

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**І. М. Патракеєв**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**  
**з дисципліни**

# **ТРАНСПОРТНО–НАВІГАЦІЙНІ ГЕОІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ**

*(для студентів 5 курсу денної форми навчання спеціальностей  
7. 08010105, 8. 08010105 «Геоінформаційні системи та технології»)*

**Харків – ХНУМГ – 2014**

**Патракеєв І. М.** Транспортно-навігаційні геоінформаційні системи: Конспект лекцій (для студентів 5 курсу денної форми навчання спеціальностей 7.08010105, 8.08010105 «Геоінформаційні системи і технології») / І. М. Патракеєв ; Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бектова. – Х. : ХНУМГ, 2014. – 108 с.

Автор: І. М. Патракеєв

Рецензент: к.т.н., проф. В. Д. Шипулін

Рекомендовано кафедрою геоінформаційних систем і геодезії,  
протокол № 11 від 31 січня 2014 р.

© І. М. Патракеєв, 2014  
© ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2014

## ЗМІСТ

	Стор.
ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФУНКЦІОНУВАННЯ	
ТРАНСПОРТНО-НАВІГАЦІЙНИХ ГІС.....	10
ЛЕКЦІЯ 1 ГРАФИ І СПОСОБИ ЇХ ПОДАННЯ.....	10
1.1 Основні визначення.....	10
1.2 Способи опису графів.....	11
1.2.1 Теоретико-множинне зображення графів.....	11
1.2.2 Завдання графів відповідністю.....	12
1.2.3 Матричне зображення графів.....	13
1.3 Операції над графами.....	14
ЛЕКЦІЯ 2 ДОСЯЖНІСТЬ В ГРАФІ.....	17
2.1 Знаходження транзитивних замикань по матриці суміжності.....	17
2.2 Досяжність і контрдосяжність на графах.....	19
2.3 Знаходження множини вершин, що входять до шляху.....	21
2.3.1 Матричний метод знаходження шляхів у графах.....	22
ЛЕКЦІЯ 3 ЗВАЖЕНІ ШЛЯХИ І МАРШРУТИ НА ГРАФАХ.....	24
3.1 Шляхи і маршрути.....	24
3.2 Вага й довжина шляху.....	24
3.3 Орцикли і цикли.....	26
ЛЕКЦІЯ 4 АЛГОРИТМІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ	
ПРИКЛАДНИХ ЗАВДАНЬ ТРАНСПОРТНО-НАВІГАЦІЙНИХ ГІС.....	28
4.1 Алгоритм пошуку найкоротшої відстані (алгоритм Дейкстри)....	28
4.2 Алгоритм пошуку найкоротшої відстані між парами вершин	
(алгоритм Флойда).....	33
РОЗДІЛ 2 КОНЦЕПТУАЛЬНІ ОСНОВИ СТВОРЕННЯ ДЕРЖАВНОЇ	
ІНТЕГРОВАНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ	
РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ.....	39
ЛЕКЦІЯ 5 ДЕРЖАВНА СИСТЕМА НАВІГАЦІЙНОГО	
ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ І УПРАВЛІННЯ РУХОМИМИ ОБ'ЄКТАМИ.....	39
5.1 Проблеми створення Державної інтегрованої інформаційної	
системи.....	39
5.2 Державна система навігаційного забезпечення і управління	
рухомими об'єктами.....	41
5.3. Складові загальнодержавної системи навігаційного	
забезпечення.....	43

ЛЕКЦІЯ 6 ГЕОІНФОРМАЦІЙНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВІГАЦІЇ НАЗЕМНОГО ТРАНСПОРТУ .....	50
6.1. Компоненти та функції сучасних транспортно-навігаційних ГІС.....	50
6.2. Вимоги до геопросторових даних транспортно-навігаційних ГІС.....	53
6.3. Технології створення баз геопросторових даних дорожньої інфраструктури.....	57
6.4. Стан і шляхи розвитку геоінформаційних послуг для транспортно-навігаційних систем в Україні.....	60
Лекція 7 СИСТЕМИ КООРДИНАТ, ЩО ЗАСТОСОВУЮТЬСЯ ПРИ ВИРІШЕННІ ЗАВДАНЬ НАВІГАЦІЙНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ.....	65
7.1 Математичний опис фігури поверхні Землі.....	65
7.2 Система географічних координат.....	68
7.3 Світова геодезична система 1984 року (WGS-84).....	72
7.4 Система плоских прямокутних координат.....	75
7.5 Визначення прямокутних координат по геодезичних (геодезичних координат по прямокутних).....	79
7.6 Система висот.....	81
Лекція 8 ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СУЧАСНИХ КОСМІЧНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ.....	83
8.1 Загальна характеристика супутників ГЛОНАСС.....	83
8.2 Загальна характеристика апаратури споживачів космічних навігаційних систем.....	85
ЛЕКЦІЯ 9 ОСНОВИ ВИЗНАЧЕНЬ В НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ.....	91
9.1. Принципи навігаційних визначень.....	91
9.2. Системи й засоби обчислення часу.....	96
9.3 Системи координат ПЗ-90 і WGS-84.....	99
9.4 Основні закономірності руху навігаційних космічних апаратів....	100
9.5 Відображення рухомих об'єктів на електронній карті.....	102
ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ.....	104
СПИСОК ДЖЕРЕЛ.....	105

## ВСТУП

Територіальна розподіленість транспортних систем створює їх ідеальним об'єктом щодо використання геоінформаційних систем. Інакше кажучи, геоінформаційні системи (ГІС) є оптимальною платформою для підготовки і ухвалення комплексних рішень у сфері транспорту. Адже просторова складова є природною основою інтеграції задач управління транспортною інфраструктурою, задач оперативного управління, навігації та інших задач. Розглянемо основні напрями впровадження ГІС у сфері транспорту, враховуючи досвід, накопичений як на муніципальному рівні, в Україні, так і в світі (рис. 1).

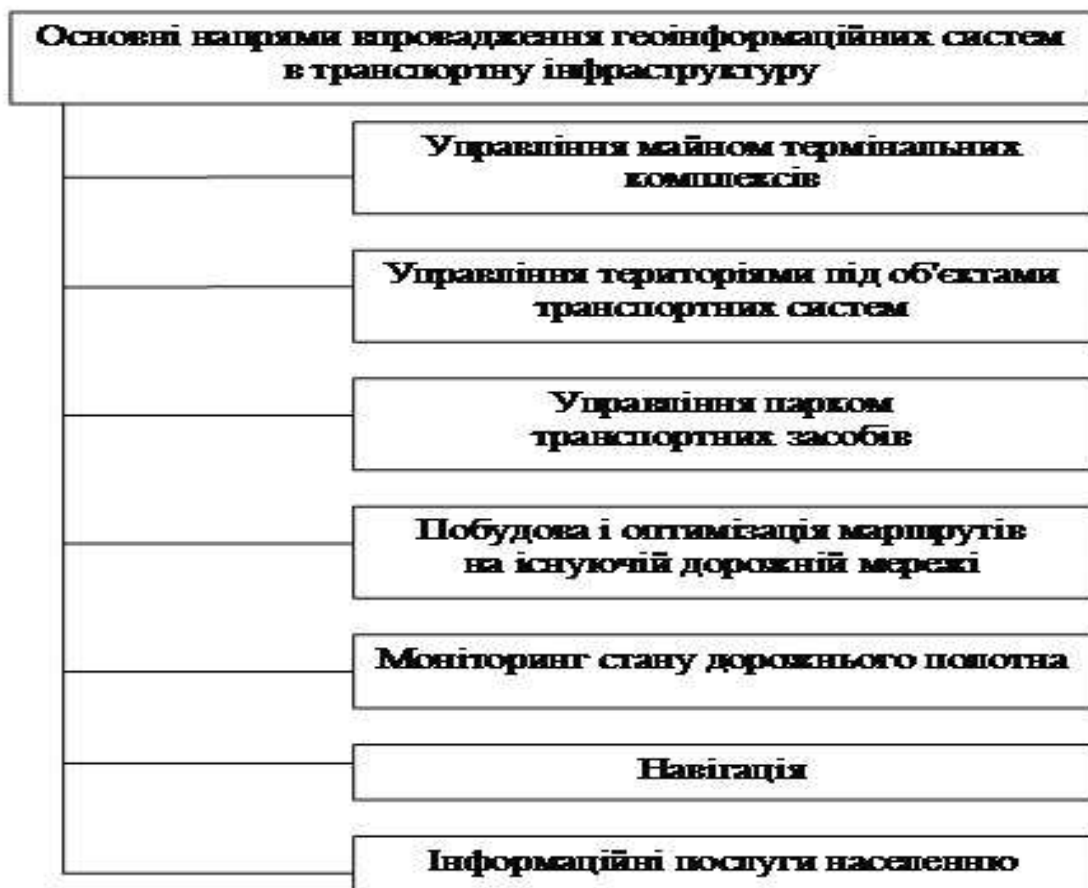


Рис. 1 – Основні напрями впровадження ГІС у транспортну інфраструктуру

Управління майном термінальних комплексів. Перш за все під майном термінальних комплексів розуміють морські й аеропорти. Тут "майно" розглядається в широкому значенні, а не тільки як об'єкт обліку основних фондів. За великим рахунком, цей напрям використання ГІС не так сильно відрізняється від управління майном інших підприємств і компаній. Тут ГІС є логічним продовженням традиційних баз даних і облікових систем, додаючи до них здатність всесторонньо моделювати територіально розподілену інфраструктуру підприємства – земельні ділянки, комунікації, розміщення об'єктів і т.д.

Поєднання графіки і табличної інформації для транспортних підприємств особливо цінне, оскільки дозволяє наочно представляти взаємне розташування різних об'єктів. Чим краще інформовані фахівці, тим більш ефективно вони можуть управляти.

Створювати таку модель доцільно за допомогою сучасних засобів геодезичних вимірювань і перш за все супутникового позиціонування. Застосування приймачів глобальних навігаційних систем (ГНС) дозволяє побудувати модель підприємства з сантиметровою точністю. Оскільки для навігації транспортних засобів також використовується ГНС, то утворюється єдина геодезична основа для вирішення різних завдань підприємства. Така модель не просто "висить у повітрі", а вписана в навколишню географічну реальність з її топографією, екологією, дорожньою мережею і т.д.

Сучасні ГІС дозволяють створювати цифрові моделі підприємств, що за своїми можливостями набагато перевершують традиційні паперові плани. Базис геоданих дозволяють прописувати просторові й функціональні зв'язки між об'єктами, моделювати їх поведінку. А тривимірна інтерактивна візуалізація за допомогою спеціалізованих модулів ГІС істотно полегшує сприйняття плану (точніше, вже тривимірної моделі) транспортного підприємства. Слід також відзначити можливість поєднання у тривимірній сцені інформації про об'єкти морського або річкового порту із загальною топографією, батиметрією і траєкторіями руху суден.

Аналогічно, для аеропортів можливе відображення їх території і об'єктів, суміщене з тривимірними зображеннями повітряних коридорів, траєкторій зльоту і посадки.

Дуже актуальне завдання для аеропортів – управління площами, що здаються в оренду туроператорам, підприємствам торгівлі і обслуговування пасажирів. ГІС дозволяє наочно відображати цю інформацію на електронних планах поверхів, пов'язаних з базами даних об'єктів оренди і орендарів. Грамотне картографічне уявлення дозволяє знаходити недовикористані ресурси або помилки в розміщенні, створюючи незручності або загрози безпеці пасажирів. Такий підхід до організації управління дозволяє керівникам, які ухвалюють рішення в цій області, підвищити якість обслуговування та конкурентоспроможність.

Управління територіями під об'єктами транспортних систем. Смуга відведення також вимагає постійного моніторингу її використання як з погляду дотримання норм безпеки, так і для ефективного управління майном, включаючи земельні ділянки для обслуговуючих підприємств. ГІС-технологія дозволяє інтегрувати дані повітряного лазерного сканування, аерофотознімання, тривимірні моделі об'єктів, інформацію про функціональні зони і технічні засоби регулювання руху в єдину геоінформаційну систему генерального плану дороги.

Виконання вимірювань за допомогою сучасних геодезичних інструментів дозволяє, знову ж таки, створювати комплексну модель дороги в реальних географічних координатах і надалі зв'язувати моделі окремих доріг і ділянок в загальну систему.

Управління парком транспортних засобів. Це завдання стоїть перед комерційними перевізниками, які здійснюють замовлене транспортування вантажів і пасажирів (таксі), перед мережевими торговими компаніями, збутовими підрозділами нафтових компаній, а також компаніями, які торгують по каталогах і через інтернет-магазини. Мета – знизити загальні витрати на транспортування і прискорити виконання замовлень.

Крім планування руху транспортних засобів (ТЗ), дуже затребуване завдання оперативного (у реальному часі) моніторингу ТЗ і вантажів. Тепер для її вирішення пропонуються декілька технологій і готові комплекти для установки на рухомі об'єкти і в центри моніторингу. Будь-яка така система складається з бортових пристроїв, сервера повідомлень і програмного забезпечення оператора.

Прості бортові пристрої визначають своє положення у просторі і передають цифрові повідомлення з координатами по загальнодоступних каналах зв'язку. Досконаліші можуть передавати також телеметрію (параметри стану ТЗ або вантажу), вести автономний запис на вбудований носій даних, а також забезпечувати діалог водія і диспетчера. Транспортні підприємства, які бажають створити систему оперативного моніторингу парку ТЗ або вантажів, тепер можуть вибирати устаткування серед вже досить широкого спектру пропозицій різних виробників як зарубіжних, так і російських.

Координати, що передаються бортовими пристроями, зрештою поступають на сервер повідомлень, що веде оперативну базу даних. Вхідні повідомлення сортують і обробляють для побудови індивідуальних журналів руху і параметрів об'єктів моніторингу. Ці журнали можуть бути надані операторам центру моніторингу у електронному вигляді, а траєкторії, що зберігаються в них, - відображатися на картах.

Побудова і оптимізація маршрутів на існуючій дорожній мережі. У великих містах це насущне завдання. У крупних містах, наприклад, більше десятка а то й сотні маршрутів громадського транспорту (не рахуючи "маршрутів"). Утримати їх в одній голові і тим більше проаналізувати просто неможливо. До того ж оптимізувати потрібно не один вид транспорту, а всіх їх в комплексі – метро, автобуси, трамваї, тролейбуси, електрички. Це завдання – найскладніше організаційно, оскільки вимагає координації великої кількості управляючих організацій. Воно складне також технічно, оскільки вимагає збору, систематизації і аналізу великого обсягу початкових даних.

Геоінформаційні системи можуть запропонувати цілий ряд інструментів для вирішення цього завдання. Перш за все потрібно виконати транспортне районування міста на основі аналізу забудови і природних перешкод для пересування. Ця робота складна для автоматизації, але і виконується не так часто. Тому звичайно її виконують вручну, і ГІС – самий відповідний для неї інструмент. Робиться це все на карті й чим зручніший інструмент буде в руках експерта – тим більше якісний результат вийде.

Застосовуючи різні засоби просторового аналізу, що є в ГІС, можна визначити транспортну потребу районів міста на основі аналізу різних чинників – щільність населення, рівня автомобілізації, розміщення центрів тяжіння (вокзали, ринки, крупні торгові центри, розважальні комплекси) і т.д. Природно, виконувати такий аналіз зручно на основі цифрової карти і районування, також підготовлених в ГІС.

Нарешті, база даних маршрутів пасажирського транспорту є невід'ємною просторовою складовою – прекрасна основа для підготовки традиційних карт транспорту і для створення інтерактивних інформаційних систем для населення. Наприклад, для інтернет-сервісу, що дозволяє будь-якому бажаючому знайти свій шлях з точки А в точку Б по діючих маршрутах пасажирського транспорту.

Слід відзначити, що засоби аналізу, що є в ГІС, дозволяють не тільки прокладати маршрути по існуючій вулично-дорожній мережі (ВДС), але і оцінювати ефективність самої цієї мережі, обчислювати вузькі місця, планувати розвиток. Практично в будь-якому місті можна знайти приклади, коли довжина навіть найоптимальнішого маршруту по тій, що є ВДС у багато разів перевищує геометрично найкоротшу відстань між пунктами відправлення і призначення (при тому, що на ідеальній мережі перевищення не може бути більше 40%). Причини цього – низька зв'язність мережі, обумовлена перешкодами (залізниці, річки і, як ні парадоксально, магістралі безперервного руху при нашій хронічній недостатності розв'язок), а також невдала організація руху. Результат – значний перепробіг для всіх учасників дорожнього руху: і суспільного транспорту, і комерційного, і особистого. Ну а наслідки відомі – пробки, шум, загазованість, прискорення зносу дорожнього полотна.

Моніторинг стану дорожнього полотна і планування ремонтів. Це один з найпопулярніших напрямів застосування ГІС в дорожніх адміністраціях. Часто одного лише колірного кодування ділянок дорогий по термінах ремонту буває досить, щоб істотно оптимізувати процес і підвищити якість дорожнього покриття в цілому.

Якщо ж використовувати ГІС для інтеграції різносторонньої інформації по дорожній мережі (якість покриття, транспортне навантаження, дати ремонтів),



на її основі можна побудувати динамічну модель зносу і автоматизувати планування ремонтів. У базі геоданих зручно зберігати і відомості про дорожні знаки, і іншу «придорожню» інформацію, прив'язану до географічних або лінійних координат.

Моніторинг покриття потрібен не тільки автодорогам, але і аеропортам. Аналогічна задача відносно рейкового шляху стоїть і перед залізницями. У всіх цих областях транспорту ГІС можуть помітно підвищити ефективність витрачання засобів на підтримку покриття або шляхи в належному стані.

Навігація. Хоча навігація ґрунтується на просторовій інформації і, по суті, невід'ємна від транспорту, застосування універсальних ГІС-пакетів тут досить обмежене, оскільки для навігації необхідний лише невеликий набір специфічних функцій.

Програмне забезпечення можна використовувати для навігації, маючи на увазі те, що воно відкрите для взаємодії з іншими додатками (на відміну від замкнутих бортових навігаційних систем), а також може вирішувати безліч супутніх задач. Вірніше, самі навігаційні функції будуть корисним доповненням в рухомій системі моніторингу/збору даних.

Інформаційні послуги населенню. Інформація про дороги, маршрути, розкладах потрібна нам всім. Засоби для її картографічного уявлення в Інтернеті існують вже 10 років. І при цьому склалася парадоксальна ситуація практичної відсутності у нас інформаційних послуг для масового споживача. Причини відомі – монополізм держави на просторову інформацію при його фактичній незацікавленості в наданні сервісів на її основі. Секретність координатних визначень з необхідною точністю дотепер залишається принциповою перешкодою. Для інвесторів і комерційних компаній цей ринок дуже цікавий, але невизначеність правового поля і, відповідно, неможливість прорахувати ризики, відводить їх від вкладень в цей напрям.

Тільки останніми роками ситуація почала мінятися під тиском популярності зарубіжних проектів типа Google Maps, і стали розвиватися аналогічні вітчизняні сервіси. Але поки вони далекі від того, що потрібно нам всім як споживачам. Необхідні актуальні карти доріг для планування поїздок, плани ВДС і маршрутів суспільного транспорту, схеми організації руху, інформація про ремонти і закриті ділянки дорогий, про пробки. Інтернет – ідеальне середовище для надання інформаційних послуг на основі цих даних – від простого відображення карт до пошуку оптимального маршруту з урахуванням різних чинників.

# РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФУНКЦІОНУВАННЯ ТРАНСПОРТНО-НАВІГАЦІЙНИХ ГІС

## ЛЕКЦІЯ 1 ГРАФИ І СПОСОБИ ЇХ ПОДАННЯ

### 1.1 Основні визначення

Граф задається множиною точок або вершин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  і множиною ліній або ребер  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , що сполучають між собою всі або частину точок. Формальне визначення графа може надано таким чином.

Графом називається двійка вигляду  $G = (X, A)$ ,

де  $X = \{x_i\}, i = 1, 2, \dots, n$  – множина вершин графа,

$A = \{a_i\}, i = 1, 2, \dots, m$  – множина ребер графа.

Графи можуть бути орієнтованими, неорієнтованими і змішаними (рис. 1.2). Якщо ребра в множині  $A$  орієнтовані, що звичайно показується стрілкою, то вони називаються дугами, і граф з такими ребрами називається орієнтованим графом або орграфом (рис. 1.2, а).

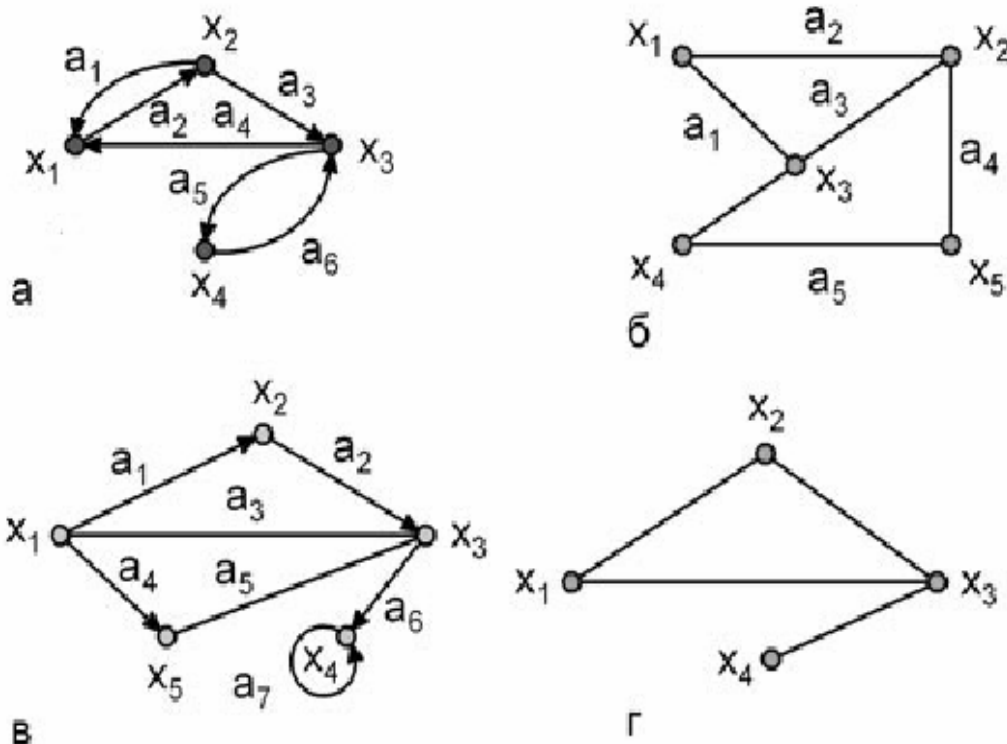


Рис. 1.2 – Види орієнтованих графів

Якщо ребра не мають орієнтації, то граф називається неорієнтованим (рис. 1.2,б). Граф, в якому присутні і ребра, і дуги, називається змішаним (рис. 1.2,в). У разі, коли  $G = (X, A)$  є орграфом і ми хочемо нехтувати спрямованістю дуг з множини  $A$ , то неорієнтований граф, відповідний  $G$ , позначатиметься і називатиметься неорієнтованим дублікатом або неорієнтованим двійником (рис. 1.2,г).

Дуга  $a_i$  може бути представлена впорядкованою парою вершин  $(x_n, x_k)$ , що складається з початкової  $x_n$  і кінцевої  $x_k$  вершин. Наприклад, для графа  $G_1$  (рис. 1.2, а) дуга  $a_1$  задається парою вершин  $(x_2, x_1)$ , а дуга  $a_3$  парою  $(x_2, x_3)$ . Якщо  $x_n, x_k$  – кінцеві вершини дуги  $a_i$ , то говорять, що вершини  $x_n$  і  $x_k$  інцидентні дузі  $a_i$  або дуга  $a_i$  інцидентна вершинам  $x_n$  і  $x_k$ .

Дуга, в якій початкова і кінцева вершини співпадають, називається **петлею**. У графі  $G_3$  (рис. 1.2, в) дуга  $a_7$  є петлею. Кожна вершина орграфа  $x_i$  може характеризуватися напівступенем результату  $d_o(x_i)$  і полустепенню заходу  $d_t(x_i)$ .

**Напівступенем виходу** вершини  $x_i$  —  $d_o(x_i)$  називається кількість дуг, які виходять з цієї вершини. Наприклад, для орграфа  $G_1$  (рис. 1.2, а) характеристики напівступенів виходу наступні:  $d_o(x_1)=1, d_o(x_2)=2, d_o(x_3)=2, d_o(x_4)=1$ .

**Напівступенем входу** вершини  $x_i$  —  $d_t(x_i)$  називається кількість дуг, що входять в цю вершину. Наприклад, для орграфа  $G_1$ :  $d_t(x_1)=2, d_t(x_2)=1, d_t(x_3)=2, d_t(x_4)=1$ .

Очевидно, що сума напівступенів виходу всіх вершин графа, а також сума напівступенів входу всіх вершин графа рівна загальному числу дуг графа, тобто

$$\sum_{i=1}^n d_o(x_i) = \sum_{i=1}^n d_t(x_i) = m,$$

де  $n$  – кількість вершин графа;

$m$  – кількість дуг.

Кожна вершина неорієнтованого графа  $x_i$  може характеризуватися ступенем вершини  $d(x_i)$ . **Ступенем вершини**  $x_i$  —  $d(x_i)$  називається кількість ребер, інцидентних цій вершині. Наприклад, для орграфа  $G_1$  (рис. 1.2, б) характеристики ступенів наступні:  $d(x_1)=2, d(x_2)=3, d(x_3)=3, d(x_4)=2$ .

## 1.2 Способи опису графів

### 1.2.1 Теоретико-множинне зображення графів

Граф описується переліком множини вершин і дуг. Приклади опису наведені для орграфів на рис. 1.3 і рис. 1.4.

$$G_4 = (X, A),$$

де  $X = \{x_i\}, i = 1, 2, 3, 4$  – множина вершин;

$A = \{a_i\}, i = 1, 2, \dots, 6$  – множина дуг,

де  $A = \{(x_1, x_2), (x_4, x_2), (x_2, x_4), (x_2, x_3), (x_3, x_3), (x_4, x_1)\}$ .

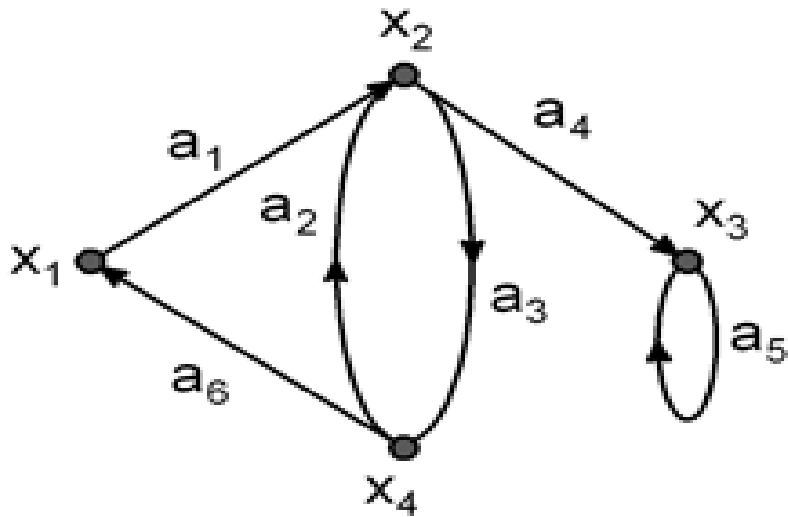


Рис. 1.3

$$G_5 = (X, A),$$

де  $X = \{B, C, D, E, F\}$  – множина вершин графа

$A = \{a_i\}, i = 1, 2, \dots, 5$  – множина дуг графа

причому  $a_1 = (F, B)$ ,  $a_2 = (B, E)$ ,  $a_3 = (F, D)$ ,  $a_4 = (E, C)$ ,  $a_5 = (C, D)$ .

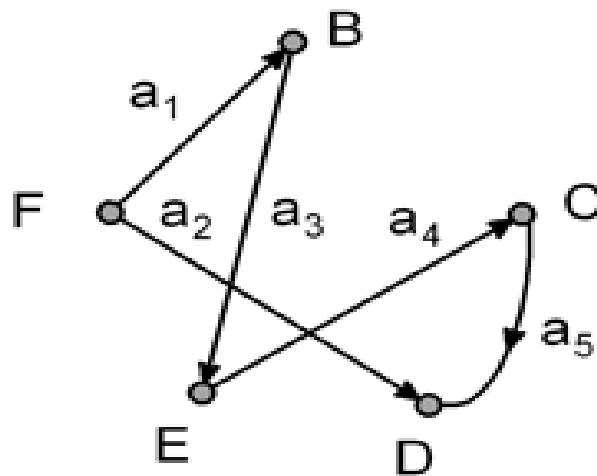


Рис. 1.4

### 1.2.2 Задання графів відповідності

Опис графів полягає в заданні множини вершин  $X$  і відповідності  $\Gamma$ , яка показує, як між собою зв'язані вершини. **Відповідністю  $\Gamma$**  називається відображення множини  $X$  в  $X$ , а граф в цьому випадку позначається парою

$$G = (X, \Gamma).$$

**Відображенням** вершини  $x_i$  —  $\Gamma(x_i)$  є множина вершин, в які існують дуги з вершини  $x_i$ , тобто

$$\Gamma(x_i) = \{ x_j : \exists \text{ дуга } (x_i, x_j) \in A \}.$$

Так для орграфа на рис. 1.3 опис заданням множини вершин і відповідності виглядає таким чином:

$$G_4 = (X, \Gamma),$$

де  $X = \{x_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 4$  — множина вершин,  $\Gamma(x_1) = \{x_2\}$ ,  $\Gamma(x_2) = \{x_3, x_4\}$ ,  $\Gamma(x_3) = \{x_3\}$ ,  $\Gamma(x_4) = \{x_1, x_2\}$  — відображення.

Для неорієнтованого або змішаного графа передбачається, що відповідність  $\Gamma$  задає такий еквівалентний орієнтований граф, який виходить з початкового графа заміною кожного неорієнтованого ребра двома протилежно напрямленими дугами, що сполучають ті самі вершини. Наприклад, для графа на рис. 1.2, б  $\Gamma(x_2) = \{x_1, x_3, x_5\}$ ,  $\Gamma(x_4) = \{x_3, x_5\}$  и т. д.

### 1.2.3 Матричне зображення графів

Для виконання операцій над графами зручно подавати їх у вигляді матриць суміжності і інциденцій.

**Матриця суміжності** — це квадратна матриця розмірністю  $n \times n$ , (де  $n$  — число вершин графа), що однозначно представляє його структуру.

$A = \{a_{ij}\}$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ , а кожен елемент матриці визначається таким чином:

$a_{ij} = 1$ , якщо  $\exists$  дуга  $(x_i, x_j)$ ,

$a_{ij} = 0$ , якщо немає дуги  $(x_i, x_j)$ .

**Матриця інциденцій** являє собою прямокутну матрицю розміром  $n \times m$ , де  $n$  — кількість вершин графа, а  $m$  — кількість дуг графа. Позначається матриця інциденцій

$$B = \{b_{ij}\}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m.$$

Кожен елемент матриці визначається таким чином:

$b_{ij} = 1$ , якщо  $x_i$  є початковою вершиною дуги  $a_j$ ;

$b_{ij} = -1$ , якщо  $x_i$  є кінцевою вершиною дуги  $a_j$ ;

$b_{ij} = 0$ , якщо  $x_i$  не є кінцевою вершиною дуги  $a_j$  або якщо  $a_j$  є петлею.

На рис. 1.5, а, б наведені граф і його матриця суміжності, по якій можна знайти характеристики вершин. Так, сума елементів  $i$ -ого рядка матриці дає напівступінь виходу вершини  $x_i$ , а сума елементів  $i$ -го стовпця дає напівступінь входу вершини  $x_i$ . По матриці суміжності можна знайти прямі й зворотні відображення. Розглянемо  $i$ -й рядок матриці.

Якщо елемент  $a_{ij}=1$ , то елемент графа  $x_j$  входить у відображення  $\Gamma(x_i)$ . Наприклад, в 2-му рядку матриці  $A$  (рис. 1.5,б) одиниці стоять у 2-му і 5-му стовпцях, отже  $\Gamma(x_2) = \{x_2, x_5\}$ .

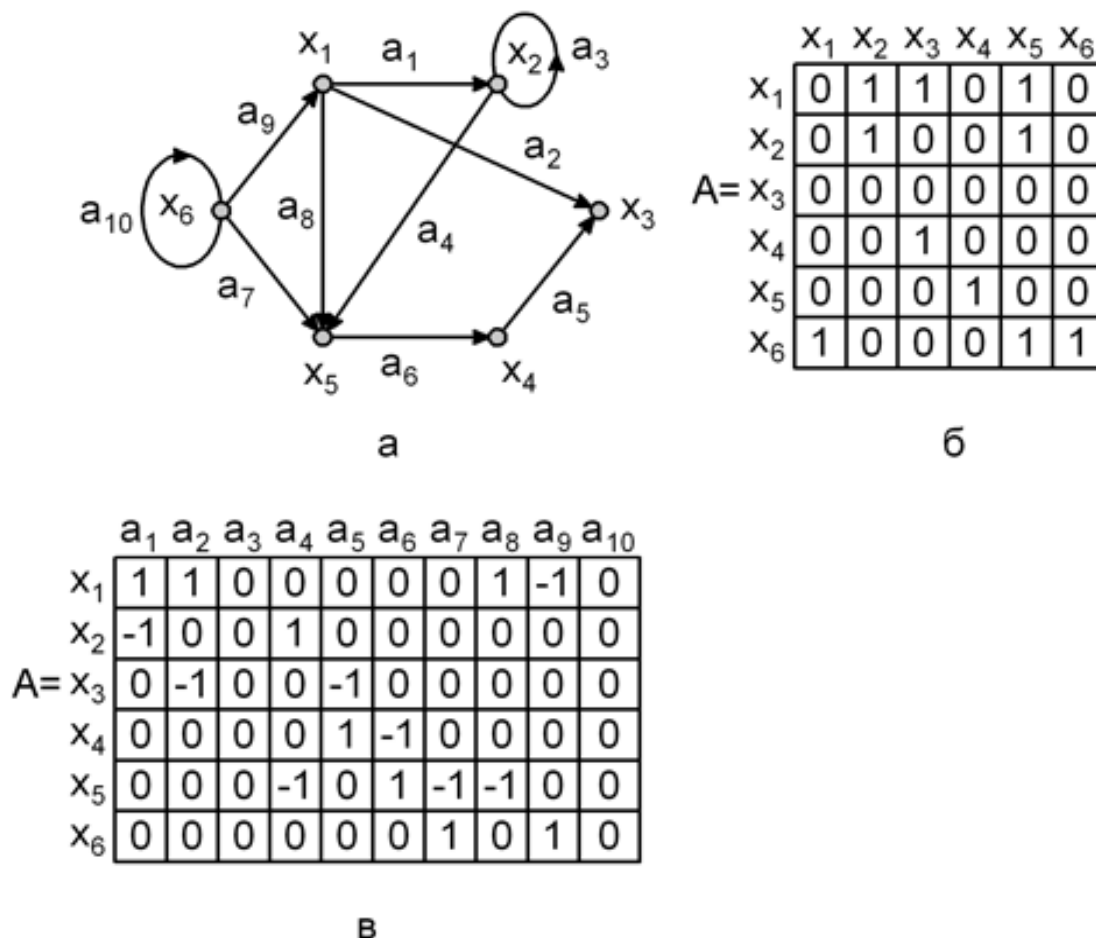


Рис. 1.5 – Орграф і його матричне подання:  
*а* – орграф; *б* – матриця суміжності; *в* – матриця інциденцій

Для графа на рис. 1.5,а матриця інциденцій наведена на рис. 1.5,в. Оскільки кожна дуга інцидентна двом різним вершинам, за винятком того випадку, коли дуга утворює петлю, то кожен стовпець або містить один елемент рівний 1 і один – рівний – 1, або всі елементи стовпця рівні 0.

