

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ**

**для практичних занять, виконання контрольних  
і розрахунково-графічних завдань, самостійної роботи  
з курсу опору матеріалів**

**« Розтяг-стиск »**

*(для студентів 1-2 курсів денної та заочної форм навчання  
за напрямом 6.060101 «Будівництво»  
та слухачів другої вищої освіти спеціальностей:  
7.06010103 «Міське будівництво та господарство»,  
7.06010101 «Промислове та цивільне будівництво»,  
7.06010107 «Теплогазопостачання і вентиляція»)*

Методичні вказівки і завдання для практичних занять, виконання контрольних і розрахунково-графічних завдань, самостійної роботи з курсу опору матеріалів «Розтяг-стиск» (для студентів 1-2 курсів денної та заочної форм навчання за напрямом 6.060101 «Будівництво» та слухачів другої вищої освіти спеціальностей: 7.06010103 «Міське будівництво та господарство», 7.06010101 «Промислове та цивільне будівництво», 7.06010107 «Теплогазопостачання і вентиляція») / Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад. О. О. Чупринін, Н. В. Середя – Х. : ХНУМГ, 2014. – 26 с.

Укладачі: О. О. Чупринін,  
Н. В. Середя,

Рецензент: к.т.н., доц. В. О. Пушня

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,  
протокол № 10 від 30.04.14

## ВСТУП

Опір матеріалів – одна з найважливіших дисциплін, що вивчаються студентами у вищих технічних навчальних закладах.

Користуючись законами теоретичної механіки й відповідним математичним апаратом, опір матеріалів розглядає питання міцності, жорсткості та стійкості машин і споруд.

Ці методичні вказівки призначені для самостійної роботи студентів при підготовці до практичних занять і виконання розрахунково-графічного завдання. Вони містять теоретичні положення і вихідні дані для завдання. Вихідні дані беруть за вказівкою викладача.

Перш ніж приступити до виконання завдання, слід ознайомитися з теоретичним матеріалом, викладеним у цих методичних вказівках та списку літератури.

У роботі прийнята міжнародна система одиниць СІ.

### 1. ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

1. Роботу виконують на аркушах паперу стандартного формату А4.

2. Обкладинку роблять із щільного паперу для креслення. На титульному аркуші вказують назву й номер розрахунково-графічного завдання, найменування дисципліни, прізвище, ім'я та по батькові студента, його шифр, назву факультету, групу, прізвище та ініціали викладача.

3. Розв'язання кожної задачі слід починати із зазначення її номера, назви, переписати повністю умову задачі, числові дані й навести розрахункову схему.

4. Вирішення задачі має супроводжуватись короткими поясненнями, рисунками та ескізами.

5. Креслення і графіки виконують на міліметровому аркуші обов'язково в певному масштабі. На кресленнях треба вказати буквені позначення і числові значення усіх величин, використаних у розрахунках.

6. Вирішуючи задачу, слід спочатку одержати результат в алгебраїчному вигляді, а потім підставити відповідні числові значення. Одержаний в числовому вигляді результат підкреслити й обов'язково вказати одиниці виміру.

### 2. ВИХІДНІ ДАНІ Й ЗАВДАННЯ ДО РОБОТИ

**ЗАДАЧА 1.** Розрахунок статично визначених систем при розтягу-стиску.

Для заданої системи (рис. 1) визначити зусилля у стержнях; підібрати перерізи стержнів, якщо вони виготовлені із сталі  $[\sigma]=160$  МПа. Дані взяти з таблиці 1.













Порядок вирішення задачі.

1. Накреслити розрахункову схему.



















2. При визначенні поздовжніх зусиль у стержнях треба користуватися методом перерізів. Уявно перерізуємо стержень; відкидаємо одну частину, заміняємо дію відкинутої частини внутрішніми силами, складаємо рівняння рівноваги для залишеної частини, на яку діють зовнішні й внутрішні сили. Поздовжнє зусилля вважаємо додатним, коли воно розтягує стержень, і від'ємним, коли стискує його.

3. Розмір перерізу стержня підбирають з умов міцності при розтягу – стиску  $A > N / [\sigma]$ .

Таблиця 1

№ варіанта	a, м	b, м	c, м	d, м	q, кН/м	F, кН	M, кН*м	Переріз
1	2	3	4	5	6	70	8	9
1	2	2	3	2	5	200	30	
2	1	2,5	2	2,5	10	300	40	
3	1,5	3	3	2	20	400	10	
4	2,5	2,5	2	3	30	100	20	
5	3	3	2,5	1	10	250	30	
6	1,5	2	1,5	2,5	20	350	40	
7	1	3	2,5	1	5	150	50	
8	2	2,5	1	1,5	10	200	30	
9	3	2	1,5	2	20	300	20	
10	2,5	3	1	3	5	100	40	
11	3	2	2	2	5	200	20	
12	2	2,5	1	2,5	10	300	30	

Продовження таблиці 1

13	3	2	1,5	3	20	400	40	
14	2	3	2,5	2,5	30	100	10	
15	2,5	1	3	3	10	250	25	
16	1,5	2,5	1,5	2	20	350	35	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
17	2,5	1	1	3	5	150	15	
18	1	1,5	2	2,5	10	200	20	
19	1,5	2	3	2	20	300	30	
20	1	3	2,5	3	5	100	10	
21	3	1	3	2,5	5	200	30	
22	2	2	2	1,5	10	300	40	
23	2,5	1	3	2,5	20	400	10	
24	2	1,5	2	1	30	100	20	
25	3	2,5	2,5	1,5	10	250	30	
26	1	3	1,5	1	20	350	40	
27	2,5	1,5	2,5	2	5	150	50	
28	1	1	1	1	10	200	30	
29	1,5	2	1,5	1,5	20	300	20	
30	2	3	1	2,5	5	100	40	

