^{(1)} = \underline{Z}_\phi^{(1)} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = -j \cdot \frac{10^6}{314 \cdot 50} = -j \cdot 63,69 = 63,69 \angle -90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_\phi^{/(1)} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(1)} \cdot \underline{Z}_\phi^{(1)}}{\underline{Z}_\phi^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(1)}}{3} = \frac{63,69 \angle -90^\circ}{3} = 21,23 \angle -90^\circ = -j \cdot 21,23 \text{ Ом}.$$

Комплекси лінійних струмів кола:

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_n^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{/(1)}} = \frac{81,1 \angle 0^\circ}{4,2 + j \cdot 3,14 - j \cdot 21,23} = 4,37 \angle 76,9^\circ = (0,99 + j \cdot 4,256) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_n^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{/(1)}} = \frac{81,1 \angle -120^\circ}{18,57 \angle -76,9^\circ} = 4,37 \angle -43,1^\circ = (3,191 - j \cdot 2,986) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_n^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{/(1)}} = \frac{81,1 \angle 120^\circ}{18,57 \angle -76,9^\circ} = 4,37 \angle -163,1^\circ = (-4,181 - j \cdot 1,27) \text{ А}.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mB}^{(1)} + \underline{I}_{mC}^{(1)} = 0,99 + j \cdot 4,256 + 3,191 - j \cdot 2,986 - 4,181 - j \cdot 1,27 \approx 0$.

Комплекси напруг на фазах навантаження (за другим законом Кірхгофа):

$$\underline{U}_{mab}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} \cdot \underline{Z}_{\phi}^{(1)} - \underline{I}_{mB}^{(1)} \cdot \underline{Z}_{\phi}^{(1)} = \underline{Z}_{\phi}^{(1)} \cdot (\underline{I}_{mA}^{(1)} - \underline{I}_{mB}^{(1)}) = 21,23 \angle -90^\circ \cdot (0,99 + j \cdot 4,256 - 3,191 + j \cdot 2,986) = 160,71 \angle 16,9^\circ \text{ В.}$$

$$\underline{U}_{mbc}^{(1)} = 160,71 \angle -103,1^\circ \text{ В; } \underline{U}_{mca}^{(1)} = 160,71 \angle 136,9^\circ \text{ В.}$$

Комплекси фазних струмів кола:

$$\underline{I}_{mab}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mab}^{(1)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(1)}} = \frac{160,71 \angle 16,9^\circ}{63,69 \angle -90^\circ} = 2,52 \angle 106,9^\circ = (-0,733 + j \cdot 2,411) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mbc}^{(1)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(1)}} = \frac{160,71 \angle -103,1^\circ}{63,69 \angle -90^\circ} = 2,52 \angle -13,1^\circ = (2,454 - j \cdot 0,571) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mca}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mca}^{(1)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(1)}} = \frac{160,71 \angle 136,9^\circ}{63,69 \angle -90^\circ} = 2,52 \angle -133,1^\circ = (-1,722 - j \cdot 1,84) \text{ А.}$$

Перевірка: $\underline{I}_{mab}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mca}^{(1)}$ і т.п.

У даному випадку, враховуючи те, що навантаження симетричне, можна спростити розрахунок фазних струмів і застосувати формулу (для прямого чергування фаз) $\underline{I}_{m\ell}^{(1)} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_{m\phi}^{(1)} \angle -30^\circ \text{ А}$. Таким чином, $\underline{I}_{m\phi}^{(1)} = \frac{\underline{I}_{m\ell}^{(1)}}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ \text{ А}$.

Застосуємо цю формулу для перевірки одного зі струмів:

$$\underline{I}_{mab}^{(1)} = \frac{\underline{I}_{mA}^{(1)}}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ = \frac{4,37 \angle 76,9^\circ}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ = 2,52 \angle 106,9^\circ \text{ А.}$$

Аналогічно для $\underline{I}_{mbc}^{(1)}$ та $\underline{I}_{mca}^{(1)}$.

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(1)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 76,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ А; } i_B^{(1)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 43,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ А;}$$

$$i_C^{(1)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 163,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ А;}$$

$$i_{ab}^{(1)} = 2,52 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 106,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ А; } i_{bc}^{(1)} = 2,52 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 13,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ А;}$$

$$i_{ca}^{(1)} = 2,52 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 133,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ А.}$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mnn}^{(1)} = \underline{U}_{mba}^{(1)} = -\underline{U}_{mab}^{(1)} = -160,71 \angle 16,9^\circ = 160,71 \angle -163,1^\circ \text{ В.}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(1)} = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 163,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В.}$$

1.7.4 Розрахунок п'ятої гармоніки

Опір віток кола:

$$\underline{Z}_A^{(5)} = \underline{Z}_B^{(5)} = \underline{Z}_C^{(5)} = \underline{Z}_l^{(5)} = R + j \cdot 5\omega \cdot L = 4,2 + j \cdot 5 \cdot 3,14 = \\ = 4,2 + j \cdot 15,7 = 16,25 \angle 75^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ab}^{(5)} = \underline{Z}_{bc}^{(5)} = \underline{Z}_{ca}^{(5)} = \underline{Z}_\phi^{(5)} = -j \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} = -j \cdot \frac{63,69}{5} = -j \cdot 12,74 = 12,74 \angle -90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}'_\phi^{(5)} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(5)} \cdot \underline{Z}_\phi^{(5)}}{\underline{Z}_\phi^{(5)} + \underline{Z}_\phi^{(5)} + \underline{Z}_\phi^{(5)}} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(5)2}}{3 \cdot \underline{Z}_\phi^{(5)}} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(5)}}{3} = \frac{12,74 \angle -90^\circ}{3} = \\ = 4,25 \angle -90^\circ = -j \cdot 4,25 \text{ Ом.}$$

Комплекси лінійних струмів кола:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(5)}}{\underline{Z}_l^{(5)} + \underline{Z}'_\phi^{(5)}} = \frac{3,2 \angle 0^\circ}{4,2 + j \cdot 15,7 - j \cdot 4,25} = 0,26 \angle -69,9^\circ = (0,089 - j \cdot 0,244) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mB}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)}}{\underline{Z}_l^{(5)} + \underline{Z}'_\phi^{(5)}} = \frac{3,2 \angle 120^\circ}{12,2 \angle 69,9^\circ} = 0,26 \angle 50,1^\circ = (0,167 + j \cdot 0,199) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mC}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)}}{\underline{Z}_l^{(5)} + \underline{Z}'_\phi^{(5)}} = \frac{3,2 \angle -120^\circ}{12,2 \angle 69,9^\circ} = 0,26 \angle 170,1^\circ = (-0,256 + j \cdot 0,045) \text{ А.}$$

Перевірка:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mB}^{(5)} + \underline{I}_{mC}^{(5)} = 0,089 - j \cdot 0,244 + 0,167 + j \cdot 0,199 - 0,256 + j \cdot 0,045 \approx 0.$$

Комплекси напруг на фазах навантаження (за другим законом Кірхгофа):

$$\underline{U}_{mab}^{(5)} = \underline{I}_{mA}^{(5)} \cdot \underline{Z}'_\phi^{(5)} - \underline{I}_{mB}^{(5)} \cdot \underline{Z}_\phi^{(5)} = \underline{Z}'_\phi^{(5)} \cdot (\underline{I}_{mA}^{(5)} - \underline{I}_{mB}^{(5)}) = 4,25 \angle -90^\circ \cdot (0,089 - \\ - j \cdot 0,244 - 0,167 - j \cdot 0,199) = 1,91 \angle 170^\circ \text{ В.}$$

$$\underline{U}_{mbc}^{(5)} = 1,91 \angle -70^\circ \text{ В}; \quad \underline{U}_{mca}^{(5)} = 1,91 \angle 50^\circ \text{ В.}$$

Комплекси фазних струмів кола:

$$\underline{I}_{mab}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mab}^{(5)}}{\underline{Z}'_\phi^{(5)}} = \frac{1,91 \angle 170^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle -100^\circ = (-0,026 - j \cdot 0,148) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mbc}^{(5)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(5)}} = \frac{1,91 \angle -70^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle 20^\circ = (0,141 + j \cdot 0,051) \text{ A};$$

$$\underline{I}_{mca}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mca}^{(5)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(5)}} = \frac{1,91 \angle 50^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle 140^\circ = (-0,115 + j \cdot 0,096) \text{ A}.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mab}^{(5)} = \underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mca}^{(5)}$ і т.п.

Як і для першої гармоніки, враховуючи те, що навантаження симетричне, можна спростити розрахунок фазних струмів і використовувати формулу для зворотного чергування фаз: $\underline{I}_{mn}^{(5)} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_{m\phi}^{(5)} \angle 30^\circ \text{ A}$. Таким чином, $\underline{I}_{m\phi}^{(5)} = \frac{\underline{I}_{mn}^{(5)}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \text{ A}$.

Використати цю формулу для перевірки одного зі струмів:

$$\underline{I}_{mab}^{(5)} = \frac{\underline{I}_{mA}^{(5)}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = \frac{0,26 \angle -69,9^\circ}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \approx 0,15 \angle -100^\circ \text{ A}.$$

Аналогічно для $\underline{I}_{mbc}^{(5)}$ та $\underline{I}_{mca}^{(5)}$.

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(5)} = 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 69,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_B^{(5)} = 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 50,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_C^{(5)} = 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 170,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}. \quad i_{ab}^{(5)} = 0,15 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 100^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_{bc}^{(5)} = 0,15 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 20^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}; \quad i_{ca}^{(5)} = 0,15 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 140^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}.$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mnn}^{(5)} = \underline{U}_{mba}^{(5)} = -\underline{U}_{mab}^{(5)} = -1,91 \angle 170^\circ = 1,91 \angle -10^\circ \text{ V}.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(5)} = 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t - 10^\circ) \text{ V}.$$

1.7.5 Миттєві значення струмів і напруг (за принципом накладання)

Миттєві значення струмів:

$$i_A(\omega t) = i_A^{(1)} + i_A^{(5)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 76,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 69,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_B(\omega t) = i_B^{(1)} + i_B^{(5)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 43,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 50,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_C(\omega t) = i_C^{(1)} + i_C^{(5)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 76,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 170,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_{ab}(\omega t) = i_{ab}^{(1)} + i_{ab}^{(5)} = 2,52 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 106,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,15 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 100^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_{bc}(\omega t) = i_{bc}^{(1)} + i_{bc}^{(5)} = 2,52 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 13,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,15 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 20^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A};$$

$$i_{ca}(\omega t) = i_{ca}^{(1)} + i_{ca}^{(5)} = 2,52 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 133,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,15 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 140^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ A}.$$

Миттєві значення напруг:

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 163,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,91 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 10^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ B};$$

$$u_{ab}(\omega t) = u_{ab}^{(1)} + u_{ab}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 16,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,91 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 170^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ B};$$

$$u_{bc}(\omega t) = u_{bc}^{(1)} + u_{bc}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 103,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,91 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 70^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ B};$$

$$u_{ca}(\omega t) = u_{ca}^{(1)} + u_{ca}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 136,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,91 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 50^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ B}.$$

1.7.6 Діючі значення струмів і напруг

Діючі значення струмів:

$$I_A = I_B = I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4,37}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,26}{\sqrt{2}}\right)^2} = 3,1 \text{ A};$$

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \sqrt{\left(\frac{I_{mab}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mab}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2,52}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,15}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,79 \text{ A}.$$

Діючі значення напруг:

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mmn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mmn}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{160,71}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1,91}{\sqrt{2}}\right)^2} = 113,65 \text{ B};$$

$$U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = \sqrt{\left(\frac{U_{mab}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mab}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{160,71}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1,91}{\sqrt{2}}\right)^2} = 113,65 \text{ B};$$

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{81,1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3,2}{\sqrt{2}}\right)^2} = 57,74 \text{ B}.$$

1.7.7 Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = 3 \cdot I_A^2 \cdot R = 3 \cdot 3,1^2 \cdot 4,2 = 121,09 \text{ Вт}.$$

Реактивна потужність:

$$\begin{aligned} Q &= 3 \cdot \left[I_A^{(1)2} \cdot \omega \cdot L + I_A^{(5)2} \cdot 5\omega \cdot L - I_{ab}^{(1)2} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} - I_{ab}^{(5)2} \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} \right] = \\ &= 3 \cdot \left[\left(\frac{4,37}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 3,14 + \left(\frac{0,26}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 15,7 - \left(\frac{2,52}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 63,69 - \left(\frac{0,15}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 12,74 \right] = \\ &= 3 \cdot (-171,86) = -515,58 \text{ ВАр}. \end{aligned}$$

Повна потужність:

$$S = 3 \cdot E_A \cdot I_A = 3 \cdot 57,74 \cdot 3,1 = 536,98 \text{ ВА}.$$

Потужність викривлення:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{536,98^2 - 121,09^2 - (-515,58)^2} = 88,67 \text{ ВА}.$$