Для неорієнтованого графа, матриця інциденцій визначається так само, за винятком того, що всі елементи, рівні –1, замінюються на 1.

### 1.3 Операції над графами

Розглянемо основні бінарні операції над графами, тобто операції над двома графами  $G_1$  і  $G_2$ .

**Об'єднання** графів  $G_1$  і  $G_2$ , що позначається як  $G_1 \cup G_2$ , представляє такий граф  $G_3 = (X_1 \cup X_2, A_1 \cup A_2)$ , що множина його вершин є об'єднанням  $X_1$  і  $X_2$ , а множина ребер – об'єднанням  $A_1$  і  $A_2$ . Граф  $G_3$ , одержаний операцією об'єднан-

ня графів  $G_1$  і  $G_2$ , показаний на рис. 1.6 д), а його матриця суміжності – на рис. 2.1,е. Матриця суміжності результуючого графа виходить операцією поелементного логічного складання матриць суміжності початкових графів  $G_1$  і  $G_2$ .

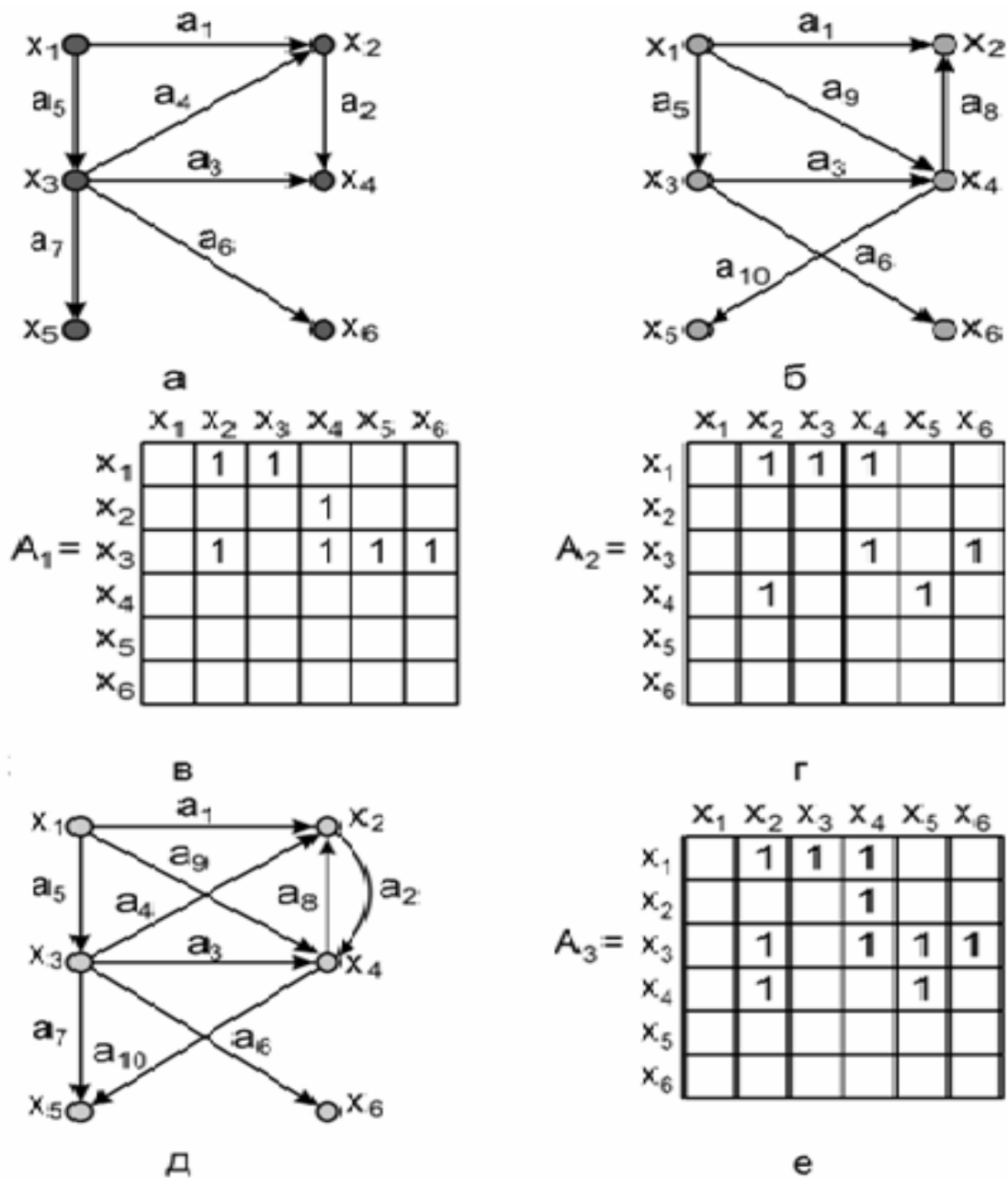


Рис. 1.6.

**Перетин** графів  $G_1$  і  $G_2$ , що позначається як  $G_1 \cap G_2$ , є граф  $G_4 = (X_1 \cap X_2, A_1 \cap A_2)$ . Таким чином, множина вершин графа  $G_4$  складається з вершин, присутніх одночасно в  $G_1$  і  $G_2$ . Операція перетину графів  $G_1 \cap G_2$  показана на рис. 2.2,в, а результуюча матриця суміжності виходить операцією поелементного логічного множення матриць суміжності початкових графів  $G_1$  і  $G_2$  показана на рис. 2.2,г.

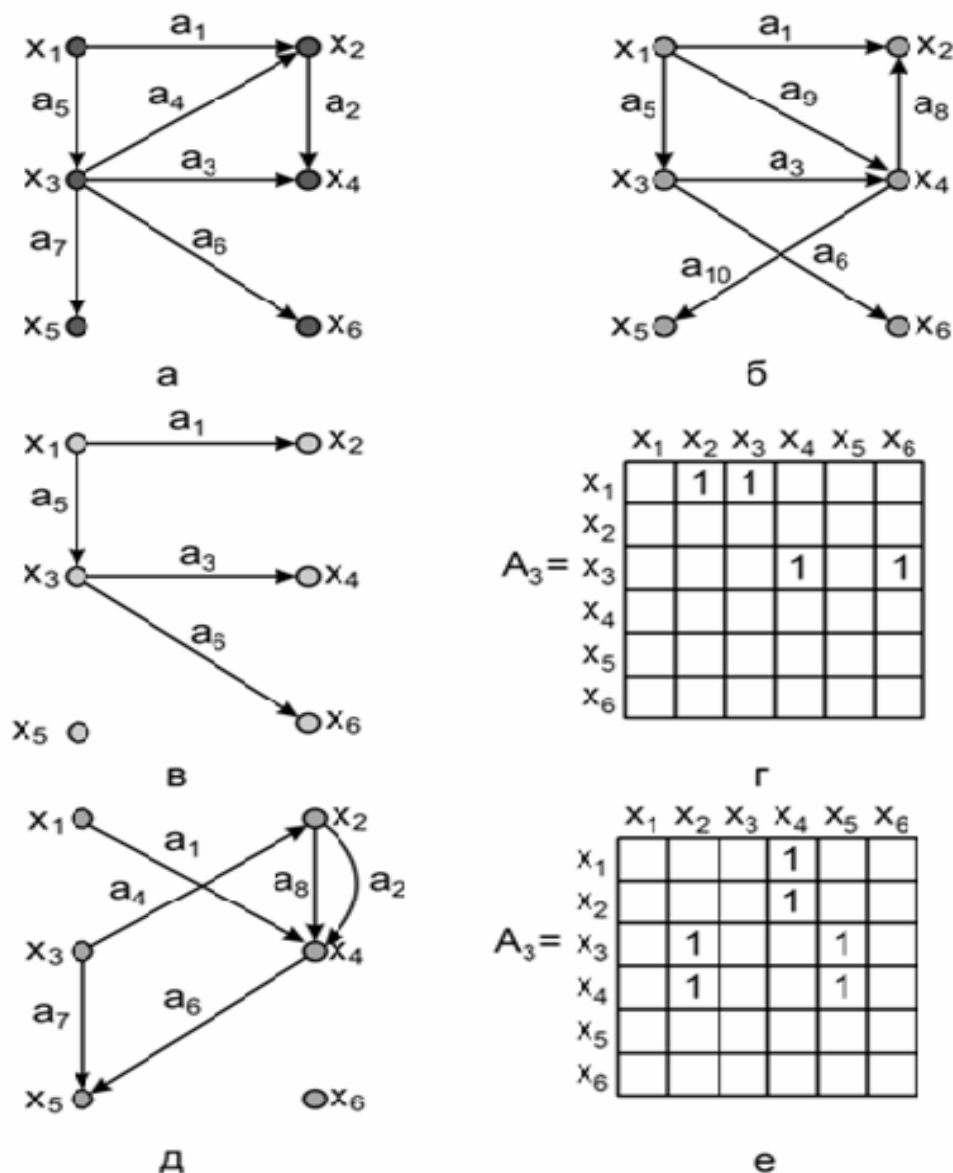


Рис. 1.7.

На рис. 1.7 показана операція перетину і кільцевої суми: а – граф  $G_1$ ; б – граф  $G_2$ ; в – граф  $G_1 \cap G_2$ ; г – матриця суміжності графа  $G_1 \cap G_2$ ; д – граф  $G_1 \oplus G_2$ ; е – матриця суміжності графа  $G_1 \oplus G_2$ .

**Кільцева сума** двох графів  $G_1$  і  $G_2$ , що позначається як  $G_1 \oplus G_2$ , є граф  $G_5$ , породжений на безлічі ребер  $A_1 \oplus A_2$ . Іншими словами, граф  $G_5$  не має ізольованих вершин і складається тільки з ребер, присутніх або в  $G_1$ , або в  $G_2$ , але не в обох одночасно. Кільцева сума графів  $G_1$  і  $G_2$  показана на рис. 2.2,д, а результуюча матриця суміжності виходить операцією поелементного логічного складання по *mod 2* матриць суміжності початкових графів  $G_1$  і  $G_2$  показана на рис. 2.2,е. Легко переконатися в тому, що три розглянуті операції комутативні, тобто

$$G_1 \cap G_2 = G_2 \cap G_1, \quad G_1 \cup G_2 = G_2 \cup G_1, \\ G_1 \oplus G_2 = G_2 \oplus G_1.$$



## ЛЕКЦІЯ 2 ДОСЯЖНІСТЬ У ГРАФІ

### 2.1 Знаходження транзитивних замикань по матриці суміжності

Розглянемо метод знаходження прямого транзитивного замикання по матриці суміжності, показаної на рис. 2.1,а для вершини  $x_2$  графа, зображеного на рис. 2.1,б. На 1-му кроці ітерації заносимо 0 у стовпець  $T^+$  для елементу  $x_2$  і проглядаємо 2-й рядок матриці. Знаходимо, що елементи  $a_{22} = 1$  і  $a_{25} = 1$ . Заносимо 1 в 5-у клітинку  $T^+$ . 2-а клітина вже зайнята нулем, тому 1 не заносимо. Другий крок починається переглядом 5-го рядка матриці суміжності, відповідний вершині  $x_5$  графа. Знаходимо, що елементи  $a_{51} = 1$  і  $a_{54} = 1$ , тобто з вершини  $x_5$  є дуги у вершини  $x_1$  і  $x_4$  або інакше з вершини  $x_2$  є шляхи довжиною 2 у вершини  $x_1$  і  $x_4$ . Довжину шляху 2 заносимо в 1-у і 4-у клітинки стовпця  $T^+(x_2)$ . На 3-му кроці аналізуються 1-й і 4-й рядки матриці суміжності А. Знаходимо елементи  $a_{12} = 1$ ,  $a_{13} = 1$   $a_{43} = 1$ . У відповідні вільні клітинки заносимо 1.

Це можна зробити тільки для вершини  $x_3$ , оскільки друга клітка вже зайнята. Аналіз 3-го рядку матриці на 4-му кроці показує, що з вершини  $x_3$  немає вихідних дуг, отже процес формування прямого транзитивного замикання завершений.

Таким чином, в стовпці  $T^+(x_2)$  стоять числа рівні довжині шляху від вершини  $x_2$  до відповідних вершин графа. Шлях від  $x_2$  до  $x_3$ , який дорівнює 3, показаний штриховою лінією на рис. 2.1,б. У стовпці  $T^+(x_2)$  відмічені всі вершини, досяжні з вершини  $x_2$ , отже вони входять у  $T^+(x_2)$ :

$$T^+(x_2) = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}.$$

У другому стовпці показано побудову прямого транзитивного замикання вершини  $x_1 - T^+(x_1)$ .

$$T^+(x_1) = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}.$$

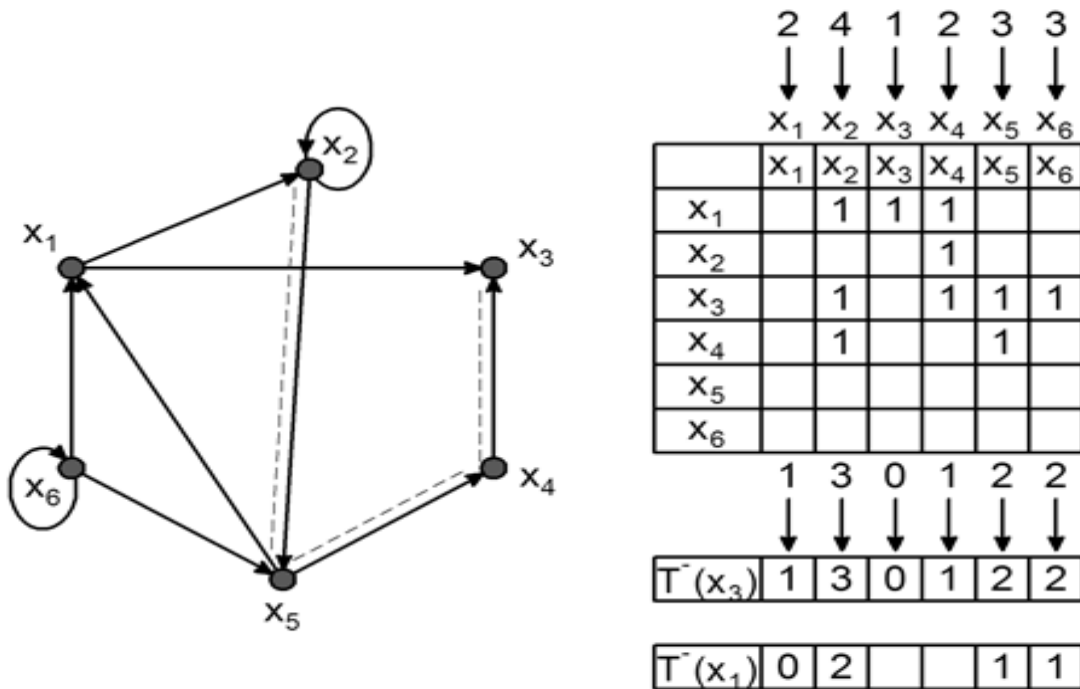
Знаходження зворотного транзитивного замикання по матриці суміжності показано на рис. 2.1, в. Розглянемо знаходження зворотного транзитивного замикання вершини  $T(x_3)$ , яке починається з занесення 0 в 3-ю клітинку рядка  $T(x_3)$ .

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	0	1	1	0	0	0
$x_2$	0	1	0	0	1	0
$x_3$	0	0	0	0	0	0
$x_4$	0	0	1	0	0	0
$x_5$	1	0	0	1	0	0
$x_6$	1	0	0	0	1	1

$T^+(x_2)$	$T(x_1)$
2	$x_1$ 0
0	$x_2$ 1
3	$x_3$ 1
2	$x_4$ 3
1	$x_5$ 2
	$x_6$

а



б

в

Рис. 2.1 – Побудова прямого (а) і зворотного (в) транзитивних замикань для графа (б)

На 1-му кроці алгоритму, поміченого стрілкою з цифрою 1, проглядаємо 3-й стовпець матриці  $A$ . Визначаємо елементи рівні 1, тобто  $a_{13} = 1$  і  $a_{43} = 1$ . Отже в графі з вершин  $x_1$  і  $x_4$  є дуги у вершину  $x_3$ . Заносимо 1 в 1-у і 4-у клітини  $T(x_3)$ . На другому кроці проглядаємо 1-й і 4-й стовпці матриці  $A$ . Знаходимо  $a_{51} = 1$   $a_{61} = 1$   $a_{54} = 1$  і проставляємо 2 (оскільки довжина шляху від цих вершин до вершини  $x_3$  дорівнює 2) у вільні клітки  $T(x_3)$ , тобто в 5-у і 6-у клітини.

На 3-му кроці проглядаємо 5-й і 6-й стовпці матриці  $A$ . Елементи  $a_{25} = 1$   $a_{65} = 1$   $a_{66} = 1$  дозволяють поставити 3 в 2-у клітину рядка  $T(x_3)$ . 4-й крок прогляду 2-го стовпця дає елементи  $a_{12} = 1$  і  $a_{22} = 1$ , що вже увійшли в  $T(x_3)$ . Отже, сформовано зворотне транзитивне замикання для вершини  $x_3$ :

$$T(x_3) = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}.$$

Числа, що стоять у клітинах  $T(x_3)$  показують довжину найкоротшого шляху від відповідних вершин до вершини  $x_3$ .

У другому рядку показано формування зворотного транзитивного замикання вершини  $x_1$ :

$$T(x_1) = \{x_1, x_2, x_5, x_6\}.$$

## 2.2 Досяжність і контрдосяжність на графах

Задач, в яких використовується поняття досяжності, досить багато. Ось одна з них. Граф може бути моделлю якої-небудь вулично-дорожньої мережі, в якій перехрестя і перетини вулиць представлені вершинами, а дуги інтерпретують дозволені напрями руху між перехрестями і перетинами вулиць. При розгляді такої моделі можна поставити питання, чи можливо від перехрестя  $x_i$  досягти перетин вулиць  $x_j$ , тобто чи існує шлях, що йде від вершини  $x_i$  до вершини  $x_j$ . Якщо такий шлях існує, то говорять, що вершина  $x_j$  досяжна з вершини  $x_i$ . Можна цікавитися досяжністю вершини  $x_j$  з вершини  $x_i$  тільки на таких шляхах, довжини яких не перевершують заданої величини або довжина яких менше найбільшого числа вершин у графі.

Досяжність у графі описується матрицею досяжності  $R=[r_{ij}]$ ,  $i, j=1, 2 \dots n$ , де  $n$  – кількість вершин графа, а кожний елемент визначається таким чином:

$$\begin{aligned} r_{ij} &= 1, \text{ якщо вершина } x_j \text{ досяжна з } x_i; \\ r_{ij} &= 0, \text{ у протилежному разі.} \end{aligned}$$

Множина вершин  $R(x_i)$  графа  $G$ , досяжних із заданої вершини  $x_i$ , складається з таких елементів  $x_j$ , для яких  $(i, j)$ -й елемент в матриці **досяжностей** дорівнює 1. Очевидно, що всі діагональні елементи в матриці  $R$  дорівнюють 1, оскільки кожна вершина досяжна з себе самої шляхом довжини 0. Оскільки пряме відображення 1-го порядку  $\Gamma^{+1}(x_i)$  є множиною таких вершин  $x_j$ , які досяжні з  $x_i$  з використанням шляхів довжини 1, то множина  $\Gamma^+(\Gamma^{+1}(x_i)) = \Gamma^{+2}(x_i)$  складається з вершин, досяжних з  $x_i$  з використанням шляхів довжини 2. Аналогічно  $\Gamma^{+p}(x_i)$  є множиною вершин, які досяжні з  $x_i$  за допомогою шляхів довжини  $p$ .

Оскільки будь-яка вершина графа, яка досяжна з  $x_i$ , повинна бути досяжна з використанням шляху (або шляхів) довжини 0 або 1, або 2, ..., або  $p$ , то множина вершин, досяжних для вершини  $x_i$ , можна подати у вигляді

$$R(x_i) = \{x_i\} \cup \Gamma^{+1}(x_i) \cup \Gamma^{+2}(x_i) \cup \dots \cup \Gamma^{+p}(x_i).$$

Як бачимо, множина досяжних вершин  $R(x_i)$  представляє пряме транзитивне замикання вершини  $x_i$ , тобто  $R(x_i) = T^+(x_i)$ . Отже, для побудови матриці досяжності знаходимо досяжні множини  $R(x_i)$  для всіх вершин  $x_i \in X$ . Вважаючи,  $r_{ij}=1$ , якщо  $x_j \in R(x_i)$  та  $r_{ij}=0$  у супротивному випадку.

На рис. 2.2 показаний приклад досяжності в графі: а – граф; б – матриця суміжності; в – матриця досяжності; г – матриця контрдосяжності. Для графа, наведеного на рис. 2.2,а, множини досяжностей знаходять таким чином:

$$R(x_1) = \{x_1\} \cup \{x_2, x_5\} \cup \{x_2, x_4, x_5\} \cup \{x_2, x_4, x_5\} = \{x_1, x_2, x_4, x_5\},$$

$$R(x_2) = \{x_2\} \cup \{x_2, x_4\} \cup \{x_2, x_4, x_5\} \cup \{x_2, x_4, x_5\} = \{x_2, x_4, x_5\},$$

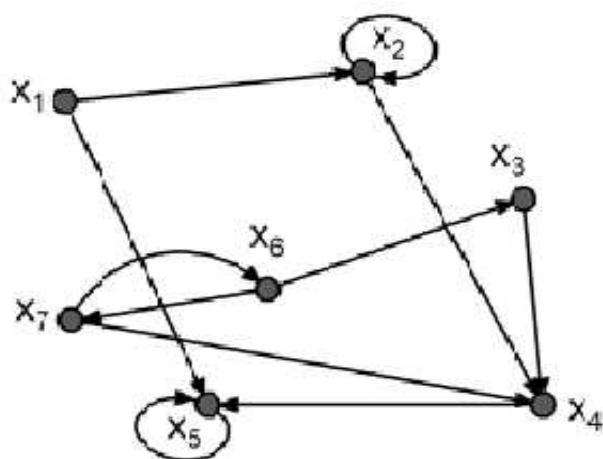
$$R(x_3) = \{x_3\} \cup \{x_4\} \cup \{x_5\} \cup \{x_5\} = \{x_3, x_4, x_5\},$$

$$R(x_4) = \{x_4\} \cup \{x_5\} \cup \{x_5\} = \{x_4, x_5\},$$

$$R(x_5) = \{x_5\} \cup \{x_5\} = \{x_5\},$$

$$R(x_6) = \{x_6\} \cup \{x_3, x_7\} \cup \{x_4, x_6\} \cup \{x_3, x_5, x_7\} \cup \{x_4, x_5, x_6\} = \\ = \{x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\},$$

$$R(x_7) = \{x_7\} \cup \{x_4, x_6\} \cup \{x_3, x_5, x_7\} \cup \{x_4, x_5, x_6\} = \{x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}.$$



а

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
$x_1$	0	1	0	0	1	0	0
$x_2$	0	1	0	1	0	0	0
$x_3$	0	0	0	1	0	0	0
$x_4$	0	0	0	0	1	0	0
$x_5$	0	0	0	0	1	0	0
$x_6$	0	0	1	0	0	0	1
$x_7$	0	0	0	1	0	1	0

б

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
$x_1$	1	1	0	1	1	0	0
$x_2$	0	1	0	1	1	0	0
$x_3$	0	0	1	1	1	0	0
$x_4$	0	0	0	1	1	0	0
$x_5$	0	0	0	0	1	0	0
$x_6$	0	0	1	1	1	1	1
$x_7$	0	0	1	1	1	1	1

в

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
$x_1$	1	0	0	0	0	0	0
$x_2$	1	1	0	0	0	0	0
$x_3$	0	0	1	0	0	1	1
$x_4$	1	1	1	1	0	1	1
$x_5$	1	1	1	1	1	1	1
$x_6$	0	0	0	0	0	1	1
$x_7$	0	0	0	0	0	1	1

г

Рис. 2.2

**Матриця досяжності** має вигляд, як показано на рис. 2.2,в. Матрицю досяжності можна побудувати по матриці суміжності (рис. 2.2,б), формуючи множини  $T^+(x_i)$  для кожної вершини  $x_i$ .

**Матриця контрдосяжності**  $Q = [q_{ij}]$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ , де  $n$  – число вершин графа, визначається наступним чином:

$q_{ij} = 1$ , якщо з вершини  $x_j$  можна досягти вершину  $x_i$ ;  
 $q_{ij} = 0$ , в іншому разі.

Контрдосяжною множиною  $Q(x_i)$  являється множина таких вершин, що з будь-якої вершини цієї множини можна досягти вершину  $x_i$ . Аналогічно побудові досяжної безлічі  $R(x_i)$  можна записати вираз для  $Q(x_i)$ :

$$Q(x_i) = \{x_i\} \cup \Gamma^1(x_i) \cup \Gamma^2(x_i) \cup \dots \cup \Gamma^p(x_i).$$

Таким чином, видно, що  $Q(x_i)$  – це є не що інше як зворотне транзитивне замикання вершини  $x_i$ , тобто  $Q(x_i) = T(x_i)$ . З визначень очевидно, що стовпець  $x_i$  матриці  $Q$  (в якому  $q_{ij} = 1$ , якщо  $x_j \in Q(x_i)$ , і  $q_{ij} = 0$  в супротивному випадку) співпадає з рядком  $x_i$  матриці  $R$ , тобто  $Q = R^T$ , де  $R^T$  – матриця, транспонована до матриці досяжності  $R$ .

**Матриця контрдосяжності** показана на рис. 2.2,г. Слід зазначити, що оскільки всі елементи матриць  $R$  і  $Q$  рівні 1 або 0, то кожен рядок можна зберігати в двійковій формі.

### 2.3 Знаходження множини вершин, що входять до шляху

Якщо необхідно дізнатися про вершини графа, що входять в ці шляхи, то слід пригадати визначення прямого і зворотного транзитивних замикань. Оскільки  $T^+(x_i)$  – це множина вершин, в які є шляхи з вершини  $x_i$ , а  $T^-(x_j)$  – множина вершин, з яких є шляхи в  $x_j$ , то  $T^+(x_i) \cap T^-(x_j)$  – множина вершин, кожна з яких належить, принаймні, одному шляху, що йде від  $x_i$  до  $x_j$ . Ці вершини називаються істотними або невід'ємними щодо двох кінцевих вершин  $x_i$  і  $x_j$ . Вся решта вершин графа називаються неістотними або надмірними, оскільки їх видалення не впливає на шляхи від  $x_i$  до  $x_j$ .

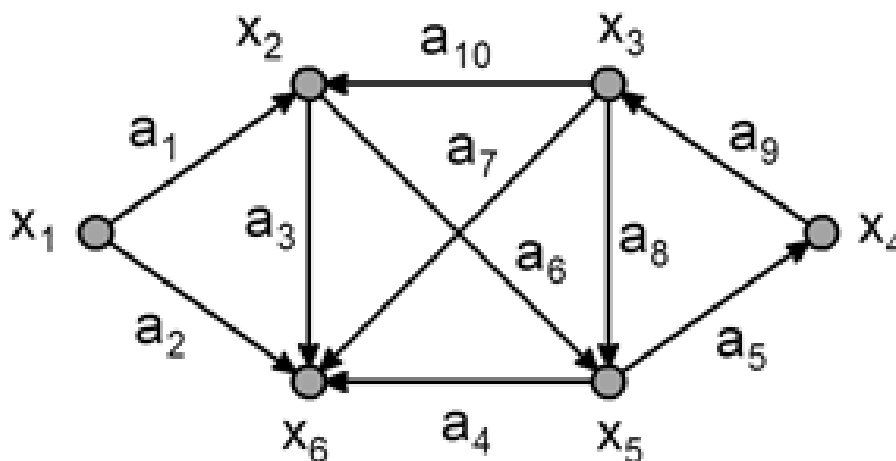


Рис. 2.3 – Орграф

Так, для графу на рис. 2.3 знаходження вершин, що входять в шлях, наприклад з вершини  $x_2$  у вершину  $x_4$ , зводиться до знаходження

$$T^+(x_2) = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\},$$

$$T^-(x_4) = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\},$$

і їх перетинів

$$T^+(x_2) \cap T^-(x_4) = \{x_2, x_3, x_4, x_5\}.$$

### 2.3.1 Матричний метод знаходження шляхів у графах

Матриця суміжності повністю визначає структуру графа. Зведемо матрицю суміжності в квадрат за правилами математики. Кожен елемент матриці  $A^2$  визначається за формулою

$$a^{(2)}_{ik} = \sum_{j=1}^n a_{ij}a_{jk}$$

Додаток у формулі рівний 1 тоді і тільки тоді, коли обидва числа  $a_{ij}$  і  $a_{jk}$  рівні 1, інакше воно рівне 0. Оскільки з рівності  $a_{ij} = a_{jk} = 1$  слідує існування шляху довжини 2 з вершини  $x_i$  у вершину  $x_k$ , що проходить через вершину  $x_j$ , то ( $i$ -й,  $k$ -й) елемент матриці  $A^2$  рівний числу шляхів довжини 2, що йдуть з  $x_i$  в  $x_k$ . У табл. 2.1, а представлена матриця суміжності графа, зображеного на рис. 2.2. Результат зведення матриці суміжності в квадрат  $A^2$  показаний у табл. 2.1, б.

Так "1", що стоїть на перетині другого рядка і четвертого стовпця, говорить про існування одного шляху завдовжки 2 з вершини  $x_2$  до вершини  $x_4$ . Дійсно, як бачимо в графі на рис. 2.3, існує такий шлях:  $a_6, a_5$ . Наявність значення "2" в матриці  $A^2$  говорить про існування двох шляхів завдовжки 2 від вершини  $x_3$  до вершини  $x_6$ :  $a_8, a_4$  і  $a_1, a_3$ .

Таблиця 2.1 а

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	0	1	0	0	0	1
$x_2$	0	0	0	0	1	1
$A = x_3$	0	1	0	0	1	1
$x_4$	0	0	1	0	0	0
$x_5$	0	0	0	1	0	1
$x_6$	0	0	0	0	0	0

Таблиця 2.1 б

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	0	0	0	0	1	1
$x_2$	0	0	0	1	0	1
$A^2 = x_3$	0	0	0	1	1	2
$x_4$	0	1	0	0	1	1
$x_5$	0	0	1	0	0	0
$x_6$	0	0	0	0	0	0

Таблиця 2.1 в

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	0	0	0	1	0	1
$x_2$	0	0	1	0	0	0
$A^3 = x_3$	0	0	1	1	0	1
$x_4$	0	0	0	1	1	2
$x_5$	0	1	0	0	1	1
$x_6$	0	0	0	0	0	0

Таблиця 2.1 г

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	0	0	1	0	0	0
$x_2$	0	1	0	0	1	1
$A^4 = x_3$	0	1	1	0	1	1
$x_4$	0	0	0	0	1	1
$x_5$	0	0	0	1	1	2
$x_6$	0	0	0	0	0	0

Аналогічно для матриці суміжності, зведеної до третього ступеня  $A^3$  (табл. 2.1,в),  $a_{ik}^{(3)}$  рівне числу шляхів завдовжки 3, що йдуть від  $x_i$  до  $x_k$ . З четвертого рядка матриці  $A^3$  видно, що шляхи завдовжки 3 існують:

- один з  $x_4$  у  $x_4$  ( $a_9, a_8, a_5$ ),

- один з  $x_4$  у  $x_5$  ( $a_9, a_{10}, a_6$ ),

і два шляхи з  $x_4$  в  $x_6$  ( $a_9, a_{10}, a_3$  і  $a_9, a_8, a_4$ ).

Матриця  $A_4$  показує існування шляхів завдовжки 4 (табл. 4.1, г).

Таким чином, якщо  $a_{ik}^p$  є елементом матриці  $A^p$ , то  $a_{ik}^p$  рівне числу шляхів довжини  $p$ , що йдуть від  $x_i$  до  $x_k$ .

## ЛЕКЦІЯ 3 ЗВАЖЕНІ ШЛЯХИ І МАРШРУТИ НА ГРАФАХ

### 3.1. Шляхи і маршрути

**Шляхом** в оргграфі називається послідовність дуг, в якій кінцева вершина всякої дуги, окрім останньої, є початковою вершиною наступної дуги.

Наприклад, для графа на рис. 3.1 послідовності дуг

$M_1: a_6, a_5, a_9, a_8, a_4,$

$M_2: a_1, a_6, a_5, a_9, a_7,$

$M_3: a_1, a_6, a_5, a_9, a_{10}, a_6, a_4$

є шляхами. Шляхи можуть бути різними.

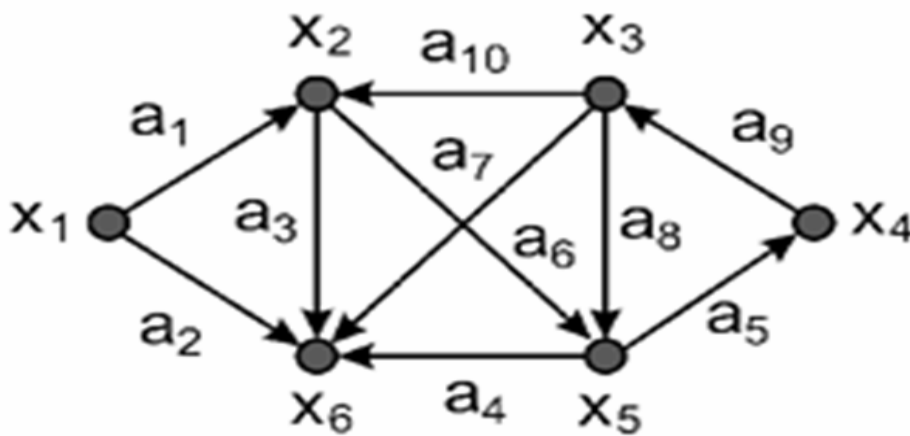


Рис. 3.1 – Оргграф

**Орланцюгом** (або простим шляхом) називається такий шлях, в якому кожна дуга використовується не більше одного разу. Так, шляхи  $M_1$  і  $M_2$  є орланцюгами, а  $M_3$  ні, оскільки дуга  $a_6$  використовується двічі.

**Простим орланцюгом** (або елементарним шляхом) називається шлях, в якому кожна вершина використовується не більше одного разу. Простим орланцюгом є шлях  $M_2$ .

Для неорієнтованого графа поняття **маршруту**, ланцюга і простого ланцюга аналогічні поняттям шляху, орланцюга і простого орланцюга в оргграфі.

Шлях або маршрут можна зображати також послідовністю вершин. Так шлях  $M_1$  можна представити послідовністю вершин  $x_2, x_5, x_4, x_3, x_5, x_6$ , і таке уявлення часто виявляється більш корисним.

### 3.2 Вага й довжина шляху

Іноді дугам графа зіставляють числа  $a_i, c_i$ , які називаються вагою або довжиною, або вартістю або ціною. У кожному конкретному випадку вибирається те слово, яке ближче підходить по сенсу завдання.



Граф  $G$ , що описується трійкою вигляду

$$G = (X, A, C),$$

де  $X = \{x_i\}, i = 1, 2, 3, \dots, n$  – безліч вершин,

$A = \{a_i\}, i = 1, 2, 3, \dots, m$  – безліч дуг,

$C = \{C_i\}, i = 1, 2, 3, \dots, m$  – безліч характеристик дуг, називається **графом із зваженими дугами**.

Приклад такого графа наведений на рис. 3.2,а. При розгляді шляху  $M$ , представленого послідовністю дуг  $(a_1, a_2, \dots, a_q)$ , за його вагу (або довжину, або вартість) беруть число  $L(M)$ , рівне сумі вагів всіх дуг, що входять в шлях, тобто  $L(M) = (c_i)$  для всіх  $a_i \in M$ .

**Довжиною** (або **потужністю**) шляху називається число дуг, що входять в нього. Найчастіше термін "довжина" вживають, коли всі дуги, що входять в шлях, мають ваги, рівні 1, тобто коли вага шляху співпадає з його довжиною (потужністю).