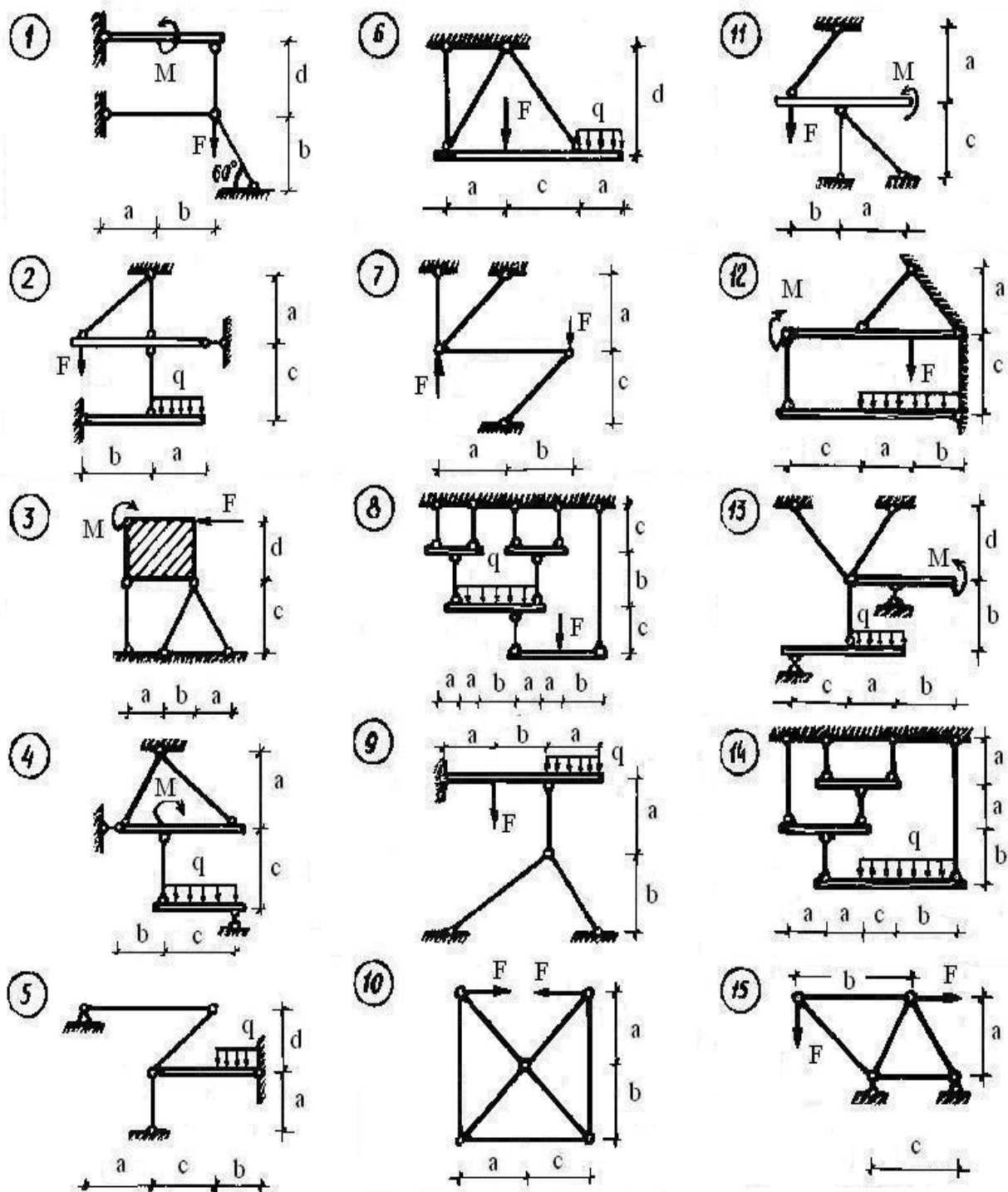
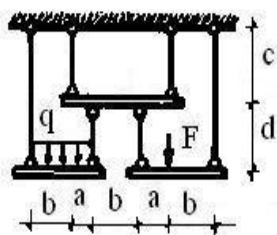
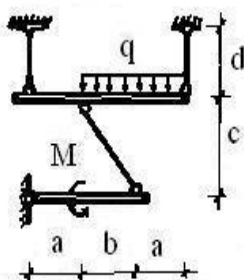


Рис. 1

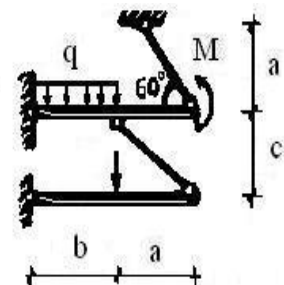
16



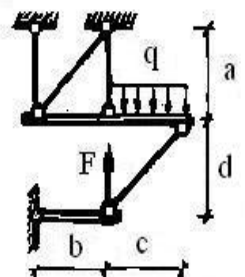
21



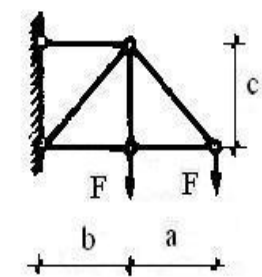
26



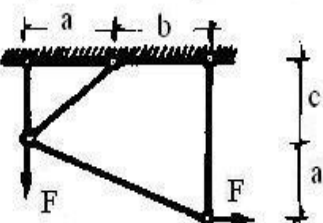
17



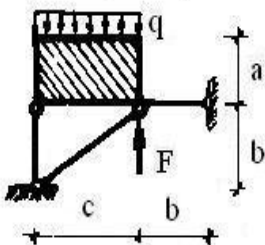
22



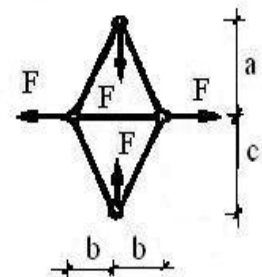
27



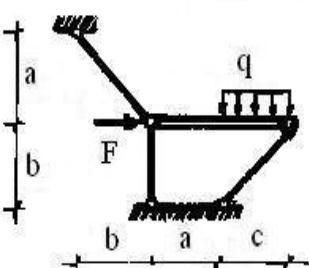
18



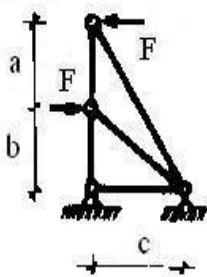
23



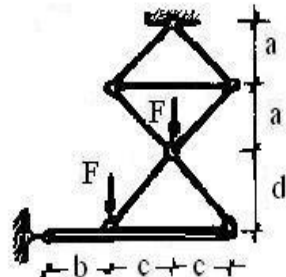
28



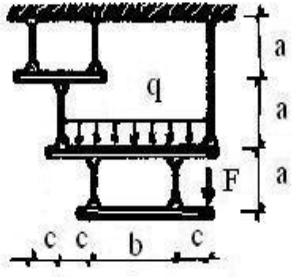
19



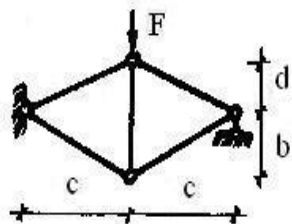
24



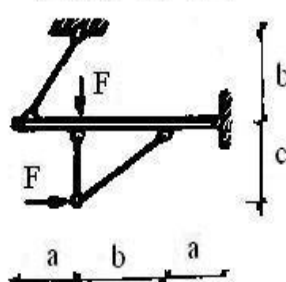
29



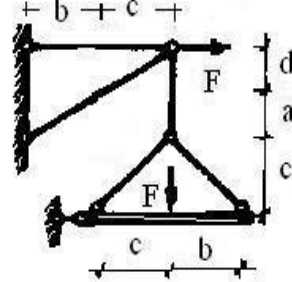
20



25



30



Продовження рис. 1

**ЗАДАЧА 2.** Розрахунок статично визначених систем, що мають деформації розтягу й стиску.

Для заданого стержня (рис. 2), враховуючи його власну вагу, визначити зусилля і напруження на кожній ділянці; побудувати епюру поздовжніх сил, нормальних напружень; знайти деформацію (переміщення) перерізу I–I. Потрібні дані взяти з таблиць 2 і 3.

Порядок вирішення задачі:

1. Накреслити розрахункові схему.

2. При визначенні поздовжніх зусиль в перерізах ступінчатого стержня необхідно скористатися методом перерізів. Уявно на кожній з ділянок проводимо перерізів.

Відкидаючи одну з частин стержня і замінюючи її дію внутрішніми силами, складаємо рівняння рівноваги для залишеної частини, на яку діють зовнішні й внутрішні сили.