1.7.8 Коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Коефіцієнт викривлення:

$$k_c = \frac{T}{S} = \frac{88,67}{536,98} = 0,165.$$

Еквівалентний коефіцієнт потужності системи:

$$\cos \varphi_e = \frac{P}{S} = \frac{121,09}{536,98} = 0,226.$$

1.7.9 Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

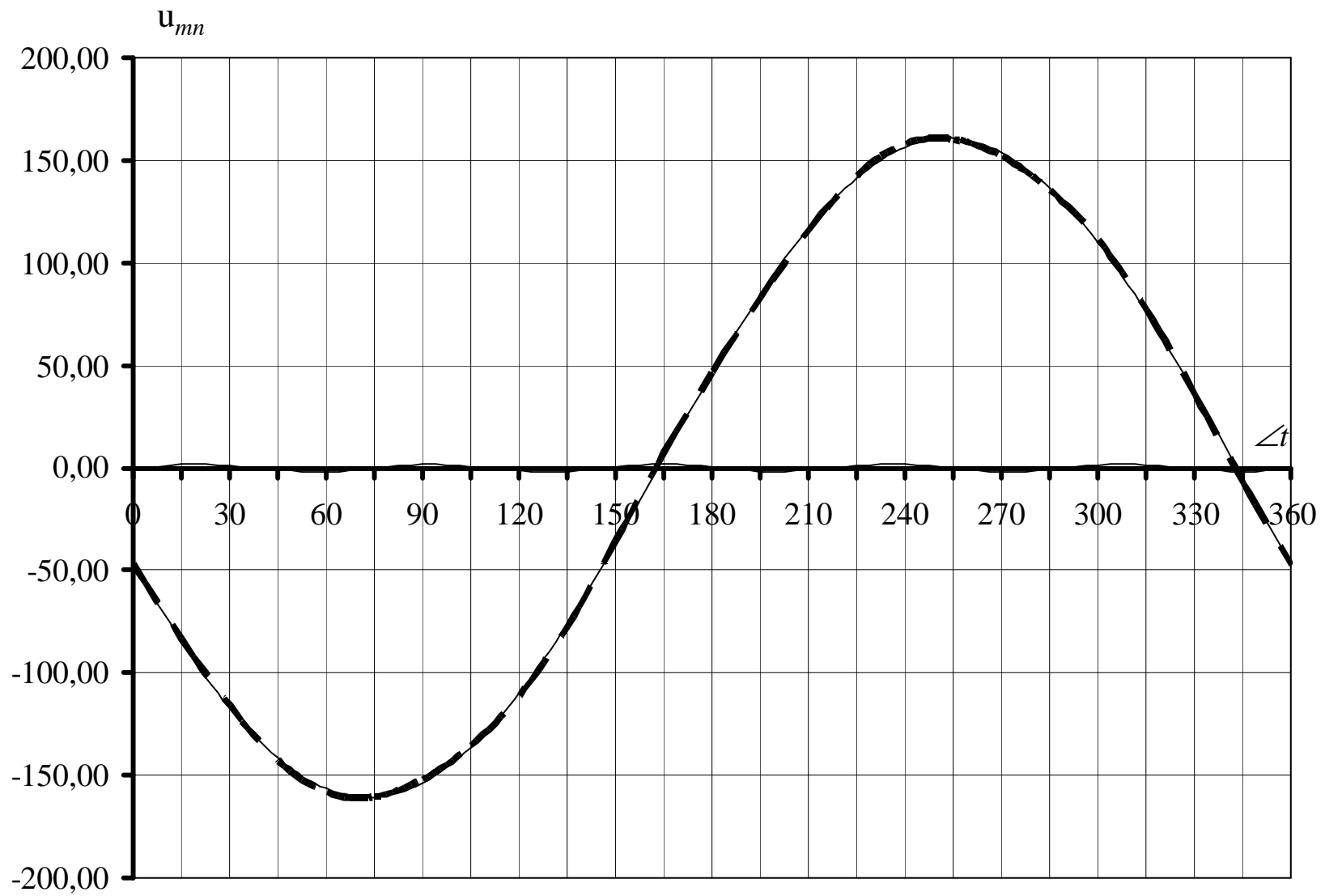
Згідно з завданням треба побудувати графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ за певним аналітичним виразом. У даному варіанті отримано вираз для напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 163,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,91 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 10^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В}.$$

Побудова графіка $u_{mn}(\omega t)$ в цьому разі має ті самі нюанси, що і в попередніх прикладах (п. 1.5 та п. 1.6). П'яту гармоніку в цьому масштабі побудувати практично немає можливості.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ наведений на рис. 1.56.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\angle t)$



48

Рис. 1.56

1.8 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Дайте визначення періодичних несинусоїдних струмів і напруг та вкажіть режими роботи електричних кіл, що призводять до виникнення несинусоїдних струмів і напруг.
2. Поясніть, як проводять розклад в ряд Фур'є кривих геометрично неправильної форми.
3. Вкажіть особливості періодичних несинусоїдних кривих, що мають деякі види симетрії.
4. Дайте визначення середніх й діючих значень несинусоїдного струму і напруги. Поясніть особливості вимірювання несинусоїдних струмів і напруг амперметрами й вольтметрами різних систем.
5. Дайте визначення активної, реактивної, повної потужностей і потужності викривлення несинусоїдного струму.
6. Поясніть, як здійснюється розрахунок струмів й напруг у колах, де діють несинусоїдні джерела напруги або струму та зазначте особливості цього розрахунку.
7. Вкажіть, як проводиться заміна несинусоїдних струмів і напруг еквівалентними синусоїдними.
8. Вкажіть особливості резонансних явищ в колах несинусоїдного струму.
9. Поясніть особливості роботи трифазних систем, що викликані гармоніками, кратними трьом: розрахунок схеми „зірка-зірка” без нульового проводу (симетричне й несиметричне навантаження).
10. Поясніть особливості роботи трифазних систем, що викликані гармоніками, кратними трьом: розрахунок схеми „зірка-зірка” з нульовим проводом (симетричне й несиметричне навантаження).

2. РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 (ЧАСТИНА 2)

РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

2.1 Мета роботи

- вивчити методику дослідження лінійних електричних кіл у перехідному режимі за допомогою класичного та операторного методів;
- навчитися визначати струми всіх віток кола при послідовному замиканні трьох ключів за допомогою класичного методу (кожен ключ замикається в той момент, коли перехідний процес від замикання попереднього ключа ще не закінчився і пройшов час, що дорівнює сталій часу τ попереднього перехідного процесу);
- навчитися визначати струм однієї з віток розгалуженого кола постійного струму в перехідному режимі за допомогою операторного методу;
- навчитися будувати графік залежності одного із струмів кола у функції часу $i(t)$ в перехідному режимі при послідовному замиканні трьох ключів.

2.2 Підготовка до роботи

2.2.1 Накреслити схему кола відповідно до свого варіанта (рис.2.1 ÷ 2.36). Записати вихідні дані для розрахунку (табл. 2.1 та 2.2).

2.2.2 Накреслити три схеми кіл при послідовному замиканні трьох ключів.

2.2.3 Вказати позитивні напрямки струмів віток кола у всіх схемах. При необхідності вказати позитивний напрямок напруг на окремих елементах кола.

2.2.4 Для кожної з трьох схем скласти характеристичне рівняння і визначити сталі часу τ_1 , τ_2 , τ_3 . Якщо корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені, то необхідно для сталої часу взяти $\tau = \frac{T}{8}$ (T – період коливального перехідного процесу); якщо корені характеристичного рівняння дійсні й різні, то сталу часу визначають в такий спосіб: $\tau = \frac{1}{|p_{\min}|}$ ($|p_{\min}|$ – мінімальне за модулем значення кореня характеристичного рівняння).

2.3 Робоче завдання до другої частини РГР № 2

2.3.1 Визначити миттєві значення струмів усіх віток кола та миттєві значення напруг на реактивних елементах при послідовному замиканні трьох ключів за допомогою класичного методу.

2.3.2 Визначити миттєве значення струму другої вітки кола $i_2(t)$ при замиканні третього ключа операторним методом та порівняти його зі струмом $i_2(t)$, який знайдено за допомогою класичного методу.

2.3.3 Побудувати графік миттєвого значення струму $i_1(t)$ в перехідному режимі при послідовному замиканні трьох ключів. Для побудови графіка треба обчислити значення струму відповідно за трьома отриманими рівняннями $i_1(t)$ з класичного методу (п. 2.3.1) для моментів часу:

$$0; 0,25 \cdot \tau_1; 0,5 \cdot \tau_1; 0,75 \cdot \tau_1; \tau_1.$$

$$0; 0,25 \cdot \tau_2; 0,5 \cdot \tau_2; 0,75 \cdot \tau_2; \tau_2.$$

$$0; 0,25 \cdot \tau_3; 0,5 \cdot \tau_3; 0,75 \cdot \tau_3; \tau_3.$$

Приклад оформлення титульного аркушу див. на стор. 7. Приклади розрахунку (пункти 2.4 та 2.5) наведені нижче.

Необхідно відмітити важливий нюанс: при визначенні миттєвих значень струмів та напруг фазовий зсув найбільш доцільно визначати в радіанах, тому що при побудові графіків залежностей у відповідні аналітичні вирази вводиться час у секундах (див. п. 2.3.3 робочого завдання). В такому випадку фазовий зсув може бути тільки в радіанах. До речі, якщо проводити побудову будь-якої тригонометричної часової залежності $f(t)$ за допомогою ЕОМ (за допомогою, наприклад, програм MS Excel або MathCad), то по умовчанняю програма "розуміє" аргумент функції в радіанах.

Вихідні дані для розрахунку

Таблиця 2.1 – Вихідні дані, що залежать від номера групи

Параметри кола	Факультет електропостачання та освітлення міст							Факультет електричного транспорту						
	Номери груп							Номери груп						
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
<i>E, В</i>	100	200	300	400	500	600	700	100	200	300	400	500	600	700
<i>L, мГ</i>	100	200	300	400	500	600	700	100	200	300	400	500	600	700

Таблиця 2.2 – Вихідні дані, що залежать від номера варіанта

Варіант	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$C, \text{мкФ}$													
				Факультет електропостачання та освітлення міст							Факультет електричного транспорту						
				Номери груп							Номери груп						
				<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
1	2	3	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
<i>1</i>	25	25	25	40	50	60	70	80	85	95	90	100	110	120	130	140	150
<i>2</i>	25	25	25	50	60	70	80	90	95	105	100	110	120	130	140	150	160
<i>3</i>	25	25	25	60	70	80	90	100	105	115	110	120	130	140	150	160	170
<i>4</i>	25	25	25	70	80	90	100	110	115	125	120	130	140	150	160	170	180
<i>5</i>	25	25	25	80	90	100	110	120	125	135	130	140	150	160	170	180	190
<i>6</i>	25	25	25	90	100	110	120	130	135	145	140	150	160	170	180	190	200
<i>7</i>	50	50	50	100	110	120	130	140	145	155	150	160	170	180	190	200	210
<i>8</i>	0	50	50	110	120	130	140	150	155	165	160	170	180	190	200	210	220
<i>9</i>	50	50	0	120	130	140	150	160	165	175	170	180	190	200	210	220	230
<i>10</i>	25	0	25	130	140	150	160	170	175	185	180	190	200	210	220	230	240

Продовження табл. 2.2

1	2	3	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
11	25	0	25	140	150	160	170	180	185	195	190	200	210	220	230	240	250
12	50	50	0	150	160	170	180	190	195	205	200	210	220	230	240	250	260
13	0	50	50	160	170	180	190	200	205	215	210	220	230	240	250	260	270
14	50	50	0	170	180	190	200	210	215	225	220	230	240	250	260	270	280
15	25	0	25	180	190	200	210	220	225	235	230	240	250	260	270	280	290
16	25	0	25	190	200	210	220	230	235	245	240	250	260	270	280	290	300
17	45	45	45	200	210	220	230	240	245	255	250	260	270	280	290	300	310
18	50	50	50	210	220	230	240	250	255	265	260	270	280	290	300	310	320
19	50	0	0	220	230	240	250	260	265	275	270	280	290	300	310	320	330
20	0	0	50	230	240	250	260	270	275	285	280	290	300	310	320	330	340
21	50	0	0	240	250	260	270	280	285	295	290	300	310	320	330	340	350
22	0	0	50	250	260	270	280	290	295	305	300	310	320	330	340	350	360
23	50	50	0	260	270	280	290	300	305	315	310	320	330	340	350	360	370
24	0	50	50	270	280	290	300	310	315	325	320	330	340	350	360	370	380
25	20	6	30	280	290	300	310	320	325	335	330	340	350	360	370	380	390
26	20	6	30	290	300	310	320	330	335	345	340	350	360	370	380	390	400
27	20	20	10	300	310	320	330	340	345	355	350	360	370	380	390	400	410
28	40	40	40	400	410	420	430	440	445	455	450	460	470	480	490	500	510
29	40	40	40	410	420	430	440	450	455	465	460	470	480	490	500	510	520
30	40	40	40	420	430	440	450	460	465	475	470	480	490	500	510	520	530
31	10	10	10	550	560	570	580	590	595	605	600	610	620	630	640	650	660
32	20	0	20	310	320	330	340	350	355	365	360	370	380	390	400	410	420
33	0	20	20	320	330	340	350	360	365	375	370	380	390	400	410	420	430
34	20	20	20	330	340	350	360	370	375	385	380	390	400	410	420	430	440
35	30	30	30	350	360	370	380	390	395	405	400	410	420	430	440	450	460
36	30	30	0	360	370	380	390	400	405	415	410	420	430	440	450	460	470