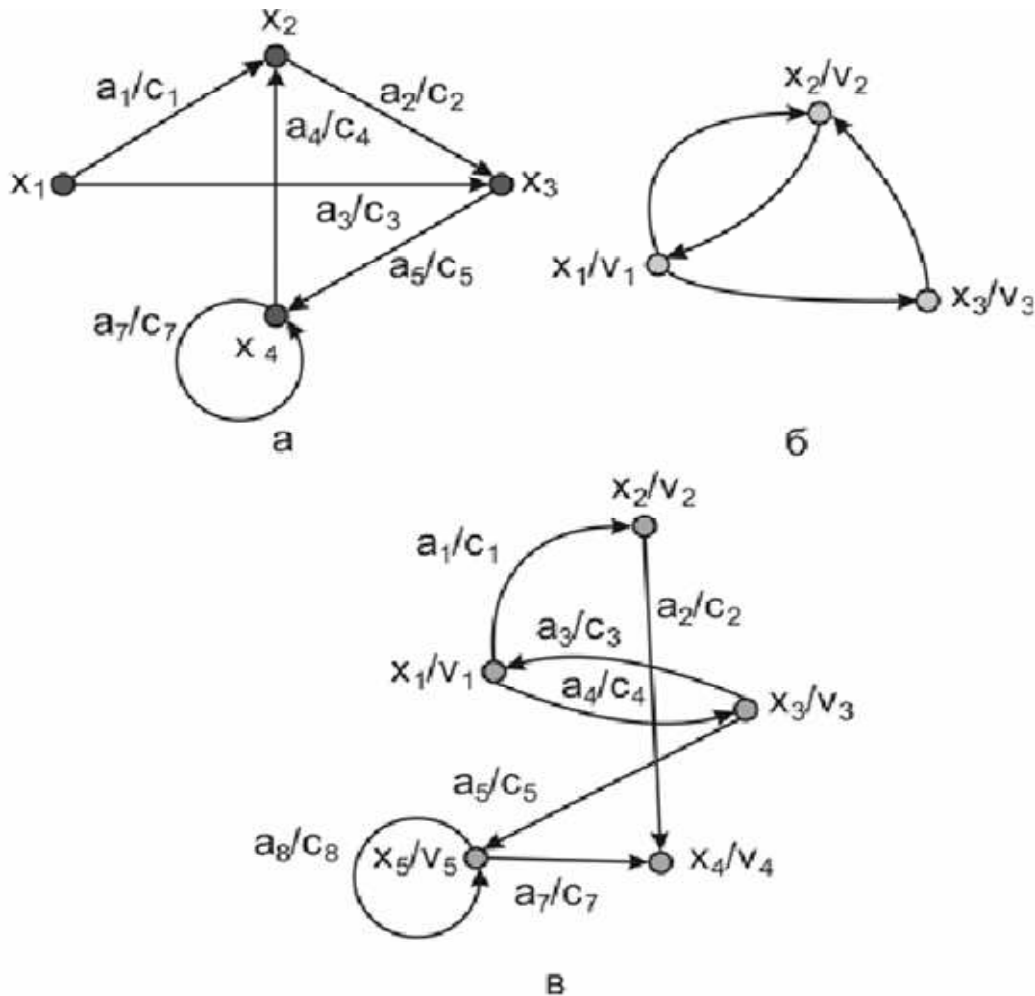


Рис. 3.2 – Зважені графи:

*а – граф із зваженими дугами; б – граф із зваженими вершинами;  
 в – зважений граф*

**Граф із зваженими вершинами** – це граф, що описується трійкою

$$G = (X, A, V),$$

де  $X = \{x_i\}, i = 1, 2, \dots, n$  – безліч вершин графа;

$A = \{a_i\}, i = 1, 2, \dots, m$  – безліч дуг графа;

$V = \{v_i\}, i = 1, 2, \dots, n$  – безліч характеристик вершин.

В якості характеристик вершин можуть виступати "**вартість**", "**потужність**", "**вага**" і т.п. Приклад такого графу наведений на рис. 3.2,б. Для графу із зваженими вершинами у разі подання шляху послідовністю вершин вагою шляхи є сума вагів, що входять в цей шлях вершин.

І нарешті, **зважений граф** визначається четвіркою виду  $G = (X, A, V, C)$ , тобто і дуги, і вершини цього графу мають деякі характеристики. Область застосування зважених графів як моделі досить обширна: транспортні завдання, завдання оптимізації мережі зв'язку і системи перевезень, завдання логістики та ін. Одним з відомих оптимізаційних завдань є знаходження найкоротших шляхів у графі із зваженими дугами.

### 3.3 Орцикли і цикли

Особливу групу складають замкнуті шляхи. Шлях  $a_1, a_2, \dots, a_q$  називається замкнутим, якщо в ньому початкова вершина  $a_1$  і кінцева вершина  $a_q$  співпадають. Так, для графа на рис. 3.2 можна скласти декілька замкнутих шляхів:

$$M_1: a_3, a_6, a_{11},$$

$$M_2: a_{11}, a_3, a_4, a_7, a_1, a_2, a_9,$$

$$M_3: a_3, a_4, a_7, a_{10}, a_9, a_{11}.$$

Шляхи  $M_1$  і  $M_3$  є замкнутими простими орланцюгами, званими контурами або простими орциклами, оскільки в них одна і та ж вершина використовується тільки один раз (за винятком початкової і кінцевої). Шлях  $M_2$  не є контуром, оскільки вершина  $x_1$  використовується в ньому двічі.

Контур, що проходить через всі вершини графу, має особливу назву – **гамільтонов контур**. Шлях  $M_3$  є гамільтоновим контуром. Він показаний штриховою лінією на рис. 3.3.

Для неорієнтованого графа **замкнутим маршрутом** є неорієнтований двійник замкнутого шляху, тобто замкнутим маршрутом є маршрут, в якому співпадають початкові і кінцеві вершини.

Для неорієнтованого графа поняття циклу і гамільтонова циклу аналогічні поняттям орциклу і гамільтонова контуру в орграфі.

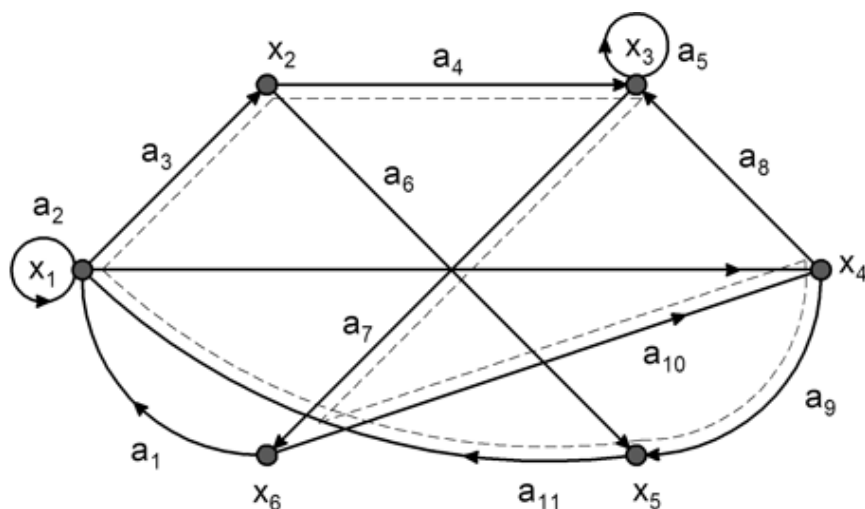


Рис. 3.3 – Орцикли в графі

**Эйлеровим циклом** в графі називається цикл, що містить всі ребра графу. Граф, що містить ейлеров цикл, називається ейлеровим графом. Основна теорема про існування ейлерова циклу формулюється так.

**ТЕОРЕМА.** Зв'язний неорієнтований граф  $G$  містить **ейлеров цикл** тоді і тільки тоді, коли число вершин непарного ступеня рівне нулю (0 або 2). Ейлер першим у своїй знаменитій задачі про Кенігсбергські мости поставив питання про існування такого циклу.

На річці Преголя в Кенігсберзі були два острови. Вони з'єднувалися між собою і з берегами річки сім'ю мостами, як схематично показано на рис. 3.4. Завдання полягало в тому, щоб за одну прогулянку обійти всі сім мостів, проходячи по кожному мосту тільки один раз, і повернутися в початкове місце.

Якщо кожен берег річки і острова вважати вершинами графу, а кожен міст – ребром, то карту на рис. 3.4, а можна подати у вигляді графа на рис. 3.4, б і відповідь на поставлене запитання тепер залежить від існування **ейлерова циклу** в цьому графі. Ейлер встановив, що вказаний граф не містить **ейлерова циклу**, і цей результат ознаменував народження теорії графів.

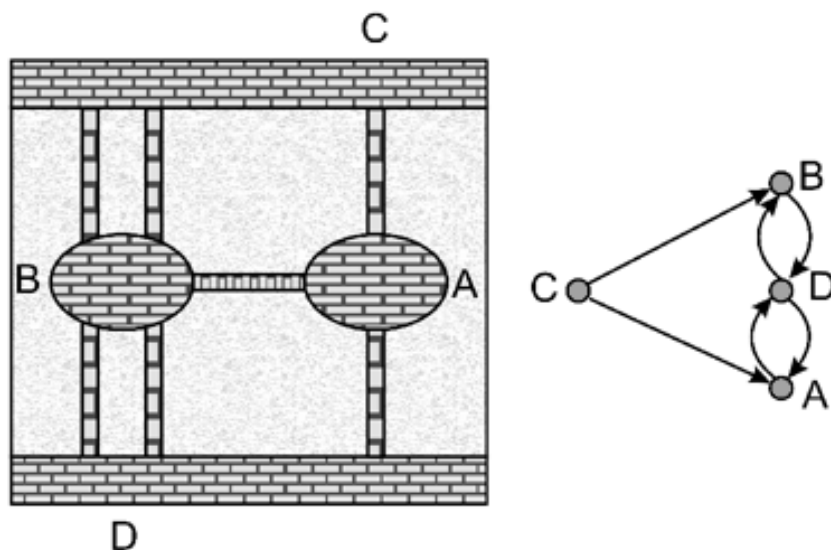


Рис. 3.4 – а – схема Кенігсбергських мостів; б – еквівалентний граф

## ЛЕКЦІЯ 4 АЛГОРИТМІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАВДАНЬ ТРАНСПОРТНО-НАВІГАЦІЙНИХ ГІС

### 4.1 Алгоритм пошуку найкоротшої відстані (алгоритм Дейкстри)

Найбільш ефективний алгоритм пошуку найкоротших шляхів на графах дав Дейкстра. Едсгер Вібе Дейкстра (нідерл. Edsger Wybe Dijkstra; народився 11 травня 1930 року в Роттердамі (Нідерланди) – помер 6 серпня 2002 року) - видатний нідерландський вчений, ідеї якого зробили величезний вплив на розвиток комп'ютерної індустрії. Популярність Дейкстри принесли його роботи в галузі застосування математичної логіки при розробці комп'ютерних програм. Він брав активну участь в розробці мов програмування. Один з авторів концепції структурного програмування і алгоритму знаходження найкоротшого шляху на орієнтованому графі з вагами ребер, відомий як Алгоритм Дейкстри.

У 1972 році Дейкстра став лауреатом премії Тьюрінга. Більше інформації про нідерландського вченого Едсгер Вібе Дейкстра можна одержати на сайті за адресою:

[http://www.peoples.ru/science/mathematics/edsger\\_wybe\\_dijkstra](http://www.peoples.ru/science/mathematics/edsger_wybe_dijkstra).

#### Формулювання завдання

Варіант 1. Дана мережа автомобільних доріг, що з'єднують міста Харківської області. Знайти найкоротші шляхи від Харкова до кожного міста області (якщо рухатися можна тільки по дорогах).

Варіант 2. Надана кількість маршрутів пасажирського транспорту, для кожного маршруту відома його вартість. Знайти маршрут мінімальної вартості (можливо, з пересадками), наприклад, від Роганського житлового масиву до Алексіївки.

У загальному випадку алгоритм Дейкстри цей метод заснован на присвоєнні вершинам тимчасових позначок, причому позначка вершини дає верхню межу довжини шляху від деякої вершини  $s$  до наданої вершини. Ці позначки поступово зменшуються за допомогою деякої ітераційної процедури, і на кожному кроці ітерації тільки одна з тимчасових позначок стає постійною. Останнє указує на те, що позначка вже не є верхньою межею, а дає точну довжину найкоротшого шляху від  $t$  до наданої вершини. Розглянемо докладніше цей алгоритм.

Надано граф  $G = (X, A, C)$  із зваженими дугами, приклад якого показано на рис. 4.1 Позначимо  $L(x_i)$  позначку вершини  $x_i$ . Ваги відстаней наведено в таблиці 4.1.

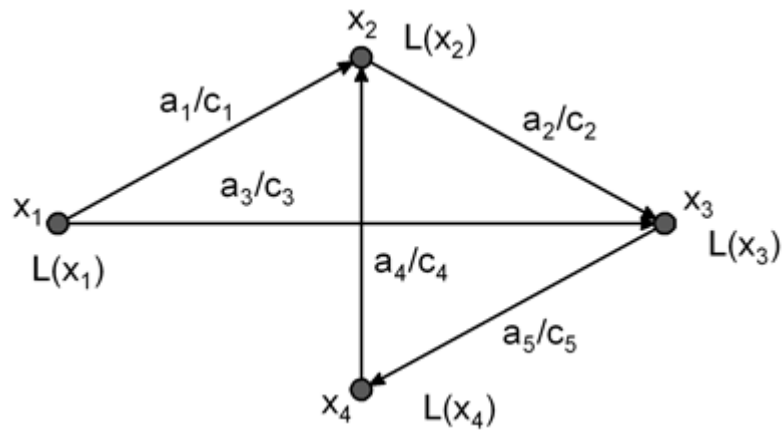


Рис. 4.1 – Граф із зваженими дугами

Таблиця 4.1

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$x_1$		$c_1$	$c_3$	
$x_2$			$c_2$	
$x_3$				$c_5$
$x_4$		$c_4$		

Розглянемо алгоритм знаходження найкоротшого шляху від вершини  $s$  до вершини  $t$  графа і більш загальний випадок: від вершини  $s$  до всіх вершин графа.

### Привоєння початкових позначок

КРОК 1. Присвоєти  $L(s)=0$  і вважати цю позначку постійною. Для всіх вершин  $x_i \neq s$  покласти  $L(x_i)=\infty$  і вважати ці позначки тимчасовими. За поточну дану вершину з постійною позначкою візьмемо вершину  $p$ , тобто покласти  $p=s$ .

### Оновлення позначок

КРОК 2. Для вершин, що входять в пряме відображення вершини  $p$ , тобто для всіх  $x_i$ , належних  $\Gamma(p)$ , позначки яких тимчасові, змінити позначки відповідно до наступного виразу:

$$L(x_i) \leftarrow \min[L(x_i), L(p) + C(p, x_i)].$$

### Перетворення позначки в постійну

КРОК 3. Серед всіх вершин з тимчасовими позначками знайти таку, для якої  $L(x_i^*) = \min[L(x_i)]$ .

КРОК 4. Рахувати позначку вершини  $x_i^*$  постійної і покласти  $p = x_i^*$ .

КРОК 5 (а). (При знаходженні шляху від  $s$  до  $t$ )

- якщо поточна вершина  $p$  є шуканою, тобто  $p = t$ , то  $L(p)$  є довжиною найкоротшого шляху від  $s$  до  $t$ . Останов.

- якщо  $p \neq t$ , перейти до КРОКУ 2.

КРОК 5(б). (При знаходженні шляхів від  $s$  до всіх вершин)

- якщо всі вершини відмічені постійними позначками, то ці позначки дають довжини найкоротших шляхів.

- якщо деякі позначками є тимчасовими, то слід перейти до КРОКУ 2.

Як тільки довжини найкоротших шляхів від вершини  $s$  будуть знайдені, шляхи можна одержати за допомогою рекурсивної процедури (\*). Оскільки вершина  $x_i^*$  безпосередньо передуює вершині  $x_i$  в найкоротшому шляху від  $s$  до  $x_i$ , то для будь-якої вершини  $x_i$  відповідну вершину  $x_i^*$  можна знайти як одну з вершин, що залишилися, для якої

$$L(x_i^*) + c(x_i^*, x_i) = L(x_i). (*)$$

Якщо найкоротший шлях від  $s$  до будь-якої вершини  $x_i$  є єдиним, то дуги  $(x_i^*, x_i)$  цього найкоротшого шляху утворюють орієнтоване дерево з коренем  $s$ .

Якщо існує декілька найкоротших шляхів від  $s$  до якої-небудь іншої вершини, то при деякій фіксованій вершині  $x_i^*$  співвідношення (\*) виконуватиметься для більш ніж однієї вершини  $x_i$ . В цьому випадку вибір може бути або довільним (якщо потрібен якийсь один найкоротший шлях між  $s$  і  $x_i$ ), або таким, що розглядаються всі дуги  $(x_i^*, x_i)$ , що входять в який-небудь з найкоротших шляхів, і при цьому сукупність всіх таких дуг утворює не орієнтоване дерево, а загальний граф, званий **базою** щодо  $s$ .

Приклад. Розглянемо граф змішаного типу, зображений на рис. 4.2,а, де кожне неорієнтоване ребро розглядається як пара протилежно направлених дуг рівної ваги. Матриця вагів надана на рис. 4.2,б. Потрібно знайти всі найкоротші шляхи від вершини  $x_1$  до всієї решти вершин.

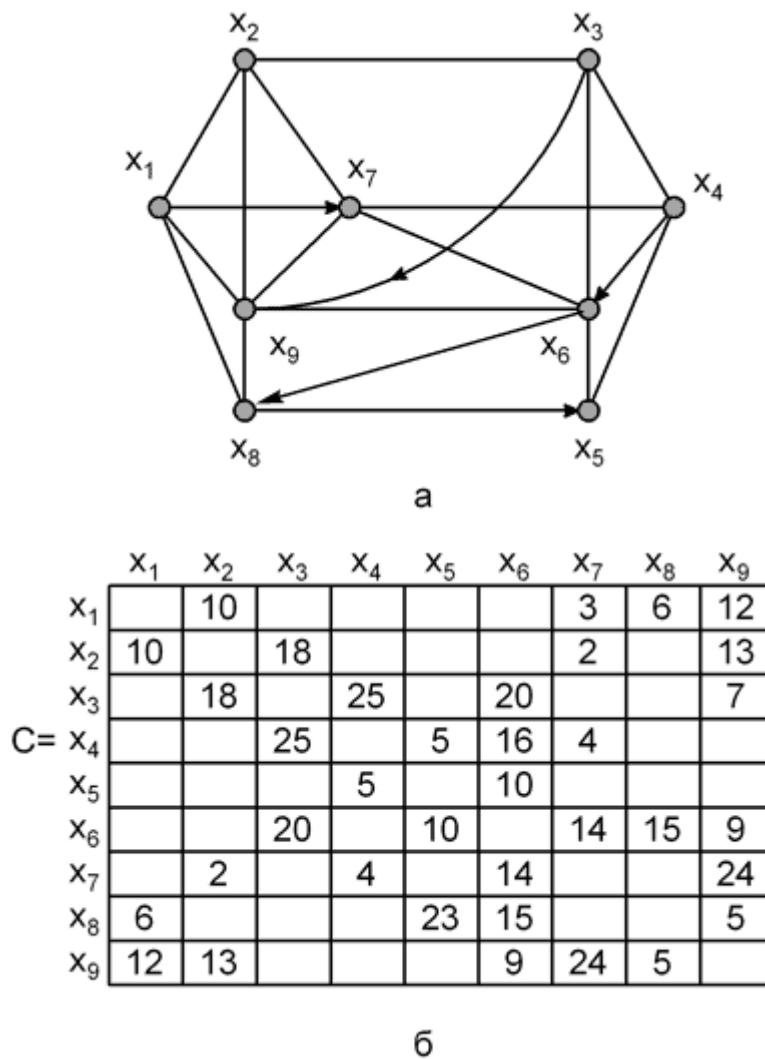


Рис. 4.2 – Приклад пошуку найкоротшого шляху:  
а – граф; б – матриця вагів дуг

Постійні позначки позначатимемо знаком  $\&+\&$ .

КРОК 1. Привласнимо  $L(x_1)=0, L(x_i)=\infty$  для всіх  $x_i$ , окрім  $x_1$ . Покладемо  $p=x_1$ .

### Перша ітерація

КРОК 2. Знайдемо пряме відображення для поточної даної вершини:  
 $\Gamma(p)=\Gamma(x_1)=\{x_2, x_7, x_8, x_9\}$ . Всі вершини, що входять в пряме відображення мають тимчасові позначки, тому перерахуємо їх значення:

$$L(x_2)=\min[L(x_2), L(x_1)c(x_1, x_2)]=\min[\infty, 0+10]=10$$

$$L(x_7)=\min[\infty, 0+3]=3$$

$$L(x_8)=\min[\infty, 0+6]=6$$

$$L(x_9)=\min[\infty, 0+12]=12$$

КРОК 3. На даному кроці ітерації маємо наступні тимчасові позначки вершин:

$$\begin{aligned} L(x_2) &= 10, L(x_3) = \infty, \\ L(x_7) &= 3, L(x_4) = \infty, \\ L(x_8) &= 6, L(x_5) = \infty, \\ L(x_9) &= 12, L(x_6) = \infty. \end{aligned}$$

Очевидно, що мінімальну позначку, яка дорівнює 3, має вершина  $x_7$ .

КРОК 4. За наступну поточну позначку приймаємо вершину  $x_7$ , тобто  $p = x_7$ , а її позначка стає постійною,  $L(x_7) = 3^+$ .

КРОК 5. Оскільки не всі вершини графу мають постійні позначки, переходимо до кроку 2.

### Друга ітерація

Граф з поточними значеннями позначок вершин надано на рис. 4.3.

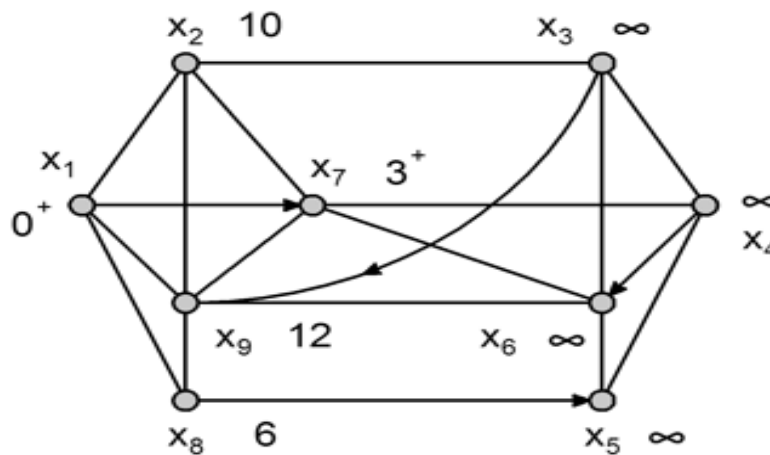


Рис. 4.3 – Позначки в кінці першої ітерації

КРОК 2. Знаходимо  $\Gamma(x_7) = \{x_2, x_4, x_6, x_9\}$ . Позначки всіх вершин тимчасові, отже перераховуємо їх значення:

$$\begin{aligned} L(x_2) &= \min[10, 3+2] = 5, \\ L(x_4) &= \min[\infty, 3+4] = 7, \\ L(x_6) &= \min[\infty, 3+14] = 17, \\ L(x_9) &= \min[12, 3+24] = 12. \end{aligned}$$

КРОК 3. На даному кроці ітерації маємо наступні тимчасові позначки вершин:

$$\begin{aligned} L(x_2) &= 5, L(x_3) = \infty, \\ L(x_4) &= 7, L(x_5) = \infty, \\ L(x_6) &= 17, L(x_8) = 6, L(x_9) &= 12. \end{aligned}$$

Очевидно, що мінімальну позначку, рівну 5, має вершина  $x_2$ .

КРОК 4. За наступну поточну позначку приймаємо вершину  $x_2$ , тобто  $p = x_2$ , а її позначка стає постійною,  $L(x_2) = 5^+$ .



КРОК 5. Оскільки не всі вершини графа мають постійні позначки, переходимо до кроку 2.

### Третя ітерація

Граф з поточними значеннями позначок вершин надано на рис. 4.4.

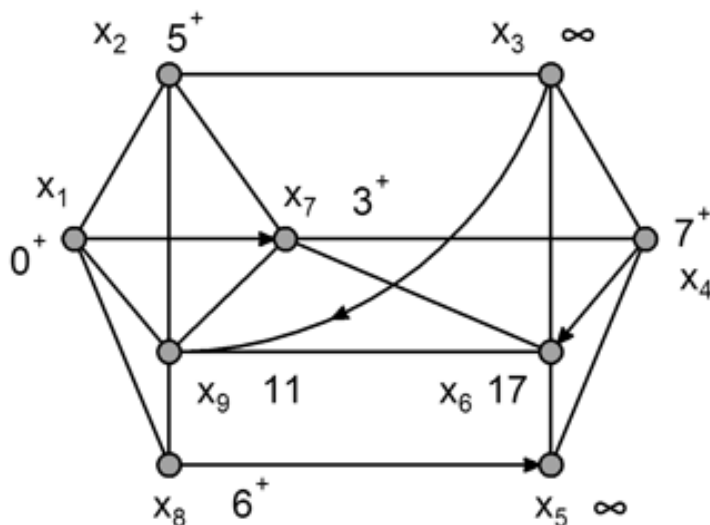


Рис. 4.4 – Позначки в кінці другої ітерації

КРОК 2. Знаходимо  $\Gamma(x_2)=\{x_1, x_3, x_7, x_9\}$ . Помітки вершин  $x_3$  і  $x_9$  тимчасові, отже перераховуємо їх значення:

$$L(x_3)=\min[\infty, 5+18]=23,$$

$$L(x_9)=\min[12, 5+13]=12.$$

КРОК 3. На даному кроці ітерації маємо наступні тимчасові помітки вершин:

$$L(x_3)=23, L(x_4)=7, L(x_5)=\infty,$$

$$L(x_6)=17, L(x_8)=6, L(x_9)=12.$$

Очевидно, що мінімальну мітку, рівну 6, має вершина  $x_8$ .

КРОК 4. За наступну поточну помітку приймаємо вершину  $x_8$ , тобто  $p = x_8$ , а її мітка стає постійною,  $L(x_8) = 6^+$ .

КРОК 5. Не всі вершини графа мають постійні помітки, тому переходимо до кроку 2.

### Четверта ітерація

КРОК 2. Знаходимо  $\Gamma(x_8)=\{x_1, x_5, x_6, x_9\}$ . Помітки вершин  $x_5$ ,  $x_6$  і  $x_9$  тимчасові, отже, перераховуємо їх значення:

$$L(x_5)=\min[\infty, 6+23]=29,$$

$$L(x_6)=\min[17, 6+15]=17,$$

$$L(x_9)=\min[12, 6+5]=11.$$

КРОК 3. На даному кроці ітерації маємо наступні тимчасові позначки вершин:

$$\begin{aligned}L(x_3) &= 23, L(x_4) = 7, \\L(x_5) &= 29, L(x_6) = 17, L(x_9) = 11.\end{aligned}$$

Очевидно, що мінімальну позначку, рівну 7 має верші на  $x_4$ .

КРОК 4. За наступну поточну мітку приймаємо вершину  $x_4$ , тобто  $p = x_4$ , а її мітка стає постійною,  $L(x_4) = 7^+$ .

КРОК 5. Оскільки не всі вершини графа мають постійні позначки, переходимо до кроку 2.

### П'ята ітерація

КРОК 2. Знаходимо  $\Gamma(x_4) = \{x_3, x_5, x_6, x_7\}$ . Позначки вершин  $x_3$ ,  $x_5$  і  $x_6$  тимчасові, отже, перераховуємо їх значення:

$$\begin{aligned}L(x_3) &= \min[23, 7 + 25] = 23, \\L(x_5) &= \min[29, 7 + 5] = 12, \\L(x_6) &= \min[17, 7 + 16] = 17.\end{aligned}$$

КРОК 3. На даному кроці ітерації маємо наступні тимчасові позначки вершин:

$$\begin{aligned}L(x_3) &= 23, L(x_5) = 29, \\L(x_6) &= 17, L(x_9) = 11.\end{aligned}$$

Очевидно, що мінімальну позначку, рівну 11 має вершина  $x_9$ .

КРОК 4. За наступну поточну позначку приймаємо вершину  $x_9$ , тобто  $p = x_9$ , а її мітка стає постійною,  $L(x_9) = 11^+$ .

КРОК 5. Оскільки не всі вершини графа мають постійні позначки, переходимо до кроку 2.

### Шоста ітерація

КРОК 2. Знаходимо  $\Gamma(x_9) = \{x_1, x_2, x_6, x_7, x_8\}$ . са вершини  $x_6$  временная, отже перераховуємо її значення:

$$L(x_6) = \min[17, 11 + 9] = 17.$$

КРОК 3. На даному кроці ітерації маємо наступні тимчасові позначки вершин:

$$L(x_3) = 23, L(x_5) = 12, L(x_6) = 17.$$

Очевидно, що мінімальну позначку, рівну 12 має вершина  $x_5$ .

КРОК 4. За наступну поточну мітку приймаємо вершину  $x_5$ , тобто  $p = x_5$ , а її мітка стає постійною,  $L(x_5) = 12^+$ .

КРОК 5. Оскільки не всі вершини графа мають постійні мітки, переходимо до кроку 2.

### Сьома ітерація

КРОК 2. Знаходимо  $\Gamma(x_5) = \{x_4, x_6\}$ . Позначка вершини  $x_6$  тимчасова, отже, перераховуємо її значення:

$$L(x_6) = \min [17, 12 + 10] = 17.$$

КРОК 3. На даному кроці ітерації маємо наступні тимчасові позначки:

$$L(x_3) = 23, \quad L(x_6) = 17.$$

Очевидно, що мінімальну позначку, рівну 17 має вершина  $x_6$ .

КРОК 4. За наступну поточну позначку приймаємо вершину  $x_6$ , тобто  $p = x_6$ , а її позначка стає постійною,  $L(x_6) = 17^+$ .

КРОК 5. Оскільки не всі вершини графа мають постійні позначки, переходимо до шагу 2.

### Восьма ітерація

КРОК 2. Знаходимо  $\Gamma(x_6) = \{x_3, x_5, x_7, x_8, x_9\}$ . позначка вершини  $x_3$  тимчасова, отже, перераховуємо її значення:

$$L(x_3) = \min [23, 17 + 20] = 23.$$

КРОК 3. На даному кроці ітерації маємо одну тимчасову позначку вершини:  $L(x_3) = 23$ , яка стає постійною.

КРОК 4. Всі вершини мають постійні мітки, тому алгоритм закінчений. Для знаходження найкоротшого шляху між вершинами, наприклад,  $x_2$  і початкової  $x_1$  послідовно використовуємо співвідношення:

$$L(x'_2) + c(x'_2, x_2) = L(x_2) = 5, \quad (4.1)$$

де вершина  $x'_2$  – це вершина, безпосередньо передуюча  $x_2$  в найкоротшому шляху від  $x_1$  до  $x_2$ . Єдиною такою вершиною є вершина  $x_7$ . Далі відношення (4.1) застосовуємо другий раз:

$$L(x'_7) + c(x'_7, x_7) = L(x_7) = 3.$$

Єдиною такою вершиною є вершина  $x_1$ . Тому найкоротший шлях від  $x_1$  до  $x_2$  є перелік вершин:  $x_1, x_7, x_2$ . Вершина  $x_1$ , є базою та надає всі найкоротші шляхи від  $x_1$ , які надано на рис. 4.5.

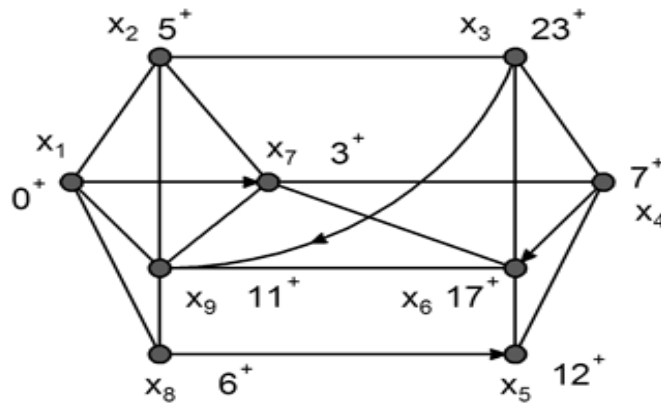


Рис. 4.5 – Вершина  $x_1$  є базою вершиною

Дев'ята ітерація

Кінець алгоритму.

## 4.2 Алгоритм пошуку найкоротшої відстані між парами вершин (алгоритм Флойда)

Алгоритм Флойда – динамічний алгоритм для знаходження кратчайших відстаней між усіма вершинами зваженого орієнтованого графа. Розроблен у 1962 році Робертом Флойдом. Роберт Флойд (англ. Robert Floyd, 8 червня 1936 року, Нью-Йорк, США — 25 вересня 2001 року, Стенфорд, США) – американський вчений в області теорії обчислювальних систем. Мав нагороди: у 1978 році – премія Тюрінга за його безперечний вплив на методологію створення ефективного і надійного програмного забезпечення і за його допомогу в становленні таких областей комп'ютерних наук як семантика мов програмування, автоматична верифікація програм, автоматичний синтез програм, і аналіз алгоритмів», у 1991 році – премія піонера обчислювальної техніки (англ. Computer Pioneer Award) від IEEE. Більше інформації про американського вченого Роберта Флойда можна одержати на сайті за адресою:

<http://news-service.stanford.edu/news/2001/november7/floydobit-117.html>

Припустимо, що ми маємо помічений оргграф, який містить час польоту по маршрутах, що зв'язують певні міста.

Припустимо, що необхідно побудувати таблицю, де приводився би мінімальний час перельоту з одного (довільного) міста в будь-який інший. В цьому випадку ми стикаємося із загальною задачею знаходження найкоротших шляхів, тобто знаходження найкоротших шляхів між всіма парами вершин оргграфа.

Формулювання завдання. Надано орієнтований граф  $G = (X, A)$ , кожній дузі (ребру)  $(u, w)$  цього графу відповідає не негативна вага  $C_{uw}$ . Загальна зада-

ча знаходження найкоротших шляхів полягає в знаходженні для кожної впорядкованої пари вершин  $(u, w)$  будь-якого шляху від вершини  $u$  у вершину  $w$ , довжина якого є мінімальною серед всіх можливих шляхів від  $u$  до  $w$ .

Можна вирішувати цю задачу, послідовно застосовуючи алгоритм Дейкстри для кожної вершини, що оголошується як джерело. Але для вирішення поставленої задачі можна скористатися алгоритмом, запропонованим Флойдом.

Припустимо, що всі вершини орграфа послідовно пронумеровані від 1 до  $n$ . Алгоритм Флойда використовує матрицю  $A(n \times n)$ , в якій знаходяться довжини найкоротших шляхів:

$$A_{ij} = C_{ij}, \text{ якщо } i \neq j;$$

$$A_{ij} = 0, \text{ якщо } i = j;$$

$$A_{ij} = \infty, \text{ якщо відсутній шлях з вершини } i \text{ у вершину } j.$$

Над матрицею  $A$  виконується  $n$  ітерацій. Після  $k$ -ої ітерації  $A_{ij}$  містить значення найменшої довжини шляху з вершини 1 у вершину  $j$ , причому шлях не проходить через вершини з номерами великими  $k$ .

Обчислення на  $k$ -ій ітерації виконується по формулі:

$$A_{ij}^k = \min ( A_{ij}^{k-1}, A_{ik}^{k-1} + A_{kj}^{k-1} )$$

Верхній індекс  $k$  означає значення матриці  $A$  після  $k$ -ої ітерації.