Поздовжнє зусилля є додатним, коли воно розтягує стержень, і від’ємним, коли його стискує.

3. Нормальні напруження в кожному перерізі визначаються відношенням поздовжнього зусилля до його площі.

4. Переміщення перерізу I–I визначають відносно нерухомого (закріпленого) перерізу, воно залежить від деформації тієї частини стержня, що лежить між перерізом I–I і місцем закріплення.

Подовження або скорочення цієї частини стержня від власної ваги знаходять за формулою:

$$\Delta L_G = \frac{G \cdot L}{2EA},$$

де  $G$  – власна вага ділянки,  
 $L$  – довжина ділянки,  
 $E$  – модуль пружності,  
 $A$  – площа перерізу.

Вага частини стержня від перерізу I–I до вільного кінця розглядається як зовнішнє навантаження, що діє в перерізі і викликає деформації стержня від перерізу до опори.



Таблиця 2

№ варіанта	A <sub>1</sub> , см <sup>2</sup>	A <sub>2</sub> , см <sup>2</sup>	A <sub>3</sub> , см <sup>2</sup>	L <sub>1</sub> , м	L <sub>2</sub> , м	L <sub>3</sub> , м	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	F <sub>3</sub> , кН
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8	12	12	3	3	2	4	7	8
2	10	15	8	2	2,5	3	3	5	6
3	15	16	10	4	2	3,5	5	3	5
4	20	10	12	5	4	2	7	4	6
5	25	18	20	3,5	3	4	6	4	5
6	30	20	10	2,5	4	3,5	5	3	4
7	10	12	8	4,5	2,5	3	9	2	7
8	15	16	15	3	2	4	10	8	6
9	20	15	10	5	3,5	2,5	9	10	8
10	25	10	20	4	3	2	10	7	9
11	8	8	12	3	3	3	4	4	7
12	10	10	15	2	2	2,5	3	3	5
13	15	15	16	4	4	2	5	5	3
14	20	20	10	5	5	4	7	7	4
15	25	25	18	3,5	3,5	3	6	6	4
16	30	30	20	2,5	2,5	4	5	5	4
17	10	10	12	4,5	4,5	2,5	9	9	3
18	15	15	16	3	3	2	10	10	5
19	20	20	15	5	4	3,5	4	9	7
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	25	25	10	4	2,5	3	3	10	6
11	10	8	12	3	2	3	5	4	5
12	18	10	15	3	3,5	2,5	7	3	9
13	20	15	16	4	3	2	6	5	10
14	12	20	10	2,5	5	4	5	7	9
15	16	25	18	2	3,5	3	9	6	10
16	15	30	20	3,5	2,5	4	10	5	5
17	10	10	12	3	4,5	2,5	9	9	9
18	16	15	16	3	3	2	10	10	10
19	15	20	15	5	5	3,5	9	9	9
20	10	25	10	4	4	3	10	10	10

Таблиця 3

Матеріал	Сталь- 3	Мідь	Латунь	Бронза	Бетон	Дуб
E, МПа	$2,1 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^5$	$0,9 \cdot 10^5$	$0,89 \cdot 10^5$	$0,18 \cdot 10^5$	$0,1 \cdot 10^5$
$\rho$ , кН/м <sup>3</sup>	78	89,4	85	85	24	5,3

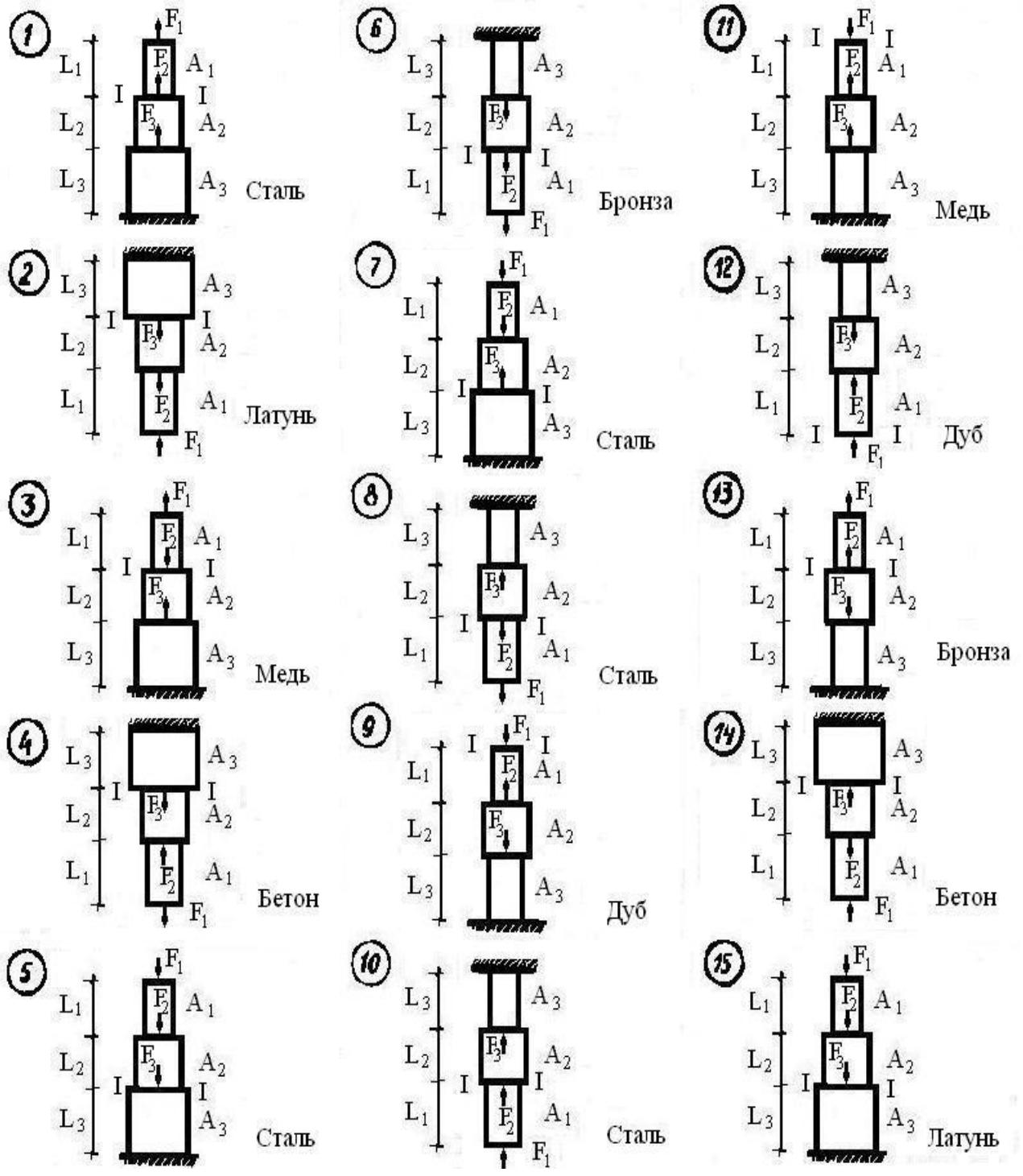
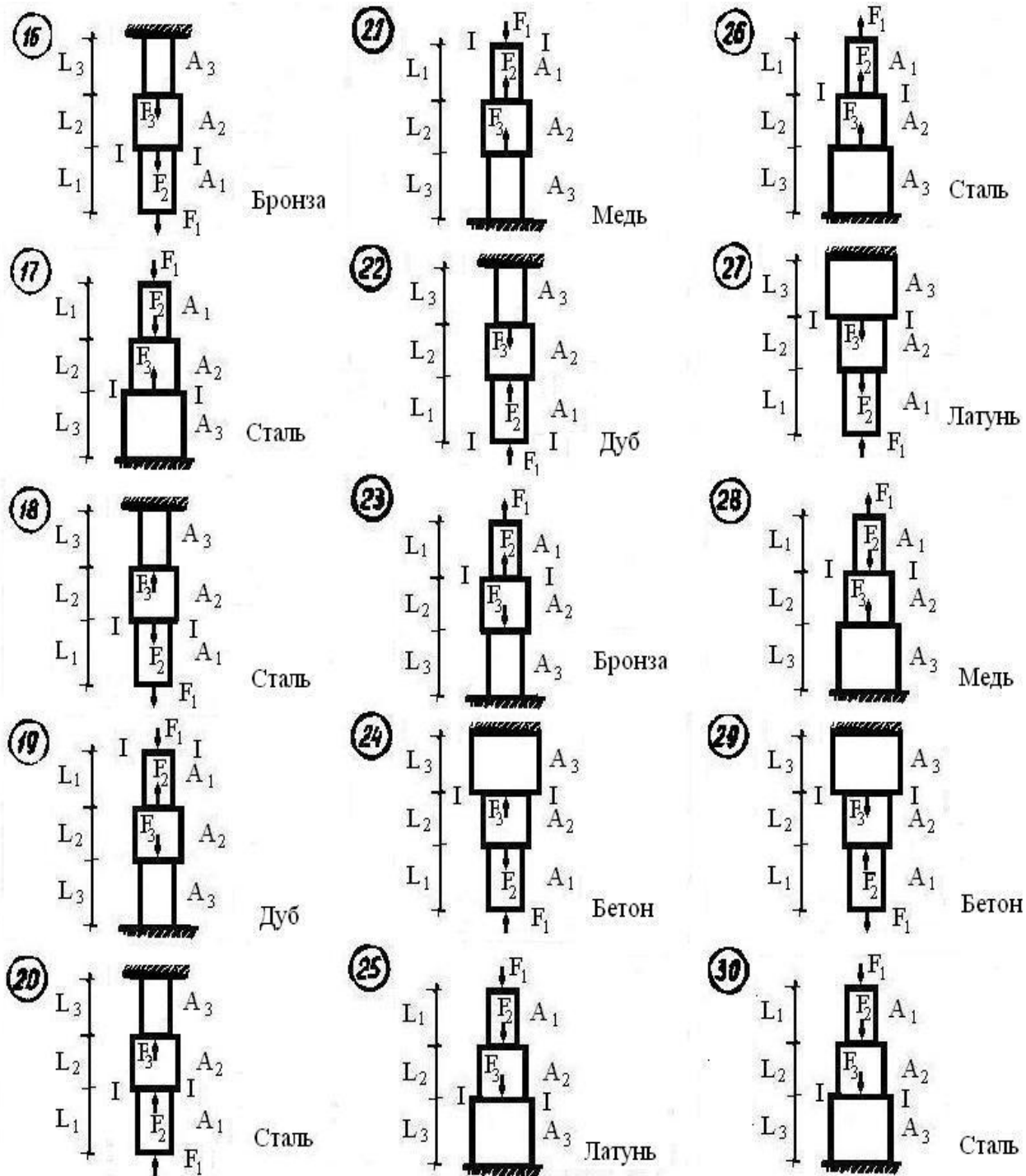