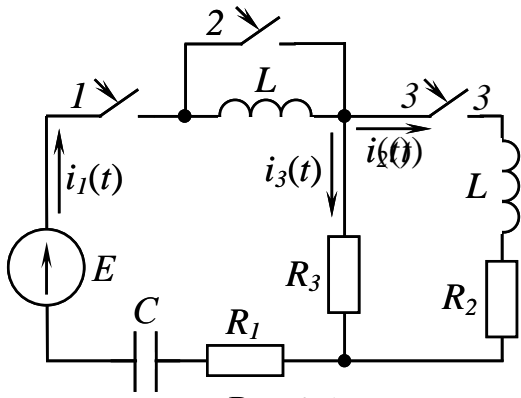


Рис.2.1

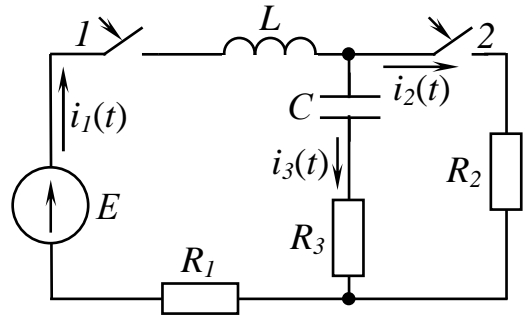


Рис. 2.5

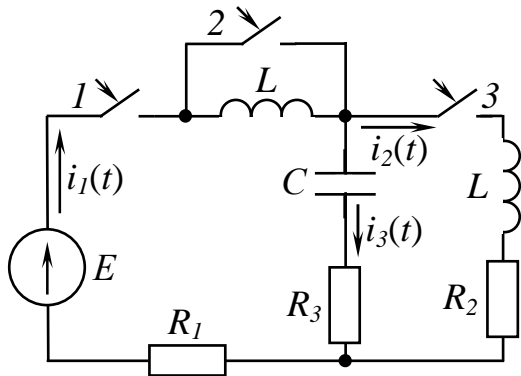


Рис. 2.2

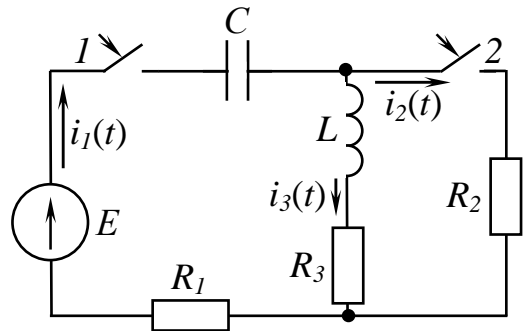


Рис. 2.6

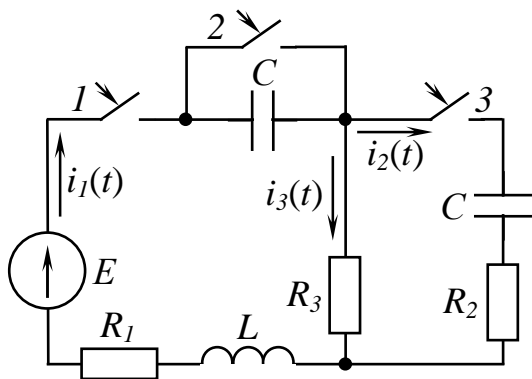


Рис. 2.3

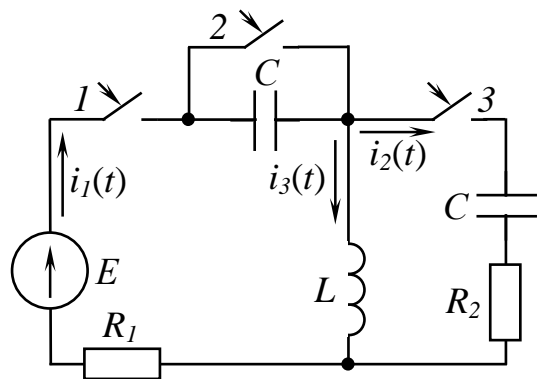


Рис. 2.7

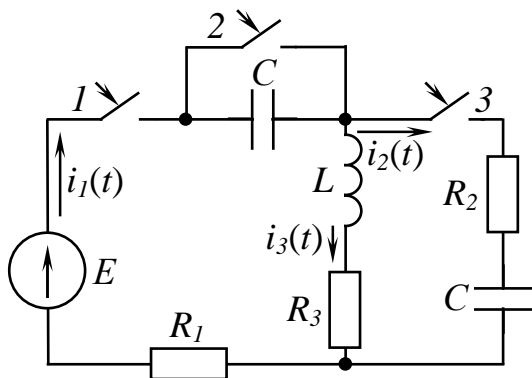


Рис. 2.4

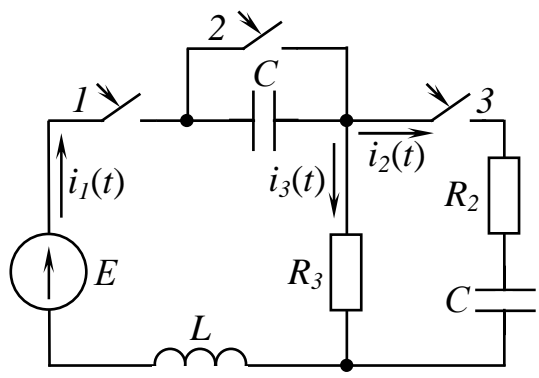


Рис. 2.8

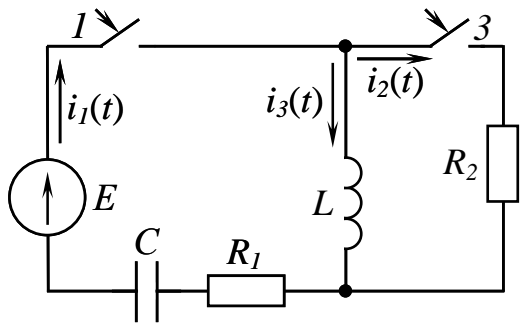


Рис. 2.9

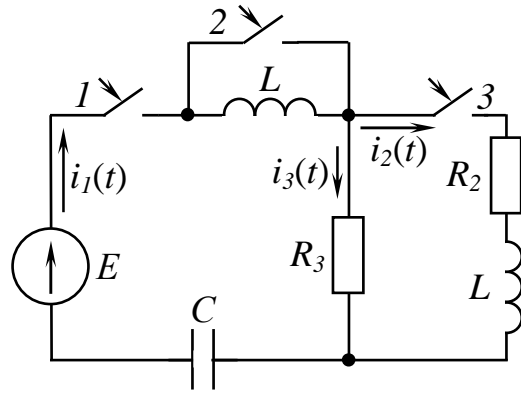


Рис. 2.13

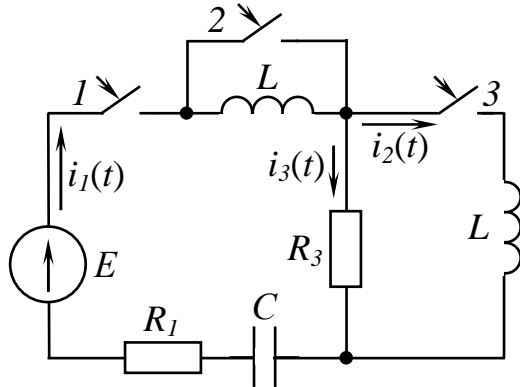


Рис. 2.10

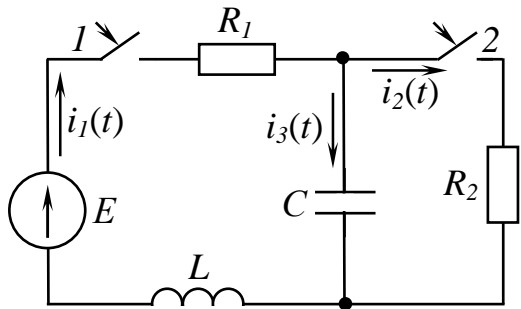


Рис. 2.14

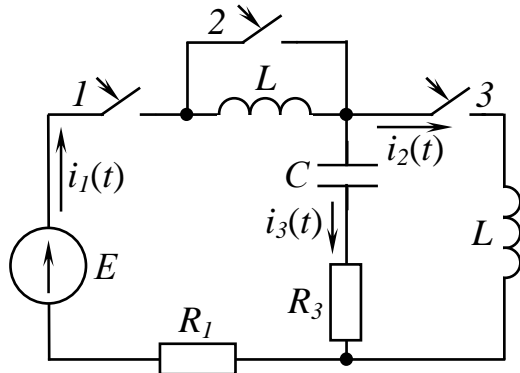


Рис. 2.11

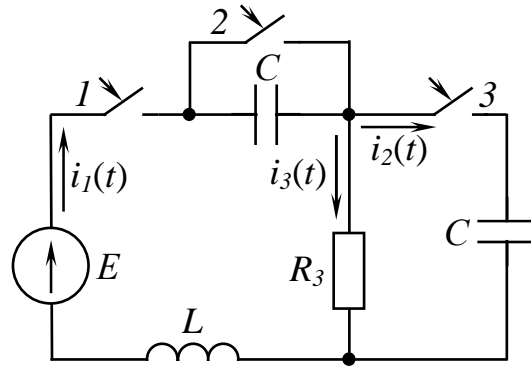


Рис. 2.15

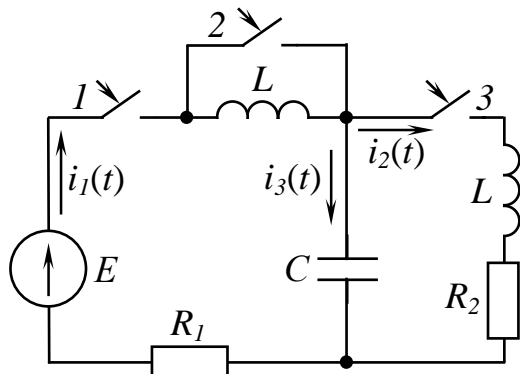


Рис. 2.12

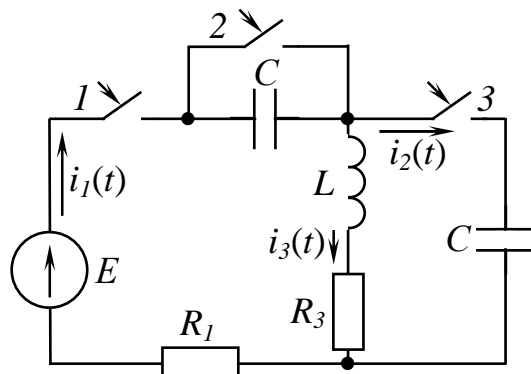


Рис. 2.16

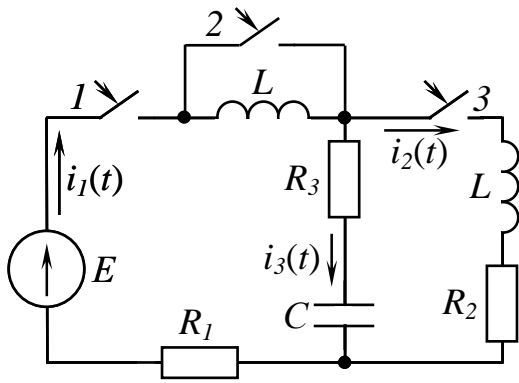


Рис. 2.17

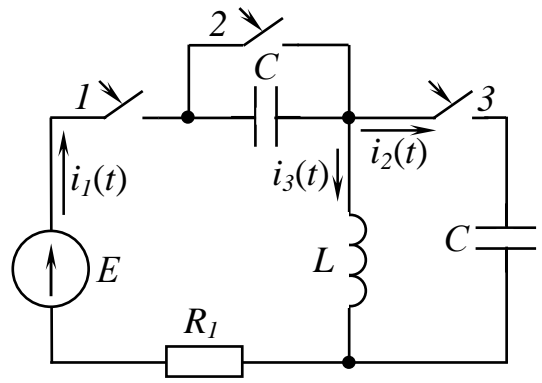


Рис. 2.21

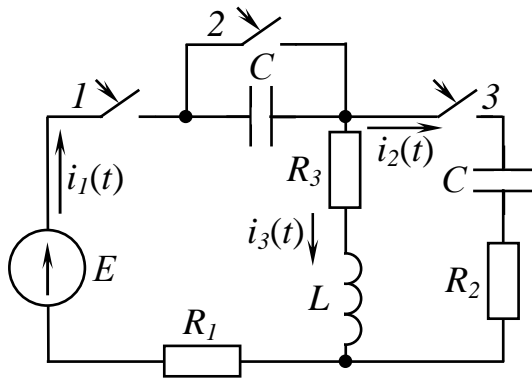


Рис. 2.18

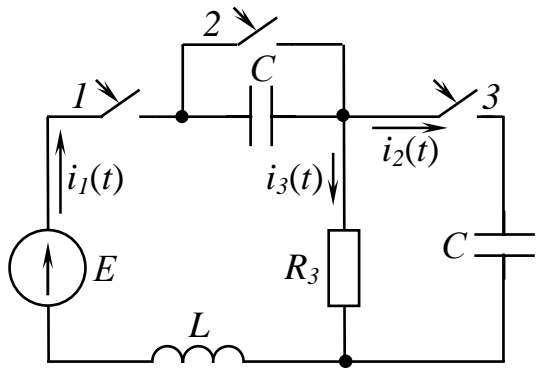


Рис. 2.22

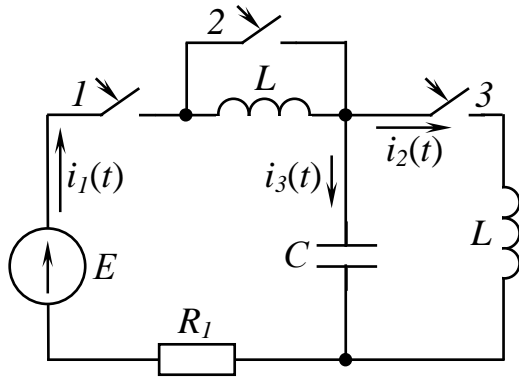


Рис. 2.19

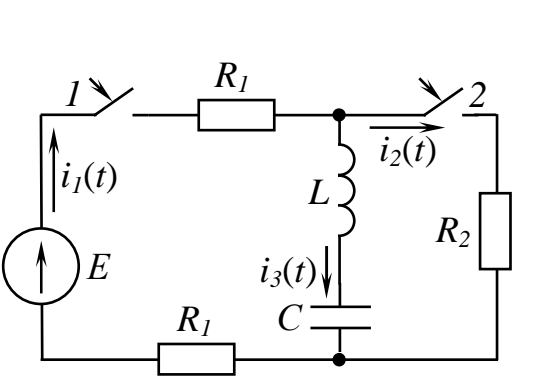


Рис. 2.23

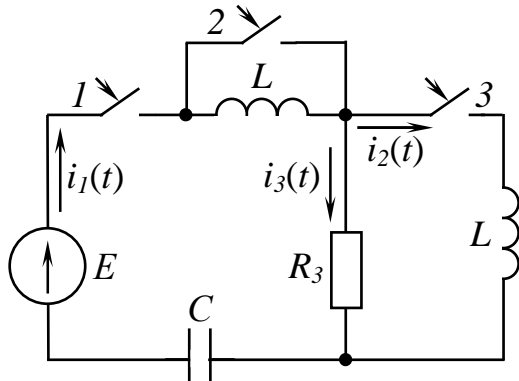


Рис. 2.20

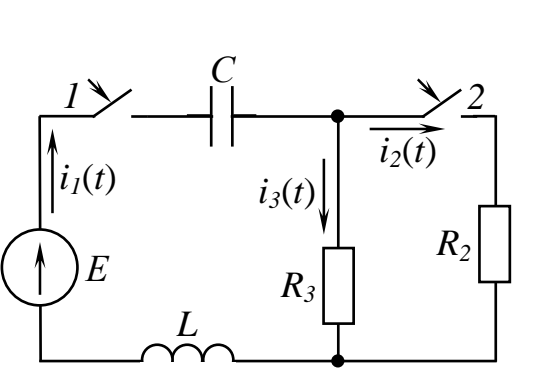


Рис. 2.24

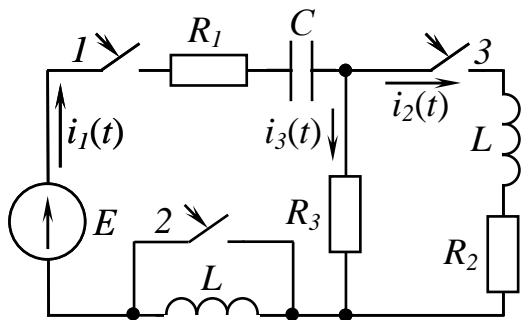


Рис. 2.25

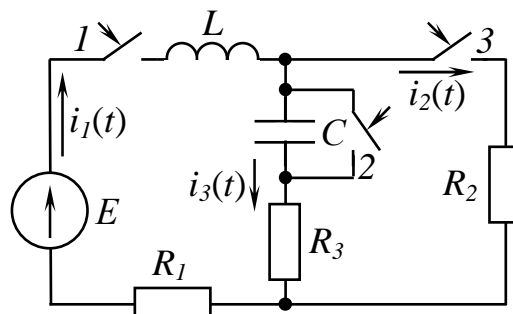


Рис. 2.29

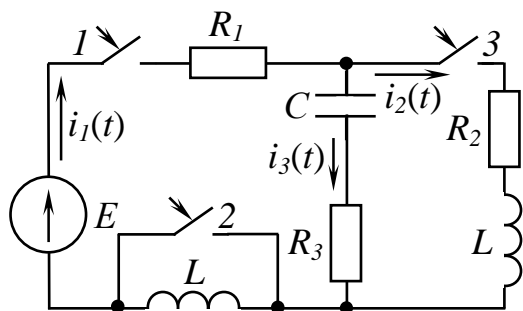


Рис. 2.26

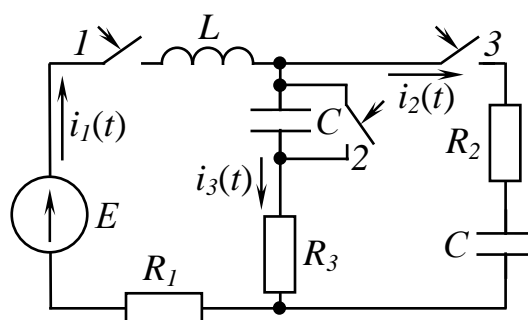


Рис. 2.30

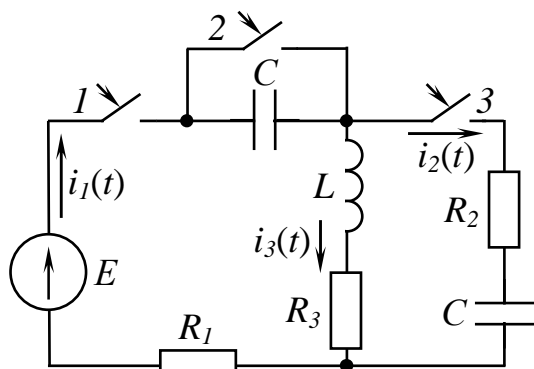


Рис. 2.27

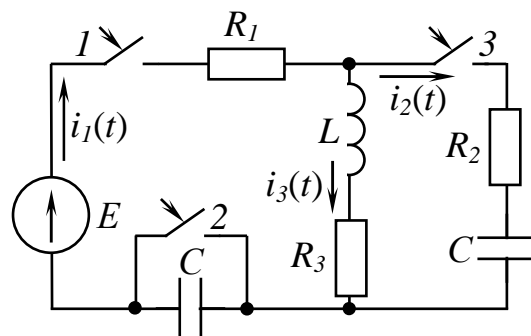


Рис. 2.31

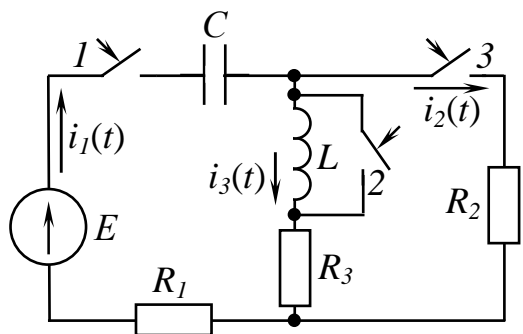


Рис. 2.28

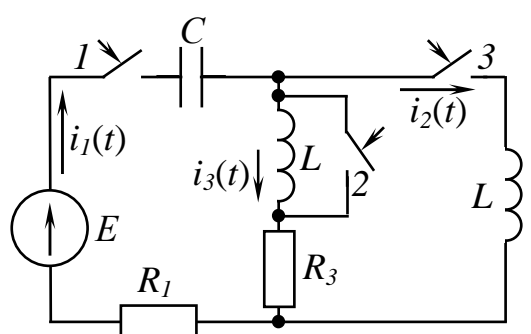


Рис. 2.32

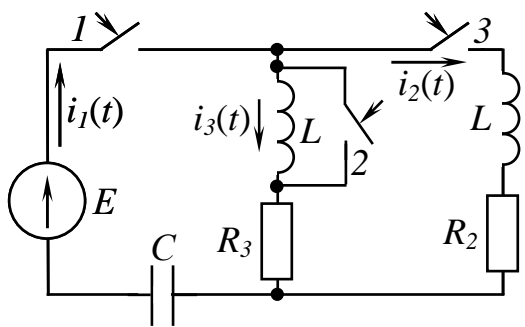


Рис. 2.33

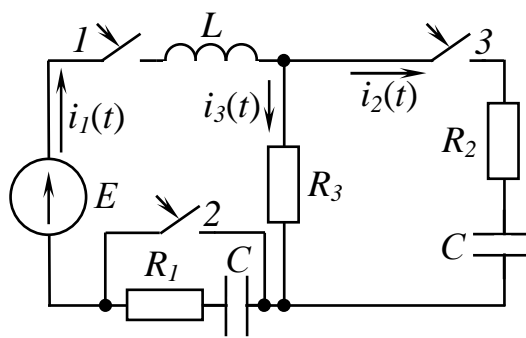


Рис. 2.35

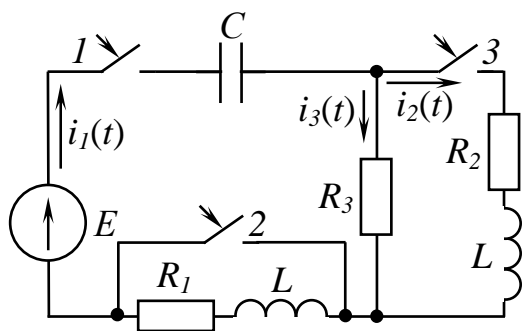


Рис. 2.34

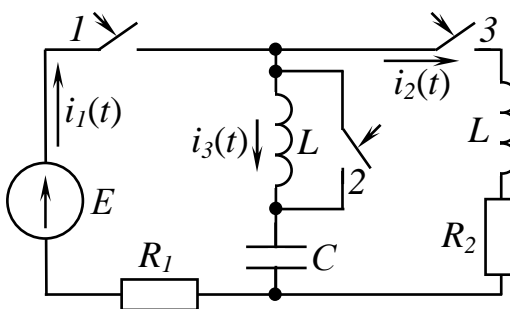


Рис. 2.36

2.4 ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ №1

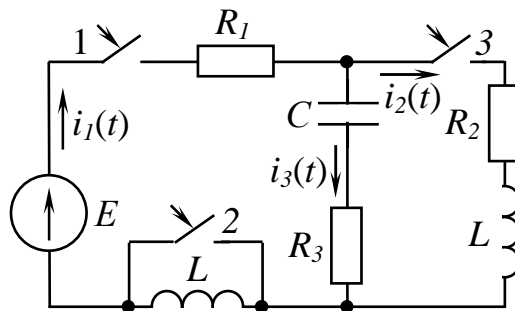
РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР-2, частина 2

1. Визначити миттєві значення струмів усіх віток кола та миттєві значення напруг на реактивних елементах при послідовному замиканні трьох ключів за допомогою класичного методу.

2. Визначити миттєве значення струму другої вітки кола $i_2(t)$ при замиканні третього ключа операторним методом.