Для обчислення  $A_{ij}^k$  проводиться порівняння величини  $A_{ij}^{k-1}$  (тобто вартість шляху від вершини  $i$  до вершини  $j$  без участі вершини  $k$  або іншої вершини з вищим номером) з величиною  $A_{ik}^{k-1} + A_{kj}^{k-1}$  (вартість шляху від вершини  $i$  до вершини  $k$  плюс вартість шляху від вершини  $k$  до вершини  $j$ ).

Якщо шлях через вершину  $k$  дешевше, ніж  $A_{ij}^{k-1}$ , то величина  $A_{ij}^k$  змінюється. Розглянемо помічений оргграф наданий на рис. 4.6.

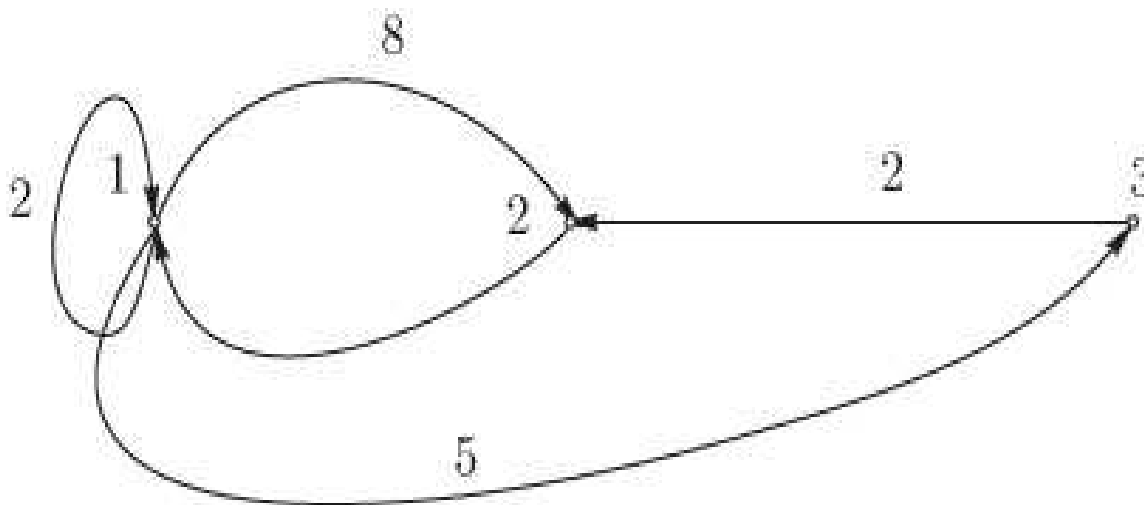


Рис. 4.6 – Помічений оргграф

Матриця  $A (3 \times 3)$  на нульовій ітерації ( $k = 0$ )

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 5 \\ 3 & 0 & \infty \\ \infty & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Матриця  $A (3 \times 3)$  після першої ітерації ( $k = 1$ )

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 5 \\ 3 & 0 & 8 \\ \infty & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Матриця  $A (3 \times 3)$  після другої ітерації ( $k = 2$ )

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 5 \\ 3 & 0 & 8 \\ 5 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Матриця  $A (3 \times 3)$  після третьої ітерації ( $k = 3$ )

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 & 5 \\ 3 & 0 & 8 \\ 5 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Кінець алгоритму.

## РОЗДІЛ 2 КОНЦЕПТУАЛЬНІ ОСНОВИ СТВОРЕННЯ ДЕРЖАВНОЇ ІНТЕГРОВАНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

### ЛЕКЦІЯ 5 ДЕРЖАВНА СИСТЕМА НАВІГАЦІЙНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ І УПРАВЛІННЯ РУХОМИМИ ОБ'ЄКТАМИ

#### **5.1 Проблеми створення Державної інтегрованої інформаційної системи**

Участь України в міжнародних інтеграційних процесах, глобалізація суспільно-політичних процесів повинна супроводжуватися підвищенням рівня захисту національних інтересів шляхом надійного контролю повітряного, надводного, підводного, сухопутного просторів, виключної морської економічної зони, спостереження за морськими транспортними потоками та забезпечення навігаційної безпеки.

Потреба здійснення ефективного управління транспортними потоками, необхідність охорони сухопутних, повітряних, морських державних кордонів України, попередження виникнення надзвичайних ситуацій, виконання пошуково-рятувальних робіт зумовлюють необхідність безперервного спостереження та ефективного управління рухомими об'єктами усіх класів.

Розв'язання цих завдань не можливе без ефективних систем інформаційного забезпечення, які інтегрують процеси спостереження, навігації, зв'язку в інтересах управління рухомими об'єктами як в цивільній, так і в оборонній сферах діяльності держави. Вирішити цю комплексну проблему можна, за рахунок створення Державної інтегрованої інформаційної системи (Д І І С), забезпечення управління рухомим об'єктами (зв'язок, навігація, спостереження).

Як вважають розробники комплексної програми створення Д І І С, при створенні подібної системи в Україні основними проблемами будуть:

- створення інформаційної інфраструктури Д І І С;
- спостереження за рухомими об'єктами усіх класів;
- навігаційне забезпечення управління рухомими об'єктами;
- зв'язок з рухомими об'єктами.

Необхідно відмітити також труднощі, вирішення яких дозволить створити та впровадити в життя цю перспективну систему. У галузі створення інформаційної інфраструктури Д І І С:

- відсутні організаційні й функціональні структури, об'єднуючі інформацію про рухомі об'єкти різних відомств;
- відсутній державний регламент формування і використання інформаційних ресурсів для забезпечення управління рухомими об'єктами мор-

ського, повітряного, наземного, й річкового транспорту як цивільного, так і військового призначення;

- не розроблені стандарти представлення інформації, трафік інформаційного обміну, не визначені рівні доступу до інформації, не встановлені права та обов'язки суб'єктів управління рухомими об'єктами щодо формування - необхідних інформаційних потоків;

- відсутня державна система інформаційно-аналітичних центрів, що координують перевезення вантажів та пасажирів різними видами транспорту;

- не вирішені проблеми захисту інформації від несанкціонованого доступу;

- недопрацьовані державні стандарти на цифрові та електронні карти;

- недостатній рівень підготовки персоналу для роботи в умовах експлуатації інтегрованих інформаційних систем та застосування сучасних інформаційних технологій.

У галузі навігаційного забезпечення управління рухомими об'єктами:

- потреба здійснення ефективного управління транспортними потоками;

- моральна й фізична застарілість діючого радіонавігаційного обладнання, що не дозволяє вирішувати завдання навігації на належному сучасному рівні;

- відсутній один із основних нормативних документів у галузі радіонавігаційного забезпечення - радіонавігаційний план України.

У галузі зв'язку з рухомими об'єктами:

- необхідно забезпечити покриття території України надійним зв'язком з рухомими об'єктами усіх класів;

Для створення інформаційної інфраструктури Д І І С необхідно реалізувати заходи за напрямками:

- визначення інформаційних ресурсів Д І І С, нормативно-правове регулювання державних, відомчих, приватних інформаційних ресурсів, прав і обов'язків їх власників, регламентація прав доступу користувачів до інформаційних ресурсів Д І І С;

- обґрунтування необхідності створення Головного інформаційного центру Д І І С й системи регіональних інформаційно-аналітичних центрів користувачів Д І І С;

- створення єдиної телекомунікаційної мережі Д І І С;



- розробка і впровадження в Д І І С єдиної інформаційної технології збору, об'єднання та подання даних про рухомі об'єкти від різних джерел спостереження та навігації;
- розробка і впровадження в Д І І С єдиного стандарту протоколів та форматів обміну даними про рухомі об'єкти;
- розробка і впровадження єдиної системи класифікації, індексації і нумерації рухомих об'єктів в Д І І С;
- створення й впровадження в Д І І С інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень щодо забезпечення управління рухомими об'єктами;
- створення системи геоінформаційного забезпечення Д І І С.

## **5.2 Державна система навігаційного забезпечення і управління рухомими об'єктами**

Державна політика навігаційного забезпечення формується, виходячи з необхідності створення умов для отримання користувачем (аерокосмічним, морським, річковим, наземним та іншим) у будь-який точці Землі в реальному масштабі часу надійної навігаційної інформації, достатньої для вирішення народногосподарських та оборонних завдань при мінімально можливих затратах.

Широкому колу споживачів для досягнення різноманітних власних цілей з дотриманням правил техніки безпеки руху в повітряному, морському, річковому та наземному просторах, де здійснюється суверенітет України, необхідні координатно-часові, навігаційні дані й дані висвітлення обстановки, відображення ситуацій, управління рухом та маневруванням. Вимоги споживачів визначаються завданнями, які вирішуються при використанні навігаційних систем (НС). Завдання, що вирішуються при використанні НС, поділяються на наступні групи:

- завдання, пов'язані з пересуванням рухомих об'єктів (транспортні задачі);
- завдання геодезичної прив'язки;

Значні відмінності динамічних характеристик різних транспортних засобів вимагають урахування умов їхнього руху при навігаційному забезпеченні повітряних, морських, річкових і наземних споживачів, а також при геодезичній прив'язці об'єктів навігації. Особливе місце займають завдання навігації космічних апаратів.

У процесі вирішення транспортних завдань змінюються умови руху об'єктів, а відповідно до цього змінюються і вимоги до навігаційних систем.

Навігація наземних транспортних засобів має специфіку навігаційного забезпечення при переміщенні за довільними і встановленими маршрутами (зокрема у межах міста).

Інша група завдань – це геодезична прив'язка, що пов'язана з виконанням робіт у таких напрямках:

- картографія та океанографія;
- кадастровий державний реєстр;
- геологорозвідка та добування корисних копалин;
- розташування радіобуїв, платформ та опорних станцій;
- створення геодезичних мереж, проведення землепорядкувальних робіт.

На рис. 5.1 представлена структура задач, що вирішуються при використанні НС. Існуючі навігаційні системи залежно від призначення технічних засобів розподіляються на два класи:

- навігаційні системи для забезпечення власних потреб рухомого автономного об'єкта;
- системи спостереження, що забезпечують інтегровану багатокритеріальну характеристику об'єкта та мають значну робочу зону, в якій одночасно працює багато об'єктів.

Усі існуючі навігаційні системи, що розробляються, залежно від формування навігаційних полів та розташування (базування) технічних засобів поділяються так:

- наземні (стаціонарні та мобільні);
- космічні (супутникові).

Класифікація існуючих в Україні НС наведена на рис.5.2. В Україні створюється система навігаційного забезпечення (СНЗ) із застосуванням навігаційних полів НАВСТАР та ГЛОНАСС. Планується побудувати національну наземну корегуючу систему на принципах широкозонної диференційної навігації.

Наземний сегмент СНЗ буде мати:

- центр контролю навігаційного поля;
- головна контрольна станція широкозонної мережі і центр обробки та передачі інформації;
- регіональні пункти контролю навігаційного поля;
- локальні контрольні станції та їх мережі.

Доведення диференційної коригуючої інформації планується радіоканалами УКХ-, СХ-, ДХ-діапазонів зв'язку.

### **5.3 Складові загальнодержавної системи навігаційного забезпечення**

Усі наземні навігаційні системи за відстанню дії на площі обслуговування діляться на:

- радіотехнічні системи дальньої навігації;
- радіотехнічні системи близької навігації;
- системи посадки;
- системи висвітлення надводної обстановки та управління рухом суден та кораблів;
- системи спостереження за повітряною обстановкою.

**Радіотехнічні системи дальньої навігації.** На території СНД, у тому числі в Україні, експлуатуються і використовуються різними групами споживачів такі радіотехнічні системи дальньої навігації: “Маршрут” (“Альфа”), “Тропик-2” (“Чайка”), “Тропик-2П”, “Марс-75”.

Системи “Маршрут” (“Альфа”), “Тропик-2” (“Чайка”) є стаціонарними, а системи “Тропик 2П”, “Марс-75” - мобільними.

Система “Маршрут” (“Альфа”) є різницево-далекомірною вимірювальною, фазовою радіотехнічною системою, що призначена для забезпечення континентальних і океанських польотів літаків, плавання морських надводних та підводних суден у відкритих водах.

Система “Тропик-2” (“Чайка”) є різницево-далекомірною, імпульсно-фазовою радіотехнічною системою, що служить для визначення місцеположення рухомих об’єктів усіх груп споживачів у регіонах інтенсивного руху із точністю, достатньою для вирішення транспортних завдань, включаючи позакатегорійний захід на посадку літаків, плавання суден в прибережних водах і управління рухом наземного транспорту.

Система “Тропик-2П” є різницево-далекомірною, імпульсно-фазовою радіотехнічною системою, що призначена для забезпечення вирішення завдань в окремих локальних районах. Система “Тропик-2П” може з’єднуватися зі стаціонарною РНС. Система “Тропик-2” (“Чайка”) може використовуватися і для наروщування її радіонавігаційних полів.

Система “Марс-75” є різницево-далекомірною вимірювальною, фазовою радіонавігаційною системою, яка розроблена на замовлення Міністерства оборони і призначена для забезпечення судоводіння, виконання гідрографічних робіт та спеціальних робіт, а також польотів літаків із швидкістю, що не перевищує 1000 км на годину.

Розвиток економічних стосунків з державами СНД і державами, що географічно наближені до СНД вимагає використовувати системи далекої навігації наряду із системами супутникової навігації. Кожна з них у критичних ситуаціях працює як резервна.

**Радіотехнічні системи ближньої навігації.** На сьогоднішній день знаходяться в експлуатації і використовуються споживачами такі радіотехнічні системи ближньої навігації: РСБН-4Н, ПРА-8 (9М,10), VOR/DME, РС-10, ГРАС-2, КРМ, “Алмаз”.

Системи РСБН-4Н, ПРА-8 (9М,10), VOR/DME використовуються повітряними споживачами, а системи РС-10, ГРАС-2, КРМ, “Алмаз” - морськими.

Система РСБН-2Н та її модифікації (РСБН-4Н, РСБН-6Н, РСБН-8Н) призначена для забезпечення літаководіння по повітряних трасах, для виходу у район літовища і позакатегорійного заходження літаків на посадку. Система працює за принципом “запитання-відповідь”, пропускна спроможність не більше 100 літаків водночас, навігаційна інформація видається в полярних координатах (відстань-азимут).

Система РС-10 за принципом роботи аналогічна системі БРАС-3, але має більш високі тактико-технічні та експлуатаційні характеристики.

Система ГРАС-2 призначена для розв’язування завдань гідрографії та інших спеціальних завдань, що вимагають високої точності визначення місцезнаходження .

Морські радіомаяки (КРМ, “Алмаз”) являють собою радіостанції з кутовим випромінюванням сигналів у діапазоні 285-315 КГц. Визначення напрямку на них можливе при використанні на судах радіопеленгаторів із похибкою не більше 3°.

Частину радіомаяків, що знаходяться в експлуатації, планується утримувати в робочому стані для використання при створенні морських навігаційних станцій диференційного режиму.

**Системи посадки.** За призначенням системи посадки забезпечують отримання на борт літака, видачу екіпажу та в систему автоматичного управління інформації про значення й знак відхилення від установленної траєкторії зниження, а також визначення моментів проходження характерних точок під час посадки і заходження на посадку.

Повітряні споживачі використовують наступні системи посадки:

- системи метрового діапазону СП-75 (80) ;
- системи дециметрового діапазону ПРМГ-5(6).

Системи СП-75 (80) є стаціонарні, а системи ПРМГ-5(6) - стаціонарні та мобільні. У цивільній авіації в даний час використовують лише системи СП-75, СП-80, які формують траєкторію посадки літака та забезпечують посадку у складних метеоумовах.

Система ПРМГ-5(6) має призначення, аналогічне системі СП-75 (80), але вона визначена для забезпечення військових повітряних споживачів. Для роботи в системі ПРМГ-5 (6) використовується апаратура споживачів РБСН.

На цивільних повітряних судах апаратура РБСН задіяна у режимі роботи по сигналах ПРМГ для забезпечення інструментальної посадки на літовищах спільного базування та, при необхідності, на військових літовищах.

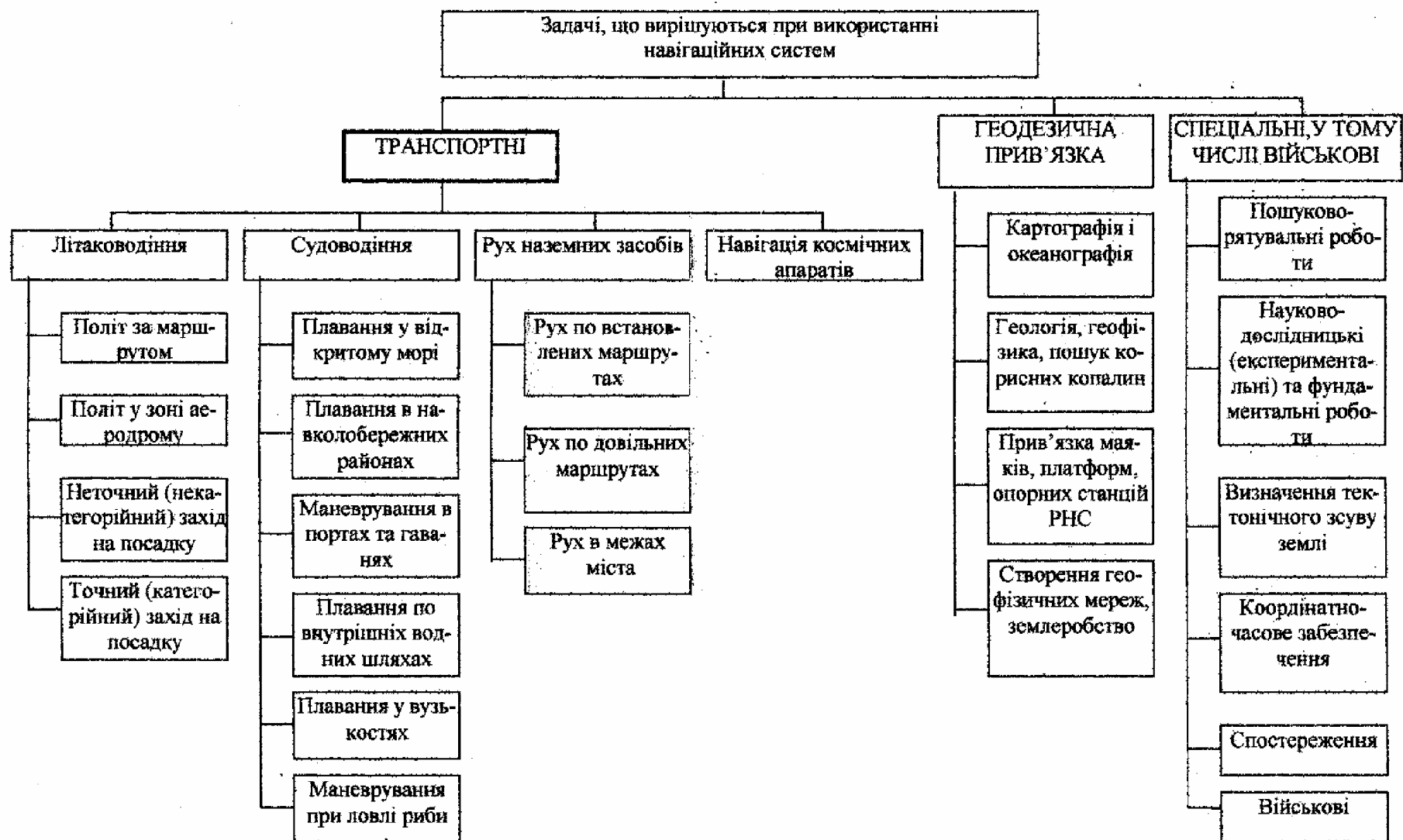


Рис. 5.1 – Структура завдань, що вирішуються за допомогою НС

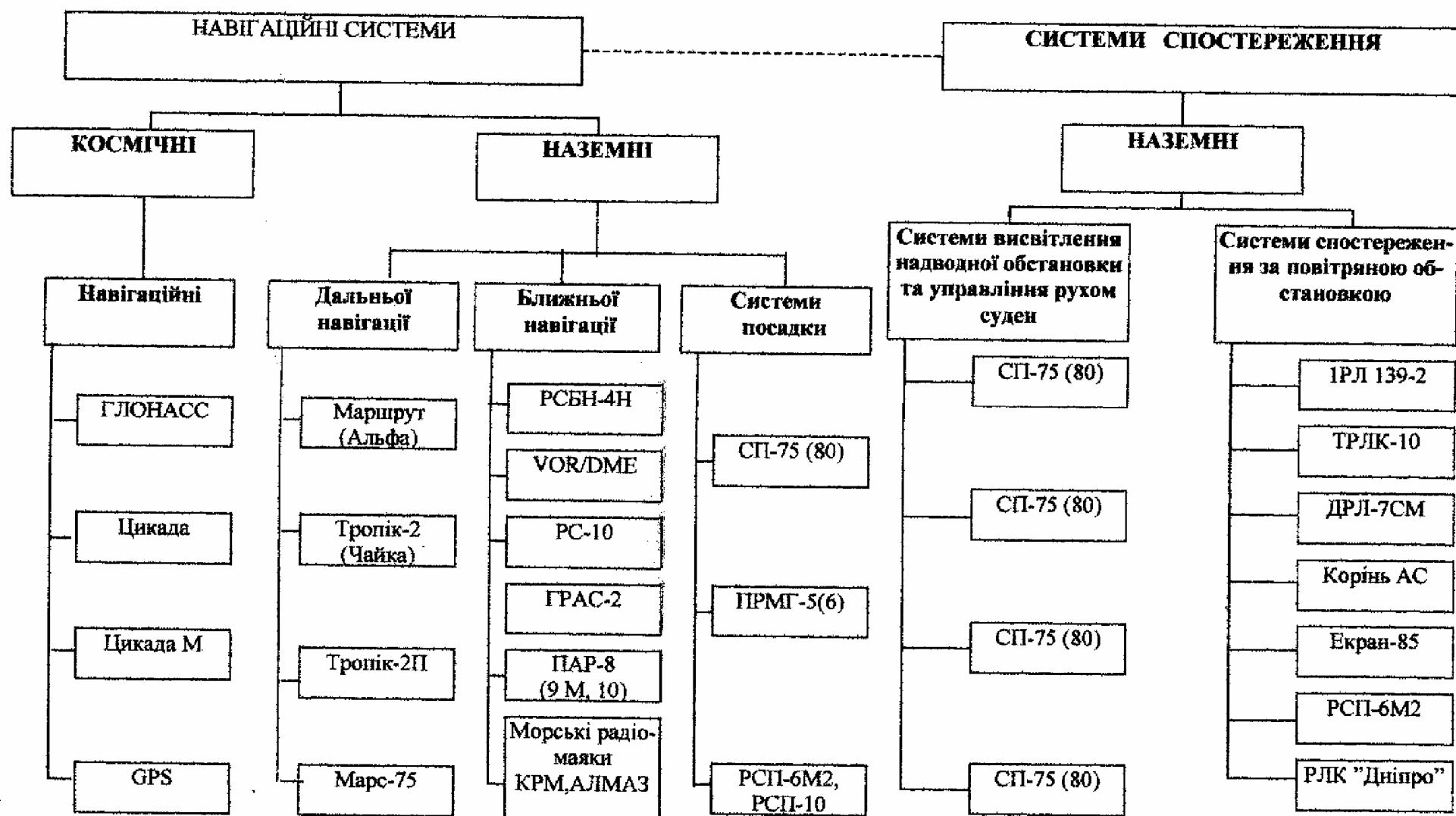


Рис. 5.2 – Класифікація існуючих в Україні НС

**Системи спостереження.** Системи спостереження умовно розподіляють на два типи:

- система спостереження за повітряною обстановкою;
- система висвітлення надводної обстановки (СВНО) і

управління рухом суден та кораблів (СУРС).

**Системи спостереження за повітряною обстановкою** України містять:

1) трасові первинні оглядові РЛС, що мають відстань дії до 350 км:

- 1РЛ139-2;
- ТРЛК-10 (первинний канал);

2) літовищні вторинні оглядові РЛС, що мають відстань дії від 120 до 180 км:

- ДРЛ-7СМ;
- “Екран-85” (первинний канал);

3) трасові вторинні оглядові РЛС, що мають відстань дії до 350 км:

- “Корінь-АС”;
- ТРЛК-10 (вторинний канал),

4) літовищні вторинні оглядові РЛС, які входять до складу ДРЛ-7СМ, “Екран-85”, “Корінь-АС” як вторинний канал.

**Система висвітлення надводної обстановки і управління рухом суден та кораблів.** СВНО і СУРС, в основному, оснащуються РЛС типу 1РЛ139 (відстань дії до 200 км), МР-212/201, МР-244, “Наяда”, “Дон” (відстань дії до 40-50 км).

До складу технічних засобів СВНО і СУРС разом із береговими РЛС можуть входити локальні контрольно-корегуючі станції супутникових навігаційних систем.

**Космічні навігаційні системи.** За призначенням космічні системи поділяються на навігаційні й геодезичні.

На даний час створені й використовуються споживачами такі космічні навігаційні системи (КНС):

- космічна навігаційна система “Цикада-М” (МО РФ);
- космічна навігаційна система “Цикада” (МО РФ);
- глобальна навігаційна супутникова система ГЛОНАСС (МО РФ);
- глобальна навігаційна супутникова система GPS (МО США).

**Космічна навігаційна система “Цикада-М”.** Глобальна низькоорбітальна космічна навігаційна система “Цикада-М” призначена для визначення координат місцезнаходження споживачів у будь-якому районі Світового океану незалежно від пори року, доби, годин та метеоумов. До складу системи входить 6 космічних апаратів (КА), які знаходяться на кільцевих орбітах на висоті 1000 км із кутом нахилу 83°.

Система “Цикада-М” забезпечує визначення координат місця із середньоквадратичною похибкою (СКП) 80 м. Залежно від географічного становища судна дискретність обсервації складає 10-55 хвилин.

**Космічна навігаційна система “Цикада”.** За призначенням, принципом визначення місцезнаходження та характеристиками космічна навігаційна система “Цикада” аналогічна системі “Цикада-М”. До складу системи входять 4 КА. КНС “Цикада” доповнює систему “Цикада-М”. Спільне використання цих систем забезпечує скорочення дискретності обсервації до 30 хв. на екваторі.

**Глобальна навігаційна супутникова система ГЛОНАСС.** Середньоорбітальна космічна навігаційна система ГЛОНАСС призначена для визначення координат місцезнаходження споживачів у будь-якому районі земної кулі незалежно від пори року, доби, часу та метеоумов.

Система ГЛОНАСС визначена як основний засіб радіонавігаційного забезпечення для усіх груп споживачів радіонавігаційної інформації.

**Космічний сегмент.** Орбітальне угруповання – 24 КА, які знаходяться на 3 кругових орбітах (рознесені на  $120^0$ ) по 8 КА на кожній з висотою близько 20200 км, нахил –  $64,8^0$ , період – 11 год 15 хв. Площини орбіт зміщені відносно одна одної по аргументу широти на  $15^0$ . КА в площині рівномірно зміщені по аргументу широти на  $45^0$ .

**Сегмент управління та контролю.** Наземний комплекс управління складається з Центру управління системою і наземних станцій.

**Сегмент користувача** – навігаційні приймачі.

Система забезпечує визначення наступних параметрів із середньоквадратичною похибкою:

- планових координат - 20 м;
- висоти - 25 м;
- складову частину вектора швидкості - 0,05 м/с;
- часу - 0,33 мкс.

Поряд з основною функцією (глобальна оперативна навігація приземних рухомих об’єктів) система дозволяє проводити:

- локальну високоточну навігацію наземних рухомих об’єктів (сухопутних, морських, повітряних) на основі диференціальних методів навігації із застосуванням стаціонарних корегуючих станцій та НКА;
- високоточну взаємну геодезичну прив’язку віддалених наземних об’єктів;
- взаємну синхронізацію стандартів частоти та часу на віддалених наземних об’єктах;



- неоперативну автономну навігацію низько - та середньо орбітальних космічних об'єктів;

- визначення орієнтації об'єкта на основі радіоінтерферометричних вимірювань на об'єкті за допомогою навігаційних радіосигналів, які приймаються рознесеними антенами.

Глобальна навігаційна супутникова система ГЛОНАСС проектувалась як аналог американської системи GPS.

**Глобальна навігаційна супутникова система GPS.** Космічний сегмент включає орбітальне угруповання - 30 КА, які знаходяться на 6 кругових орбітах (рознесені на  $60^0$ .) по 4 КА на кожній з висотою близько 20200 км, нахил -  $53^0$ , період - 12 годин. Резерв - 3 КА. У ряді випадків в роботі задіяні 25 КА.

**Сегмент управління та контролю:** Головна станція управління та контролю (на базі ВПС США у Фальконі, штат Колорадо), 5 станцій стеження та 3 станції закладки інформації (наземні контрольні станції).

**Сегмент користувача** – багатофункціональні навігаційні приймачі, які вказують місцезнаходження, вектор швидкості, необхідний курс, реальний курс, відхилення від маршруту, маневри для повернення на курс. Користувачі розподілені на авторизованих та неавторизованих. Авторизовані (уповноважені, допущені) мають повний доступ до системи – це військові та представники спецслужб. Неавторизовані мають неповний доступ – це цивільні, навігатори, геодезисти.

## ЛЕКЦІЯ 6 ГЕОІНФОРМАЦІЙНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВІГАЦІЇ НАЗЕМНОГО ТРАНСПОРТУ

### 6.1 Компоненти й функції сучасних транспортно-навігаційних ГІС

У сучасній інфраструктурі дорожнього руху важливу роль відіграють геоінформаційні й GPS технології, які вже сьогодні дають можливість забезпечити безпосередніх учасників дорожнього руху й всі ланки управління транспортними системами необхідною оперативною і якісною просторовою інформацією.

Глобальна супутникова система позиціонування "Навстар" (NAVSTAR – Navigation Satellite Providing Time And Range) або коротко – GPS (Global Positioning System) дозволяє оперативно визначати координати місцеположення рухомих об'єктів практично в будь-якій точці земної кулі та в будь-який час, а геоінформаційні системи (ГІС) забезпечують відображення місцезнаходження об'єктів на електронних картах, моделювання та планування транспортних потоків, моніторинг стану транспортних систем в просторі та часі.

На основі GPS, сучасних засобів зв'язку і телекомунікацій у розвинених країнах світу вже протягом декількох десятиріч створюються та розвиваються транспортно-навігаційні ГІС (Т-ГІС). Вони використовуються як засоби контролю і впливу на систему наземного транспорту шляхом прямого управління (наприклад, сигналами регулювання трафіку або опосередковано через оперативні повідомлення учасників руху про стан транспортних шляхів та їх завантаженість, у тому числі з використанням засобів мобільного зв'язку та Інтернет).

Традиційний підхід до розвитку транспортних систем та вирішення проблеми перевантаження трафіку руху ґрунтується на формуванні нових магістралей та розширенні існуючих шляхів. Але, на жаль, зі збільшенням кількості транспортних засобів трафік перевантажується знову й знову невдовзі після завершення чергової реконструкції шляхової мережі.

Виходячи з цього, Т-ГІС сьогодні можна розглядати як важливу складову сучасного комплексного підходу до підвищення ефективності функціонування систем наземного транспорту за рахунок розвитку їх інформаційної інфраструктури (автоматизованого збору даних про стан системи в масштабі реального часу, моделювання та прямого та опосередкованого оперативного впливу на формування і зміну транспортних потоків).

До основних чинників ефективного розвитку ринку геоінформаційних послуг в транспортному секторі України можна віднести формування міжнародних транспортних коридорів та зростання автоперевезень дорожніх і спеціальних вантажів по території країни, зростання кількості імпортованих автомобілів, які оснащені сучасними мобільними навігаційними комплексами на основі GPS приймачів та бортових комп'ютерів, розвиток телекомунікаційних технологій

та засобів мобільного зв'язку з порівняно високою пропускнуою спроможністю.

**Бортові навігаційні комплекси** призначені для GPS навігації наземних транспортних засобів і комплектуються різними компонентами:

- GPS приймач або інтегрована платформа (GPS приймач та інерціальна система) для визначення координат місцезнаходження транспортного засобу, напрямку та швидкості його руху;

- бортовий мікрокомп'ютер з ГІС для програмування маршруту та інформаційного супроводження водія під час руху транспортного засобу за вибраним маршрутом; мобільні засоби зв'язку (мобільний телефон або мінірадіостанція та радіомодем) для обміну даними з диспетчерським центром або іншими сервісними службами транспортної системи тощо.

У найпростішому застосуванні засобів GPS навігації водій міжміського вантажного трейлера чи автомашини медичної швидкої допомоги, кермач яхти або просто турист може, маючи мініатюрну антену та GPS приймач з цифровим дисплеєм навігаційного приладу розміром записничка, визначати координати свого місцезнаходження з точністю до 15 м. Інтегрування GPS приймачів з бортовим комп'ютером, оснащеним програмними засобами геоінформаційної системи, дає можливість відображати місцезнаходження рухомих об'єктів на електронній карті, прокладати маршрут руху, постійно слідкувати за координатами рухомого об'єкта та видавати на екран дисплея або голосом рекомендації щодо можливих маневрів для оптимального руху по вибраному маршруту. На електронні карти країн Європейського Союзу, США та Канади занесено 99 % усіх вулиць і провулків, адреси, об'єкти дорожньої інфраструктури та соально-побутового обслуговування.

Електронні карти на дисплеї бортового комп'ютера формуються як у класичному, так і в 3D вигляді (рис. 6.1).

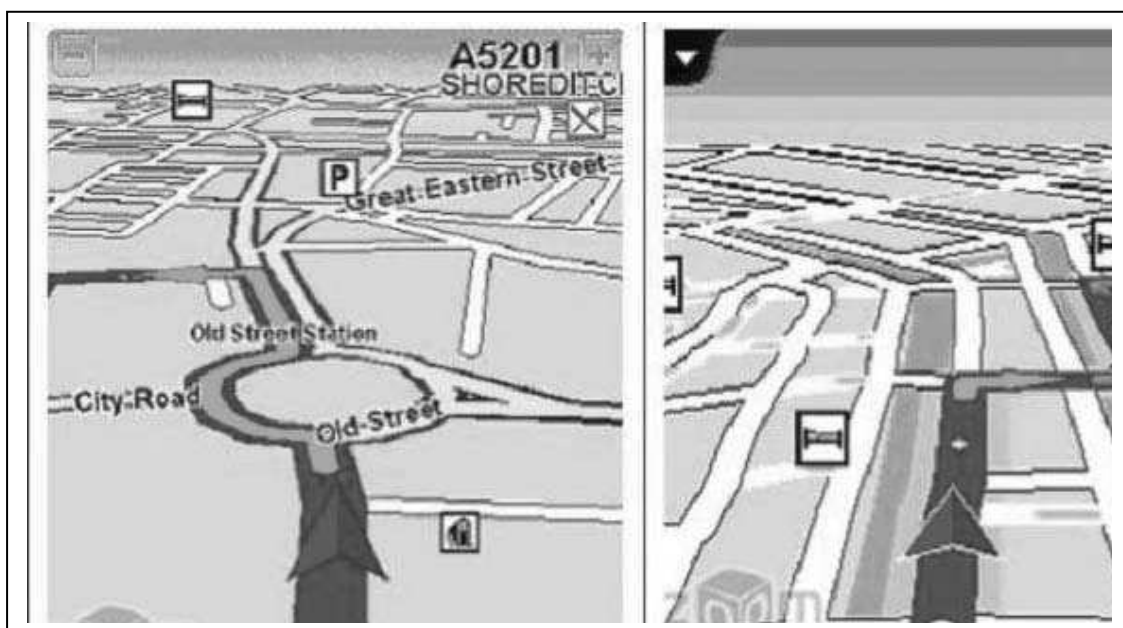


Рис. 6.1 – Вигляд дисплея бортового комп'ютера

ГІС автоматизує прокладання маршруту, для цього достатньо вказати кінцеву точку подорожі і ГІС негайно розрахує оптимальний шлях. При відхиленнях від маршруту (наприклад, водій проскочив поворот або розв'язку) система досить швидко перерахує маршрут і почне супроводжувати рух по новому маршруту.