Рис. 2



Продовження рис. 2

**ЗАДАЧА 3.** Розрахунок статично невизначених систем, що мають деформації розтягу й стиску

Абсолютно жорсткий брус (рис. 3) опирається на нерухому опору і прикріплений шарнірно до двох стержнів. Треба знайти зусилля і напруження в сталевих стержнях (в частинах сили  $F$ ) ; знайти допустиме навантаження  $F_{\text{доп}}$ , коли найбільше напруження дорівнює допустимій  $[\sigma]=160$  МПа.

Потрібні дані взяти з табл. 4.

Порядок вирішення

1. Накреслити розрахункову схему.

2. Записавши рівняння статичної рівноваги системи, знайти показник статичної невизначеності задачі, тобто кількість зайвих невідомих прирівняти до числа реальних рівнянь статички. Недостатньою умовою має бути рівняння сумісності деформацій (переміщень) стержня. Це рівняння разом з рівняннями статички (після визначення переміщень через зусилля за законом Гука) , визначає зусилля у стержнях в частках сили  $F$ .

3. За умовою міцності необхідно визначити напруження у стержнях в частках зовнішнього навантаження  $F$  і обмежити одержані напруження допустимими. Знайти допустимі навантаження для кожного стержня і, аналізуючи їх, визначити допустиме навантаження для всієї системи.

Таблиця 4

№ варіанта	$A_1,$ см <sup>2</sup>	$A_2,$ см <sup>2</sup>	a, м	b, м	c, м	d, м
1	2	3	4	5	6	7
1	20	30	1	4	3	4
2	10	20	2	3	2	3
3	15	10	3	2	1	2
4	10	15	4	1	4	1
1	2	3	4	5	6	7
5	20	5	5	3	2	1
6	15	10	4	2	1	2
7	20	15	3	4	3	3
8	10	20	2	1	2	4

## Продовження таблиці 4

9	10	10	1	4	2	1
10	15	20	3	3	3	3
11	5	20	5	3	1	3
12	10	10	4	5	3	2
13	15	15	3	4	3	4
14	20	10	2	3	2	1
15	10	20	1	2	4	4
16	20	10	3	1	1	4
17	20	15	3	3	4	3
18	10	10	2	3	4	2
19	20	10	4	2	3	1
20	20	10	1	1	2	3
21	10	15	4	3	1	2
22	15	5	4	3	3	1
23	10	10	3	2	2	3
24	10	15	2	4	1	3
25	15	20	1	1	3	2
26	5	10	3	4	3	4
27	10	20	2	4	2	1
28	15	15	4	3	4	4
29	20	5	1	2	1	4
30	15	10	4	1	4	3