3. Побудувати графік миттєвого значення струму $i_1(t)$ в перехідному режимі при послідовному замиканні трьох ключів для моментів часу $0, 0,25 \cdot \tau_1, 0,5 \cdot \tau_1, 0,75 \cdot \tau_1, \tau_1; 0, 0,25 \cdot \tau_2, 0,5 \cdot \tau_2, 0,75 \cdot \tau_2, \tau_2; 0, 0,25 \cdot \tau_3, 0,5 \cdot \tau_3, 0,75 \cdot \tau_3, \tau_3$.

Розрахункова схема (варіант № ...)



Вихідні дані:

$$E = 600 \text{ В};$$

$$L = 600 \text{ мГ};$$

$$C = 340 \text{ мкФ};$$

$$R_1 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 6 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 30 \text{ Ом}.$$

Рис. 2.37

Виконання

2.4.1 Розрахунок перехідного процесу при замиканні першого ключа (рис. 2.38).

Струми віток та напруги на окремих ділянках кола при перехідному процесі необхідно знаходити у вигляді: $f(t) = f_e(t) + f_{np}$.

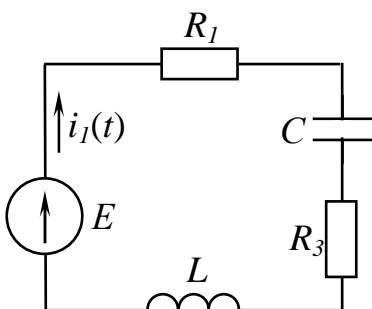


Рис. 2.38

Тут маємо:

1) $f_e(t)$ – вільна складова функції струму або напруги, що залежить від ступеня і коренів характеристичного рівняння (параметрів кола) і, власне, характеризує перехідний процес;

2) f_{np} – примусова складова функції струму або напруги, що характеризує коло після закінчення перехідного процесу (в даному випадку досліджуване коло є

колом постійного струму, в якому індуктивність є провідником з нескінченно малим опором, а ємність є нескінченно великим опором, тобто розрив у відповідній вітці).

Незалежні початкові умови (за законами комутації):

$$u_C(0) = 0 \text{ В}; \quad i_1(0) = 0 \text{ А}.$$

Для визначення залежної початкової умови ($u_L(0)$) складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа для моменту часу $t = 0$:

$$i_1(0) \cdot (R_1 + R_3) + u_C(0) + u_L(0) = E \Rightarrow u_L(0) = E \text{ В}.$$

Примусові складові функцій $u_C(t)$, $i(t)$, $u_L(t)$ ($t \rightarrow \infty$):

$$u_{cnp} = E = 600 \text{ В} \quad i_{1np} = 0 \text{ А (розрив кола на конденсаторі); } u_{Lnp} = 0 \text{ В}.$$

Для визначення виду вільних складових функцій $u_C(t)$, $i(t)$, $u_L(t)$ складаємо і вирішуємо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} + L \cdot p = 0; \quad L \cdot C \cdot p^2 + (R_1 + R_3) \cdot C \cdot p + 1 = 0.$$

$$p^2 + \frac{(R_1 + R_3)}{L} \cdot p + \frac{1}{L \cdot C} = 0; \quad p^2 + 83,3 \cdot p + 4902 = 0.$$

Дискримінант квадратного рівняння має від'ємне значення, тому корені комплексно-спряжені: $p_{1,2} = (-41,7 \pm j \cdot 56,3) \text{ с}^{-1}$.

