Приведена математическая модель четырехфазного линейного шагового электромеханического преобразователя с аксиальной магнитной системой.

УДК 629.429.3:621.313

Б. Г. Любарский, канд. техн. наук,
Н. А. Гордеева,
Д. Ю. Зюзін, канд. техн. наук,
Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»,
М. Л. Глєбова, канд. техн. наук
Харківська національна академія міського господарства
Е. С. Рябов, канд. техн. наук
ГП Завод «Электротяжмаш»

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЧЕТЫРЕХФАЗНОГО ЛИНЕЙНОГО ШАГОВОГО ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С АКСИАЛЬНОЙ МАГНИТНОЙ СИСТЕМОЙ – ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЬ ПРИВОДА УПРАВЛЕНИЯ ДВЕРЯМИ

Модернизация подвижного состава включает в себя улучшение комфорта пассажиров, безопасность передвижения, безопасность загрузки-выгрузки пассажиров, повышения скорости движения. Привод управления дверьми является одним из главных элементов повышения комфорта пассажиров так, как он обеспечивает удобную и безопасную загрузку-выгрузку пассажиров.

В [1] предложен электропривод управления дверьми электропоезда на основе линейного шагового двигателя с аксиальной магнитной системой, рассмотрены требования, предъявляемые к таким приводам.

Рассматриваемый привод имеет электромеханический преобразователь с магнитной системой имеющей сложную геометрию, поэтому для определения рабочих свойств необходимо разработать его математическую модель.

В работе поставлена цель: разработать математическую модель четырехфазного линейного шагового электромеханического преобразователя с аксиальной магнитной системой – электродвигателя привода управления дверями (ЛШД).

Конструкция двигателя в различных видах приведена на рис. 1. Двигатель состоит из четырех фаз A, B, C и D, магнитные системы которых между собой не связаны. Конструкция катушки каждой фазы состоит из четырех отдельных катушек 3, установленных на разных полюсах статора 2. Для увеличения плавности хода полюсные наконечники статора 2 и ротора 1 выполнены зубчатыми. Фазы двигателя конструктивно соединены между собой корпусом 4.

Рассмотрим построение математической модели ЛШД. Основные энергетические параметры которого представлены в табл. 1

Любая электромеханическая система описывается уравнением Лагранжа имеющим следующий вид [2]:

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right) - \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k}\right) + Q_k = 0 \qquad (1)$$

где L- силовая функция Лагранжа, F- релеева функция, описывающая порери в системе.