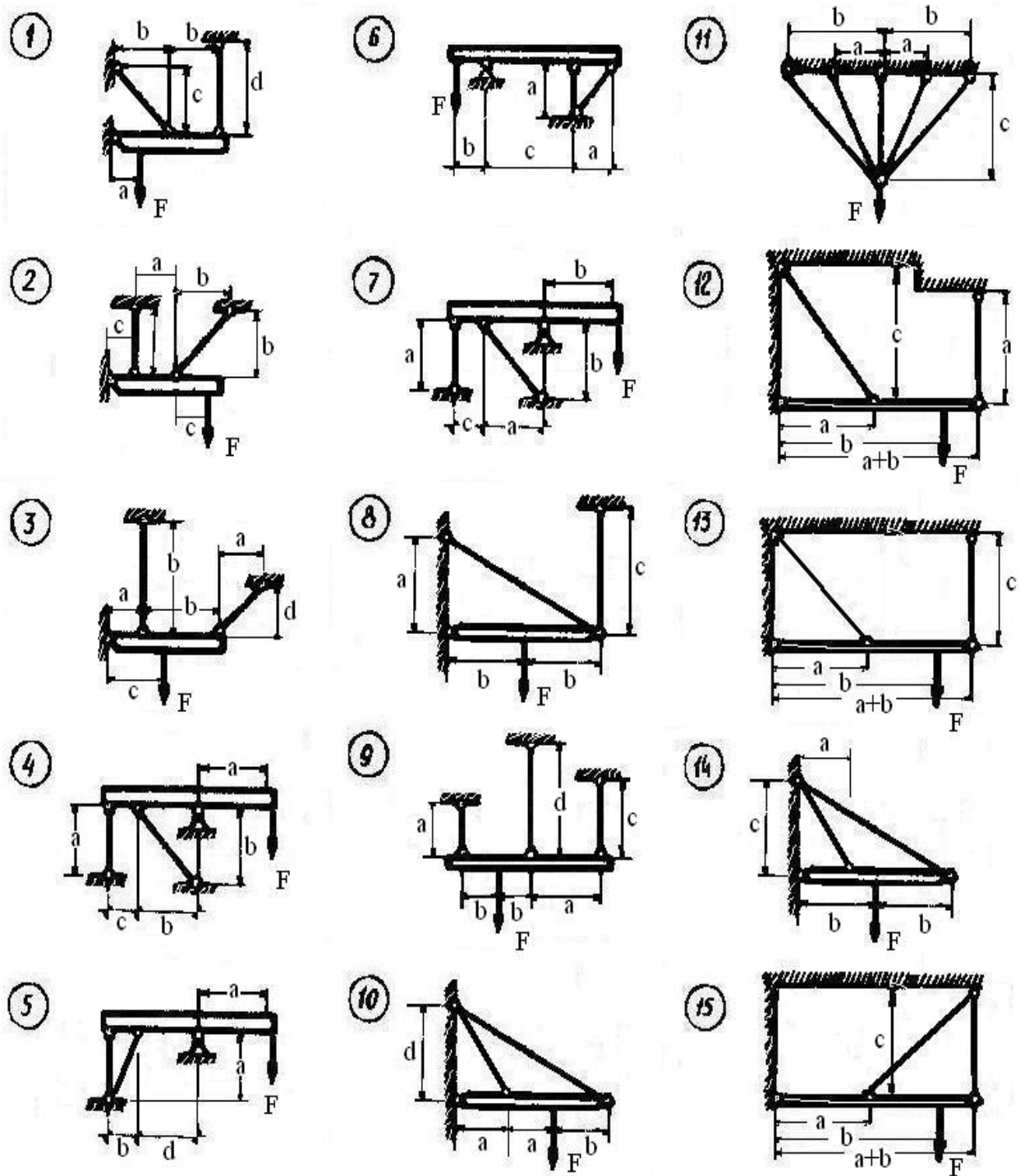
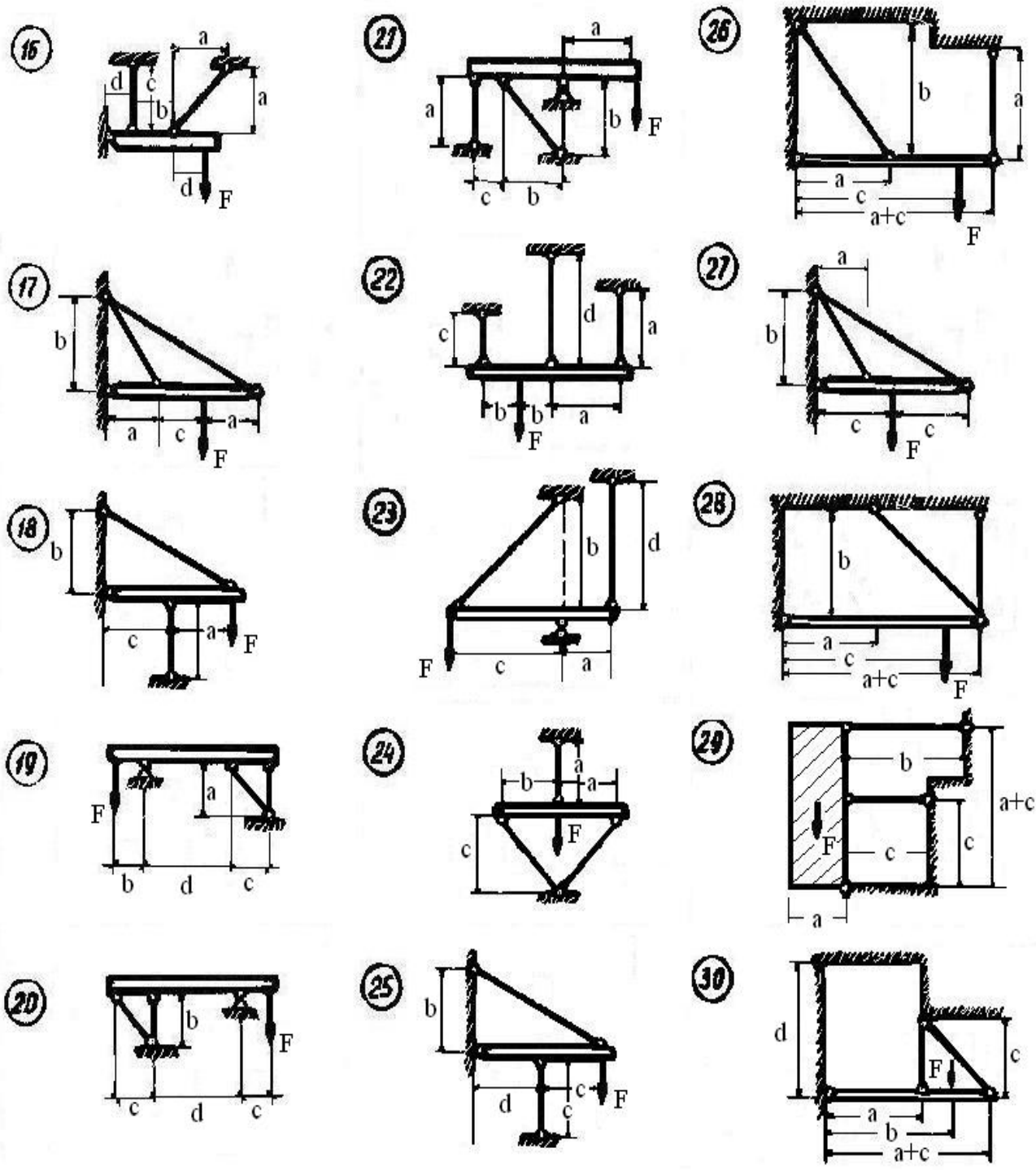


Рис. 3



Продовження рис. 3

### 3. ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКІВ

**Задача 1.** Для вирішення цієї задачі складають систему лінійних алгебраїчних рівнянь – рівнянь рівноваги. Оскільки наведені схемі є статично визначеними, то кількість рівнянь співпадає з кількістю невідомих – зусиль в стернях конструкції.