Напруга на ємності $u_C(t)$ з урахуванням вигляду коренів характеристичного рівняння у загальному вигляді:

$$u_C(t) = u_{cnp} + u_{cv}(t) = E + A \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin(56,3 \cdot t + \alpha) = 600 + A \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin(56,3 \cdot t + \alpha)$$

де A і α – постійні інтегрування, що залежать від початкових умов, а їх кількість дорівнює ступеню характеристичного рівняння.

Для знаходження A і α використовуємо незалежні початкові умови. Маємо при $t = 0$:

$$u_C(0) = A \cdot \sin \alpha + 600 = 0. \tag{1}$$

З іншого боку:

$$i_C(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = C \cdot A \cdot e^{-41,7t} \cdot [-41,7 \cdot \sin(56,3 \cdot t + \alpha) + 56,3 \cdot \cos(56,3 \cdot t + \alpha)]. \tag{2}$$

Якщо $t = 0$, то

$$i_1(0) = C \cdot A \cdot [-41,7 \cdot \sin \alpha + 56,3 \cdot \cos \alpha] = 0. \tag{3}$$

Маємо систему двох рівнянь (1) та (3), з якої знаходимо A і α :

$$\begin{cases} A \cdot \sin \alpha + 600 = 0 \\ A \cdot [-41,7 \cdot \sin \alpha + 56,3 \cdot \cos \alpha] = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} A \cdot \sin \alpha = -600 \\ -600 \cdot (-41,7) + A \cdot 56,3 \cdot \cos \alpha = 0, \end{cases} \begin{cases} A \cdot \sin \alpha = -600 \\ A \cdot \cos \alpha = \frac{-25020}{56,3} = -444,41, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = \frac{-600}{-444,41} = 1,3501 \\ A = \frac{-600}{\sin \alpha}, \end{cases} \begin{cases} \alpha = \operatorname{arctg} 1,3501 = 53,47^\circ = 0,93 \text{ рад.} \\ A = \frac{-600}{\sin \alpha} = -746,7 \text{ В.} \end{cases}$$

Таким чином:

$$\underline{u_C(t) = 600 - 746,7 \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin(56,3 \cdot t + 0,93) \text{ В.}}$$

Спростимо вираз (2) для $i_1(t)$ з урахуванням визначених A і α , використовуючи тригонометричну формулу:

$$D \cdot \sin \lambda \pm F \cdot \cos \lambda = \sqrt{D^2 + F^2} \cdot \sin(\lambda \pm \operatorname{arctg} F/D).$$

У даному випадку:

$$i_1(t) = C \cdot A \cdot (-1) \cdot \sqrt{41,7^2 + 56,3^2} \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin\left(56,3 \cdot t + 0,93 - \operatorname{arctg} \frac{56,3}{41,7}\right).$$

Остаточно маємо:

$$\underline{i_1(t) = 17,8 \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin 56,3 \cdot t, \text{ А.}}$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу, що залежить від коренів характеристичного рівняння:

$$\tau_1 = \frac{T_0}{8} = \frac{2 \cdot \pi}{8 \cdot \omega} = \frac{6,28}{8 \cdot 56,3} = 0,0139 \text{ с} = 13,9 \text{ мс.}$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку зведемо у таблицю 2.3:

Таблиця 2.3 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$

$t, \text{ с}$	0	$0,25 \cdot \tau_1$	$0,5 \cdot \tau_1$	$0,75 \cdot \tau_1$	τ_1
$i_1(t), \text{ А}$	0	3	5,1	6,4	7

2.4.2 Розрахунок перехідного процесу при замиканні другого ключа (рис. 2.39)

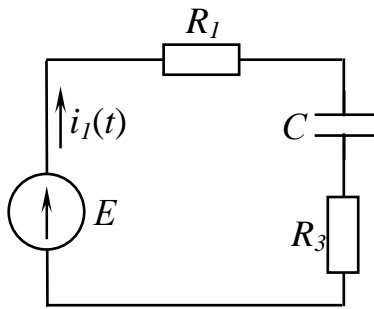


Рис. 2.39

Визначимо незалежні початкові умови:

$$u_c(0) = u_c(\tau_1) = 186 \text{ В.}$$

Складемо і вирішимо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} = 0;$$

$$p = -\frac{1}{(R_1 + R_3) \cdot C} = -58,8 \text{ 1/c.}$$

Запишемо вираз для напруги $u_c(t)$ з урахуванням вигляду коренів характеристичного рівняння у загальному вигляді:

$$u_c(t) = u_{cv}(t) + u_{cnp} = A \cdot e^{-58,8t} + u_{cnp}.$$

Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$):

$$u_{cnp} = E = 600 \text{ В; } \quad i_{1np} = 0 \text{ А (розрив кола на конденсаторі).}$$

За допомогою незалежних початкових умов визначимо постійну інтегрування A . Маємо при $t = 0$:

$$u_c(0) = A + 600 = 186; \quad A = 186 - 600 = -414 \text{ В.}$$

Для знаходження $i_1(t)$ використовуємо диференціальну форму:

$$i_c(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} = C \cdot A \cdot (-58,8) \cdot e^{-58,8t}.$$

Остаточно маємо:

$$\underline{u_c(t) = 600 - 414 \cdot e^{-58,8t}, \text{ В; } \quad i_1(t) = 8,3 \cdot e^{-58,8t}, \text{ А.}}$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу:

$$\tau_2 = \frac{1}{|p|} = \frac{1}{58,8} = 0,017 \text{ с} = 17 \text{ мс.}$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку зведемо у таблицю 2.4:

Таблиця 2.4 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$

$t, \text{ с}$	0	$0,25 \cdot \tau_2$	$0,5 \cdot \tau_2$	$0,75 \cdot \tau_2$	τ_2
$i_1(t), \text{ А}$	8,3	6,5	5	3,9	3,1

2.4.3 Розрахунок перехідного процесу при замиканні третього ключа (рис. 2.40)

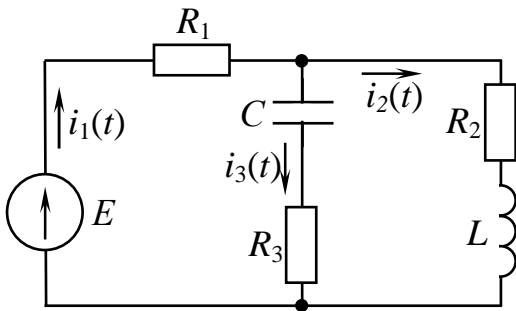


Рис. 2.40

Визначимо незалежні початкові умови: $u_C(0) = u_C(\tau_2) = 447,7 \text{ В}$; $i_2(0) = 0 \text{ А}$.

Складемо й вирішимо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + \frac{\left(\frac{1}{C \cdot p} + R_3\right) \cdot (R_2 + L \cdot p)}{\frac{1}{C \cdot p} + R_3 + R_2 + L \cdot p} = 0.$$

Після математичних перетворень маємо:

$$p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{(R_1 + R_2)}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} = 0;$$

$$p^2 + 88,8 \cdot p + 2549 = 0.$$

Дискримінант квадратного рівняння має від'ємне значення, тому корені комплексно-спряжені:

$$p_{1,2} = (-44,4 \pm j \cdot 24,1) \frac{1}{C}.$$

Знайдемо залежні початкові умови (за законами Кірхгофа для моменту часу $t = 0$):

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0 \\ i_1(0) \cdot R_1 + u_C(0) + i_3(0) \cdot R_3 = E \\ i_1(0) \cdot R_1 + u_L(0) + i_2(0) \cdot R_2 = E \end{cases} \Rightarrow i_1(0) = i_3(0) = 3,05 \text{ А}; u_L(0) = 539 \text{ В}.$$

У першу чергу (за аналогією з розрахунком перехідного процесу при замиканні першого ключа) знайдемо струм $i_3(t)$ і напругу $u_C(t)$.

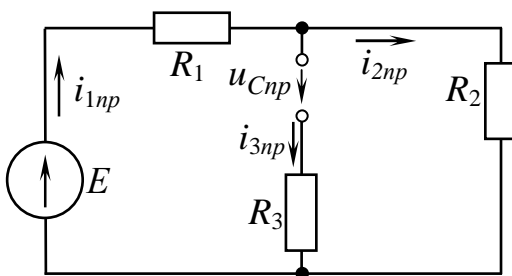


Рис. 2.41

Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$, рис. 2.41):

$$i_{2np} = \frac{E_2}{R_1 + R_2} = 23,08 \text{ А};$$

$$u_{Cnp} = i_{2np} \cdot R_2 = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{600}{20 + 6} \cdot 6 = 138,5 \text{ В};$$

$$i_{3np} = 0 \text{ А}; u_{Lnp} = 0 \text{ В}.$$

Маємо в загальному вигляді (використовуючи диференціальну форму):

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{Cnp} + u_{C\epsilon}(t) = 138,5 + A \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + \alpha) \\ i_3(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = C \cdot A \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot [-44,4 \cdot \sin(24,1 \cdot t + \alpha) + 24,1 \cdot \cos(24,1 \cdot t + \alpha)] \end{cases}$$

В момент часу $t = 0$:

$$\begin{cases} u_C(0) = 138,5 + A \cdot \sin \alpha = 447,7 \\ i_3(0) = C \cdot A \cdot [-44,4 \cdot \sin \alpha + 24,1 \cdot \cos \alpha] = 3,05 \end{cases}$$

Звідки: $A = 992,9$ В, $\alpha = 0,32$ рад.

Спростивши вираз для $i_3(t)$, остаточно маємо:

$$u_C(t) = 138,5 + 992,9 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 0,32), \text{ В};$$

$$i_3(t) = 17,1 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 2,96), \text{ А}.$$

Для визначення струму $i_2(t)$, як і в попередньому випадку, скористуємося диференційною формою для $u_L(t)$, а саме - $u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$. Тоді маємо:

$$\begin{cases} i_2(t) = i_{2np} + i_{2\epsilon}(t) = 23,1 + B \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + \beta) \\ u_L(t) = L \cdot B \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot [-44,4 \cdot \sin(24,1 \cdot t + \beta) + 24,1 \cdot \cos(24,1 \cdot t + \beta)] \end{cases}$$

З урахуванням початкових умов:

$$\begin{cases} i_2(0) = 0 = 23,1 + B \cdot \sin \beta \\ u_L(0) = 539 = L \cdot B \cdot [-44,4 \cdot \sin \beta + 24,1 \cdot \cos \beta] \end{cases} \Rightarrow \beta = 1,35 \text{ рад}, B = -23,7 \text{ А}.$$

Остаточно:

$$i_2(t) = 23,1 - 23,7 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 1,35), \text{ А}.$$

Струм $i_1(t)$ знайдемо за першим законом Кірхгофа для миттєвих значень:

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) = 23,1 - 23,7 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 1,35) + 17,1 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 2,96) = 23,1 + e^{-44,4 \cdot t} \cdot [S],$$

$$\text{де } [S] = -23,7 \cdot \sin(24,1 \cdot t + 1,35) + 17,1 \cdot \sin(24,1 \cdot t + 2,96) = 17,1 \angle 2,96 - 23,7 \angle 1,35 = -16,819 + j \cdot 3,088 - 5,19 - j \cdot 23,125 = 29,8 \angle -2,4.$$

Остаточно маємо:

$$i_1(t) = 23,1 + 29,8 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t - 2,4), \text{ А}.$$

Постійна часу перехідного процесу: $\tau_3 = \frac{T_0}{8} = \frac{2 \cdot \pi}{8 \cdot \omega} = 0,0326 \text{ с} = 32,6 \text{ мс}$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку зведемо у таблицю 2.5:

Таблиця 2.5 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$

t, c	0	$0,25 \cdot \tau_3$	$0,5 \cdot \tau_3$	$0,75 \cdot \tau_3$	τ_3
$i_1(t), A$	3,05	6,4	10	13,3	16,1

2.4.4 Розрахунок струму $i_2(t)$ операторним методом

Маємо операторну схему заміщення (рис. 2.42)

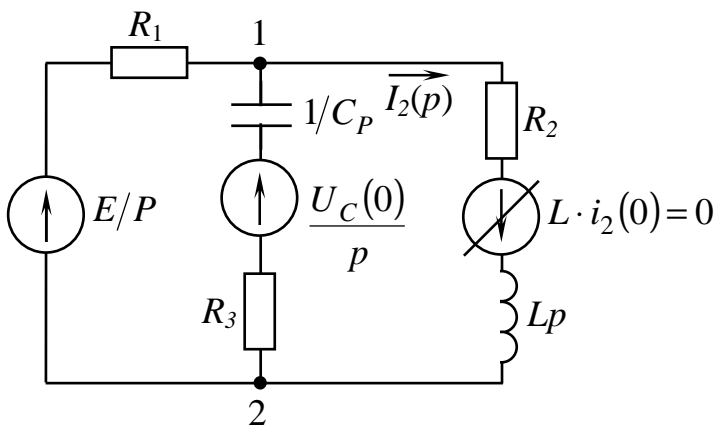


Рис. 2.42

$$u_c(0) = u_c(\tau_2) = 447,7 \text{ В};$$

$i_2(0) = 0 \text{ А}$ (див. класичний метод).