Незважаючи на певні відмінності в стратегіях розвитку інформаційних транспортних систем Японії, країн Західної Європи та США в їх архітектурі та функціях є багато спільного. До типової можна віднести архітектуру "Т-ГІС США" (рис. 6.2), в якій виділено чотири підсистеми:

- перевізник,
- транспортний засіб,
- дорога
- центр управління.

Функціонально система забезпечує задачі планування, диспетчеризацію вантажоперевезень наземним транспортом, управління парком автомобілів, організацію руху пасажирського транспорту, охорону вантажів і водіїв, захист від викрадення і повернення викрадених автомобілів, моніторинг рухомих об'єктів, туризм тощо.

Вона зорієнтована на інформаційне забезпечення усіх суб'єктів сучасних транспортних комунікацій: власники вантажу (вантажовідправники), автотранспортні підприємства, водії, страхові компанії, органи міністерств внутрішніх справ, надзвичайних ситуацій, митні та прикордонні служби, екологічні та санітарні інспекції тощо.

У складі Т-ГІС функціонують системи автоматизованої інспекції дорожнього руху, контролю та моніторингу перевезення комерційних та небезпечних вантажів. Системи підтримують надійний та захищений обмін даними, ідентифікування і електронне сканування транспортних засобів, дають можливість інспекторам оперативно звертатися до точної інформації про вантажі, транспортні компанії, транспортні засоби та їх водіїв.

Автоматизоване ідентифікування транспортних засобів забезпечує доступ до необхідної інформації (супровідні документи, дозволи, реєстрація транспортного засобу, його розмір і маса, небезпечність вантажу тощо). Дорожнє електронне сканування дає можливість комерційним транспортним засобам проходити через контрольнопропускні пункти без зупинки і зниження швидкості.

Можна констатувати, що в промислово розвинених країнах GPS технології, системи відеоспостереження, засоби зв'язку та передачі даних, бази геосторових даних та ГІС утворюють **інформаційне середовище** (теле-комунікаційну, навігаційну та геоінформаційну інфраструктуру) для функціонування і взаємодії усіх підсистем, об'єктів та суб'єктів сучасних транспортних систем.

Очевидно, що інтелектуальні функції Т-ГІС реалізуються програмними засобами, а повнота і ефективність їх практичного застосування визначається перш за все наявністю відповідних баз геопросторових даних про дорожньо-транспортну інфраструктуру.

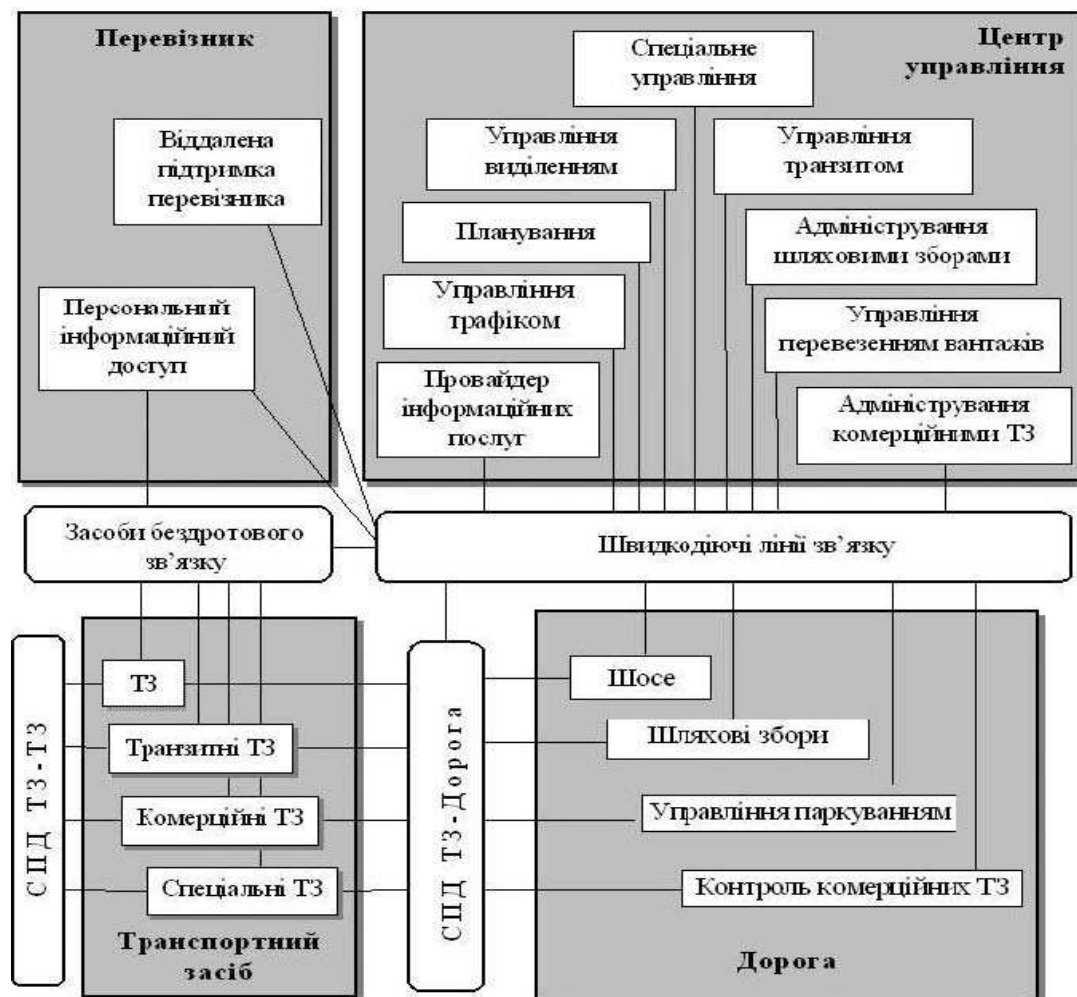


Рис. 6.2 – Архітектура підсистем інтелектуальної транспортної системи США з елементами систем передачі даних (СПД) та засобами зв'язку

## 6.2 Вимоги до геопросторових даних транспортно-навігаційних ГІС

За своїм змістом і структурою геопросторові дані для навігаційних ГІС складають цифрову інформаційну модель середовища функціонування транспортних систем. Відправною точкою визначення вимог до геопросторових даних є об'єктивно високі вимоги щодо забезпечення необхідного рівня надійності та безпеки транспортних систем та їх придатність для вирішення широкого кола транспортно-навігаційних задач.

До основних можна віднести такі вимоги:

- 1) координатна сумісність з системою GPS;

- 2) точність і повнота;
- 3) сумісність (інтероперабельність) з програмнотехнічними засобами навігаційних систем;
- 4) актуальність;
- 5) доступність для широкого кола користувачів.

Для досягнення координатної сумісності з системою GPS просторові властивості об'єктів у базі геопросторових даних навігаційних ГІС мають бути подані в системі координат WGS84, що дасть можливість без додаткових перетворень відображати на електронних картах місцезнаходження транспортних засобів та забезпечити інформаційне супроводження водіїв транспортних засобів в масштабі реального часу.

Вимоги до точності подання координат об'єктів визначаються залежно від класу задач транспорт-навігаційних ГІС, серед яких, зокрема, можна виділити такі:

- задачі організації перевезень пасажирів та вантажів (планування маршрутів, моделювання транспортних потоків тощо) по потребують точності 50–100 м, яка може бути забезпечена цифровими картографічними даними в масштабах 1:50 000 – 1:200 000;

- спеціальні транспортнонавігаційні задачі, названі задачами "повздожнього управління" (стеження за небезпечними та важливими вантажами, бортові навігаційні та протиугонні комплекси), потребують точності 5–10 м, яка відповідає масштабам 1:5 000 – 1:10 000 цифрових картографічних даних;

- спеціальні навігаційні задачі, названі задачами "поперечного управління" (бортові інтелектуальні навігаційні системи, які гарантують інформаційне забезпечення водія на маршруті з урахуванням конкретних смуг дорожньої розмітки, ухилів та кри воїїності ділянок дороги), вимагають точності 1 – 0,2 м, яка досягається виконанням цифрових планів в масштабі не більше 1:2 000.

Вимоги до складу, структури та рівнів геопросторових моделей дорожньої інфраструктури визначені в специфікаціях проекту міжнародного стандарту ISO/GDF (Geographic Data File – файл географічних даних), який розроблено за проектом Європейського Союзу по створенню цифрових карт доріг Європи (European Digital Road Map – EDRM).

Відповідно до стандарту GDF в залежності від деталізації подання даних про основні дорожні елементи моделі даних дорожньої інфраструктури розглядаються на трьох рівнях (рис. 6. 3):

- модель рівня 0 – деталізоване подання моделі дорожніх елементів на рівні планарного графа, який відображає повну топологію просторових відношень дорожніх елементів між собою та іншими об'єктами;

- модель рівня 1 – деталізована сегментно вузлова модель з дорожніми елементами на рівні осьових ліній ділянок окремих проїздів вулиць (шляхів) для задач "повздожнього управління";

- модель рівня 2 – узагальнена сегментно вузлова модель з дорожніми елементами на рівні осьових ліній ділянок вулиць (шляхів) для задач планування маршрутів, моделювання транспортних потоків з елементами "повздожнього управління".

Сегментно-вузловим моделям ставиться у відповідність математична модель графа дорожньої мережі, яка використовується програмами розрахунку оптимальних маршрутів та моделювання транспортних потоків. Ділянки (сегменти) у таких моделях виділяються за конструктивними ознаками (від перехрестя до перехрестя, зміна типу дорожнього покриття, переїзди, мости, тунелі тощо) та/або за технологічними особливостями організації дорожнього руху (напрямки та рядність руху, обмеження швидкості та інше.).

З вузлами моделі логічно зв'язуються дані про дозволені маневри (повороти, розвороти або їх заборона тощо). Така базова модель дорожньої мережі доповнюється цифровими даними про об'єкти дорожньо-транспортної інфраструктури:

- маршрути руху міського громадського транспорту;
- зупинки міського транспорту;
- транспортні парки та підприємства, залізниці;
- станції метро;
- мости та транспортні розв'язки;
- транспортні стоянки та місця для паркування;
- автозаправні та сервісні станції;
- світлофори регулювання руху на перехрестях та переходах;
- місцезнаходження знаків організації дорожнього руху тощо,

а також оперативною інформацією про:

- стан дороги;
- стан руху транспорту на окремих ділянках (затори, місця дорожньо-транспортних подій тощо).

Природно, що база геопросторових даних дорожньої інфраструктури формується з використанням загальної моделі цифрової картографічної основи, яка містить просторові дані про:

- об'єкти гідрографії;
- зелені насадження;
- будівлі та споруди з їх адресною прив'язкою;
- межі адміністративно-територіальних утворень;
- місцезнаходження основних об'єктів можливого масового відвідування та культурнопобутового обслуговування (готелі, лікарні, адміністра-

тивні установи, музеї, пам'ятки історії та архітектури, концертні зали, стадіони, торгові центри тощо).

Інтероперабельність баз геопросторових даних з програмно-технічними засобами навігаційних систем досягається шляхом дотримання специфікацій щодо складу, структури наборів даних та форматів їх експорту/імпорту, що прийняті провідними виробниками бортових навігаційних комплексів та систем. Але перспективним шляхом вирішення проблеми інтероперабельності є прийняття і дотримання міжнародного стандарту на подання геопросторових даних для транспортних ГІС, наприклад GDF.

Вимога актуальності геопросторових даних потребує налагодження постійного моніторингу стану та оперативного поновлення як інформації про дорожньо-транспортну інфраструктуру, так і базових наборів геопросторових даних для цифрової картографічної основи.

З урахуванням досвіду розвинених країн ця проблема вирішується шляхом формування **національної інфраструктури геопросторових даних** (НІГД), яка визначається як сукупність наборів геопросторових даних, метаданих та геоінформаційних послуг, телекомунікаційних технологій, угод про спільне ведення, доступ і використання геопросторових даних, а також механізми, стандарти, технологічні процеси і порядок координації та взаємодії усіх зацікавлених суб'єктів виробництва, постачання і використання географічної інформації.

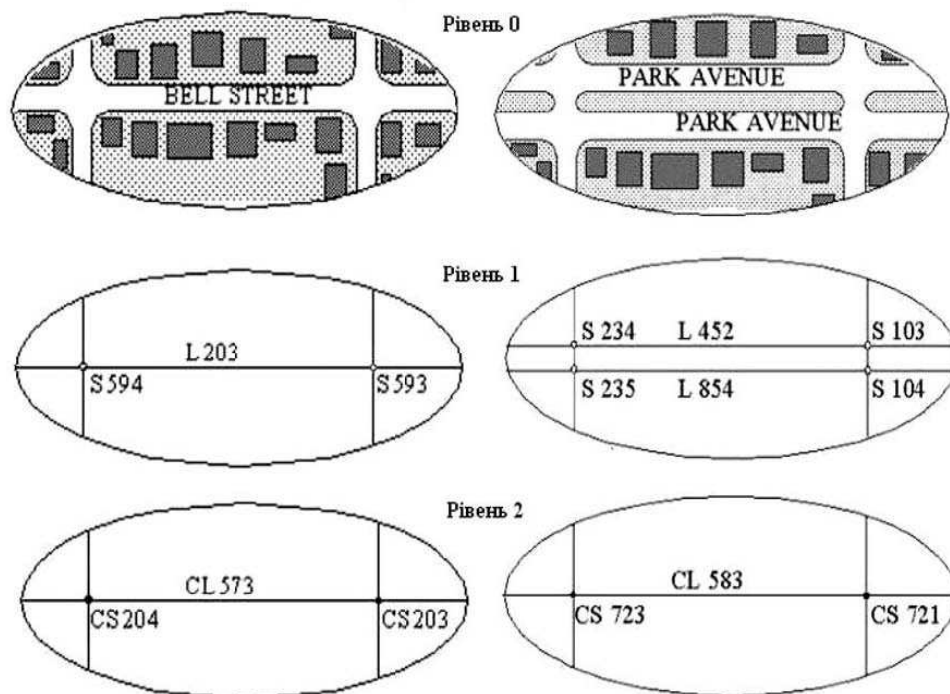


Рис. 6.3 – Три рівні деталізації моделей геопросторових даних дорожньої інфраструктури за стандартом GDF



### 6.3 Технології створення баз геопросторових даних дорожньої інфраструктури

Традиційне картографування автомобільних шляхів виконується при топографічному зніманні місцевості з метою створення чи оновлення в першу чергу топографічних карт у визначеному масштабі. Основою топографічного знімання карт в масштабі 1:2 000 – 1:10 000 та 1: 50 000 є аерофотозйомка територій з подальшим стереофотограмметричним обробленням результатів, польовим та камеральним дешифруванням об'єктів місцевості. Топографічні карти дрібних масштабів, а саме 1:100 000 – 1:1 000 000 складаються на основі карт великих масштабів, а саме 1:10 000 – 1:50 000.

При інженерногеодезичних розвідуваннях об'єктів будівництва виконуються наземні топографічні знімання в масштабі 1:500 – 1:2 000. Для першого варіанту цифрових навігаційних карт (особливо в країнах пострадянського простору) вихідними картографічними матеріалами для векторизації моделей об'єктів місцевості використовуються топографічні карти в масштабах 1:100 000 – 1:200 000 для незабудованих територій та в масштабі 1:10 000 для територій міст.

В останні роки досить активно почали використовувати ортофотозображення, що виготовляються з космічних знімків високої роздільної здатності (наприклад, QuickBird та IKONOS). Але такий шлях створення навігаційних карт має суттєві недоліки, які принципово не дають можливості задовольнити вимоги сучасних навігаційних систем.

**По-перше,** точність зображення об'єктів місцевості, в тому числі і автодоріг, складає 0,6 мм в масштабі карти, що становить 120 м для карт в масштабі 1:200 000. З урахуванням того, що навіть побутові GPS приймачі, які встановлюються на мобільні об'єкти, забезпечують визначення координат зі значно вищою точністю, а саме 3-15 м, очевидним стає факт, що такі картографічні дані не відповідають сучасному рівню розвитку технологій.

**По-друге,** треба відзначити, що об'єкти місцевості на топографічних картах зазначених масштабів при їх створенні зазнали значної генералізації. Це означає, що зображення автошляхів могло зміщуватися відносно їх дійсного положення до 1 мм в масштабі карти, що, наприклад, для масштабу 1:200 000 становить 200 м, а це ще більше поглиблює невідповідність щодо розташування об'єктів реального світу. Таке зміщення було необхідне для можливості візуалізації на паперових картах автошляхів, які проходять на відстанях до 200 м (наприклад, від гідрографічних об'єктів).

**По-третє**, інформаційний зміст топографічних карт не містить всіх необхідних відомостей про об'єкти дорожньої інфраструктури: дорожньої розмітки або дорожніх знаків.

**По-четверте**, внаслідок недостатньо точних показників та генералізації по цих картах неможливо побудувати локальну лінійну систему координат на автошляхах, необхідну для навігації.

**По-п'яте**, за діючими нормативами оновлення топографічних карт проводиться кожні 5–12 років, а це не дає можливості створювати актуальні навігаційні карти. Крім того, певні труднощі створюються через необхідність трансформування координат об'єктів місцевості від системи координат СК42, яка використовується на топографічних картах, до системи координат WGS84.

Очевидно, що традиційний шлях отримання геопросторової інформації про об'єкти дорожньої інфраструктури через топографічне знімання є неоперативним та не придатним. Це стимулювало розвиток мобільних систем картографування об'єктів дорожньої інфраструктури.

**Мобільна система картографування** – МСК (Mobile Mapping System – MMS) може бути визначена як встановлена на рухомі транспортні засоби платформа, яка оснащена комплексом вимірювальних засобів, призначених для збирання геопросторових даних про об'єкти дорожньої інфраструктури. Мінімальна конфігурація МСК складається з трьох блоків (рис. 6.4 та 6.5):

- інтегрованої навігаційної платформи,
- стереофотограмметричної системи
- блоку управління.

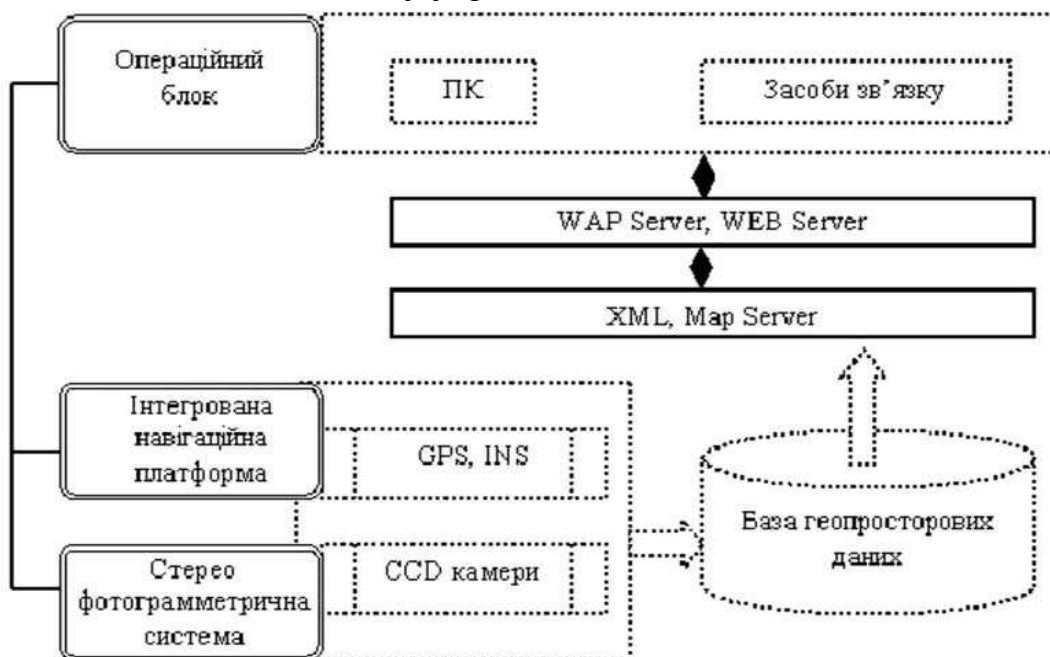


Рис. 6.4 – Структура мобільної системи картографування (МСК)



Рис. 6.5 – Мобільна система картографування – МСК  
(Mobile Mapping System – MMS)

**Інтегрована навігаційна платформа** забезпечує визначення глобальних координат МСК і складається з GPSприймача та інерційної навігаційної системи (INS). До такої інтегрованої навігаційної платформи іноді встановлюють одометр. Останнім часом GPS координування рухомих транспортних засобів при мобільному картографуванні виконують в диференціальному режимі (DGPS) з наступним постпроцесорним обробленням або в кінематичному режимі реального часу (Real Time Kinematics – RTK), що крім встановлення базової станції GPS вимагає організації зв'язку для передачі диференційної поправки на рухомий об'єкт.

Використання такої інтегрованої платформи має багато переваг. Так, інерційна навігаційна система забезпечує високоточне безперервне орієнтування МСК, але протягом невеликого часу. Це вимагає постійного поновлення поточних координат, яке здійснюється при використанні GPS. Крім того, INS має незначні випадкові похибки, і забезпечує орієнтування МСК в тих відомих випадках (наприклад, тунель), коли неможливе використання GPS приймачів.

**Стереοфотограмметрична система** оснащується кількома парами кольорових цифрових відеокамер (CCD камери). Зазвичай одна пара камер орієнтується вперед по напрямку руху, інша пара камер – праворуч. Таким чином, під час руху МСК забезпечується автоматизоване стереοфотограмметричне зні-

мання об'єктів дорожньої інфраструктури. Очевидно, що знімання всіх об'єктів дорожньої інфраструктури мобільною системою картографування можливе, якщо виконати його в прямому та зворотному напрямках. Таке стереофотограмметричне знімання достатнє для визначення просторових XYZ- координат.

**Блок управління** мобільної системи картографування записує INS та GPS вимірювання та стереопаризображень, виконаних CCD камерами, формує базу цифрових знімків для подальшої обробки.

Постпроцесорна обробка даних знімання складається з таких процесів: обчислення координат, визначених GPS вимірюваннями;

- інтегрування INS та GPS даних і визначення остаточних координат рухомого транспортного засобу;

- синхронізація визначених координат та стереопар знімання, виконаних CCD камерами;

- автоматизоване розпізнавання об'єктів дорожньої інфраструктури;

- стереофотограмметрична обробка стереопар з визначеними координатами центрів знімків та опорних точок на місцевості, в результаті чого визначаються координати об'єктів дорожньої інфраструктури.

Необхідно відзначити, що сучасний стан картографування об'єктів дорожньої інфраструктури в розвинених країнах характеризується переходом до використання саме мобільних систем, як найбільш швидкісного, еко- номічного та високоточного методу, який дає можливість отримувати не тільки геопросторові дані, але й характеристики дорожнього полотна та дорожніх споруд.

Про ефективність технологій мобільного картографування зокрема свідчить досвід лідерів світового ринку виробництва і постачання цифрових карт для автомобільних навігаційних ГІС-компаній Tele Atlas та Navteq. В останні 2–3 роки МСК є базовою технологією цих компаній. Tele Atlas постачає набір деталізованих цифрових карт із Західної Європи і Північної Америки, покриваючи територію з понад 437-ма мільйонами жителів європейських країн та 313-ма мільйонами в Північній Америці.

#### **6.4 Стан і шляхи розвитку геоінформаційних послуг для транспортно-навігаційних систем в Україні**

Виходячи з прийнятої класифікації (рис. 6.6.), можна констатувати, що основу мережі автодоріг України складають дороги загального користування державного та місцевого значення, а також вулиці і дороги міст та інших населених пунктів. За даними Мінтрансу загальна протяжність автодоріг України складає 169 323 км, з них: 164 957 км (або 97,4 %) автодоріг з твердим покрит-

тям та 4 366 км (або 2,6 %) – ґрунтових. За матеріалом покриття протяжність автодоріг відповідно складає: цементобетонні – 2 829 км; асфальтобетонні – 56 588 км; чорні шосе – 71 462 км; білі ще беневі, гравійні – 25 873 км; бруківки – 8 205 км. За категоріями автодоріг з твердим покриттям мають таке розподілення: I категорія – 2 412 км; II – 12534; III – 29 335; IV – 105 489; V – 15 187. Мережа містить 16 115 мостів загальною протяжністю 374 672 м.

Із 28 537 сільських населених пунктів 475 (або 1,7 %) не мають під'їзних доріг з твердим по криттям. Для вирішення проблеми повної за безпеченості населених пунктів під'їздами з твердим покриттям за даними Мінтрансу Ук раїни необхідно спорудити 1 410,2 км доріг. Середня щільність мережі автодоріг України в розрахунку довжини шляхів на 1 км<sup>2</sup> площі території складає 0,28 км/км<sup>2</sup> (для порівнян ня у Польщі цей показник становить 1,15 км/км<sup>2</sup>; у Франції – 1,65).

Загалом порівняно низька щільність та категорійність шляхів, а також нерозвиненість транспортно-дорожньої інфраструктури в цілому за розрахунками Мінтрансу України призводить до щорічних втрат 2,5–3,0 млрд грн. від не вико-ристання транзитного потенціалу країни.

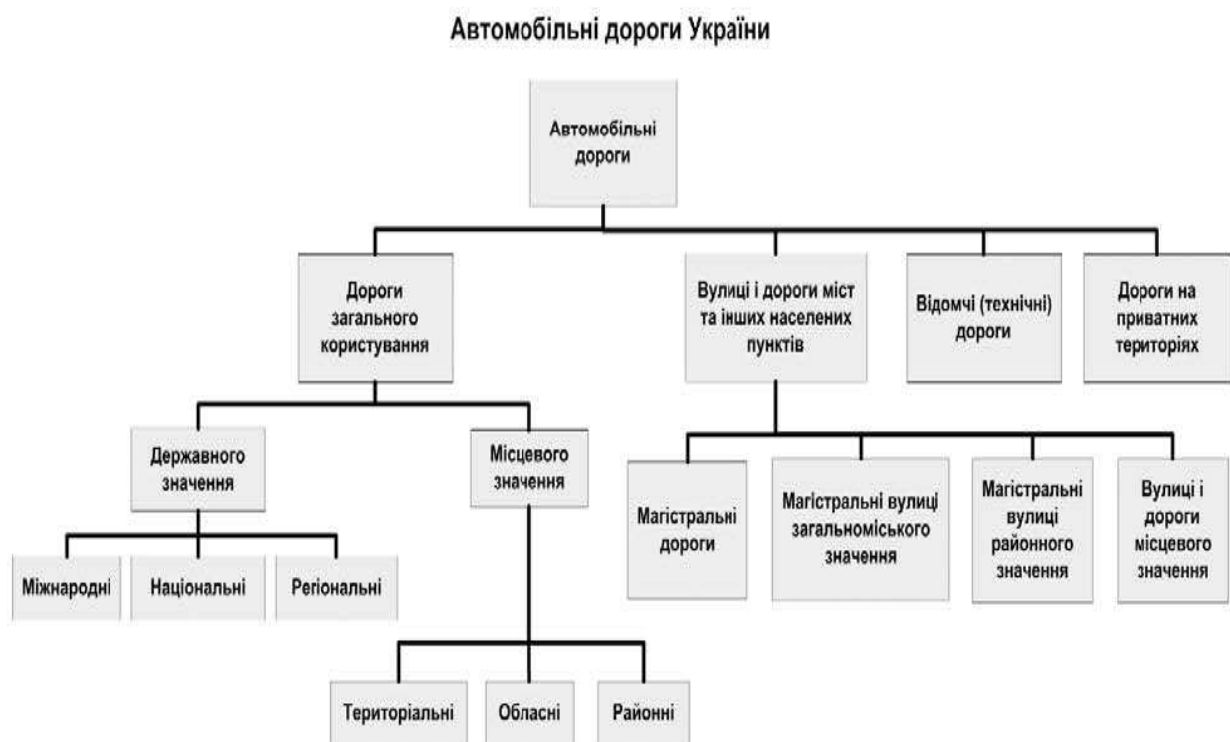


Рис. 6.6 – Класифікація автомобільних доріг України

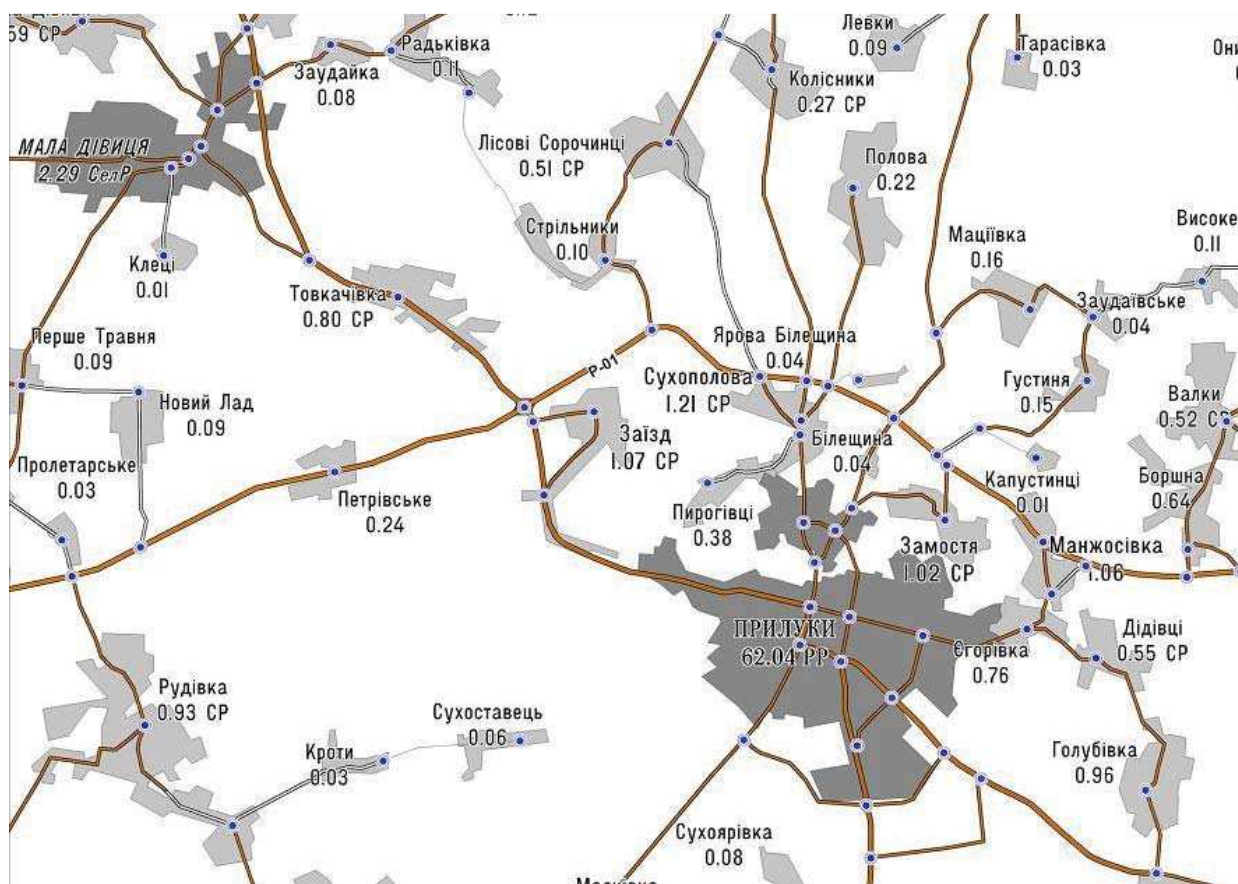
Для вирішення проблеми ефективного використання транзитного потенціалу України на державному рівні прийнята та реалізується програма розбудови на території країни міжнародних транспортних коридорів з покращеними автомагістралями та сучасними об'єктами дорожньо-транспортної інфраструктури. Розпорядженням КМ України № 410р від 17.07.2003 схвалено "Концепцію створення державної інтегрованої інформаційної системи забезпечення управління рухомими об'єктами (зв'язок, навігація, спостереження)". Мінтранс, Міноборони та НКАУ разом з іншими зацікавленими органами виконавчої влади розробили проект Комплексної програми створення та розвитку державної інтегрованої інформаційної системи забезпечення управління рухомими об'єктами. Варто зазначити, що в згаданій вище Концепції та у проекті Комплексної програми практично відсутні цільові завдання картографічного та геоінформаційного забезпечення сучасних навігаційних систем наземного транспорту та інтелектуальних транспортних систем. В промислово розвинених країнах ці системи уже сьогодні стали однією з основних складових інтегрованої дорожньо-транспортної та національної інформаційних інфраструктур.

Слід констатувати, що в Україні на сьогодні відсутня цілеспрямована державна політика розбудови ринку геоінформаційних послуг в сфері навігаційних ГІС. Об'єктивно зростаючі потреби в цифровій картографічній продукції для транспортно-навігаційних ГІС (декілька тисяч сучасних автомобілів з бортовими GPS-навігаційними комплексами, тисячі користувачів кишенькових персональних комп'ютерів (КПК) тощо) зумовили низку ініціативних проектів підприємств різних форм власності з виробництва цифрових навігаційних карт і програмних засобів. Зокрема, найбільше поширення в Україні набули бортові комплекси GPS-навігації виробництва компанії GARMIN. Офіційним дистриб'ютором GARMIN в Україні є компанія АЕРОСКАН, яка в кооперації з Науково-дослідним інститутом геодезії і картографії (НДІГК) постачає цифрові карти в Україну у форматах навігаційних комплексів GARMIN.

Цифрова карта автодоріг України покриває всю територію країни та містить сегментно-вузлову модель осевих ліній міжнародних, національних, магістральних, регіональних, районних та інших доріг з твердим покриттям, що з'єднують практично усі населені пункти країни. Роздільна здатність та склад моделі геопросторових даних відповідає топографічній карті масштабу 1:200 000 (рис. 6.7).

Для великих міст України (Київ, Харків, Дніпропетровськ, Донецьк, Одеса, Львів і ін.) створено цифрові навігаційні карти в масштабі 1:10 000 з назвами вулиць та адресами. Сегментно-вузлова модель вуличних мереж навігаційних карт міст (рис. 6. 7) відповідає рівню 2 стандарту GDF та забезпечує вирішення

проблем прокладання оптимального маршруту і подальшого інформаційного забезпечення во дія під час руху автомобіля по цьому маршруту.



GARMIN отримала подальший розвиток у проєкті "КартБланш Україна", в якому вдосконалено навігаційні карти України шляхом доповнення їх об'єктами інфраструктури та дозволеними маневрами у вузлах мережі. Здійснюється постійне оновлення цих моделей та налагоджено по стачання цифрових навігаційних карт користувачам через мережу Інтернет. Загальний обсяг цифрової карти складає 42,6 Мб та складається із 55-и узгоджених фрагментів (від 300 кб до 1,4 Мб кожний), що дає змогу оперативно завантажувати в GPS-навігатор лише ті фрагменти, що перекриваються з маршрутом руху, вибраним користувачем.

Для більш зручного користування на електронну карту виведені загальноприйняті уніфіковані номери доріг. Підтримується пошук за альтернативними (старими) назвами вулиць/доріг.

База даних просторово-локалізованих "точок інтересу" навігаційної карти України містить понад 12 000 об'єктів. Це, насамперед, ресторани, готелі, аеропорти, залізничні та автобусні вокзали, станції метро, пристані, АЗС, пункти переходу кордону, історичні пам'ятки, церкви, музеї, театри, кінотеатри, аптеки, лікарні тощо.