Розв'язують систему алгебраїчних рівнянь з використанням ПЕОМ. Розрахунки виконують у програмі MS Excel пакету MS Office, або OpenOffice.org Calc пакету OpenOffice.org.

Для розв'язання системи алгебраїчних рівнянь використовують метод, згідно з яким рівняння записують у матричній формі:

$$[A]*[X] = [B], \quad (1)$$

де  $[A]$  – квадратна матриця коефіцієнтів при невідомих значеннях поперечної сили.

$[X]$  – матриця-стовпець невідомих,

$[B]$  - матриця-стовпець правих частин алгебраїчної системи рівнянь,

Якщо обидві частини рівняння (1) помножити зліва на обернену матрицю  $[A]^{-1}$ , отримаємо розв'язок:

$$[X] = [A]^{-1} * [B]. \quad (2)$$

Таким чином, для отримання розв'язку системи алгебраїчних рівнянь (1) необхідно:

1) сформуванати матрицю коефіцієнтів  $[A]$  і матрицю-стовпець правих частин  $[B]$ ;

2) обчислити обернену матрицю  $[A]^{-1}$ ;

3) отримати матрицю-стовпець шуканих значень зусиль в стернях  $[X]$  як результат добутку оберненої матриці  $[A]^{-1}$  на матрицю-стовпець правих частин  $[B]$ .

Це можна здійснити наступним чином:

- у комірки A1-D4 ввести значення матриці коефіцієнтів  $[A]$ ;
- у комірки F1-F4 ввести значення матриці-стовпця правих частин  $[B]$ ;
- встановити курсор на комірку A6, з якої буде починатися обернена матриця, і клацнути лівою кнопкою миші;
- клацнути на іконці "f<sub>x</sub>" у стрічці формул, по якій викликається Майстер функцій;
- у вікні Майстра функцій вибрати у полі "Категорія" значення "Массив", у полі "Функции" відмітити функцію "INVERSE", яка обчислює обернену матрицю, і клацнути по кнопці "Далее";
- у центральній частині вікна Майстра функцій з'явиться поле, в яке треба ввести діапазон комірок початкової матриці  $[A]$ . Для цього можна клацнути на кнопку із стрілкою, що знаходиться праворуч даного поля (вона мінімізує розміри вікна Майстра функцій), помітити мишею або клавішами зі стрілками при натиснутій клавіші "Shift" комірки A1-D4 матриці коефіцієнтів, знов клацнути на кнопку зі стрілкою, що знаходиться праворуч поля (вона максимізує розміри вікна Майстра функцій);



- клацнути по кнопці "ОК" Майстра функцій. У комірках А6-D9 з'являться коефіцієнти оберненої матриці  $[A]^{-1}$ ;
- встановити курсор на комірку F6, з якої буде починатися матриця-стовпець шуканих значень функцій напружень;
- клацнути на іконці "f<sub>x</sub>" у стрічці формул, по якій викликається Майстер функцій;
- у вікні Майстра функцій вибрати у полі "Категория" значення "Массив", у полі "Функции" відмітити функцію "MMULT", яка обчислює добуток двох матриць, і клацнути по кнопці "Далее";
- у центральній частині вікна Майстра функцій з'являться два полі, у перше з яких треба ввести діапазон комірок оберненої матриці  $[A]^{-1}$ : А6–D9, а у друге - діапазон комірок матриці-стовпця правих частин [B]: F1-F4. Для цього потрібно послідовно в кожному з двох полів: клацнути на кнопку зі стрілкою, що знаходиться праворуч даного поля (вона мінімізує розміри вікна Майстра функцій), помітити мишею або клавішами зі стрілками при натиснутій клавіші "Shift" потрібні комірки, знов клацнути на кнопку із стрілкою, що знаходиться праворуч поля (вона максимізує розміри вікна Майстра функцій);
- клацнути по кнопці "ОК" Майстра функцій. У комірках F6-F9 з'являться результати розрахунків шуканих значень зусиль у стержнях.

**Задача 2.** Алгоритм розрахунку реалізований у файлі "Колонна.xls". Відкривши цей файл за допомогою програми MS Excel пакету MS Office або OpenOffice.org Calc пакету OpenOffice.org, одержуємо на екрані монітора перший лист, на якому пропонується вибір: якщо закріплення знизу – відкрийте лист 2, зверху – лист 3.

Зо допомогою миші й клавіатури заносимо у відповідні комірки (D2-D3) характеристики матеріалу. Потім довжину ділянок, площу перерізу і зовнішні сили (комірки C7-C22), власну вага ділянок підраховуємо автоматично, відповідно до внесених значень, Слід пам'ятати, що розтягаючи сили вважаються додатними, стискаючі – від'ємними.

Значення у таблиці результатів одержують при введенні кожного чергового числа без додаткових дій оператора. Отже після введення останнього вихідного даного одразу наводиться результат розрахунку, як показано на рис. 4.

У стовпчику F виводиться поздовжня сила на границях ділянок, ці значення треба використовувати для побудови епюрі поздовжніх сил.

У стовпчику I виводиться значення нормальних напружень на границях ділянок для побудови епюрі.

У комірці F25 наведено значення переміщення вільного краю.

**Задача 3.** Цю задачу потрібно розв'язувати без допомоги технічних засобів. Розглянемо приклад розрахунку.

Абсолютно жорсткий брус BC спирається на шарнірну опору і шарнірно прикріплений до двох стержнів BD і CK (рис.5а). Визначити зусилля і напруження в стержнях (в частках від сили F), знайти допустиме навантаження F, користуючись умовами міцності при розтягу-стиску. Вихідні

дані  $[\sigma]=160$  МПа,  $\alpha=45^{\circ}$ ,  $l_1=2$ м,  $l_2=2,82$ м,  $a=2$ м,  $b=3$ м,  $c=1$ м,  
 $A_1=10\text{см}^2=1\cdot 10^{-3}\text{м}^2$ ,  $A_2=20\text{см}^2=2\cdot 10^{-3}\text{м}^2$ .

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		Плотность	ρ=	78	кН/м <sup>3</sup>										
3		Модуль упругости	E=	21000	кН/см <sup>2</sup>										
4															
5						Продольная сила, кН			Напряжения, кН/см <sup>2</sup>						
6		Участок 3				21.17			2.117						
7		L3=	5	м											
8		A3=	10	см <sup>2</sup>											
9		F3=	4	кН											
10		G3=	0.39	кН		20.78			2.078						
11															
12		Участок 2				16.78			0.839						
13		L2=	3	м											
14		A2=	20	см <sup>2</sup>											
15		F2=	6	кН											
16		G2=	0.468	кН		16.312			0.8156						
17															
18		Участок 1				10.312			1.0312						
19		L1=	4	м											
20		A1=	10	см <sup>2</sup>											
21		F1=	10	кН											
22		G1=	0.312	кН		10			1						
23															
24															
25		Перемещение свободного края	U=	0.081104	см										
26															
27															
28															
29															
30															
31															
32															
33															
34															
35															
36															