Струм $I_2(p)$ можна визначити за допомогою будь-якого методу розрахунку складних електричних кіл, але тут найбільш доцільно використовувати метод двох вузлів.

Операторна напруга між вузлами 1 і 2:

$$U_{12}(p) = \frac{\frac{u_c(0)/p}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{E}{p \cdot R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{1}{L \cdot p + R_2}} =$$

$$= \frac{(L \cdot p + R_2) \cdot (C \cdot p \cdot (u_c(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E)}{p \cdot [(C \cdot p \cdot R_3 + 1) \cdot (L \cdot p + R_2) + C \cdot p \cdot R_1 \cdot (L \cdot p + R_2) + R_1 \cdot (C \cdot p \cdot R_3 + 1)]}$$

Струм $I_2(p)$ за законом Ома:

$$I_2(p) = \frac{U_{12}(p)}{L \cdot p + R_2} = \frac{C \cdot p \cdot (u_c(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E}{p \cdot (L \cdot C \cdot (R_1 + R_3) \cdot p^2 + p \cdot [C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L] + (R_1 + R_2))} =$$

$$= \frac{p \cdot \frac{u_c(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3}{L \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{E}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)}}{p \cdot \left(p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{R_1 + R_2}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} \right)}$$

$$\text{Остаточко: } I_2(p) = \frac{p \cdot 898,5 + 58823,5}{p \cdot (p^2 + p \cdot 88,8 + 2549)} = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)}.$$

Знайдемо корені рівняння $F_2(p) = 0$:

$$p_{1,2} = (-44,4 \pm j \cdot 24,1) \text{ c}^{-1}.$$

Корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені, тому оригінал струму шукаємо за теоремою розкладання у вигляді:

$$I_2(p) \div i_2(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + 2 \cdot \text{Re} \frac{F_1(p_1)}{p_1 \cdot F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 t}.$$

$$\begin{aligned} F_1(0) &= 58823,5; & F_1(p_1) &= 898,5 \cdot (-44,4 + j \cdot 24,1) + 58823,5 = \\ F_2(0) &= 2549; \end{aligned}$$

$$= 18930,1 + j \cdot 21653,9 = 28761,8 \cdot e^{j \cdot 0,85}.$$

Знайдемо похідну виразу $F_2(p)$ та підставимо в отриманий вираз корінь $p_1 = -44,4 + j \cdot 24,1 \text{ c}^{-1}$.

$$F_2'(p) = 2 \cdot p + 88,8; \quad F_2'(p_1) = 2 \cdot (-44,4 + j \cdot 24,1) + 88,8 = j \cdot 48,2 = 48,2 \cdot e^{j \cdot 1,57}.$$

Перейдемо до оригіналу струму:

$$\begin{aligned} i_2(t) &= \frac{58823,5}{2549} + 2 \cdot \text{Re} \frac{28761,8 \cdot e^{j \cdot 0,85}}{(-44,4 + j \cdot 24,1) \cdot 48,2 \cdot e^{j \cdot 1,57}} \cdot e^{(-44,4 + j \cdot 24,1)t} = \\ &= 23,1 + 2 \cdot \text{Re} \frac{28761,8 \cdot e^{j \cdot 0,85} \cdot e^{j \cdot 24,1t}}{50,519 \cdot e^{j \cdot 2,644} \cdot 48,2 \cdot e^{j \cdot 1,57}} \cdot e^{-44,4t} = 23,1 + 2 \cdot \text{Re} \frac{28761,8 \cdot e^{j \cdot 0,85} \cdot e^{j \cdot 24,1t}}{2435 \cdot e^{j \cdot 4,214}} \cdot e^{-44,4t} \\ &= 23,1 + 2 \cdot \text{Re} \frac{28761,8 \cdot e^{j \cdot (24,1t + 0,85)}}{2435 \cdot e^{-j \cdot 2,07}} \cdot e^{-44,4t} = 23,1 + 23,62 \cdot e^{-44,4t} \cdot \text{Re} e^{(24,1t + 2,92)}; \end{aligned}$$

$$= 23,1 + 23,62 \cdot e^{-44,4t} \cdot \cos(24,1 \cdot t + 2,92) = \underline{\underline{23,1 - 23,62 \cdot e^{-44,4t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 1,35)}}, \text{ A.}$$

Тут застосовано формули $\cos \alpha = \sin(\alpha - 90)$, $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$.

Таким чином, розрахунок проведено правильно (похибка не перевищує 5 %).

Якщо струм $i_2(t)$ не матиме примусової складової, то теорема розкладання матиме вигляд:

$$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \div i_2(t) = 2 \cdot \text{Re} \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 t}.$$

Якщо корені характеристичного рівняння дійсні й різні, то теорема розкладання матиме вигляд (у першому випадку є примусова складова, а в другому

– примусової складової немає):

$$1) I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} \div i_2(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1) \cdot p_1} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2) \cdot p_2} \cdot e^{p_2 \cdot t};$$

$$2) I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \div i_2(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t}.$$

Слід зазначити, що при переході до оригіналу струму (особливо у випадку, коли струм $i_2(t)$ не має примусової складової), крім теореми розкладання, можна також використовувати формули переходу (див. [1], стор. 266-267, або розділ "Операційне числення" курсу вищої математики). У цьому разі вираз для зображення струму необхідно за допомогою математичних перетворень, тобто розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами (див. курс вищої математики), привести до стандартного вигляду (див. табл. 2.6).

Таблиця 2.6 – Оригінали і зображення функцій, які найбільш поширені в електротехніці ($k \neq 0$)

<i>№ n/n</i>	<i>Оригінал</i>	<i>Зображення</i>	<i>№ n/n</i>	<i>Оригінал</i>	<i>Зображення</i>
1	$k \cdot t^0 = k$	$\frac{k}{p}$	5	$k \cdot t \cdot \sin at$	$k \cdot \frac{2 \cdot p \cdot a}{(p^2 + a^2)^2}$
2	$k \cdot e^{\alpha t}$	$\frac{k}{p - \alpha}$	6	$k \cdot t \cdot \cos at$	$k \cdot \frac{(p^2 - a^2)}{(p^2 + a^2)^2}$
3	$k \cdot \sin at$	$k \cdot \frac{a}{p^2 + a^2}$	7	$k \cdot e^{\alpha t} \cdot \sin \beta t$	$k \cdot \frac{\beta}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$
4	$k \cdot \cos at$	$k \cdot \frac{p}{p^2 + a^2}$	8	$k \cdot e^{\alpha t} \cdot \cos \beta t$	$k \cdot \frac{p - \alpha}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$

Загальний вигляд розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами для різних випадків наведено в таблиці 2.7 (будь-який з коефіцієнтів може дорівнювати нулю).

Таблиця 2.7 – Розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами

примусової складової немає	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{k_1 \cdot p + k_2}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$	корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені.
	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{k_1}{p - p_1} + \frac{k_2}{p - p_2}$	корені характеристичного рівняння дійсні й різні.
є примусова складова	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{k_1}{p} + \frac{k_2 \cdot p + k_3}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$	корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені.
	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{k_1}{p} + \frac{k_2}{p - p_1} + \frac{k_3}{p - p_2}$	корені характеристичного рівняння дійсні й різні.

2.4.5 Побудова графіка струму $i_1(t)$ у функції часу (рис. 2.42)

Згідно з завданням необхідно побудувати графік змінення струму $i_1(t)$ при послідовному замиканні трьох ключів. Таким чином, графік має три ділянки, на кожній з яких струм $i_1(t)$ має власний аналітичний вираз, а саме:

1-а ділянка: $i_1(t) = 17,8 \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin 56,3 \cdot t, \text{ А};$

2-а ділянка: $i_1(t) = 8,3 \cdot e^{-58,8 \cdot t}, \text{ А};$

3-я ділянка: $i_1(t) = 23,1 + 29,8 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t - 2,4), \text{ А}.$

Маємо розрахункові точки для побудови графіка струму $i_1(t)$ (див. табл. 2.8).

Таблиця 2.8 – Побудова графіка струму $i_1(t)$ -

	Струм $i_1(t)$, А		
	1-а ділянка $\tau_1 = 13,9 \text{ мс}$	2-а ділянка $\tau_2 = 17 \text{ мс}$	3-я ділянка $\tau_3 = 32,6 \text{ мс}$
0	0	8,3	3,05
$0,25 \cdot \tau$	3	6,5	6,4
$0,5 \cdot \tau$	5,1	5	10
$0,75 \cdot \tau$	6,4	3,9	13,3
τ	7	3,1	16,1

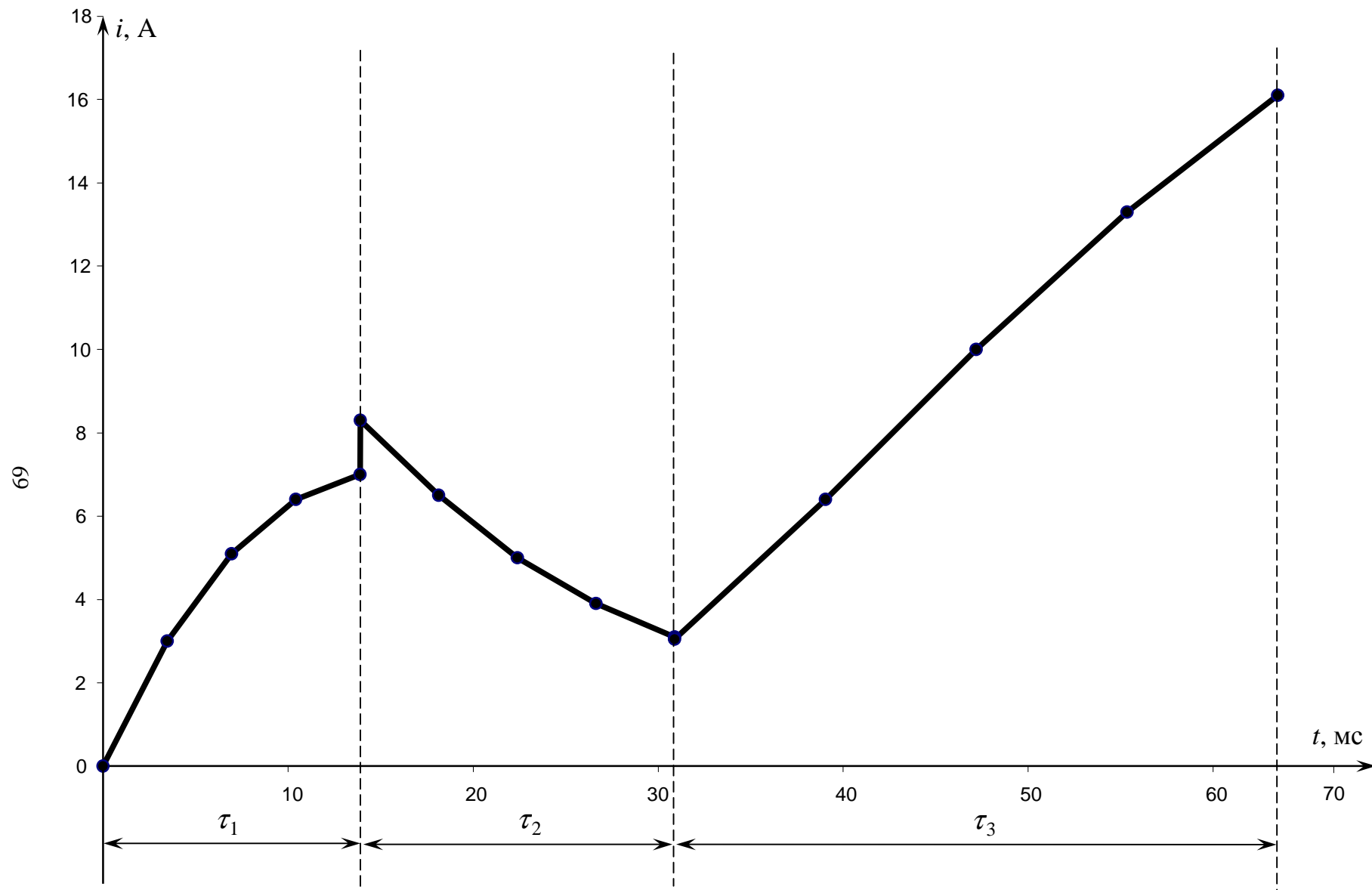


Рис. 2.43

2.5 ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ №2

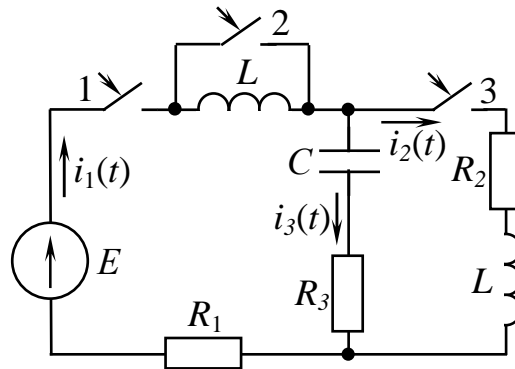
РОБОЧЕ ЗАВДАННЯ ДО РГР-2, частина 2

1. Визначити миттєві значення струмів усіх віток кола та миттєві значення напруг на реактивних елементах при послідовному замиканні трьох ключів за допомогою класичного методу.

2. Визначити миттєве значення струму другої вітки кола $i_2(t)$ при замиканні третього ключа операторним методом.