В останні роки кількість постачальників цифрових навігаційних карт і програмного забезпечення для КПК в Україні виросла до двох десятків. До найактивніших учасників цього ринку можна віднести такі:

- Інститут передових технологій, що поста чає електронні версії атласів автодоріг України (масштаб 1:850 000), Європи (масштабу 1:2 000 000), областей України (масштаб 1:200 000), Києва (1:10 000) та інших міст України (в масштабі від 1:100 000 до 1:10 000);

- підприємство ВІЗІКОМ зокрема постачає спеціалізовану ГІС та цифрові карти "ВізікомКиїв GPS", "ВізікомУкраїна GPS";

- Transnavicom постачає навігаційні карти України та Києва, ГІС таксікоординатор, диспетчерські ГІС для контролю за автотранспортом.

Зростання транспортного навантаження у великих містах України вимагає негайного створення комплексних систем управління міським транспортом. В Українську картографічну мережу сьогодні включено п'ять фізичних картографічних web-серверів, на яких розміщено цифрові карти усіх областей України, Автономної Республіки Крим та 27-ми міст. Постійне доповнення та актуалізацію цифрових даних в картографічній мережі здійснюють 27 регіональних підприємств Державної служби геодезії, картографії та кадастру, а також інших відомств.

Для виробництва та постачання актуальних даних для транспортно-навігаційних ГІС необхідна скоординована діяльність підприємств і організацій, які:

- виробляють, реєструють та супроводжують дорожні і картографічні дані (дорожні експлуатаційні служби, геодезисти, картографи, міські управління архітектури, ДАІ, проєктувальники тощо);

- володіють геоінформаційними технологіями та виробляють цифрові карти;

- є виробниками або ділерами з постачання навігаційних систем для автомобілів;

- надають послуги по перевезенню, супроводженню та страхуванню вантажів;

- займаються послугами продажу автомобілів та автосервісом;

- розробляють програмні системи, виробляють і постачають комп'ютерні комплекси;

- займаються туристичним бізнесом та туристичними послугами на території країни;

- займаються рекламною діяльністю;

- мають бажання інвестувати проєкти з метою отримання сталого прибутку.



## ЛЕКЦІЯ 7 СИСТЕМИ КООРДИНАТ, ЩО ЗАСТОСОВУЮТЬСЯ ПРИ ВИРІШЕННІ ЗАВДАНЬ НАВІГАЦІЙНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

### 7.1 Математичний опис фігури поверхні Землі

Дані про форму і розміри Землі використовують при вирішенні багатьох задач як на поверхні Землі, так і в повітрі. Фізична поверхня земної кулі, особливо поверхня суші дуже складна і не може бути виражена одним будь-яким математичним рівнянням. Для вирішення багатьох практичних завдань необхідно мати таку математичну поверхню, яка найбільше відповідала б дійсній формі Землі.

Говорячи про форму Землі, мають на увазі не фізичну поверхню з усіма нерівностями (горами, низинами тощо), а деяку уявну середню поверхню рівня Світового океану в спокійному стані, подумки проведену під материками. Уявна поверхня Світового океану отримала назву **рівнева поверхня**, а фігура Землі, обмежена такою поверхнею – **геоїд**.

Фігура геоїда пов'язана з напрямком сили ваги й істотно залежить від нерівномірного розподілу мас у земній корі. Тому поверхня геоїда має неправильну, досить складну у геометричному відношенні форму з нерівномірною кривизною. Дослідженнями встановлено, що поверхня геоїда в загальному близька до поверхні еліпсоїда обертання з невеликим стиском по напрямку малої (полярної) вісі. Відхилення за висотою точок поверхні геоїда від поверхні еліпсоїда характеризується в середньому величиною від 50 м до 150 м. Такі розходження настільки незначні порівняно з розмірами Землі, що на практиці її форму приймають за еліпсоїд, який називають земним еліпсоїдом (рис. 7.1), або сфероїдом. Еліпсоїд підбирають певних розмірів і розміщують його на тілі геоїда таким чином, щоб його поверхня в межах окремої території, тобто території держави, найближче підходила до поверхні геоїда.

Розміри земного еліпсоїда визначалися багатьма вченими різних країн. Однак єдиних для всіх країн розмірів земного еліпсоїда до теперішнього часу не визначено.

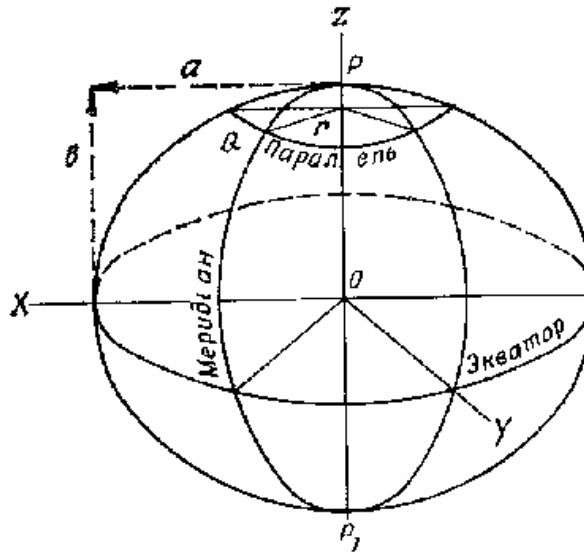


Рис. 7.1 – Земний еліпсоїд

Елементами земного еліпсоїда вважаються:

велика піввісь –  $a$ ;

мала піввісь –  $b$ ;

полярний радіус кривизни меридіана –  $c = \frac{a^2}{b}$ ;

екваторіальний радіус кривизни меридіана –  $\rho = \frac{b^2}{a}$ ;

полярне стиснення –  $\alpha = \frac{a-b}{b}$ ;

ексцентриситет –  $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ ;

другий ексцентриситет –  $e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$ ,

де  $a, b, c, \rho$  – лінійні величини;

$\alpha, e, e'$  – відносні величини.

Лінійні величини характеризують розмір (і форму, якщо лінійних величин не менше двох), а відносні - тільки форму земного еліпсоїда. Вони називаються елементами земного еліпсоїда. З математичної точки зору можна вибрати два будь-яких лінійних елементи або один лінійний і один відносний як вихідні, а всі інші обчислити через обрані. Кожен елемент еліпсоїда може бути виражений через два інших лінійних елементи або через один лінійний і один відносний елементи, а кожен відносний елемент - усього через один будь-який інший відносний елемент.

У світовій практиці використовуються еліпсоїди з різними параметрами (табл. 7.1). Для наближених розрахунків користуються наближеними значеннями елементів земного еліпсоїда:

$$a = 6\,400\,000 \text{ м}; \quad \alpha = 1:300.$$

При розв'язанні деяких практичних задач фігуру Землі приймають за кулю, площа поверхні якої дорівнює площі поверхні земного еліпсоїда. Радіус такої кулі, обчислений за параметрами еліпсоїда Красовського, відповідає 6371116 м.

Таблиця 7.1 – Параметри земних еліпсоїдів

Автор	Рік виведення	У яких країнах застосовується станом на 1990 рік	Велика пів- вісь, м	Стиснення, $\alpha$
1	2	3	4	5
Де-ламбр	1800		6375653	1:334,00
Ейри	1830	Великобританія, Ірландія	6377542	1:299,33
Бессель	1841	Австрія, Греція, Італія, Норвегія, Португалія, Німеччина, Швейцарія, Швеція, Югославія, Індонезія, Японія, Лівія, Чилі	6377397	1: 299,153
Еверест	1857	Бангладеш, Бірма, Індія, ЙАР, Народна Республіка Кампучія, Лаос, Малайзія, Непал, Оман, Пакистан, Таїланд, Шрі-Ланка	6377276	1: 300,81
Кларк	1858	Австралія	6378594	1:280,4
Струве	1860	Іспанія	6378298,3	1:294,73
Кларк	1866	Філіппіни, Канада, Мексика, США, країни Центральної Америки	6378206	1:294,98
Кларк	1880	Франція, Ізраїль, Йорданія, Іран, Ірак, Лівія, Сирія, більшість країн Африки	6378249	1:293,47
Гельмерт	1907	Єгипет	6378200	1:298,3

Продовження таблиці 7.1

1	2	3	4	5
Хей-форт	1910	Бельгія, Данія, Італія, Португалія, Фінляндія, Афганістан, Туреччина, країни Південної Африки, Нова Зеландія, з 1950р застосовується країнами НАТО при складанні військових карт на територію Європи, Близького Сходу, Північної Африки	6378388±18	1:297,0±05
Красовський	1940	Болгарія, Угорщина, Монголія, Польща, Румунія, СРСР	6378245±60	1:298,3±10
Міжнародна геодезична референц-система 1967р.			6378160	1:298,25
Рекомендований на XVI Генеральній асамблеї МАГ у 1975 р.			6378140±5	1:298,257 ±0,0015
Міжнародна геодезична референц-система 1980р.			6378137±2	1:298,257 ±0,001

## 7.2 Система географічних координат

Для визначення місця розташування точок поверхні еліпсоїда, як правило, застосовують такі системи координат, початок координат і координатні лінії яких розташовуються в тілі або на поверхні еліпсоїда. При будь-якому переміщенні еліпсоїда в просторі координати точок його поверхні в таких системах залишаються незмінними.

Такою системою є система декартових просторових прямокутних координат. За початок координат у ній приймають центр еліпсоїда, вісь  $Z$  сполучається з віссю обертання, осі  $X$  і  $Y$  розташовують у площині екватора та утворюють праву систему (рис. 7.2)

Інші системи координат розташовуються на поверхні еліпсоїда. Побудова таких систем полягає у виборі двох сімей координатних ліній на поверхні еліпсоїда і встановленні способу їхньої нумерації. Оскільки координатні лінії на поверхні еліпсоїда являють собою криві лінії, координати в цих системах називаються криволінійними.

При перетинанні поверхні еліпсоїда площинами, що проходять через вісь обертання, виходять однакові плоскі криві — еліпси. Половина кожного еліпса, розташована між північним  $P$  і південним  $P_1$  полюсами (рис. 7.3), називається меридіаном. Меридіани приймаються як перша сім'я координатних ліній.

При перетинанні поверхні еліпсоїда площинами, перпендикулярними осі обертання, виходять кола різного радіуса, які називаються паралелями. Паралель з найбільшим радіусом називається екватором.

Площина екватора проходить через центр еліпсоїда і поділяє його на північну і південну полусфери. Паралелі ніде не перетинаються одна з одною. Вони приймаються як друга сім'я координатних ліній.

Кожна паралель перетинається з кожним меридіаном під прямим кутом. Кожний такий перетин визначає єдину точку на поверхні еліпсоїда. Винятком є полюси  $P$  і  $P_1$ , у яких сходяться всі меридіани, а радіус паралелі дорівнює нулю. Нумерація меридіанів і паралелей здійснюється визначеним способом. Один із меридіанів приймається за початковий. Положення будь-якого іншого меридіана визначається двограним кутом між площинами початкового і даного меридіанів. Значення цього кута для всіх точок меридіана однакове. Тому нумеруються меридіани залежно від величини цього двогранного кута. Він позначається через  $L$  і називається геодезичною довготою.

В картографії рахунок довгот ведеться від початкового меридіана до сходу (зі знаком „плюс”) і до заходу (зі знаком „мінус”) від  $0^\circ$  до  $180$ . Відповідно довготи називаються східними й західними. Паралель являє собою окружність, усі точки якої однаково віддалені від осі обертання еліпсоїда, а також від площини екватора. У геодезії паралелі нумеруються залежно від кутової величини. На практиці таких кутових величин може використовуватися три.

Першою такою величиною є кут  $B$ , утворений нормаллю в заданій точці  $Q$  до поверхні еліпсоїда і площиною екватора. Цей кут  $B$  називається геодезичною широтою. Він має однакове значення для всіх точок даної паралелі. Геодезична широта змінюється від  $0$  (на екваторі) до  $90^\circ$  (на полюсах). Для точок північної полусфери широти позитивні, а для точок південної полусфери - від'ємні.

Система геодезичних координат  $B$  і  $L$  є основною системою криволінійних координат на поверхні земного еліпсоїда.

Другою величиною, використовуваною для нумерації паралелей, є кут  $\Phi$  (рис. 7.4), що називається геоцентричною широтою. Він утворюється площиною екватора і геоцентричним радіусом-вектором  $\rho$ , проведеним із центра еліпсоїда  $O$  в дану точку  $Q$ .

Третьою кутовою величиною, що має постійне значення для паралелі, є приведена широта. Із центра еліпсоїда  $O$  радіусами  $a$  і  $b$  проведемо поверхні описаної й уписаної окружностей (рис. 7.5). Описана окружність торкається поверхні еліпсоїда в точках екватора, а уписана – у точках полюсів. Лініями, перпендикулярними площині екватора й осі обертання еліпсоїда, спроектуємо задану точку  $Q$  на поверхні описаної й уписаної окружностей і одержимо точки

$Q'$  і  $Q''$ , які знаходяться на одній прямій з центром еліпсоїда. Кут, утворений цією прямою і площиною екватора, і є наведена широта  $u$  точки  $Q$ .

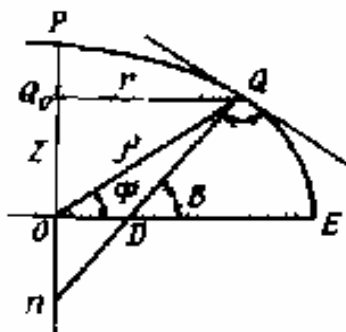


Рис. 7.2 – Геодезична і геоцентрична широти

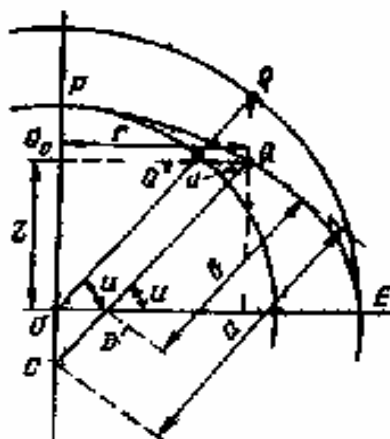


Рис.7.3 – Наведена широта

Геоцентрична і приведена широти використовуються в теоретичній астрономії і космічній геодезії, причому як друга координата залишається геодезична довгота  $L$ .

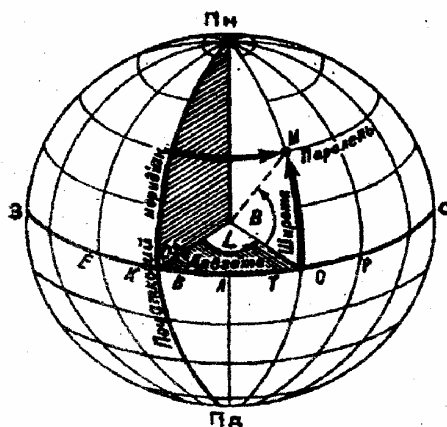


Рис. 7.4 – Геодезичні координати

У даний час географічними координатами називаються широта і довгота, обумовлені напрямком нормалі до поверхні кулі, еліпсоїда або геоїда, а в математиці - до будь-якої поверхні обертання. Тому геодезична широта і довгота являють собою географічні координати. Астрономічні координати також є географічними, оскільки прямовисна лінія є нормаллю до поверхні геоїда. Але геоцентрична і приведена широти не відносяться до географічних координат.

Використовуючи приведену широту і геодезичну довготу як параметри, записуються параметричні рівняння поверхні еліпсоїда обертання (див. рис. 7.5):

$$r = a \cdot \cos u; \quad (7.1)$$

$$Z = b \cdot \sin u. \quad (7.2)$$

На площині паралелі з радіусом  $r$  для точки  $Q$  з довготою  $L$  (рис. 7.7) можна записати:

$$X = r \cdot \cos L; \quad Y = r \cdot \sin L, \quad (7.3)$$

де вісь  $X$  декартової просторової прямокутної системи координат сполучена з площиною початкового меридіана.

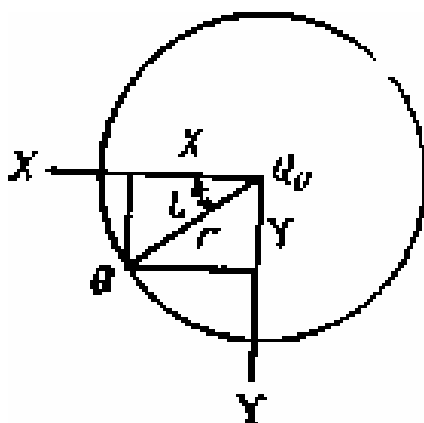


Рис. 7.5 – Площина паралелі заданої точки

Рівняння (7.3) із заміною значення  $r$  (7.1) і рівняння (7.2) утворюють систему параметричних рівнянь поверхні еліпсоїда

$$\left. \begin{aligned} X &= a \cos u \cos L \\ Y &= a \cos u \sin L \\ Z &= b \sin u \end{aligned} \right\}. \quad (7.4)$$

Здійснивши перетворення, одержимо рівняння

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1. \quad (7.5)$$

Рівняння (7.5) є рівнянням поверхні еліпсоїда обертання в канонічній формі.

Система геодезичних координат є однією з найпоширеніших систем координат на поверхні еліпсоїда. Основна перевага цієї системи полягає в тому, що геодезичні координати  $B$  і  $L$  відрізняються від астрономічних координат  $\varphi$  і  $\lambda$

на невеликі величини

$$\begin{aligned}\varphi - B &= \xi; \\ \lambda - L &= \eta \sec \varphi,\end{aligned}\tag{7.6}$$

де  $\xi$  і  $\eta$  – складові відхилення схилу в меридіані й у першій вертикалі, що можуть бути визначені гравіметричним методом;

$\varphi$  і  $\lambda$  – координати обумовлені астрономічними методами, незалежно від геодезичних вимірів.

Іншою перевагою геодезичної системи координат є її єдність для всієї поверхні еліпсоїда.

Система геодезичних координат є основою для переходу до будь-якої іншої системи координат на поверхні еліпсоїда. Однак вона має і недоліки. Взаємне положення пунктів у цій системі визначається в кутових одиницях (градусах, хвилинах, секундах широт і довгот), тоді як відстані між пунктами на земній поверхні вимірюються (або задаються) у лінійних значеннях. Крім того, кутові одиниці виміру (градус, хвилина, секунда) широти і довготи мають різне лінійне значення в пунктах з різними широтами. Напрямки меридіанів непаралельні між собою, а від них відраховуються геодезичні азимути. Обчислення в геодезичній системі координат трудомісткі. Одним з головних недоліків є велика незручність використання системи геодезичних координат при створенні топографічних карт.

### 7.3 Світова геодезична система 1984 року (WGS-84)

Вперше система WGS-84 була представлена в 1987 році. Ця система була створена з використанням результатів порівняння референтної системи міністерства оборони США (NSWC-9Z-2) та системи Міжнародного Бюро Часу (BTS) та розповсюджена через низку станцій Морської навігаційної супутникової системи ВМФ США (NNSS) (доплерівської системи TRANSIT)

Світова геодезична референсна система WGS-84, в якій поверхнею віднесення є геоцентричний екіпотенціальний еліпсоїд обертання, визначений наступними параметрами:

- велика піввісь  $a = 6\,378\,137\text{ м}$ ,
- стиснення  $\alpha = 1:298,2572221$ ;
- мала піввісь  $b = 6\,356\,752,314\text{ м}$ ;
- зональна гармоніка іншого ступеня  
 $C_{2,0} = -484,166\,85 \cdot 10^{-6}$ ;
- кутова швидкість обертання Землі  
 $\omega_E = 7\,292\,115 \cdot 10^{-11}\text{ рад с}^{-1}$ ;
- гравітаційна стала Землі  $\mu = 3\,986\,005 \cdot 10^8\text{ м}^3\text{ с}^{-2}$ .



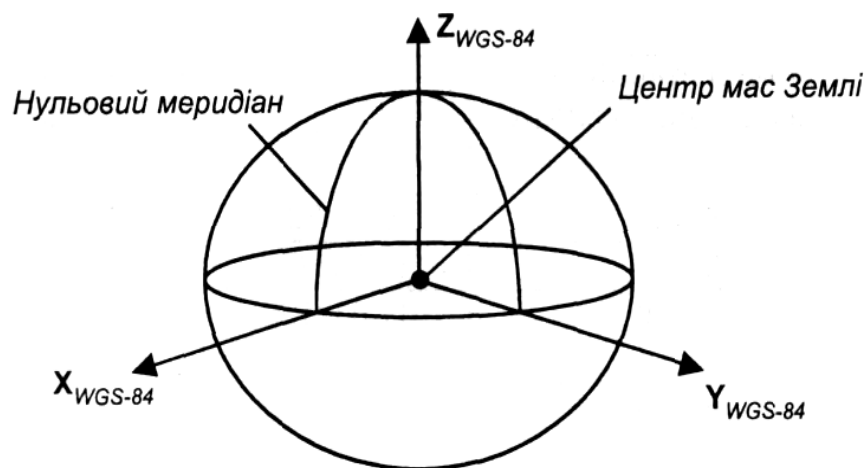


Рис. 7.8 – Система координат WGS-84

Початок координат та осі системи WGS-84 задаються наступним чином:

- початок координат – центр мас Землі.
- вісь  $Z$  – спрямована на Умовний земний полюс (IRP), як рекомендовано Міжнародною службою обертання Землі (IERS). Цей напрямок відповідає напрямку на Загальноземний полюс (СТР) за визначенням Міжнародного Бюро Часу (BTS) на епоху 1984 р. з похибкою  $0,005''$ .
- вісь  $X$  – спрямована в точку перетину нульового меридіана (IRM) з площиною екватора (СТР), як встановлено Міжнародною службою обертання Землі.
- вісь  $Y$  – завершує правосторонню ортогональну систему координат з початком у центрі мас Землі. Вона розміщена в площині екватора (СТР) під кутом  $90$  градусів на схід від осі  $X$ .

Координатна система WGS-84 суміщена з геометричним центром загальноземного еліпсоїда WGS-84, а вісь  $Z$  - з віссю обертання цього еліпсоїда.

Положення точки може бути представлене як у декартових ( $X, Y, Z$ ), так і в еліптичних (тобто геодезичних  $\varphi, \lambda, h$ ) координатах.

З метою інтеграції України у світову та європейську економічні системи, запровадження сучасних систем навігації транспортних засобів, участі в міжнародних наукових дослідженнях глобальних екологічних і геодинамічних процесів, вивчення фігури Землі, картографування території, розвитку та модернізації Державної геодезичної мережі Кабінетом Міністрів України прийнято від 1999 р. Постанову №2359 “Про впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84” та розпорядження №320-р. від 2000 р.

“Про затвердження планових заходів щодо впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84”, в яких передбачалося:

- побудову перманентної мережі станцій супутникових радіонавігаційних спостережень, які реалізують систему WGS-84 на території України та включити її до Європейської перманентної мережі (EPN);
- створення геодезичної мережі першого порядку та забезпечення її зв'язку із системами WGS-84 та ETRS89 (Європейська земна референсна система 1989 року) і ITRS (Міжнародна земна референтна система);
- виконати роботи з уточнення регіонального геоїда в системі WGS-84.

Основною ланкою всієї структури реалізації системи WGS-84 на території України є перманентна мережа супутникових радіонавігаційних спостережень (ПМСРС), яка є складовою частиною Фундаментальної геодезичної мережі (ФГМ). Її пункти (Київ (Голосіїв), Ужгород, Полтава та Львів) обладнано постійно діючими супутниковими приймачами, які працюють у рамках європейського проекту EUREF і міжнародної служби IGS (Міжнародна служба вивчення геодинаміки з допомогою GPS). Пункти перманентної мережі включені в мережу високоточного нівелювання.

Оскільки пункти перманентної мережі не є пунктами існуючої на території України державної геодезичної мережі, то для встановлення зв'язку національної системи координат із системою WGS-84 визначаються координати пунктів ДГМ у Світовій геодезичній системі. Найбільш поширені параметри референц-еліпсоїдів, що застосовуються у світовій практиці, наведені в таблиці 7.2.

Таблиця 7.2 – Параметри деяких референц-еліпсоїдів

Система координат	Референц-еліпсоїд	Велика піввісь, м	Стиснення, $\alpha$
ITRF-93	GRS-80	6 378 137	298.257 222 101
WGS-84	WGS-84	6 378 137	298.257 223 563
СК-42	Красовського	6 378 245	298.300
ПЗ-90		6 378 136	298.257 839 303

Система ПЗ-90 є координатною основою в супутниковій навігаційній системі ГЛОНАСС.

## 7.4 Система плоских прямокутних координат

Прямокутні координати вперше були введені французьким ученим Декартом у 1637 р. За іменем автора їх називають декартовими координатами. Вони широко застосовуються і в даний час.

У системі плоских прямокутних координат залежність між координатами точок, відстанями і напрямками значно простіша, ніж у геодезичній системі, унаслідок цього обчислення прості і менш трудомісткі.

Характерною рисою системи плоских прямокутних координат є її обмежене застосування для ділянок земної поверхні, оскільки неможливо уникнути перекручувань при зображенні поверхні еліпсоїда обертання на площині. Ця особливість і є головним недоліком системи плоских прямокутних координат.

У сучасній картографічній практиці з багатьох проекцій знайшов застосування ряд рівнокутних проекцій, що відрізняються від інших тим, що в них зберігається форма нескінченно малих фігур, тобто їхня подібність. Щоб зберігалася подібність фігур, необхідне збереження рівності кутів. Ця властивість робить рівнокутні проекції кращими для вирішення військових задач. Так, наприклад, для ракетних військ і артилерії збереження рівності кутів має більше значення, ніж збереження площ.

Головною властивістю рівнокутних проекцій є незалежність лінійних перекручувань від азимута. Масштаб зображення в цих проекціях у кожній точці залежить тільки від координат цієї точки і не залежить від напрямку. Ця властивість рівнокутних проекцій дозволяє набагато простіше, ніж в інших (нерівнокутних) проекціях, враховувати лінійні перекручування при виконанні топогеодезичних робіт. З цієї головної властивості (незалежності масштабу від напрямку в нескінченно малій області) випливає, як наслідок, збереження кутів і подібність нескінченно малих фігур.

Загальна теорія конформного зображення однієї поверхні на іншій розроблена німецьким математиком Гауссом у 1825 р. Частковим випадком цієї загальної теорії є картографічна задача - зображення поверхні еліпсоїда обертання на площині. Гаусс застосував запропоновану ним проекцію для чисельної обробки ганноверської тріангуляції. Ця проекція має ім'я Гаусса.

У 1912 р. німецький геодезист Крюгер дав робочі формули його проекції Гаусса. Тому дана проекція, плоска прямокутна система координат у цій проекції і самі координати часто називаються проекцією, системою координат і координатами Гаусса - Крюгера.

Масштабні перекручування в проекції Гаусса перевершують по величині перекручування в багатьох інших проекціях. Однак порівняльна простота і ви-

сока точність обліку цих перекручувань у межах 6-градусної зони є основною перевагою проекції Гаусса, що вигідно виділяє її серед інших проекцій і обумовлює її застосування в картографії.

Умовами проекції Гаусса є:

- рівнокутність;
- симетричність щодо осьового меридіана й екватора, зображуваних на площині взаємно перпендикулярними прямими, прийнятими відповідно за осі абсцис і ординат (див. рис. 7.8);
- відсутність лінійних перекручувань на осі абсцис, тобто рівність одиниці масштабу зображення осьового меридіана.

В основі будь-якої геодезичної референц-системи лежить окремий земний еліпсоїд, або референц-еліпсоїд. Референц-еліпсоїдом називається земний еліпсоїд, прийнятий для обробки геодезичних вимірів і встановлення системи геодезичних координат. Однією з основних умов вибору референц-еліпсоїда є найбільший його збіг з геоїдом (квазігеоїдом) даної країни або декількох країн. Питання про вибір єдиного еліпсоїда для ведення геодезичних робіт у Росії було поставлено у 1907 р., і для обробки геодезичних мереж був прийнятий референц-еліпсоїд Бесселя 1841 р. ( $a = 6377397$  м,  $\alpha = 1:299,153$ ), орієнтований за астрономічними даними у Пулково.

На більшій частині території СРСР використовувалася дві основні системи координат – Пулковська і Свободненська. Кожна система мала свої вихідні геодезичні дати. Редукування вимірів виконувалося методом розгортання. У Пулковській системі 1932 р. обчислювалися геодезичні координати всіх пунктів на території європейської частини СРСР і Західного Сибіру до меридіана  $96^\circ$ . Свободненська система 1935 р. застосовувалася в Забайкаллі і на Далекому Сході. Крім цих основних систем, у СРСР існували ще Дебинська 1932 р. на р. Колима, Петропавлівська 1936 р. на Камчатці, Ташкентська на південно-сході країни і деякі інші.

Поки геодезичні мережі не були зв'язані одна з одною, існування декількох систем координат не викликало практичних незручностей. Але в міру розширення робіт на кордонах були виявлені неприпустимі розбіжності в координатах і висотах пунктів, обчислених у різних системах. У ході досліджень, що продовжувалися до 1940 р., з'ясувалося, що розміри й орієнтування еліпсоїда Бесселя не відповідають фігурі геоїда в межах території СРСР, при цьому велика піввісь помилково більша, ніж на 800 м.

Для виведення нового еліпсоїда були використані великі матеріали градусних вимірів. Крім астрономо-геодезичних вимірів, широко використовувалися результати гравіметричної зйомки, що дозволили надійно визначити стиснення нового еліпсоїда. Орієнтування нового еліпсоїда зроблено по великій кількості

пунктів державної геодезичної мережі СРСР, на яких були виконані астрономічні визначення широт, довгот і азимутів.

При введенні будь-якої референц-системи необхідно визначити основні елементи: велику піввісь ( $a$ ) і стиснення ( $\alpha$ ) референц-еліпсоїда, геодезичні координати  $B_0$ ,  $L_0$ ,  $H_0$  (широта, довгота, висота) Початкового пункту, що характеризують орієнтування еліпсоїда. Потрібно також розробити метод редукування вимірюваних величин на поверхню віднесеності.

Виведення параметрів еліпсоїда проводилося під науковим керівництвом члена-кореспондента АН СРСР Ф.Н. Красовського. Основними параметрами еліпсоїда Красовського є: велика піввісь  $a = 6\,378\,245$ , стиснення  $\alpha = 1:298,3$ . Як земний еліпсоїд нової референц-системи був прийнятий еліпсоїд Красовського.

Для орієнтування нового референц-еліпсоїда щодо поверхні геоїда була використана астрономо-геодезична мережа СРСР. Були знайдені вихідні геодезичні дані  $B_0$ ,  $L_0$ ,  $A_0$  (широта, довгота, геодезичний азимут), розраховані й оброблені виправлення до раніше прийнятих значень вихідних геодезичних координат й азимута:

$$dB_0 = -0,16'' \pm 0,12'';$$

$$dL_0 = +3,54 \pm 0,20;$$

$$dA_0 = +2,66 \pm 0,21.$$

Після введення цих виправлень були отримані нові вихідні геодезичні дані Початкового пункту Пулково (центру круглої зали Пулковської обсерваторії). Отримані вихідні геодезичні дані цілком задовольняли вимоги суворої обробки астрономо-геодезичної мережі СРСР.

Таким чином, система прямокутних координат 1942р. визначається:

- параметрами еліпсоїда Красовського;
- застосуванням методу проектування у поєднанні з методом розгортання при редукуванні точок на поверхню референц-еліпсоїда;
- вихідними геодезичними датами  $B_0$ ,  $L_0$  центру круглої зали Пулковської обсерваторії і геодезичним азимутом  $A_0$  на пункт Бугри Саблінської базисної мережі (висота ( $\xi_0$ ) геоїда над еліпсоїдом у цьому пункті дорівнює нулю).

З 1946р. система координат 1942р. уведена для геодезичних, топографічних і картографічних робіт на всій території СРСР.

Система плоских прямокутних координат застосовується по зонах. Координатні зони обмежуються меридіанами, що відстоять від осьового на  $\pm 3^\circ$ . Осьовими меридіанами є серединні меридіани аркушів карти масштабу 1:1 000 000, тому що координатні зони збігаються з колонами аркушів карт цього масштабу. Колони аркушів карти 1:1 000 000 нумеруються

від 1 до 60, починаючи від меридіана з довготою  $L = 180^\circ$  по напрямку на схід. У межах України колони мають нумерацію 34, 35, 36, 37. Довгота осьового меридіана  $L_0$  у кожній зоні визначається за формулою

$$L_0 = 6n - 3, \quad (7.7)$$

де  $n = N - 30$  - номер зони ( $N$ -номер колони).

У кожній зоні за координатні осі приймаються: осьовий меридіан - за вісь абсцис, екватор – за вісь ординат (рис. 7.9). Абсциса  $X$  точки є довжиною дуги осьового меридіана від екватора, обумовленої за законом проекції Гаусса, а ордината  $Y$  вказує положення точки щодо осьового меридіана і для точок на схід від осьового меридіана вважається позитивною, а на захід - від'ємною.

Для уникнення від'ємних  $Y$  початок відрахунку виноситься за межі зони на захід на відстань 500 км від перетину осьового меридіана з екватором. У цьому випадку координата  $Y$  будь-якої точки на захід від осьового меридіана зони завжди буде додатним числом і за абсолютним значенням менша, ніж 500 км, а координата  $Y$  точки на схід від осьового меридіана - завжди більша, ніж 500 км. Оскільки ширина зони на екваторі складає близько 668 км (рис. 2.9,а), то в межах однієї зони  $Y$  може бути від 0 до 834 км, а  $X$  – від 0 до 10 000 км.

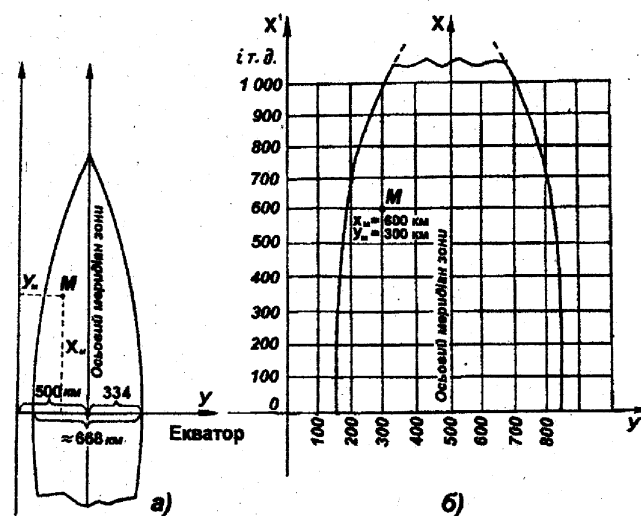


Рис. 7.9 – Зображення координатної зони на площині:

а) однієї зони; б) частини зони

Крім того, перед значеннями ординати, що отримали, приписують номер зони (від нульового Гринвіцького меридіана), у якій розташовується відповідна точка.

Застосування прямокутних координат у 6-градусних зонах забезпечує обчислення зйомок масштабу 1:10000 і дрібніше, при цьому лінійні перекручу-

вання на краю зони досягають 1:1200, що відповідає точності виміру ліній стрічками (і точності топографічної зйомки масштабу 1:10000).

Якщо прийняти стиснення земного еліпсоїда рівним нулю, тобто вважати Землю кулею, то проекція Гаусса перетворюється в рівнокутну поперечно-циліндричну проекцію Ламберта - Гаусса.

Дуже близькою за своїми властивостями і розподілом перекручувань до проекції Гаусса є застосовувана в даний час у багатьох країнах так звана універсальна поперечно-циліндрична проекція Меркатора в 6-градусних зонах. Основна відмінність її від проекції Гаусса в тому, що масштаб на осьовому меридіані дорівнює не одиниці, а 0,9996.

Система координат 1963 р. – система прямокутних координат на площині в триградусних зонах, яка зв'язана з системою координат 1942 р.

### **7.5 Визначення прямокутних координат по геодезичних (геодезичних координат по прямокутних)**

Від еліпсоїдальних координат можна перейти до тривимірної прямокутної системи координат з початком відліку в центрі еліпсоїда (геоцентрична система координат), і тоді перехід від одного еліпсоїда до іншого буде визначатися зв'язком геоцентричних систем координат цих двох еліпсоїдів.