Рис. 4

Рішення. Переріжмо, стержні КС і ВD. Дію відкинутих частин системи замінимо зусиллями в стержнях  $N_1$  і  $N_2$ , спрямованими вздовж цих стержнів. Реакція опори А має горизонтальну складову  $H_A$  і вертикальну  $R_A$ , тому що ця опора обмежує вертикальні і горизонтальні переміщення точки А. Таким чином, маємо чотири невідомих, а рівнянь рівноваги для плоскої системи можна скласти тільки три. Отже, дана система один раз статично невизначена і для вирішення задачі треба скласти одне додатне рівняння, за умовою задачі необхідно визначати зусилля  $N_1$  і  $N_2$  сталевих стержнів ВD і КС, а реакції  $H_A$  і  $R_A$  визначати непотрібно. Тому достатньо з трьох можливих рівнянь рівноваги використати одне, до якого б не входили реакції  $H_A$  і  $R_A$ . Таким рівнянням є сума моментів всіх сил відносно шарніра А :

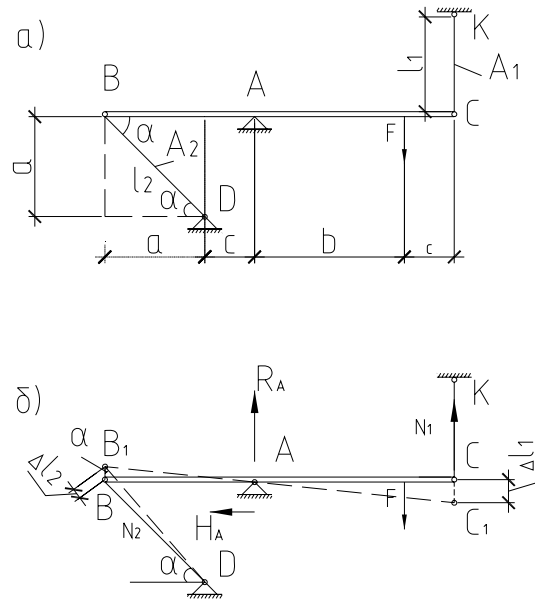


Рис. 5

$$\sum M_A = 0; \quad N_2 \sin \alpha (a + c) - F_b + N_1 (b + c) = 0. \quad (3)$$

Для складання додатнього рівняння розглянемо деформацію системи. На рис.5б штриховою лінією позначена вісь бруса після деформації системи. Ця вісь лишається прямолінійною (брус абсолютно жорсткий), не деформується, а лише може обернутись навколо точки A. Шарніри B і C після деформації переходять в положення B<sub>1</sub> і C<sub>1</sub> відповідно, тобто переміщуються вершинами. Із подібності трикутників BB<sub>1</sub>A і CC<sub>1</sub>A знаходимо:

$$\frac{BB_1}{BA} = \frac{CC_1}{AC}. \quad (4)$$

Подовження  $\Delta L_1 = CC_1, \Delta L_2 = BB_1 \cdot \cos \alpha$ , де  $BB_1 = \frac{\Delta L_2}{\cos \alpha}$ . (5)

Підставимо вираз (5) в (4):  $\frac{\Delta L_2}{\cos \alpha (a + c)} = \frac{\Delta L_1}{b + c}$ . (6)

За законом Гука  $\Delta L_1 = \frac{N_1 L_1}{EA_1}; \quad \Delta L_2 = \frac{N_2 L_2}{EA_2}$ ; (7)

і на підставі рівності (6) маємо:  $\frac{N_2 L_2}{EA_2 \cos \alpha (a + c)} = \frac{N_1 L_1}{EA_1 (b + c)}$ ;

або,  $N_2 L_2 A_1 (b + c) - N_1 L_1 A_2 \cos \alpha (a + c) = 0$ . (8)

Вирішивши рівняння сумісності деформацій (8), з рівняння рівноваги (3) знайдемо значення поздовжніх сил N<sub>1</sub> і N<sub>2</sub> записані через навантаження F:

$$N_2 = N_2 \frac{L_1 A_2 \cos \alpha (a + c)}{L_2 A_1 (b + c)}; \quad (9)$$

$$N_1 \left( \frac{L_1 A_2 \cos \alpha (a + c)}{L_2 A_1 (b + c)} \right) \sin \alpha (a + c) + N_1 (b + c) = F \cdot b; \quad (10)$$

$$N_1 = \frac{F \cdot b}{K \sin \alpha (a + c) + (b + c)};$$

де

$$K = \frac{L_1 A_2 \cos \alpha (a + c)}{L_2 A_1 (b + c)}; \quad K = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\sqrt{2}}{2} (2 + 1)}{2,82 \cdot 10^{-3} (3 + 1)} = 0,75; \quad (11)$$

Підставивши (10) в (9) одержимо вираз:

$$N_2 = \frac{KFb}{K \sin \alpha (a + c) + (b + c)}. \quad (12)$$

Підставимо числові значення в одержані формули (10), (12):

$$N_1 = \frac{F \cdot 3}{\left( 0,75 \frac{\sqrt{2}}{2} (2 + 1) + (3 + 1) \right)} = F \cdot 0,418; \quad N_2 = \frac{0,75 \cdot F \cdot 3}{\left( 0,75 \frac{\sqrt{2}}{2} (2 + 1) + (3 + 1) \right)} = F \cdot 0,313;$$

Запишемо напруження в частках сили F:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0,418}{10^{-3}} \cdot F = 0,418 \cdot 10^3 F \text{ [кН/м}^2\text{]}, \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{0,313}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot F = 0,156 \cdot 10^3 F \text{ [кН/м}^2\text{]}$$

Так як перший стержень більш завантажений ( $\sigma_1 > \sigma_2$ ) та користуючись умовою міцності, визначаємо допустиме навантаження:

$$\sigma_1 = 0,418 \cdot 10^3 F \leq [\sigma];$$

$$F_{\text{доп}} = \frac{160 \cdot 10^3}{418} = 0,382 \cdot 10^3 \text{ кН.}$$

#### 4. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РГЗ

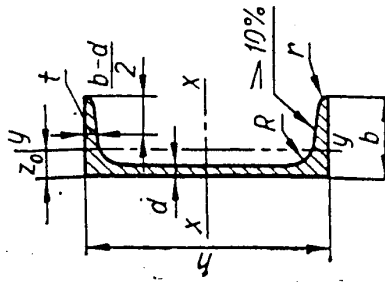
За розрахунково-графічне завдання (РГЗ) студент отримує максимальну оцінку, якщо воно виконане у відведений строк (3 тижні з моменту видачі завдання), з використанням комп'ютерної техніки, акуратно оформлене, містить аналіз отриманих результатів.

У разі виконання РГЗ без використання комп'ютера або затримки виконання на 2 тижні (з використанням комп'ютера) студент отримує 90% від максимальної оцінки. При виконанні РГЗ із затримкою більш ніж на 2 тижні студент отримує 80% від максимальної оцінки, із затримкою більше місяця - 60% від максимальної оцінки.

## СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. Сопротивление материалов. - М.: Высш. шк., 1975, 654 с.
2. Н.М. Беляев. Сопротивление материалов. - М., Л.: ГИТТЛ, 1951. - 856 с.
3. Сопротивление материалов. / Под общ. ред. Г.С. Писаренко. – К.: Вища школа, 1979, 696 с.
5. Піскунов В.Г., Феодоренко Ю.М., Шевченко В.Ю. та ін. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності. - К.: Вища школа, 1994, 423 с.
6. Чихладзе Е.Д. Опір матеріалів: Навч. посібник – Харків: УкрДАЗТ, 2002. – 362 с.