3. Побудувати графік миттєвого значення струму $i_1(t)$ в перехідному режимі при послідовному замиканні трьох ключів для моментів часу $0, 0,25 \cdot \tau_1, 0,5 \cdot \tau_1, 0,75 \cdot \tau_1, \tau_1; 0, 0,25 \cdot \tau_2, 0,5 \cdot \tau_2, 0,75 \cdot \tau_2, \tau_2; 0, 0,25 \cdot \tau_3, 0,5 \cdot \tau_3, 0,75 \cdot \tau_3, \tau_3$.

Розрахункова схема (варіант № ...)



Вихідні дані:

$E = 500 \text{ В};$
 $L = 500 \text{ мГ};$
 $C = 240 \text{ мкФ};$
 $R_1 = 50 \text{ Ом};$
 $R_2 = 50 \text{ Ом};$
 $R_3 = 50 \text{ Ом}.$

Рис. 2.44

Виконання

2.5.1 Розрахунок перехідного процесу при замиканні першого ключа

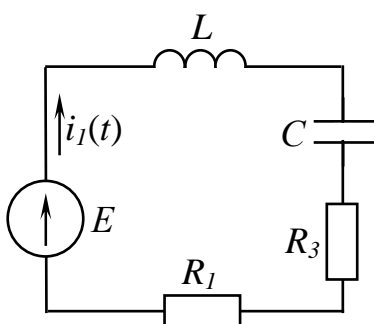


Рис. 2.45

Струми віток та напруги на окремих ділянках кола при перехідному процесі необхідно знаходити у вигляді: $f(t) = f_{\epsilon}(t) + f_{np}$.

Тут маємо:

1) $f_{\epsilon}(t)$ – вільна складова функції струму або напруги, що залежить від ступеня і коренів характеристичного рівняння (параметрів кола) і, власне, характеризує перехідний процес;

2) f_{np} – примусова складова функції струму або напруги, що характеризує коло по закінченню перехідного процесу (в даному випадку досліджуване коло є колом постійного струму, в якому індуктивність є провідником з нескінченно малим опором, а ємність є нескінченно великим опором, тобто розрив у відповідній вітці).

Визначимо незалежні початкові умови (за законами комутації):

$$u_C(0) = 0 \text{ В}; \quad i_1(0) = 0 \text{ А}.$$

Складемо й вирішимо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} + L \cdot p = 0; \quad L \cdot C \cdot p^2 + (R_1 + R_3) \cdot C \cdot p + 1 = 0.$$

$$p^2 + \frac{(R_1 + R_3)}{L} \cdot p + \frac{1}{L \cdot C} = 0; \quad p^2 + 200 \cdot p + 8333 = 0.$$

Дискримінант квадратного рівняння більше нуля, тому маємо два дійсних кореня: $p_1 = -140,8 \text{ с}^{-1}$; $p_2 = -59,2 \text{ с}^{-1}$.

Запишемо вирази для струму $i_1(t)$ і напруги $u_C(t)$ з урахуванням вигляду коренів характеристичного рівняння у загальному вигляді:

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{Cnp} + u_{C\epsilon}(t) = u_{Cnp} + A_1 \cdot e^{-140,8 \cdot t} + A_2 \cdot e^{-59,2 \cdot t} \\ i_1(t) = i_{1np} + i_{1\epsilon}(t) + i_{1np} = i_{1np} + B_1 \cdot e^{-140,8 \cdot t} + B_2 \cdot e^{-59,2 \cdot t} \end{cases}$$

A_1 і A_2 , B_1 і B_2 – постійні інтегрування, що залежать від початкових умов.

Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$):

$$u_{Cnp} = E = 500 \text{ В}; \quad i_{1np} = 0 \text{ А} \quad (\text{розрив вітки}).$$

Для знаходження A і α використовуємо незалежні початкові умови.

У цьому випадку більш зручно (тому що кількість невідомих постійних інтегрування зменшується з чотирьох до двох) користуватися диференційною формою: $i_C(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$. Тоді маємо систему двох рівнянь з двома невідомими (A_1 і A_2):

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{C\epsilon}(t) + u_{Cnp} = 500 + A_1 \cdot e^{-140,8 \cdot t} + A_2 \cdot e^{-59,2 \cdot t} \\ i_1(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = (-140,8) \cdot C \cdot A_1 \cdot e^{-140,8 \cdot t} - 59,2 \cdot C \cdot A_2 \cdot e^{-59,2 \cdot t} \end{cases}$$

Маємо при $t = 0$:

$$\begin{cases} u_C(0) = A_1 + A_2 + 500 = 0 \\ i_1(0) = C \cdot (-140,8 \cdot A_1 - 59,2 \cdot A_2) = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} A_1 + A_2 = -500 \\ 140,8 \cdot A_1 + 59,2 \cdot A_2 = 0 \end{cases}$$

Після розв'язання цієї системи: $A_1 = 362,7 \text{ В}$; $A_2 = -862,7 \text{ В}$.

Спростимо вираз для $i_1(t)$ і остаточно отримаємо:

$$\begin{aligned} u_C(t) &= 500 + 362,7 \cdot e^{-140,8 \cdot t} - 862,7 \cdot e^{-59,2 \cdot t}, \text{ В}; \\ i_1(t) &= 12,3 \cdot e^{-59,2 \cdot t} - 12,3 \cdot e^{-140,8 \cdot t}, \text{ А} \end{aligned}$$

Обчислення постійну часу перехідного процесу, що залежить від коренів характеристичного рівняння:

$$\tau_1 = \frac{1}{|p_{\min}|} = \frac{1}{|-59,2|} = 0,017 \text{ с} = 17 \text{ мс}.$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку зведемо у таблицю 2.9:

Таблиця 2.9 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$

$t, \text{ с}$	0	$0,25 \cdot \tau_1$	$0,5 \cdot \tau_1$	$0,75 \cdot \tau_1$	τ_1
$i_1(t), \text{ А}$	0	2,8	3,72	3,74	3,37

2.5.2 Розрахунок перехідного процесу при замиканні другого ключа (рис. 2.46)

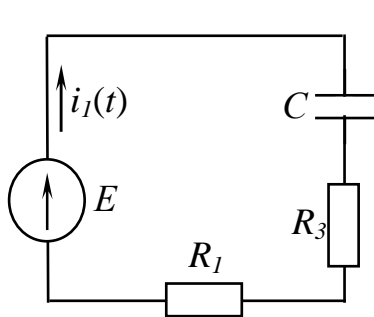


Рис. 2.46

Визначимо незалежні початкові умови:

$$u_C(0) = u_C(\tau_1) = 215,7 \text{ В}.$$

Складемо і вирішимо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} = 0;$$

$$p = -\frac{1}{(R_1 + R_3) \cdot C} = -41,7 \text{ с}^{-1}.$$

Запишемо вираз для напруги $u_C(t)$ з урахуванням вигляду коренів характеристичного рівняння:

$$u_C(t) = u_{Cnp} + u_{Cв}(t) = u_{Cnp} + A \cdot e^{-41,7 \cdot t}.$$

Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$):

$$u_{Cnp} = E = 500 \text{ В}; \quad i_{1np} = 0 \text{ А (розрив кола на конденсаторі)}.$$

За допомогою незалежних початкових умов визначимо постійну інтегрування A . Маємо при $t = 0$: $u_C(0) = A + 500 = 215,7$; $A = 215,7 - 500 = -284,3 \text{ В}$.

Для знаходження $i_1(t)$ використовуємо диференціальну форму:

$$i_C(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}.$$

$$\text{У даному випадку: } i_1(t) = C \cdot A \cdot (-41,7) \cdot e^{-41,7 \cdot t}$$

Остаточно маємо:

$$\underline{u_C(t) = 500 - 284,3 \cdot e^{-41,7 \cdot t}, \text{ В};}$$

$$\underline{i_1(t) = 2,8 \cdot e^{-41,7 \cdot t}, \text{ А}.$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу:

$$\tau_2 = \frac{1}{|p|} = \frac{1}{41,7} = 0,024 \text{ с} = 24 \text{ мс}.$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку зведемо у таблицю 2.10:

Таблиця 2.10 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$

$t, \text{с}$	0	$0,25 \cdot \tau_2$	$0,5 \cdot \tau_2$	$0,75 \cdot \tau_2$	τ_2
$i_1(t), \text{А}$	2,8	2,18	1,7	1,32	1,03

2.5.3 Розрахунок перехідного процесу при замиканні третього ключа

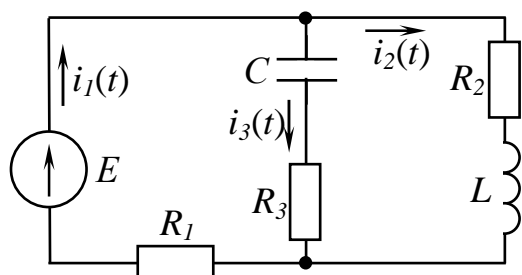


Рис. 2.47

Визначимо незалежні початкові умови:

$$u_C(0) = u_C(\tau_2) = 395,4 \text{ В}; \quad i_2(0) = 0 \text{ А}.$$

Складемо й вирішимо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + \frac{\left(\frac{1}{C \cdot p} + R_3 \right) \cdot (R_2 + L \cdot p)}{\frac{1}{C \cdot p} + R_3 + R_2 + L \cdot p} = 0.$$

Після математичних перетворень:

$$p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{(R_1 + R_2)}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} = 0;$$

$$p^2 + 191,7 \cdot p + 8333 = 0.$$

Дискримінант квадратного рівняння більше нуля, тому маємо два дійсних кореня: $p_1 = -125,1 \text{ с}^{-1}$; $p_2 = -66,6 \text{ с}^{-1}$.

Застосуємо в цьому випадку метод розрахунку за миттєвими значеннями. Цей метод найбільш зручний, якщо корені характеристичного рівняння дійсні та різні. Першочергово необхідно знайти вирази для миттєвих значень напруги на конденсаторі та струму, що протікає через цей конденсатор. Далі записуємо другий закон Кірхгофа для миттєвих значень для контуру, в якому маємо вітку з вищезгаданим конденсатором та вітку, яка містить тільки активний опір. З цього закону отримуємо вираз для миттєвого значення струму вітки, яка містить тільки активний опір. Останнім кроком знаходимо третій струм за першим законом Кірхгофа для миттєвих значень, маючи два раніше знайдених струми. Необхідно відмітити, що цей метод можна застосовувати і при комплексно-спряжених коренях характеристичного рівняння, але в цьому випадку розрахунок складніший, бо

маємо функцію, що містить добуток експоненти та синусоїди. Як діяти в такому випадку знаходження струму $i_2(t)$ – дивись п. 2.4.3.

Розглянемо примусовий режим ($t \rightarrow \infty$, див. рис. 2.41):

$$u_{Cnp} = E - i_{1np} \cdot R_1 = i_{2np} \cdot R_2 = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 250 \text{ В}; \quad i_{3np} = 0 \text{ А};$$

$$i_{1np} = i_{2np} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{500}{50 + 50} = 5 \text{ А}.$$

Знайдемо залежні початкові умови (за законами Кірхгофа для моменту часу $t = 0$) з системи рівнянь:

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0 \\ i_1(0) \cdot R_1 + u_C(0) + i_3(0) \cdot R_3 = E \Rightarrow i_1(0) = i_3(0) = 1,05 \text{ А}; i_2(0) = 0; u_L(0) = 447,5 \text{ В}. \\ i_1(0) \cdot R_1 + u_L(0) + i_2(0) \cdot R_2 = E \end{cases}$$

Знайдемо струм $i_3(t)$ і напругу $u_C(t)$. В загальному вигляді (використовуючи диференціальну форму):

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{Cnp} + u_{C\epsilon}(t) = 250 + A_1 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{-66,6 \cdot t} \\ i_3(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = (-125,1) \cdot C \cdot A_1 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 66,6 \cdot C \cdot A_2 \cdot e^{-66,6 \cdot t} \end{cases}$$

Маємо при $t = 0$:

$$\begin{cases} u_C(0) = A_1 + A_2 + 250 = 395,4 \\ i_1(0) = C \cdot A_1 \cdot (-125,1) + C \cdot A_2 \cdot (-66,6) = 1,05 \end{cases}; \quad \begin{cases} A_1 + A_2 = 145,4 \\ 125,1 \cdot A_1 + 66,6 \cdot A_2 = -4375 \end{cases}$$

Після вирішення цієї системи: $A_1 = -240,3 \text{ В}$; $A_2 = 385,7 \text{ В}$.

Спростимо вираз для $i_3(t)$ і отримаємо остаточно:

$$u_C(t) = 250 + 385,7 \cdot e^{-66,6 \cdot t} - 240,3 \cdot e^{-125,1 \cdot t}, \text{ В};$$

$$i_3(t) = 7,2 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 6,2 \cdot e^{-66,6 \cdot t}, \text{ А}.$$

Знайдемо струм $i_1(t)$, використовуючи другий закон Кірхгофа для миттєвих значень:

$$i_1(t) \cdot R_1 + i_3(t) \cdot R_3 + u_C(t) = E;$$

$$i_1(t) = \frac{E - i_3(t) \cdot R_3 - u_C(t)}{R_1} = 10 - 7,2 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + 6,2 \cdot e^{-66,6 \cdot t} - 7,7 \cdot e^{-66,6 \cdot t} +$$

$$+ 4,8 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 5 \Rightarrow \underline{i_1(t) = 5 - 2,4 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 1,5 \cdot e^{-66,6 \cdot t}, \text{ А}.$$

Знайдемо струм $i_2(t)$, використовуючи перший закон Кірхгофа для миттєвих значень:

$$i_2(t) = i_1(t) - i_3(t) = 5 - 2,4 \cdot e^{-125,1t} - 1,5 \cdot e^{-66,6t} - 7,2 \cdot e^{-125,1t} + 6,2 \cdot e^{-66,6t};$$

$$i_2(t) = 5 - 9,6 \cdot e^{-125,1t} + 4,7 \cdot e^{-66,6t}, \text{ А.}$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу:

$$\tau_1 = \frac{1}{|p_{\min}|} = \frac{1}{|-66,6|} = 0,015 \text{ с} = 15 \text{ мс.}$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку зведемо у таблицю 2.11:

Таблиця 2.11 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$.