У загальному випадку такий зв'язок може бути визначений сьома параметрами зв'язку – зрушеннями початку координат уздовж кожної осі (три лінійних параметри), поворотами навколо кожної осі (три кутових параметри) і одним масштабним коефіцієнтом. У цілому, це перетворення здійснюється за формулами Хелмерта (Гельмерта). Оскільки повороти і масштабування потрібні не завжди, іноді використовується більш просте перетворення за трьома параметрами. У деяких випадках для перетворення еліпсоїдів використовуються більш складні рівняння багатомірної регресії. Перехід з однієї системи в іншу можна представити як сукупність зсуву початку координат на вектор ( $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ ) обертань навколо кожної осі ( $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ ) і масштабування (для простоти рисунка 7.10 показано тільки обертання навколо осі  $Z$ ). У даний час точні й однозначні параметри зв'язку є не для всіх комбінацій еліпсоїдів. Причому зсув об'єктів на поверхні Землі при використанні різних варіантів може досягати сотень метрів, що для великого масштабу неприпустимо.

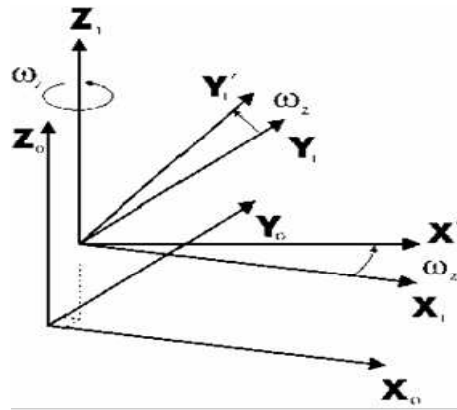


Рис. 7.10 – Перехід з однієї системи координат в іншу

Для визначення плоских прямокутних координат точки в системі СК-42, яка розташована в зоні с осьовим меридіаном  $L_0$ , на підставі її геодезичних координат  $B$  і  $L$  можна використати наступні залежності:

$$\left. \begin{aligned} x &= 6367558,4969 \frac{B''}{\rho} - \left\{ a_0 - [0,5 + (a_4 + a_6 l^2) * l^2] * l^2 N \right\} \sin B \cos B; \\ y &= [1 + (a_3 + a_5 l^2) * l^2] * l N \cos B, \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

де  $l = \frac{(L - L_0)''}{\rho}$  – різниця довготи даної точки і осьового меридіана б-градусної зони, у радіанній мірі:

$$\begin{aligned} N &= 6399698,902 - [21562,267 - (108,973 - 0,612 \cos^2 B) \cos^2 B] \cos^2 B; \\ a_0 &= 32140,404 - [135,3302 - (0,7092 - 0,0040 \cos^2 B) \cos^2 B] \cos^2 B; \\ a_3 &= (0,3333333 + 0,001123 \cos^2 B) \cos^2 B - 0,1666667; \\ a_4 &= (0,25 + 0,00252 \cos^2 B) \cos^2 B - 0,04166; \\ a_5 &= 0,0083 - [0,1667 - (0,1968 + 0,0040 \cos^2 B) \cos^2 B] \cos^2 B; \\ a_6 &= (0,166 \cos^2 B - 0,084) \cos^2 B. \end{aligned}$$

При визначенні широти й довготи з точністю до 0,0001" координати розраховуються з точністю до 0,001 м. Значення ординати  $y$  отримується відносно осьового меридіана зони.



Для визначення геодезичних координат точки на підставі її прямокутних координат в 6-градусній зоні з  $L_0$  можна використати наступні залежності:

$$\left. \begin{aligned} B &= B_x - \left[ 1 - (b_4 - 0,12z^2) * z^2 \right] * z^2 b_2 \rho''; \\ L &= L_0 + l; \\ l &= \left[ 1 - (b_3 - b_5 z^2) * z^2 \right] * z \rho'', \end{aligned} \right\} \quad (7.9)$$

де

$$\begin{aligned} B_x &= \beta + \{50221746 + [293622 + (2350 + 22 \cos^2 \beta) \cos^2 \beta] 10^{-10} \sin \beta \cos \beta \rho''; \\ \beta &= (x / 6367558,4969) \rho''; \\ z &= y / (N_x \cos B_x); \\ N_x &= 6399698,902 - [21562,267 - (108,973 - 0,612 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x] \cos^2 B_x; \\ b_2 &= (0,5 + 0,003369 \cos^2 B_x) \sin B_x \cos B_x; \\ b_3 &= 0,333333 - (0,166667 - 0,001123 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x; \\ b_4 &= 0,25 + (0,16161 + 0,00562 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x; \\ b_5 &= 0,2 - (0,1667 - 0,0088 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x. \end{aligned}$$

Заддання перетворення прямокутних координат із однієї 6-градусної зони в другу (суміжну) полягає в тому, щоб за заданими координатами точки  $x_1$  та  $y_1$  в системі зони 1 з осьовим меридіаном  $L_0^1$  визначити координати  $x_2$  та  $y_2$  тієї ж точки в системі зони 2 з осьовим меридіаном  $L_0^2$ . Використовуючи формули (2.9), перейти від прямокутних координат точки  $x_1, y_1$ , заданих в системі 1 зони з осьовим меридіаном  $L_0^1$ , до геодезичних координат  $B_1, L_1$ . Потім від геодезичних координат  $B_1, L_1$  цієї точки перейти за формулою (2.8) до прямокутних координат  $x_2$  та  $y_2$  в системі другої зони з осьовим меридіаном  $L_0^2$ .

З метою контролю розрахунків перетворення координат пропонується виконувати двічі (після переходу зі східної в західну зону зробити зворотний перехід – із західної у східну).

## 7.6 Система висот

Висота точки земної поверхні  $H$  є однією з координат, що визначає фігуру фізичної поверхні Землі щодо прийнятого референц-еліпсоїда.

За допомогою висот зображується рельєф на топографічних картах, здійснюється проектування і будівництво різних споруд. Висота точки над поверхнею земного еліпсоїда називається геодезичною висотою.

Безпосередньо вимірювати висоти над поверхнею еліпсоїда з достатньою точністю неможливо. Прийнято одержувати геодезичні висоти  $H$  як суму двох обмірюваних додатків: відстані від референц-еліпсоїда до рівня моря ( $N_M$ ) і від-

стані від рівня моря до відповідної точки поверхні Землі ( $H_M^r$ ). Об'єднання є відрізками однієї нормалі до поверхні референц-еліпсоїда (рис. 7.13).

$$H_M = H_M^r + N_M \quad (7.10)$$

або

$$H_M = H_M^r + \xi_M. \quad (7.11)$$

Перша частина ( $H_M^r$  або  $H_M^r$ ) геодезичної висоти називається висотою над рівнем моря. Друга частина ( $N_M$  або  $\xi_M$ ) геодезичної висоти - висота рівня моря над поверхнею референц-еліпсоїда.

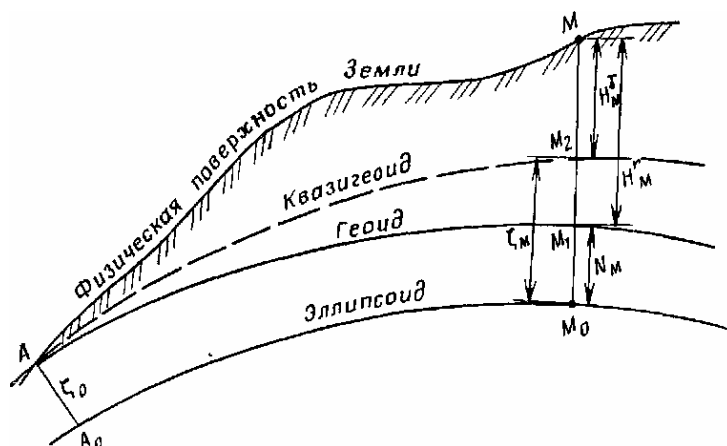


Рис. 7.13 – Визначення висоти точки земної поверхні

У формулі (2.10)  $H_M^r$  - висота точки  $M$  над поверхнею геоїда (ортометрична висота), а  $N_M$  — висота точки  $M_1$  над поверхнею референц-еліпсоїда.

Дослідження показали, що без залучення гіпотез про внутрішню будову Землі, об'єднання, що сумуються, (7.10) обчислити не можна. Складає праві частини виразу (7.11) можна обчислити точно. У цій формулі  $H_M^r$  - висота точки  $M$  над поверхнею квазігеоїда є нормальною висотою, а  $\xi_M$  — аномалія висоти.

Таким чином, при обчисленні висот доводиться мати справу з двома відліковими поверхнями: поверхнею референц-еліпсоїда для обчислення геодезичних висот  $H$  та поверхнею квазігеоїда для обчислення нормальною висотою  $H^r$ . Нормальна висота показується на топографічних картах при зображенні рельєфу. Висоту  $H^r$  визначають точно, застосовувавши метод геометричного нівелювання і залучаючи гравіметричні дані. Аномалію висоти  $\xi$  визначають методом астрономо-гравіметричного нівелювання.

При переході до системи плоских прямокутних координат 1942 р. аномалія висоти в Початковому пункті ( $\xi_0$ ) визначалася окремо. Для цього було обрано 43 пункти, рівномірно розташовані в межах астрономо-геодезичної мережі. У кожному пункті визначалася висота  $\xi_0$  геоїда над поверхнею референц-

еліпсоїда методом астрономо-гравіметричного нівелювання. У результаті порівняльних обчислень було знайдено, що  $\xi_0 < 1$  м. Тому було вирішено висоту геоїда над референц-еліпсоїдом у Початковому пункті Пулково прийняти рівним нулю.

Для обчислень висот пунктів була прийнята Балтійська система. З уведенням Балтійської системи пункти державної геодезичної мережі обчислюють у єдиній системі висот. Потім на основі проведення нової обробки усіх високоточних нівелірних мереж була встановлена нова система висот, названа Балтійською системою висот 1977 р. Висоти всіх пунктів дають в цій системі висот.

## ЛЕКЦІЯ 8 ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СУЧАСНИХ КОСМІЧНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

### 8.1 Загальна характеристика супутників ГЛОНАСС

В цей час в двох країнах світу (Росії та США) розроблені та введені до експлуатації КНС, відповідно ГЛОНАСС (ГЛОбальна НАвігаційна Супутникова Система) і GPS (Global Positioning System).

КНС ГЛОНАСС містить три сегменти (рис. 4.1): космічний сегмент з орбітальним угрупованням НКА, сегмент управління – наземний комплекс управління орбітальним угрупованням НКА, сегмент НАК – навігаційної апаратури користувачів.

Повне орбітальне угруповання ГЛОНАСС містить 24 штатних НКА на колових орбітах з нахилом  $i=64^\circ,8$  в трьох орбітальних площинах по 8 НКА в кожній (рис. 8.1). Довготи висхідних вузлів трьох орбітальних площин відрізняються на  $120^\circ$ . Номінальний період обертання НКА дорівнює  $T=11$  г. 15 хв. 44 с., і, відповідно, номінальна висота колової орбіти складає 19100 км над поверхнею Землі. У кожній орбітальній площині 8 НКА рознесені по аргументу широти через  $45^\circ$ , і аргументи широти 8 НКА в 3 орбітальних площинах зсунуті на  $\pm 15^\circ$ .

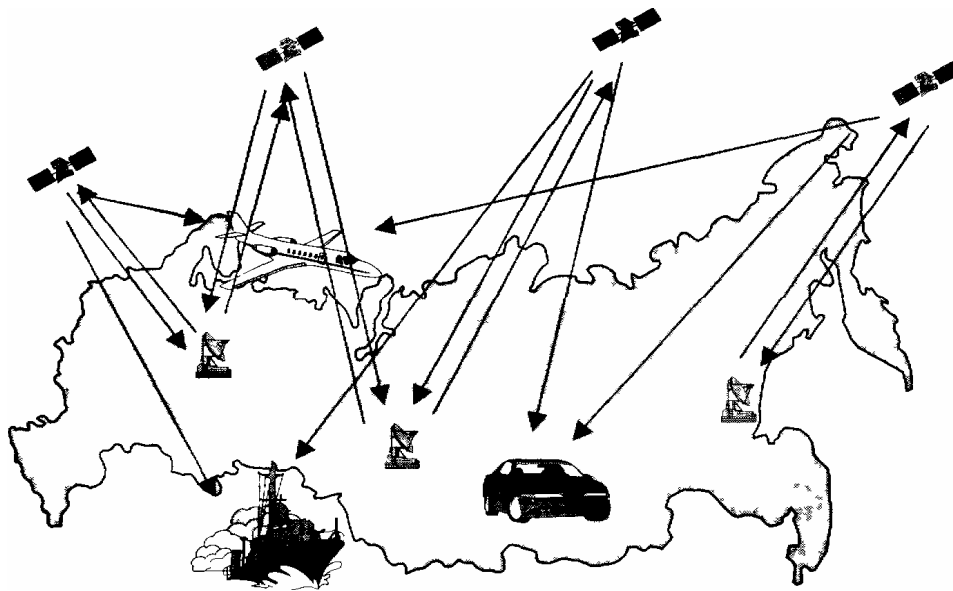


Рис. 8.1 – Система ГЛОНАСС

Наземний комплекс управління виконає чотири групи завдань:

- ефемеридне й частотно-часове забезпечення НКА;
- моніторинг радіонавігаційного поля;
- радіотелеметричний моніторинг НКА;
- командне й програмне радіоуправління НКА.

Ефемеридне забезпечення означає визначення та прогноз руху НКА. Частотно-часове забезпечення НКА означає визначення та прогноз бортової шкали часу відносно шкали часу системи.

В апаратурі споживачів здійснюється розрахунок координат по виміряним псевдодальностям.

КНС GPS містить у складі ті ж елементи, що і КНС ГЛОНАСС. Головна різниця цих КНС полягає в орбітальній побудові угруповання НКА.

Повне орбітальне угруповання GPS містить 24 основних НКА та 3 резервних НКА. НКА знаходяться на 6 колових орбітах висотою приблизно 20000 км, нахилом  $55^\circ$  та рівномірно рознесених по довготі через  $60^\circ$ .

У сегменті споживача як КНС ГЛОНАСС, так і КНС GPS перед розрахунком координат проводиться компенсація ефекту обертання Землі, тропосферних, іоносферних та інших складових похибки виміру псевдодальностей. Найбільш ефективно така компенсація здійснюється при використанні диференційного режиму КНС.

Реалізація диференційного режиму здійснюється за допомогою створення диференційних підсистем КНС. Основні характеристики космічних навігаційних систем наведені у таблиці 8.1.

## 8.2. Загальна характеристика апаратури споживачів космічних навігаційних систем

До складу більшості космічних навігаційних приладів входять: антена, приймач, контролер (пристрій управління), місцевий генератор частоти, блок живлення, кабелі та ін.

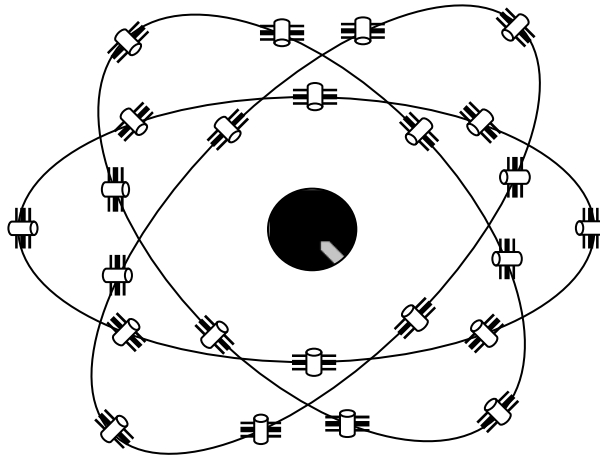


Рис. 8.2 – Орбітальне угруповання супутників ГЛОНАСС

Анени поділяють на одночастотні та двохчастотні. Зараз отримали розповсюдження мікросмугові плоскі спіральні антени. Вони забезпечують прийом хвиль колової поляризації. Їх виготовляють нанесенням печатним способом провідника на діелектрик. Вони технологічні, легкі, компактні, захищені обтікателем і можуть встановлюватися на штативі або вішці. Для відсікання відбиття можуть бути обладнані металевим екраном. Найбільш важливою характеристикою антени є її фазова характеристика, яка являє собою сферу: з якого б боку не надходила радіохвиля – затримка по фазі буде однаковою. В реальній антені зсув по фазі залежить від напрямку на супутник.

Приймачі навігаційних приладів настільки складні, що їх іноді називають приймальними системами. Приймачі класифікують за рядом ознак. Наприклад, за конструктивними особливостями, типом стеження за супутниками, видами сигналів, що приймаються і оброблюються, за портативністю та технічними можливостями, за точністю і вартістю.

За типом стеження за сигналами КА приймачі поділяють на приймачі з послідовним та паралельним типом стеження. Приймачі послідовного стеження мають один або два канали, і сигнали КА приймаються за чергою. Тому такі приймачі найбільш дешевші і найменш точніші.

При паралельному стеженні поліпшується відношення сигнал/шум, ліпше компенсуються похибки з-за нестабільності частоти місцевого генератора, так

як у вимірах по всім КА синхронно вносяться одні і ті ж перекручування. Число каналів від 4 і більше.

За видами сигналів, що приймаються та оброблюються, приймачі поділяють таким чином:

- кодові, що працюють з далекомірним кодом;
- кодово-фазові одночастотні;
- кодово-фазові двохчастотні.

Взагалі кодово-фазові приймачі виконують такі функції:

- генерування місцевих еталонних коливань і опорних сигналів;
- пошук, посилення та розділення сигналів, що належать різним КА;
- фільтрація сигналів з метою послаблення похибок;
- демодуляція несучих сигналів з метою виділення супутникових повідомлень, міток часу та кодових псевдовипадкових послідовностей:
- стеження за частотою, фазою, кодовими сигналами, вимір псевдодалекостей по кожному КА;
- аналогово-цифрове перетворення даних;
- прийом настановних параметрів і маркерів, що фіксують зовнішні події;
- виконання необхідних оперативних розрахунків;
- видача інформації про наявність, стан і розташування супутників, про поточний час;
- синхронізація з зовнішніми пристроями;
- прийом поправок про псевдодалекості для передачі по додатковому радіоканалу на інші приймачі;
- зберігання інформації, що прийнята та накопичується;
- скидання накопичених даних в персональні комп'ютери для їх подальшої обробки.

Від якості місцевого генератора в багатьому залежить точність визначення координат, маса, габарити та надійність апаратури.

Максимальна вага навігаційної апаратури споживачів наведена у таблиці 8.2

Вартість апаратури користувачів залежить від призначення та потрібної точності визначення координат. Порядок цін на апаратуру різного призначення наведений у таблиці 8.3.

Ряд характеристик різних засобів апаратури споживачів вітчизняного виробництва наведений у таблиці 8.4.

**Таблиця 8.1 – Основні технічні характеристики космічних навігаційних систем, які використовуються українськими споживачами**

Тип системи	Найменування системи	Призначення	Загальна характеристика	Склад системи		Діапазон робочих частот, МГц	Робоча зона	Точність визначення місця (СКП), м	Дискретність випромінювань	Пропускна спроможність
				Апаратура споживачів						
				належність	термін дії					
Навігаційна	„Цикада"	Космічна	Доплерівська	Росії	Безперервно	399,968 149,968	Глобальна	80...150	0,5...2,0	Без обмежень
Навігаційна	„Цикада-М"	Космічна	Доплерівська	Росії	Безперервно	399,968 149,968	Глобальна	80...100	0,3...1,3	Без обмежень
Навігаційна	ГЛОНАСС	Космічна	Далекомірна	Росії	Безперервно	1602,5625...1615,500±1МГц	Глобальна	30	Безперервно	Без обмежень
Навігаційна	GPS	Космічна	Далекомірна	США	Безперервно	1227,60±12 МГц	Глобальна	40	Безперервно	Без обмежень

**Таблиця 8.2 – Вагові характеристики апаратури споживачів**

	<b>Тип засобів</b>	<b>P<sub>max</sub>, кг</b>
<b>Апаратура споживачів КНС</b>	Мініатюрні ручні	менше 1 до 2
	Ранцеві (носимі)	2...3
	Наземні технічні	5...10
	БЛА	5...10
	Літакові	60
	Корабельні	100
	ОТР	20
<b>Інерціальні системи</b>		30

**Таблиця 8.3 – Орієнтовна вартість апаратури споживачів**

<b>Тип засобів</b>	<b><math>\sigma_m</math>, м</b>	<b>Вартість, \$</b>
Позиціювання	20...100	500...1000
Навігація	5...10	1000...20000
Навігація з ГІС	5...10	3000...30000
Геодезія	0,02...0,05	10000...50000
Тайминг (контроль часу)	30 нс	60000
Військового призначення	2...5	60000



Таблиця 8.4 – Характеристики вітчизняної апаратури споживачів КНС

Модель	Дата появи на ринку	Кількість каналів / число КА	Сигнали, що приймаються	Споживач	Маса, кг	Точність (СКП) визначення місця, м НР/ДР/ПДР	Час входження в роботу, холодний старт /гарячий старт /після перерви > 0,3 хв.	Температура, °С, робоча/ зберігання	Вологість, %	Зв'язки	Середній час наробітки на відмову, годин/ строк служби, років/ресурс, годин/ гарантія, міс
КБ "Навис", ДПф Орizon-Навігація											
CH-3001	1999	14/14	L1 C/A GPS	ГЛ, 3 (польові умови)	1,0	10...15/1...3/-ГЛ 25...40/-GPS	3/1/0,1	-10...+55/-40...+55		RS232 (422), NMEA-0183, BINR	-
CH-3002	1999	14/14	L1 C/A GPS	ГЛ, 3 (польові умови)	0,8	10...15/1...3/-ГЛ 25...40/-GPS	3/1,5/0,1	-10...+55/-40...+55		RS232 (422), NMEA-0183, BINR	-
CH-3003	1999	14/14	L1 C/A GPS	ГЛ, 3 (польові умови)	1,0	10...15/1...3/-ГЛ 25...40/-GPS	3/1,5/0,1	-10...+55/-60...+85		RS232 (422), NMEA-0183, BINR	-
CH-3101	1999	14/14	L1 C/A GPS	ГЛ, М	3	10...15/1...3/-ГЛ 25...40/-GPS	3/1,5/0,1	-10...+55/-40...55	98 (40°C) 100 (ант.)	RS232, NMEA-0183, BINR	-
CH-3102	1999	14/14	L1 C/A GPS	ГЛ, М, Р	2,6	10...15/1...3/-ГЛ 25...40/-GPS	3/0,8/0,1	0...40 -60...70 (антена)/-		RS232(422), NMEA-0183, BINR	-
CH-3301	1999	14/14	L1 C/A GPS	ГЛ, А	3,8	10...15/1...3/-ГЛ 25...40/-GPS	3/1,5/0,1	(антена) -60...+85(границя)/-	100 (антена)	NMEA-0183, BINR, RTCM SC-104	-

Продовження таблиці 8.4

Модель	Дата появи на ринку	Кількість каналів / число КА	Сигнали, що приймаються	Споживач	Маса, кг	Точність (СКП) визначення місця, м НР/ДР/ПДР	Час входження в роботу, холодний старт /гарячий старт /після перерви > 0,3 хв.	Температура, °С, робоча/ зберігання	Вологість, %	Зв'язки	Середній час наробітки на відмову, годин/ строк служби, років/ресурс, годин/ гарантія, міс
CH-3302	1999	14/14	L1 CT ГЛ, L1C/A GPS	А, зв'язок з НК	2,3	20/-/-	3/1,5/-	-40...+55 -55...+65 (антена) -60...+85 (грани- ця)/-	98 (40°C) 100 (антена)	ARENC429 ГОСТ 18977-79 PTM 1495 зміна 3,RS232E, NMEA-0183, BINR, RTCM SC-104	-
CH-3601	1999	14/14	L1 CT ГЛ, L1C/A GPS	З, Г	4,5	12/1...2/ 0,02...0,03	3/1,5/-	-20...+55 -55...65 (антена)/-		RS232E, NMEA-0183, BINR, RTCM SC-104 RINEX	-
CH-3700	1999	14/14	L1 CT ГЛ, L1C/AGPS	А, М, З (Тр)	1,2	10...15/1...3/-ГЛ 25...40/- /- GPS	3/1,5/0,1	-40...+55 -60...+85 (антена)/ -60...+85	70 (40°C) 100 (антена)	RS232E, NMEA-0183, BINR, RTCM SC-104 RINEX	-
Модель	Дата появи на ринку	Кількість каналів / число КА	Сигнали, що приймаються	Споживач	Маса, кг	Точність (СКП) визначення місця, м НР/ДР/ПДР	Час входження в роботу, холодний старт /гарячий старт /після перерви > 0,3 хв.	Температура, °С, робоча/ зберігання	Вологість, %	Зв'язки	Середній час наробітки на відмову, годин/ строк служби, років/ресурс, годин/ гарантія, міс
CH-3704 плата НА- ВИ ОР-14	1999	14/14	L1 CT ГЛ, L1C/A GPS	А, М, З (Тр)	0,12	10...15/1...3/-ГЛ 25...40/- /-GPS	3/1,5/0,1	-40...+55 -60...+85 (антена)/ -60...+85	70 (40° C) 100 (антена)	RS232E, NMEA-0183, BINR, RTCM SC-104 RINEX	-
CH-3706 плата	1999	14/14	L1 CT ГЛ, L1C/AGPS	А.М.,З(Тр)	0,18	8...15/1...3/-ГЛ 25...40/- GPS	3/0,8/0,1	-40...+70/ -60...85	98 (25° C)	RS232 (422), NMEA-0183, BINR, RTCM SC-104	-

Продовження таблиці 8.4

Модель	Дата появи на ринку	Кількість каналів / число КА	Сигнали, що приймаються	Споживач	Маса, кг	Точність (СКП) визначення місця, м НР/ДР/ПДР	Час входження в роботу, холодний старт /гарячий старт /після перерви > 0,3 хв.	Температура, °С, робоча/ зберігання	Вологість, %	Зв'язки	Середній час наробітки на відмову, годин/ строк служби, років/ресурс, годин/ гарантія, міс
СН-3706 L2 модуль прийому Плата	1999	7/7	L2 ВТ ГЛ	Доповнення до СН-3706	-	-		-40 +70/-60...+85	98 (25° С)	-	-
модель	Дата появи на ринку	Кількість каналів / число КА	Сигнали, що приймаються	Споживач	Маса, кг	Точність (СКП) визначення місця, м НР/ДР/ПДР	Час входження в роботу, холодний старт /гарячий старт /після перерви > 0,3 хв.	Температура, °С, робоча/ зберігання	Вологість, %	Зв'язки	Середній час наробітки на відмову, годин/ строк служби, років/ресурс, годин/ гарантія, міс
СН-3706 L2 модуль прийому Плата	1999	7/7	L2 ВТ ГЛ	Доповнення до СН-3706	-	-		-40 +70/-60...+85	98 (25° С)	-	-
К-182	1999	18/18	L1 СТ ВТ ГЛ L1C/A GPS	A, K, З, Г, В, Тр	0.32	10...15/-/ГЛ 35...50/-/GPS		-40...+75/-	95	RS232C, RTCM SC-104	-

Примітка:

*A – авіація, В – військові об'єкти, Вр – тимчасове забезпечення, Г – геодезія, ж/д – залізничні споживачі, З – наземні споживачі, К – космічні об'єкти, М – морський флот, Н – навігаційне забезпечення, Р – річковий флот, Тр – транспорт, ГЛ – ГЛОНАСС, НР – номінальний режим, ДР – диференційний режим, ПДР – постдиференційний режим, що припускає обробку після проведення вимірів,  $r_{рт} = 10-6L$ , де  $L$  – довжина обумовленої бази в геодезичних застосуваннях, СТ – стандартна точність*

*\* разом із Самсунг, \*\* інтегрована апаратура, \*\*\* з датчиками курсу і швидкості*

## ЛЕКЦІЯ 9 ОСНОВИ ВИЗНАЧЕНЬ В НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

### 9.1 Принципи навігаційних визначень

Для пояснення принципів навігаційних визначень в сучасних космічних навігаційних системах (КНС) спочатку розглянемо випадок навігаційних визначень на площині.

З угруповання навігаційних космічних апаратів (НКА) обирається пара НКА з відомими на кожний момент часу координатами (рис. 9.1).

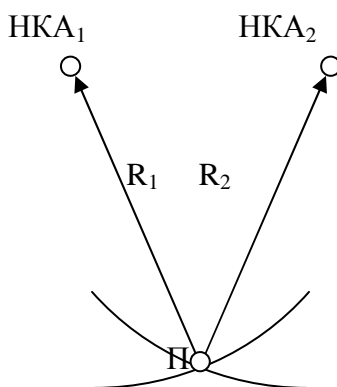


Рис. 9.1 – Принципи навігаційних визначень

Споживач  $\Pi$  забезпечується навігаційним приймачем, що приймає сигнали з НКА. Припустимо, що за сигналами з НКА приймачем вимірюються дальності  $R_1$  і  $R_2$  від споживача до двох НКА (НКА<sub>1</sub> і НКА<sub>2</sub>). Потім методом прямих зарубок може бути визначено місцеположення споживача на площині.

Для визначення трьох невідомих координат споживача (двох планових і висоти) треба вимірити дальності від споживача  $\Pi$  до 3-х НКА, скласти та вирішити систему з 3-х рівнянь в будь-якій прямокутній геоцентричній системі координат:

$$\begin{aligned} R_1 &= \sqrt{(x_1 - x_{\Pi})^2 + (y_1 - y_{\Pi})^2 + (z_1 - z_{\Pi})^2}, \\ R_2 &= \sqrt{(x_2 - x_{\Pi})^2 + (y_2 - y_{\Pi})^2 + (z_2 - z_{\Pi})^2}, \\ R_3 &= \sqrt{(x_3 - x_{\Pi})^2 + (y_3 - y_{\Pi})^2 + (z_3 - z_{\Pi})^2}, \end{aligned} \quad (9.1)$$

де  $x_i, y_i, z_i$  – координати  $i$ -го НКА,  
 $x_{\Pi}, y_{\Pi}, z_{\Pi}$  – координати споживача  $\Pi$ .

Врахуємо тепер, що в КНС вимір дальності  $R_i$  здійснюється радіотехнічним методом шляхом виміру часу розповсюдження радіосигналу від антени НКА до антени споживача. Для цього на борту НКА по бортовій шкалі часу

фіксується час  $t_{Hi}$  початку випромінювання сигналу. Інформація про  $t_{Hi}$  передається за спеціальним каналом радіозв'язку до приймача споживача, де запам'ятовується.

У приймачі споживача по автономній шкалі часу фіксується час прийому навігаційного сигналу  $t_{\Pi}$ . Потім обчислюється час розповсюдження сигналу  $\Delta t_i$

$$\Delta t_i = t_{Hi} - t_{\Pi}, \quad (9.2)$$

і дальність  $R_i$

$$R_i = \Delta t_i \cdot c, \quad (9.3)$$

де  $c$  – постійна швидкість розповсюдження радіохвиль.

Тут доцільно ще раз нагадати, що у навігаційних системах використовуються дві властивості радіохвиль: відносна постійність швидкості та лінійності їх розповсюдження.

З формул (9.2) та (9.3) витікає, що точність виміру дальності  $R_i$  істотно залежить від точності взаємної синхронізації бортової шкали часу зі шкалою часу приймача споживача.

В цей час синхронізуються між собою і зі шкалою всесвітнього часу тільки шкали часу всіх НКА. В той же час в приймачах споживача встановлюються некоштовні автономні кварцові еталони частоти та часу. Розходження шкал часу НКА і споживачів на величину  $\delta t$  викликає помилку у вимірі дальності на величину  $\delta R = c \cdot \delta t$ . Тепер дальність до НКА, яку називають псевдодальністю  $R_{\Pi i}$ , необхідно обчислити за формулою

$$R_{\Pi i} = \sqrt{(x_i - x_{\Pi})^2 + (y_i - y_{\Pi})^2 + (z_i - z_{\Pi})^2} + c \cdot \delta t. \quad (9.4)$$

Відповідно, що для вирішення завдання навігаційних визначень необхідно знайти 4 невідомих величини:  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$ ,  $\delta t$ . Для цього до процесу навігаційних визначень додають четвертий НКА, створюють і вирішують систему з 4-х рівнянь

$$\begin{aligned} R_{\Pi 1} &= \sqrt{(x_1 - x_{\Pi})^2 + (y_1 - y_{\Pi})^2 + (z_1 - z_{\Pi})^2} + c \cdot \delta t, \\ R_{\Pi 2} &= \sqrt{(x_2 - x_{\Pi})^2 + (y_2 - y_{\Pi})^2 + (z_2 - z_{\Pi})^2} + c \cdot \delta t, \\ R_{\Pi 3} &= \sqrt{(x_3 - x_{\Pi})^2 + (y_3 - y_{\Pi})^2 + (z_3 - z_{\Pi})^2} + c \cdot \delta t, \\ R_{\Pi 4} &= \sqrt{(x_4 - x_{\Pi})^2 + (y_4 - y_{\Pi})^2 + (z_4 - z_{\Pi})^2} + c \cdot \delta t. \end{aligned} \quad (9.5)$$

Крім просторових координат  $x_{\Pi}, y_{\Pi}, z_{\Pi}$  сучасні КНС дозволяють визначати і швидкісні складові власного пересування споживачів  $\dot{x}_{\Pi}, \dot{y}_{\Pi}, \dot{z}_{\Pi}$ . Для цього складається і вирішується система рівнянь відносно  $\dot{x}_{\Pi}$  швидкісних компонентів шляхом диференціювання лівої і правої частин рівняння (9.5) за часом.

$$\dot{R}_{\Pi i} = \frac{1}{R_{\Pi i}} \left[ \left( \dot{x}_i - \dot{x}_{\Pi} \right) (x_i - x_{\Pi}) + \left( \dot{y}_i - \dot{y}_{\Pi} \right) (y_i - y_{\Pi}) + \left( \dot{z}_i - \dot{z}_{\Pi} \right) (z_i - z_{\Pi}) \right].$$

У якості вихідних даних в розрахунках використовуються виміри радіальних швидкостей  $\dot{R}_{\Pi i}$ , що отримані в приймачах споживачів шляхом виміру доплерівського зсуву частоти навігаційного сигналу  $f_{di}$

$$f_{di} = \dot{R}_{\Pi i} / \lambda,$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі навігаційного сигналу.

З аналізу системи рівнянь (9.5) можна зробити висновок про те, що для підвищення точності навігаційних визначень необхідно, щоб дальності  $R_{\Pi i}$  відрізнялися одна від іншої як можна більше. Цю вимогу можна виконати, якщо забезпечити як можна більше рознесення угруповання НКА у просторі відносно споживача.

Для характеристики геометричних співвідношень до КНС вводять спеціальний коефіцієнт – геометричний фактор (*GDOP*). Згідно з геометричною інтерпретацією цей коефіцієнт обернено пропорційний об'єму тіла, що міститься між кінцями одиничних векторів, спрямованих від споживача до НКА (рис. 9.2).