Швелери (за ДСТУ 8240—89)



Позначення:

$h$  — висота швелера;  
 $b$  — ширина полиці;  
 $d$  — товщина стінки;  
 $t$  — середня товщина полиці;  
 $J$  — момент інерції;

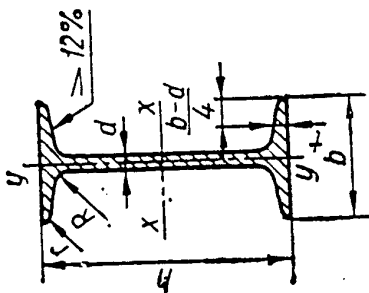
$W$  — момент опору;  
 $i$  — радіус інерції;  
 $S$  — статичний момент півперерізу;  
 $z_0$  — відстань від осі  $y$  до зовнішньої  
 грані стінки

Номер профілю	Розміри, мм				Площа перерізу $F$ , см <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см	$z_0$ , см	Маса 1 м кг
	$h$	$b$	$d$	$t$										
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24	5,90
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	7,05
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	8,59
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	10,4
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	12,3
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	13,3
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80	14,2
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	15,3
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17,0	2,04	1,94	16,3
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	17,4
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	18,4
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	19,8
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	21,0
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	22,6
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	24,0
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	25,8
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	27,7
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	31,8
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	36,5
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10 820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	41,9
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15 220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75	48,3

ДОДАТКИ

Додаток 1

Балки двотаврові (за ДСТУ 8239—89)



Позначення:

- $h$  — висота балки;
- $b$  — ширина полиці;
- $d$  — товщина стінки;
- $t$  — середня товщина полиці;

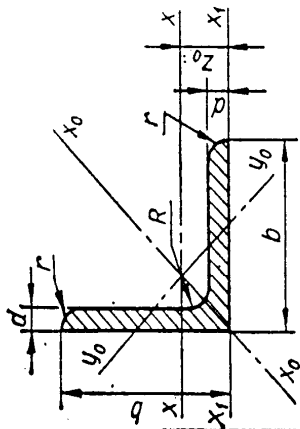
- $J$  — момент інерції;
- $W$  — момент опору;
- $i$  — радіус інерції;
- $S$  — статичний момент півперерізу

Номер профілю	Розміри, мм				Площа перерізу $F$ , $cm^2$	$J_x$ , $cm^4$	$W_x$ , $cm^3$	$i_x$ , $cm$	$S_x$ , $cm^3$	$J_y$ , $cm^4$	$W_y$ , $cm^3$	$i_y$ , $cm$	Маса $M$ , $kg$
	$a$	$h$	$d$	$t$									
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	29,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	31,5
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	33,9
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	36,5
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	39,2
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	42,2
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	48,6
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03	57,0
45	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09	66,5
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23	78,5
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39	92,6
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54	108

Кутники рівнобокі (за ДСТУ 8509—86)

Позначення:

- $b$  — ширина полиці;
- $d$  — товщина полиці;
- $J$  — момент інерції;
- $i$  — радіус інерції;
- $z_0$  — відстань від центра ваги до зовнішньої грані полиці



Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу $F$ , см <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$J_{x_0max}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x_0max}$ , см	$J_{y_0min}$ , см <sup>4</sup>	$i_{y_0min}$ , см	$J_{x_1}$ , см <sup>4</sup>	$z_0$ , см	Маса $l$ , кг
	$b$	$d$										
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33	2,32
	4	4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38	3,05
	5	5	4,80	11,20	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42	3,77
5,6	4	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52	3,44
	5	5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57	4,25
6,3	4	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69	3,90
	5	5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74	4,81
	6	6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,20	1,24	50,0	1,78	5,72
6,5	6	6	7,52	29,85	1,99	47,38	2,51	12,32	1,28	17,53	1,83	5,91
	6	6	9,84	38,13	1,97	60,42	1,27	15,85	2,48	28,29	1,90	7,73
7	4,5	4,5	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88	4,87
	5	5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90	5,38
7	6	6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94	6,39
	7	7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99	7,39
	8	8	10,70	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02	8,37
7,5	5	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02	5,80
	6	6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06	6,89
	7	7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10	7,96
8	8	8	11,5	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	113	2,15	9,02
	9	9	12,8	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18	10,10
8	5,5	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17	6,78
	6	6	9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19	7,36
	7	7	10,8	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23	8,51
9	8	8	12,3	73,4	2,34	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27	9,65
	6	6	10,6	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43	8,33
	7	7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47	9,64
8	8	8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51	10,9
	9	9	15,6	118	2,75	186	3,96	48,6	1,77	219	2,55	12,2



Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу $F$ , $\text{см}^2$	$J_x$ , $\text{см}^4$	$i_x$ , $\text{см}$	$J_{x_0 \text{max}}$ , $\text{см}^4$	$i_{x_0 \text{max}}$ , $\text{см}$	$J_{y_0 \text{min}}$ , $\text{см}^4$	$i_{y_0 \text{min}}$ , $\text{см}$	$J_{x_1}$ , $\text{см}^4$	$z_0$ , $\text{см}$	Маса $l$ , кг
	$b$	$a$										
10	100	6,5	12,8	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68	10,1
		7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71	10,8
		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75	12,2
		10	19,2	179	2,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83	15,1
		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91	17,9
		14	26,3	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99	20,6
11	110		15,7	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96	11,9
		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00	13,5
	125		19,7	294	3,37	467	4,87	122	2,49	516	3,36	15,5
12,5	9		22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40	17,3
		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45	19,1
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53	22,7
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61	26,2
		16	37,8	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68	29,6
	140		24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78	19,4
14		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82	21,5
		12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90	25,5
	160		31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30	24,7
16		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35	27,0
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39	29,4
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47	34,0
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55	38,5
		18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63	43,0
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70	47,4
18	180		38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85	30,5
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89	33,1

*Навчальне видання*

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ**

**для практичних занять, виконання контрольних  
і розрахунково-графічних завдань, самостійної роботи  
з курсу опору матеріалів**

**«РОЗТЯГ-СТИСК»**

*(для студентів 1-2 курсів денної та заочної форм навчання  
за напрямом 6.060101 «Будівництво»*

*та слухачів другої вищої освіти спеціальностей:  
7.06010103 «Міське будівництво та господарство»,  
7.06010101 «Промислове та цивільне будівництво»,  
7.06010107 «Теплогазопостачання і вентиляція»)*

Укладачі: ЧУПРИНІН Олександр Олексійович,  
СЕРЕДА Наталя Василівна

Відповідальний за випуск *О. О. Чупринін*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *О. О. Чупринін*

План 2014, поз. 114 М

---

Підп. до друку 18.06.2014  
Друк на ризографі  
Зам. №

Формат 60x84 /16  
Ум. друк. арк. 1.4  
Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:  
Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова  
вул. Революції, 12, Харків, 61002  
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
ДК № 4705 від 28.03.2014 р.