$t, \text{ с}$	0	$0,25 \cdot \tau_1$	$0,5 \cdot \tau_1$	$0,75 \cdot \tau_1$	τ_1
$i_1(t), \text{ А}$	1,1	2,46	3,32	3,87	4,23

2.5.4 Розрахунок струму $i_2(t)$ операторним методом

Маємо операторну схему заміщення (див. рис. 2.48)

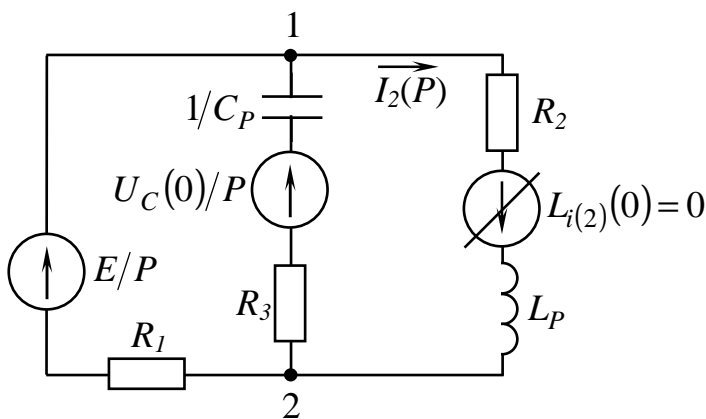


Рис. 2.48

Операторна напруга між вузлами 1 і 2:

$$U_{12}(p) = \frac{\frac{u_C(0)/p}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{E}{p \cdot R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{1}{L \cdot p + R_2}} =$$

$$= \frac{(L \cdot p + R_2) \cdot (C \cdot p \cdot (u_C(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E)}{p \cdot [(C \cdot p \cdot R_3 + 1) \cdot (L \cdot p + R_2) + C \cdot p \cdot R_1 \cdot (L \cdot p + R_2) + R_1 \cdot (C \cdot p \cdot R_3 + 1)]}$$

$$u_C(0) = u_C(\tau_2) = 395,4 \text{ В};$$

$i_2(0) = 0 \text{ А}$ (див. класичний метод).

Струм $I_2(p)$ можна визначити за допомогою будь-якого методу розрахунку складних електричних кіл, але найбільш доцільно використовувати метод двох вузлів.

$$\begin{aligned}
& \text{Струм } I_2(p) \text{ за законом Ома: } I_2(p) = \frac{U_{12}(p)}{L \cdot p + R_2} = \\
& = \frac{C \cdot p \cdot (u_C(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E}{p \cdot (L \cdot C \cdot (R_1 + R_3) \cdot p^2 + p \cdot [C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L] + (R_1 + R_2))} = \\
& = \frac{p \cdot \frac{u_C(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3}{L \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{E}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)}}{p \cdot \left(p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{R_1 + R_2}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} \right)}. \\
I_2(p) &= \frac{p \cdot 891,7 + 41667}{p \cdot (p^2 + p \cdot 191,7 + 8333)} = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{p \cdot 891,7 + 41667}{p \cdot (p + 125,1) \cdot (p + 66,6)}.
\end{aligned}$$

$F_2(p)$ має повторювати характеристичне рівняння. Якщо не повторює, потрібно шукати помилку в математичних перетвореннях для $U_{12}(p)$ і $I_2(p)$ або при складанні операторної схеми заміщення.

Перейдемо до оригіналу струму за допомогою формул переходу (табл. 2.6). Струм $i_2(t)$ має примусову складову, а корені $F_2(p)$ або характеристичного рівняння – дійсні та різні $p_1 = -125,1 \text{ с}^{-1}$; $p_2 = -66,6 \text{ с}^{-1}$.

За таблицею 2.4 вибираємо четвертий рядок:

$$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{k_1}{p} + \frac{k_2}{p - p_1} + \frac{k_3}{p - p_2}.$$

Проведемо розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами:

$$\begin{aligned}
\frac{p \cdot 891,7 + 41667}{p \cdot (p + 125,1) \cdot (p + 66,6)} &= \frac{k_1}{p} + \frac{k_2}{p + 125,1} + \frac{k_3}{p + 66,6}; \\
p \cdot 891,7 + 41667 &= k_1 \cdot (p + 125,1) \cdot (p + 66,6) + k_2 \cdot p \cdot (p + 66,6) + k_3 \cdot p \cdot (p + 125,1).
\end{aligned}$$

$$p_1 = 0, \quad 41667 = 8331,66 \cdot k_1, \quad k_1 = \frac{41667}{8331,66} = 5.$$

$$p_2 = -66,6, \quad -17720,22 = -3896,1 \cdot k_3, \quad k_3 = \frac{-17720,22}{-3896,1} = 4,5.$$

$$p_3 = -125,1, \quad -69884,67 = 7318,35 \cdot k_2, \quad k_2 = \frac{-69884,67}{7318,35} = -9,5.$$

Таким чином, маємо вираз для струму:

$$I_2(p) = \frac{5}{p} + \frac{-9,5}{p + 125,1} + \frac{4,5}{p + 66,6}.$$

Здійснюємо перехід до оригіналу струму (див. табл. 2.6):

$$I_2(p) \div i_2(t) = 5 - 9,5 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + 4,5 \cdot e^{-66,6 \cdot t}, \text{ А.}$$

Таким чином, розрахунок проведено правильно (похибка не перевищує 5

%).

Графік струму $i_1(t)$ наведений на рис. 2.49

2.6 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Дайте визначення перехідних процесів. Сформулюйте закони комутації.
2. Поясніть, як проводять розрахунок перехідних процесів класичним методом?
3. Дайте визначення незалежних та залежних, нульових та ненульових початкових умов.
4. Поясніть порядок складання характеристичного рівняння за методом головного визначника і методом вхідного опору.
5. Поясніть, як визначається ступінь характеристичного рівняння? Вкажіть властивості коренів характеристичного рівняння.
6. Поясніть, який характер має вільний процес при одному корені характеристичного рівняння, при двох комплексно-спряжених коренях, при двох дійсних рівних та двох дійсних нерівних коренях характеристичного рівняння?
7. Поясніть, як визначають постійні інтегрування у класичному методі розрахунку перехідних процесів?
8. Сформулюйте сутність операторного методу. Наведіть формулу перетворення Лапласа.
9. Проаналізуйте, як знаходять зображення постійної величини й показової функції?
10. Проаналізуйте, як знаходять зображення першої похідної і напруги на індуктивності?
11. Проаналізуйте, як знаходять зображення інтегралу та напруги на ємності?
12. Сформулюйте деякі теореми й граничні співвідношення операторного методу.
13. Сформулюйте закони Ома і Кірхгофа в операторній формі.
14. Поясніть, як застосовується формула розкладання для визначення оригіналу струму (напруги) при перехідному процесі операторним методом й наведіть особливості її використання.
15. Поясніть, як проводять розрахунок перехідних процесів операторним методом?

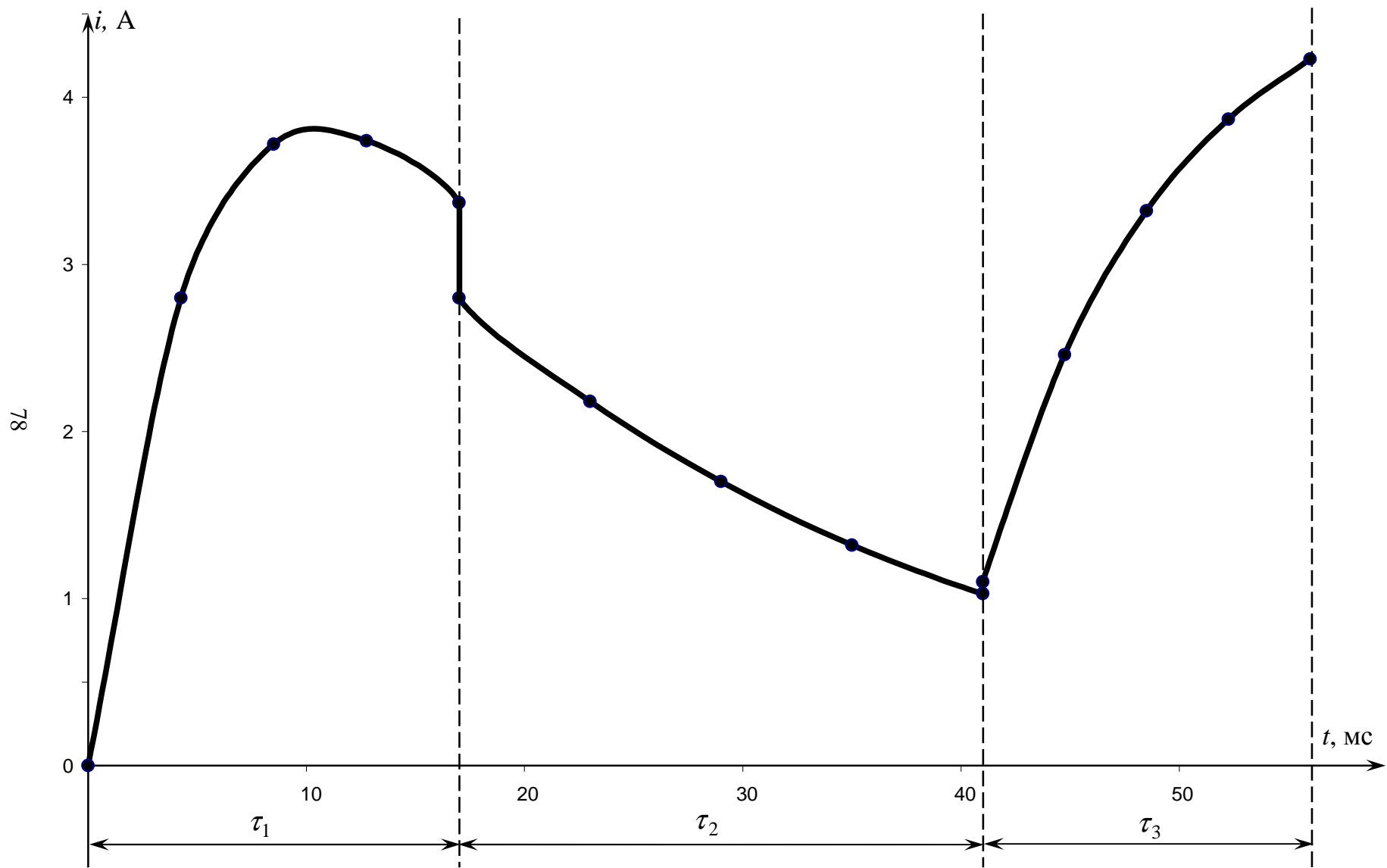


Рис. 2.49

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Рибалко М. П. Теоретичні основи електротехніки. Лінійні електричні кола: підручник / М. П. Рибалко, В. О. Есауленко, В. І. Костенко; Донецьк: Новий світ, 2003. – 513 с.
2. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник / – Л. А. Бессонов; М.: Гардарики, 2002. – 640 с.
3. Шегедін О. І. Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів / О. І. Шегедін, В. С. Маляр; Львів: Новий Світ, 2004. – 168 с.
4. Перхач В. С. Теоретична електротехніка. Лінійні кола / В. С. Перхач; К.: Вища школа, 1992. – 439 с.
5. Зевеке Г. В. Основы теории цепей: Учебник для вузов / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, Н. М. Нетушил, П. И. Страхов; М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
6. Паначевний Б. І. Загальна електротехніка: теорія і практикум: Підручник / Б. І. Паначевний, Ю. Ф. Свергун; К.: Каравела, 2004. – 440 с.
7. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. Учебник / Л. А. Бессонов; М.: Гардарики, 2001 г. – 317 с.
8. Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. 4-е издание, дополненное для самостоятельного изучения курса / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин; Издательство «Питер», 2004 г. (том 1 – 462 с., том 2 – 575 с., том 3 – 376 с.).

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання
розрахунково-графічної роботи
з дисципліни

«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ»

за темами

**«РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ
НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ»,
«РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ
ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ»**

*(для студентів усіх форм навчання напрямів
6.050701– «Електротехніка та електротехнології» і
6.050702 – «Електромеханіка»)*

Укладачі: **ФОРКУН** Яна Борисівна,
САМОШКІН Володимир Петрович,
ТУГАЙ Дмитро Васильович.

Відповідальний за випуск: *Я. Б. Форкун*

Редактор: *З. І. Зайцева*

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

План 2014, поз. 216 М

Підп. до друку 11.06. 2014 р.
Друк на ризографі.
Зам. №

Формат 60 x 84/16
Ум. друк. арк. 4,7
Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 4705 28.03.2014 р.