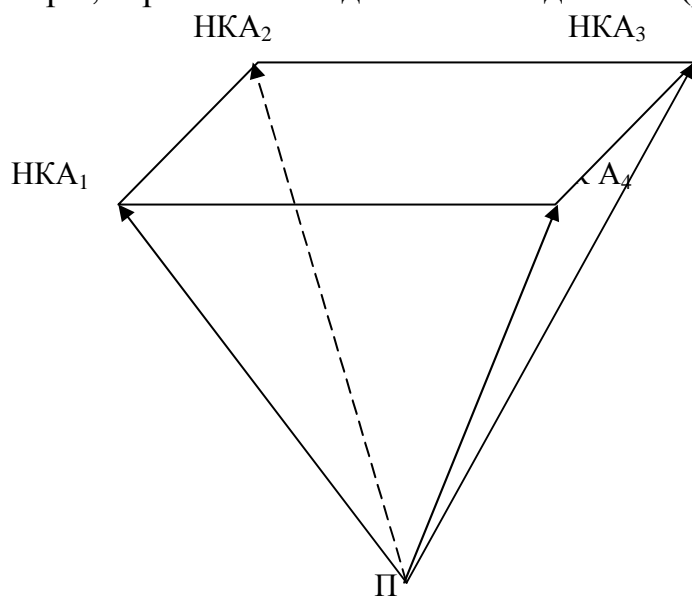


Рис. 9.2 – До характеристики геометричного фактора

Як видно з рис. 9.2, найгірші геометричні співвідношення у КНС складаються в тому випадку, якщо споживач  $П$  і всі НКА опиняються в одній площині. При відомій помилці  $\sigma_o$  первинних вимірів псевдодалекості відповідна помилка навігаційного визначення  $\sigma$  обчислюється як

$$\sigma = GDOP \cdot \sigma_o. \quad (9.6)$$

Для більш детальної характеристики точності навігаційних визначень використовуються такі показники:

$PDOP \cdot \sigma_o$  – середньоквадратична помилка визначення місцеположення;

$TDOP \cdot \sigma_o$  – середньоквадратична помилка визначення часової поправки;

$HDOP \cdot \sigma_o$  – середньоквадратична помилка визначення планових координат;

$VDOP \cdot \sigma_o$  – середньоквадратична помилка визначення висоти.

Зв'язок між введеними показниками такий:

$$GDOP = \sqrt{PDOP^2 + TDOP^2}, \quad (9.7)$$

$$PDOP = \sqrt{HDOP^2 + VDOP^2}. \quad (9.8)$$

На рис. 9.3 наданий графік добової зміни  $PDOP$  для КНС GPS у жовтні 1993 р. (Австрія).

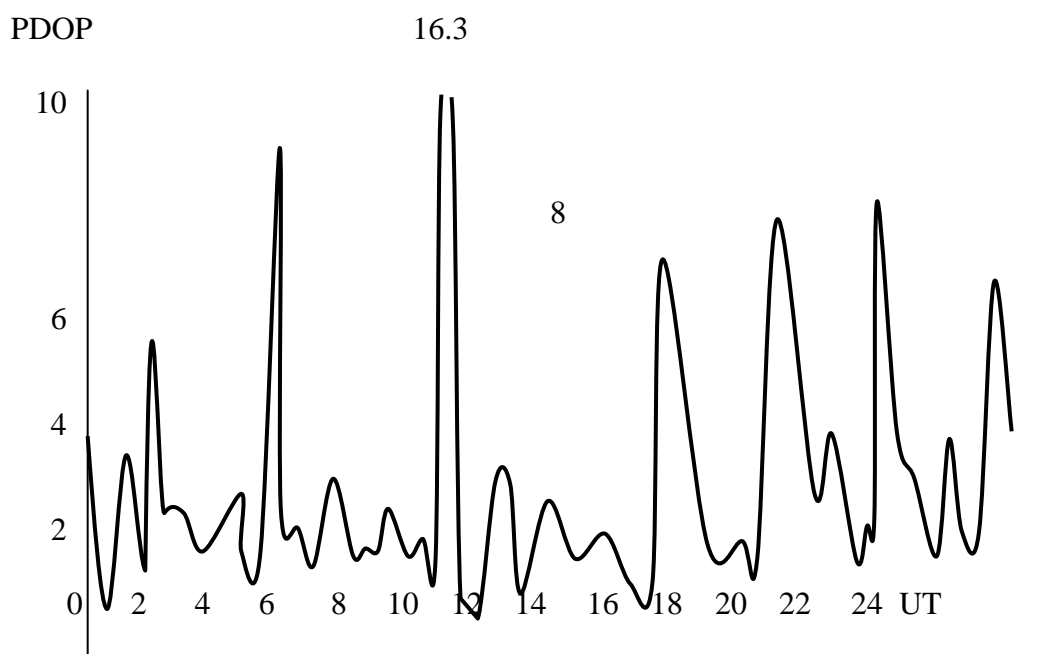


Рис. 9.3 – Параметр PDOP для Граца, Австрія, 1 жовтня 1993 р. (висота  $15^\circ$ )

Як видно з рис. 9.3, навігаційні визначення доцільно проводити при значеннях  $PDOP$  не вище 3...4. При цьому існують відрізки часу від 15 хвилин до 30 хвилин, коли геометричний фактор є несприятливим і навігаційні визначення проводити недоцільно.

## 9.2 Системи й засоби обчислення часу

Обчислення часу полягає у вимірі часу, збереженні часу між черговими циклами його виміру і формуванні сигналів часу для їх подальшого використання.

У всіх нині існуючих системах обчислення часу використовуються спостереження природних або штучних періодичних процесів, що забезпечують формування відповідних шкал часу (ШЧ). В цей час в науці і техніці знаходять використання два види ШЧ: астрономічні і атомні, в яких відповідно час формується на основі спостережень природних небесних тіл і процесів генерування еталонних частот.

До числа основних астрономічних ШЧ відносяться сонячні і зоряні ШЧ, що використовуються в цей час. До цієї ж категорії шкал часу може бути віднесена і ШЧ, що може бути створена на основі сигналів, що випромінюються пульсарами. Одиницями виміру зоряного і сонячного часу являються відповідно зоряна і сонячна доба. Зоряний час визначається добовим рухом зірок по небесній сфері, сонячний час – добовим рухом центра сонячного диска.

Зоряною добою називають відрізок часу між двома послідовними однаковими положеннями однієї і тієї ж меридіональної площини Землі відносно зірок. Сонячною добою називається відрізок часу між однаковими положеннями меридіональної площини відносно Сонця.

Течія зоряного і сонячного часу нерівномірна. Ця нерівномірність викликана непостійністю положення осі добового обертання Землі, нахилом площини екліптики до площини екватора та ін. Тому були введені поняття середнього зоряного і середнього сонячного часу. В частковості, при визначенні середнього сонячного часу використовується поняття так названого середнього Сонця або, точніше, середнього екваторіального Сонця – фіктивної точки, розташованої в екваторіальній площині Землі, відносно якої Земля, що рухається за колової орбітою, здійснює повний оберт рівно за рік.

Напрямок обертання Землі навколо своєї осі співпадає з напрямком руху Землі відносно Сонця, тому сонячна доба довші зоряних. Це ілюструється рис. 7.4. Земля, обертаючись навколо своєї осі з кутовою швидкістю  $\omega_3 = 7,2921 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ , здійснює повний оборот відносно зоряного простору за одну зоряну добу, що дорівнюють  $23^{\text{h}}56^{\text{m}}04^{\text{s}}$ . Сонячна доба має тривалість  $24^{\text{h}}$  ( $h$  – години,  $m$  – хвилини,  $s$  – секунди).



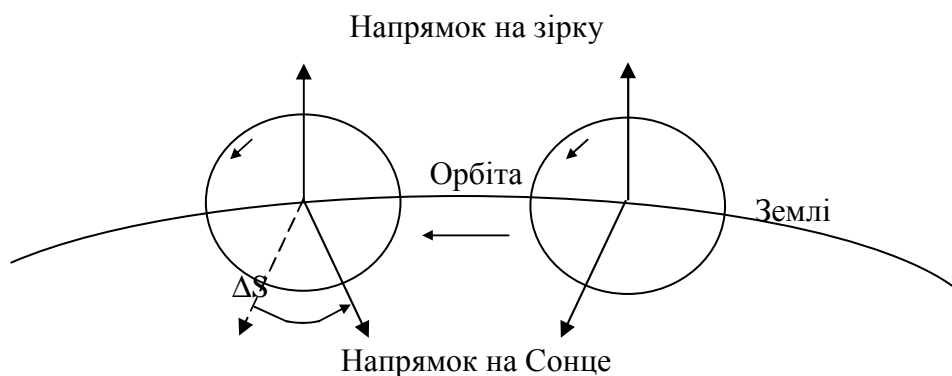


Рис. 9.4 – До визначення різниці між зоряною та сонячною добою:  
 $\Delta S$  – додатковий поворот Землі навколо осі добового обертання  
 понад повного оберту

Оскільки сонячний час пов'язаний з добовим обертанням Землі, його відлік іноді проводиться в годинних кутах: повному обертанню Землі відповідають  $24^h$ , звідси годинному куту відповідає поворот Землі на  $15^\circ$ . Середній сонячний час на меридіані спостерігача вимірюється годинним кутом середнього Сонця, зміненим на  $12^h$  (опівдні на меридіані спостерігача годинний кут середнього Сонця дорівнює нулю).

Практичне використання місцевого середнього сонячного часу має очевидні незручності, пов'язані з безперервною корекцією часу при пересуванні спостерігача на схід або на захід. Тому починаючи з кінця XIX століття, в багатьох країнах вводиться поясна система відліку часу. В цій системі місцевий середній сонячний час визначається тільки для 24 основних меридіанів, що лежать на віддаленні один від іншого на  $15^\circ$ . Приблизно на  $\pm 7,5^\circ$  від кожного з цих меридіанів у відповідності з державними або географічними міркуваннями (але не суворо за меридіанами) проведена межа так названих годинних поясів.

Для кожного з поясів приймається єдиний час, що дорівнює середньому сонячному часу основного меридіана пояса. Поясний час нульового поясу, основним для якого є Грінвічський меридіан (нульовий меридіан), називається всесвітнім часом та позначається UT (universal time). Нумерація поясів іде послідовно із заходу на схід та у відповідності з нумерацією при переході до наступного поясу на  $1^h$  зростає і поясний час.

У 1930 р. декретом Радянського уряду поясний час на всій території СРСР був збільшений на  $1^h$ . Такий час отримав назву декретного часу. Декретний час другого годинного поясу має назву "московський час".

Починаючи з 1981 р. в СРСР щорічно з квітня по жовтень вводиться так називаний літній час, який по відношенню до декретного (зимового) часу зсу-

нуте на  $1^h$  вперед. Балістичні розрахунки по плануванню польотів проводяться завчасно до їх реалізації, да і сам політ може бути розрахованим на багато місяців. Тому, щоб уникнути непорозумінь, у всіх балістичних розрахунках використовується тільки московській декретний час без годинних стрибків у квітні та жовтні.

Атомна ШЧ (АТ – Atomic Time) є фізичною ШЧ, незалежною від астрономічних спостережень. На XIII Генеральній Асамблеї Комітету мір та терезів (Париж, 1967) атомна секунда, визначена як тривалість 9192631770 коливань випромінювання, відповідного резонансній частоті переходу між двома енергетичними рівнями атома  $Cs^{133}$ , була прийнята за одиницю виміру часу в Міжнародній системі одиниць СИ. Безперервне формування цієї одиниці часу здійснюється за допомогою цезієвого атомного еталона частоти.

Існують різновиди атомних ШЧ: TAI (Time Atomic International) – міжнародна атомна ШЧ та UTC (Universal Time coordinate) – координований всесвітній час.

ШЧ TAI обчислюється у вигляді середньозваженої суми ШЧ АТ в ряді лабораторій різних країн та формується безперервно з 1.01.1958 року. Точність ШЧ TAI складає  $10^{-12}$  с, а відносна стабільність  $10^{-13}$ . Розходження між ШЧ TAI і місцевими АТ визначається СКП, що дорівнює 0,2 мкс.

ШЧ UTC встановлена для підтримання синхронності місцевих АТ ШЧ шляхом подачі сигналів часу в цій ШЧ.

ШЧ UTC є наближенням до UT1 і точно співпадає за швидкістю ходу з TAI, але відрізняється від неї цілим числом секунд.

Вказані ШЧ є міжнародними. Їх одночасне існування пов'язане із задоволенням потреб повсякденної діяльності людини, науки та техніки в ШЧ, що характеризується одночасно зміною дня та ночі (UT), високим ступенем рівномірності (ЕТ, АТ), високим ступенем оперативності і точності відтворення одиниці часу (АТ). Використання ШЧ UTC в повній мірі відповідає всім цим вимогам.

Оскільки формування ШЧ основане в цей час на використанні високостабільних генераторів, то за суттю формування ШЧ супроводжується і формуванням еталонних частот.

Формування вказаних ШЧ, еталонних частот та їх розповсюдження у різних країнах покладено на створені в цих країнах державних служб частоти та часу (ДСЧЧ), що використовують для формування ШЧ державні еталони частоти та часу (ДЕЧЧ). ДЕЧЧ Росії являє собою комплекс коло 100 пристроїв, у складі яких цезієві та водневі генератори, зберігачі часу, пристрої звірення та інш. СКП результату виміру часу за допомогою ДЕЧЧ не перевищує  $5 \cdot 10^{-14}$  с.

У США розповсюдження інформації про точний час і частоту покладене на Морську обсерваторію США USNO – United States Navy Observatory) і Національне бюро стандартів (NBS – National Bureau Standards).

USNO має 16 цезієвих генераторів, рубідієвий та водневий генератори. NBS має 8 цезієвих генераторів. Атомні ШЧ, що формуються USNO і NBS, синхронізовані між собою і по відношенню до ШЧ TAI з точністю порядку декількох мікросекунд.

У КНС формується системна шкала часу (СШЧ), яка погоджується зі ШЧ, що формується ДСЧЧ. Формування СШЧ ґрунтується на створенні місцевих ШЧ (МШЧ) різних елементів підсистем КНС та їх взаємної синхронізації. Для створення МШЧ різні елементи КНС (НИСЗ, ПО, засоби НКУ) обладнуються наземними і бортовими еталонами частоти і часу (НЕЧЧ, БЕЧЧ), які синхронізуються частіше за все з використанням радіоканалів, що входять до КНС. Еталони частоти і часу різних елементів КНС разом з каналами синхронізації складають підсистему єдиного часу і частоти КНС, метою функціонування якої є частотно-часове забезпечення (ЧЧЗ) КНС, на основі ЧЧЗ в КНС вирішуються завдання координації функціонування елементів КНС.

### 9.3 Системи координат ПЗ-90 і WGS-84

Дві глобальні космічні навігаційні системи ГЛОНАСС і GPS використовують дві різні геоцентричні системи координат: ПЗ-90 і WGS-84 відповідно. Для забезпечення ефективного сумісного використання КНС ГЛОНАСС і GPS в різних сферах діяльності необхідний надійний зв'язок між цими системами координат.

Геоцентрична система координат "Параметри Землі 1990р." (ПЗ-90) отримана в Росії за спостереженнями спеціального геодезичного космічного апарата (КА) ГЕО-ИК, а також з використанням вимірювальної інформації по космічним апаратам (КА) ГЛОНАСС і ЭТАЛОН.

При виведенні системи координат ПЗ-90 використовували фундаментальні постійні, основні з яких такі [7.8]:

швидкість світла  $c = 29972458$  м/с,

геоцентрична гравітаційна постійна (з урахуванням атмосфери)  
 $fM = 39860044 \cdot 10^9$  м<sup>3</sup>/с<sup>2</sup>,

кутова швидкість оберту Землі  $\omega = 7292115 \cdot 10^{-11}$  рад/с;

фундаментальні геодезичні постійні:

велика піввісь еліпсоїду  $d_o = 6378136$  м,

знаменник стиску  $f = 298,257839303$ ,

нормальний потенціал  $U_o = 62636861,074 \text{ м}^2/\text{с}$ ,

другий гармонічний коефіцієнт  $c_{20} = -484164,953 \cdot 10^{-9}$ .

Різність систем координат ПЗ-90 і WGS-84 за оцінками ряду авторів може коливатися від 2 до 15 м. Надійність цих оцінок лежить у межах середньоквадратичних похибок перетворення координат від 2 до 5 м в залежності від географічного регіону. В даний час можуть бути використані такі параметри зв'язку ПЗ-90 і WGS-84, надані у формі матриці перетворення.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{WGP-84} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 1 \cdot 10^{-6} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{ПЗ-90}.$$

Надійність цих даних проконтрольована на території Росії.

#### 9.4 Основні закономірності руху навігаційних космічних апаратів

Рух НКА підпорядковується законам руху штучних супутників Землі (ШСЗ). Розрізняють незбурений та збурений рух ШСЗ. Незбурений рух ШСЗ підпорядковується трьом законам Кеплера.

Перший закон Кеплера: незбурена орбіта матеріальної точки, що рухається, є плоска крива 2-го порядку, один з фокусів якої знаходиться в притягальному центрі.

Рух ШСЗ в площині орбіти описується таким рівнянням [7.3]

$$r = \frac{P}{1 + e \cos v},$$

де  $r$  – поточна відстань від притягального тіла (центра Землі) до ШСЗ (рис. 7.10);

$P$  – фокальний параметр;

$e$  – ексцентриситет;

$v$  – істинна аномалія, це кут, який відраховують від перигею у напрямку руху КА до його поточного положення.

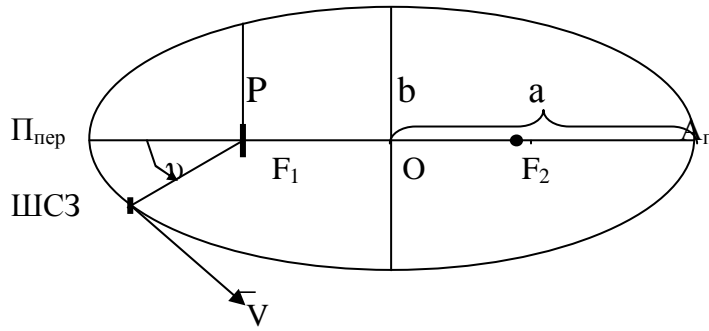


Рис. 9.10 – Орбіта ШСЗ

Форма орбіти визначається величиною ексцентриситету  $e$ :

- якщо  $e = 0$  – коло;
- якщо  $0 < e < 1$  – еліпс;
- якщо  $e = 1$  – парабола;
- якщо  $e > 1$  – гіпербола.

Для НКА  $0 \leq e < 1$ , а значить НКА рухаються по коловим або еліптичним орбітам.

Для еліптичних орбіт (рис.9.10) найближча до центру Землі точка орбіти називається перигеєм, а найбільш віддалена – апогеєм.

Для великих "a" та малих "b" півосей еліптичної орбіти, радіуса перигею  $r_{\text{п}}$  і апогею  $r_{\text{а}}$ , фокального параметру "P" і ексцентриситету "e" справедливі такі співвідношення:

$$r_{\text{п}} = H_{\text{п}} + R_3, \quad r_{\text{а}} = H_{\text{а}} + R_3, \quad a = \frac{r_{\text{а}} + r_{\text{п}}}{2}, \quad e = \frac{r_{\text{а}}}{a} - 1, \quad P = a(1 - e^2),$$

$$r_{\text{п}} = \frac{P}{1 + e}, \quad r_{\text{а}} = \frac{P}{1 - e}, \quad a = \frac{P}{1 - e^2}, \quad b = \sqrt{r_{\text{п}} \cdot r_{\text{а}}} = a\sqrt{1 - e^2},$$

де  $H_{\text{а}}$ ,  $H_{\text{п}}$  – висоти апогею та перигею орбіти КА,  $R_3 = 6371$  км – середній радіус Землі.

Другий закон Кеплера: в незбуреному русі площа, відмічена радіус-вектором матеріальної точки, що рухається, за одиницю часу, остається постійною.

Третій закон Кеплера: в незбуреному еліптичному русі двох матеріальних точок квадрати зоряних періодів обертання відносяться як куби великих півосей.

З другого та третього законів Кеплера витікають такі співвідношення для розрахунку швидкості  $V$  руху ШСЗ по орбіті і періоду обертання ШСЗ  $T$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}, \quad \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}, \quad V = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)},$$

де  $\mu = 3,98602 \cdot 10^5 \text{ км}^3/\text{с}^2$  – гравітаційна постійна Землі.

Наведені вище формули описують основні закономірності кеплеровського еліптичного руху ШСЗ тільки в площині орбіти. Для описання просторового руху необхідно додатково визначити орієнтацію орбіти. В кеплеровському русі орієнтацію орбіти задають в СК № 1 (рис. 7.5) за допомогою трьох ейлеревих кутів  $\Omega$ ,  $i$ ,  $\omega$  (рис. 9.11).

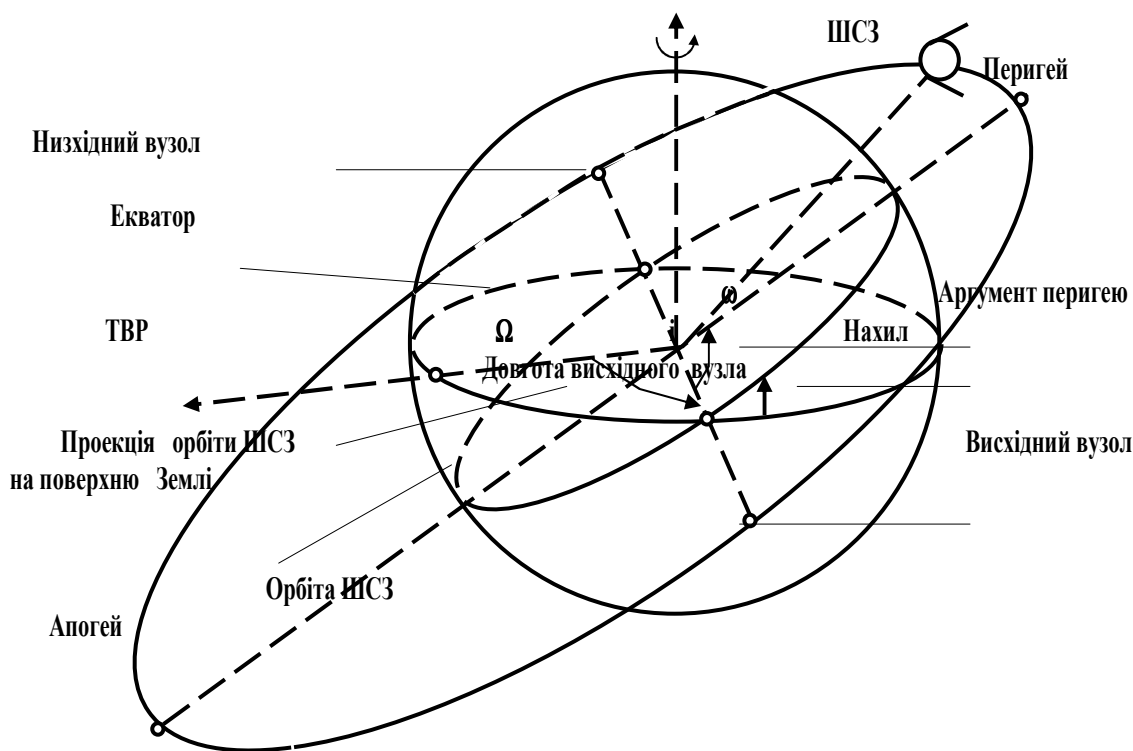


Рис. 9.11 – Елементи орбіти ШСЗ у просторі

Площина орбіти перетинається з площиною екватора або лежить в ній. Лінія перетину цих площин називається лінією вузлів, а дві її точки, що належать орбіті, називаються вузлами орбіти. Вузол орбіти, в якому ШСЗ перетинає екватор при русі з південної півкулі до північної, називається висхідним вузлом, протилежний – низхідним. Положення висхідного вузла визначається кутом між напрямками з центра Землі на точку весіннього рівнодення і на висхідний вузол, що бере відлік проти годинної стрілки, якщо глядіти з боку Північного полюса. Цей кут позначається  $\Omega$  і називається довготою висхідного вузла, причому  $0 \leq \Omega \leq 2\pi$ .

Кут між екваторіальною площиною і площиною орбіти називається нахилом орбіти та позначається буквою  $i$ . Нахил відраховується від екваторіальної площини проти годинної стрілки, якщо глядіти з боку висхідного вузла. Якщо  $0 \leq i \leq \pi/2$ , то рух має назву прямого, якщо  $\pi/2 < i \leq \pi$  – зворотним. При  $i=0, \pi$  орбіта називається екваторіальною, а при  $i=\pi/2$  – полярною.

## 9.5 Відображення рухомих об'єктів на електронній карті

На цей час вже існують навігаційні системи з відображенням рухомих об'єктів на електронній карті, але всі вони використовують інформацію космічних радіонавігаційних систем. Комплексні дані (дані від інших навігаційних систем) поки що не відображаються на електронній карті. Це пов'язано з необхідністю створення єдиного стандарту передачі навігаційної інформації від різних навігаційних систем.

Розглянемо дві системи, що відображають рухомі об'єкти на електронній карті. Повністю сумісним з сімейством програмних продуктів ArcGIS є модуль обробки зображень ERDAS IMAGINE. В цій системі є можливість безпосереднього зв'язку з приймачем супутникової навігації, що підключається до послідовного порту комп'ютера з використанням протоколу NMEA-0183.

Інструмент GPS Tool використовується для інтеграції приймача глобальної системи позиціонування (GPS) і модуля ERDAS IMAGINE. Перед запуском GPS Tool приймач супутникової навігації повинен бути приєднаний до комп'ютера.

У діалоговому режимі є можливість задати (переустановити) проекцію об'єкта на зображення місцевості. Порядок відображення рухомого об'єкта програмним модулем ERDAS IMAGINE показаний на рис. 9.12. До числа програмного забезпечення, що здатне в собі поєднати електронну карту та навігаційні дані від приймача супутникової навігації слід віднести вітчизняну програму АТЛАС версії 2.07.

Ця програма охоплює усі інформаційні дані, які створюються у середовищі геоінформаційної системи "ОКО".

Геоінформаційними даними, з якими працює АТЛАС, є:

- растрові електронні карти у форматі GGF(сканерні карти, аерокосмознімки тощо);
- векторні картографічні дані;
- дані просторового моделювання.

Програма АТЛАС, яка отримує дані від приймача супутникової навігації у режимі реального часу, дозволяє відображати координати власної поточної позиції на місцевості.

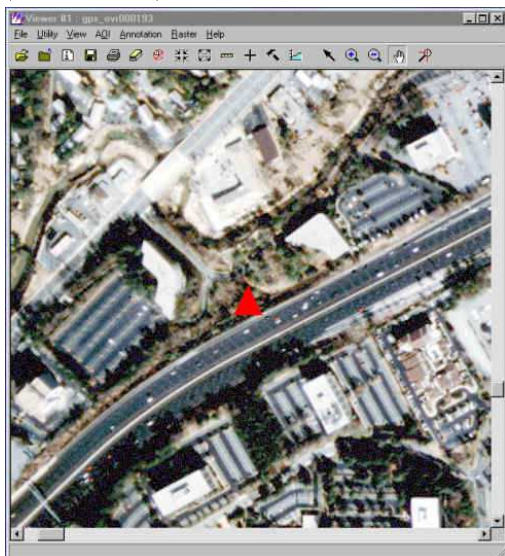


Рис. 9.12 – Порядок відображення рухомого об'єкта програмним модулем ERDAS IMAGINE

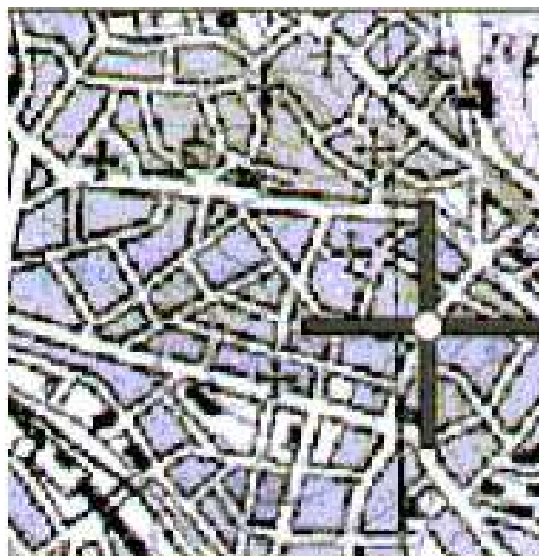


Рис. 9.13 – Порядок відображення рухомого об'єкта в геоінформаційній системі „Око”

При нормальному функціонуванні приймач GPS передає власні координати до програмного модулю кожну секунду. Одна секунда - один вимір. При безперервній роботі виміри описують трасу руху. Усі точки траси втоматично записуються на диск у вигляді файлу траси.

Позначкою власного розташування об'єкта на карті при нормальній роботі системи є хрестик (рис. 9.13).

Для візуалізації траси у ході сеансу навігації всі виміри записуються у буфер редагування. При ввімкненні режиму "Вільний ввод контуру" траса буде показуватися рожевою лінією з багатьма вузлами - білими прямокутниками, які відповідають точкам вимірів.

При записі траси на диск програма створює файл з ім'ям TRACE\_\*.GPS. В файл траси записуються кутові координати (широта та довгота) в системі координат Пулково 1942 року. Після завершення сеансу навігації будь-який файл траси можна редагувати і записати у векторну базу даних.

В ході подальшого аналізу трас можна вибрати потрібні виміри та сформувати ГІС-об'єкти, записуючи їх у відповідну групу векторної бази.

Приклади аналізу трас:

- оцінка швидкості руху: точки траси записуються через секунду і відстань між суміжними точками вимірів показує швидкість об'єкта у метрах за секунду;
- оцінка флуктуацій похибки обчислення координат приймачем: при незмінній позиції антени приймача можна спостерігати рух об'єкта на електронній карті, флуктуації вимірів координат залежать від класу точності приймача та умов прийому сигналів супутників;



- запис вимірів окремих точок: точкові виміри записуються у відкриту активну групу об'єктів бази даних. Це найбільш ефективний спосіб роботи, бо дозволяє в ході вимірів для кожної точки записувати в таблицю і атрибутивні дані.

## ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

ГЛОНАСС	-	глобальна навігаційна супутникова система
ГСС	-	геостаціонарний супутник
ДГМ	-	державна геодезична мережа
ЕОТ	-	електронно-обчислювальна техніка
ЄАСУ	-	єдина автоматизована система управління
ІНС	-	інерційна навігаційна система
КА	-	космічний апарат
ККС	-	контрольно-корегуюча станція
КРО	-	керований рухомий об'єкт
КРНС	-	космічна радіонавігаційна система
ЛА	-	літальний апарат
НКА	-	національне космічне агентство
НІ	-	навігаційна інформація
ОНС	-	одометрична навігаційна система
РНС	-	радіонавігаційна система
ЦКМ	-	цифрова карта місцевості
ШСЗ	-	штучний супутник Землі
ДІІС	-	державної інтегрованої інформаційної системи
НС	-	навігаційних систем
СНЗ	-	система навігаційного забезпечення
NAVSTAR	-	Navigation Satellite Providing Time And Range
Т-ГІС	-	транспортно-навігаційні ГІС
СПД	-	систем передачі даних
EDRM	-	European Digital Road Map
GDF	-	Geographic Data File
НІГД	-	національної інфраструктури геопросторових даних
МСК	-	Mobile Mapping System
ETRS89	-	Європейська земна референсна система 1989 року
ITRS	-	міжнародна земна референтна система
АТ	-	Atomic Time
ДЕЧЧ	-	державні еталони частоти та часу
USNO	-	United States Navy Observatory
СШЧ	-	системна шкала часу
GPS	-	Global Positioning System

## СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Новиков Д.А., Шульженко Н.А. Модели и механизмы в управлении организационными системами. М.: Издательство «Тульский полиграфист», 2003. Том 1. – 560 с., Том 2 – 380 с., Том 3 – 205 с.
2. Берж К. Теория графов и ее применения. М.: Иностранная литература, 1962. – 319 с.
3. Бурков В.Н., Горгидзе И.А., Ловецкий С.Е. Прикладные задачи теории графов. Тбилиси: Мецниереба, 1974. – 234 с.
4. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2001. – 124 с.
5. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990. – 384 с.
6. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1968. – 352 с.
7. Соловьев Ю.А. Системы спутниковой навигации / Ю.А. Соловьев – М.: 2000. – 267 с.
8. IV Международная научно-техническая конференция "Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно-космической техники" // Сборник докладов, часть 1 / НТУ Украины "Киевский политехнический институт" – 2003. – С. 378.
9. Концепція створення та експлуатації системи космічного навігаційно-часового забезпечення України на період 2000...2005 рр. – К.: НКАУ, 1999.
10. Серапинас Б.Б. Введение в ГЛОНАСС и GPS измерения. Ижевск. 1999.
11. Радіонавігаційний план України (проект). Посібник /Баранов Г.Л., Кошовий А.А., Падалко В.Г. та ін. – Київ, КВІЦ, 2002.
12. Багмет А.П., Охріменко О.М. Військова топографія. Орієнтування та рух на місцевості: Навчальний посібник/ За ред. А.П.Багмета. – Житомир: ЖВІРЕ, 2003.
13. Шмаль С.Г. Військова топографія. – К., 1998.
14. Кравцов Н.К., Зинович В.У., Кузьмин И.И., Швец А.И. Высшая геодезия. Часть 3. Сфероидическая геодезия и методы изучения фигуры Земли. – М.: Воениздат, 1985.
15. Практикум по высшей геодезии. Вычислительные работы. – М.: Недра, 1982.
16. Решетняк М.П. Інженерна геодезія. - К.: Урожай, 1995.
17. Яковлев Н.В. Высшая геодезия. – М.: «НЕДРА», 1989.
18. Сосновский А.А., Хаймович И.А. Авиационная радионавигация. Справочник. – М.: Транспорт, 1980.

19. Воздушная навигация. Монино. Изд. ВВА им. Ю.А. Гагарина, 1988.
20. Стив Бобровски. ORACLE 8. Архитектура. Издательство «Лори», 1998.
21. Сорокин А. Проблемы обмена пространственной информацией // ГИС-обозрение, 1995 (осень), с. 16-25, 1996 (зима), С. 8-15.
22. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных. 7-е изд. – К.: 2001.
23. Описание внутреннего формата представления цифровой картографической информации. –К.: НПФ “Лагрис-Элкарт”, 1995. – 9 с.
24. Боуман Джудит, Эмерсон Сандра, Дарновски Марси. Практическое руководство по SQL. 3-е изд. – К.: 1997.
25. Міхно О.Г., Кулябко П.П., Осипа В.О., Камінський В.М. Особливості використання вітчизняних цифрових карт у сучасних географічних інформаційних системах //Київський Національний Університет імені Тараса Шевченка. Вісник військово-спеціальні науки. Випуск 7, 2003,-с. 177-179.
26. Міхно О.Г., Сівков С.В., Корячко Є.І. Особливості застосування географічних інформаційних систем військового призначення. Картографія та вища школа. –К.: Державна картографічна фабрика. 2003. Вип. 8.-с. 71-76.
27. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич И.В. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. – М.: Радио и связь, 1993.
28. Б. Гофманн-Велленгоф, Г. Лихтенггер, Д Коллінз. Глобальна система визначення місцеположення (GPS). – К.: Наукова думка, 1996.
29. Аппазов Р.Ф., Сытин О.Г. Методы проектирования траекторий и спутников Земли. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.
30. Соловьев Ю.А. Системы спутниковой навигации. – М.: Эко-Тренз, 2000.
- Космические навигационные системы. – МО РФ, 1994.
31. Серапинас Б.Б. Введение в ГЛОНАСС и GPS измерения. Ижевск. 1999.
32. Радіонавігаційний план України (проект). Посібник /Баранов Г.Л., Кошовий А.А., Падалко В.Г. та ін. – Київ, КВІЦ, 2002.
33. В.Ф. Галазин, Ю.А. Базлов, Б.Л. Каплан и др. Совместное использование GPS и ГЛОНАСС: Оценка точности различных способов установления связи между ПЗ-90 и WGS-84. – Радиосвязь и навигация, 2000, № 2.

*Навчальне видання*

**ПАТРАКЕЄВ** Ігор Михайлович

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

з дисципліни

# **ТРАНСПОРТНО–НАВІГАЦІЙНІ ГЕОІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ**

*(для студентів 5 курсу денної форми навчання спеціальностей  
7. 08010105, 8. 08010105 «Геоінформаційні системи та технології»)*

Відповідальний за випуск *О. Є. Поморцева*

Редактор *З. І. Зайцева*

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

План 2014, поз. 24Л

---

Підп. до друку 06.02.2014	Формат 60x84/16
Друк на ризографі.	Ум. друк. арк. 6,4
Зам. №	Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002  
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
ДК №4705 від 28.03.214р.