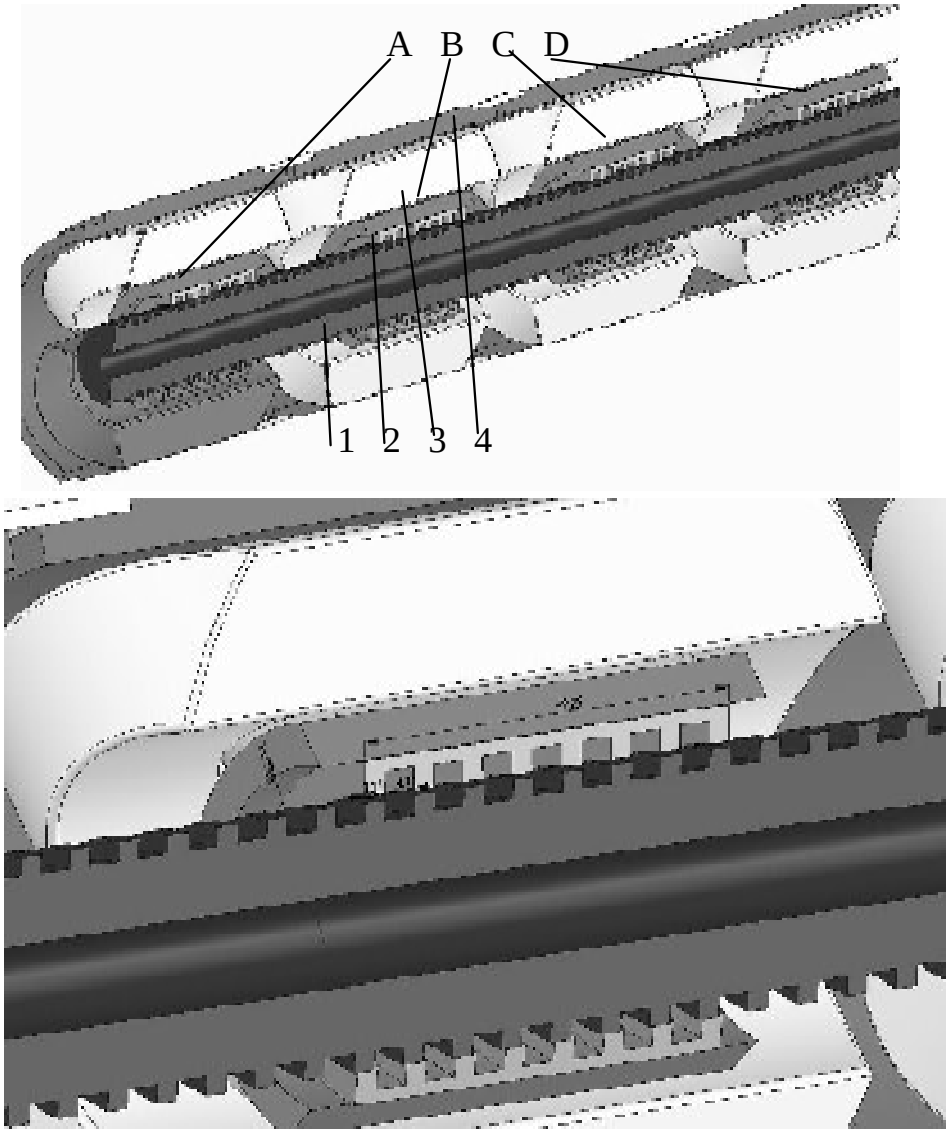

Рис. 1 – Конструкция двигателя:
1 – ротор, 2– полюса статора, 3 –катушки фаз, 4– корпус

Таблица 1

Основные энергетические параметры ЭМП АИД

Тип координаты	Электрическая	Электрическая	Электрическая	Электрическая	Механическая
k	1	2	3	4	5
q_k	q_1	q_2	q_3	q_4	x
q'_k	i_1	i_2	i_3	i_4	v
$\eth_k$	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	$M_a v$
$-f_k$	0	0	0	0	0
Q_k	e_1	e_2	e_3	e_4	F_C

После определения обобщенных координат выбираем силовую функцию Лагранжа или лагранжиан, $L(q,\dot{q},t)$, который будем использовать для получения уравнений движения. Лагранжиан определяется как разность между кинетической коэнергией T и потенциальной энергией *V*, т.е.

$$\begin{aligned} L &= T - V = \\ &= \frac{1}{2}\cdot M_a v^2 + \int_0^{i_1}\Psi(i_1,x)di_1 + \int_0^{i_2}\Psi(i_2,x-\frac{\tau}{4})di_2 + \\ &+ \int_0^{i_3}\Psi(i_3,x-\frac{\tau}{2})di_3 + \int_0^{i_4}\Psi(i_4,x-\frac{3\tau}{4})di_4 \end{aligned} \tag{2}$$

Запишем релееву функцию потерь для фазы ЭМП АИД:

$$F = \frac{1}{2}ri_1^{\,2} + \frac{1}{2}ri_2^{\,2} + \frac{1}{2}ri_3^{\,2} + \frac{1}{2}ri_4^{\,2} + \frac{1}{2}\alpha v^2 \tag{3}$$

Подставив (2,3) в (1) получим уравнения электрического(4) и механического баланса (5):

$$\begin{aligned} &e_1 - L(i_1,x)\frac{di_1}{dt} - K(i,x)v - ri_1 = 0 \\ &e_2 - L(i_2,x-\frac{\tau}{4})\frac{di}{dt} - K(i_2,x-\frac{\tau}{4})v - ri_2 = 0 \\ &e_3 - L(i_3,x-\frac{\tau}{2})\frac{di}{dt} - K(i_3,x-\frac{\tau}{2})v - ri_3 = 0 \\ &e_3 - L(i_4,x-\frac{3\tau}{4})\frac{di}{dt} - K(i_4,x-\frac{3\tau}{4})v - ri_4 = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

где $\mathrm{L(i_1,x)} = \dfrac{\partial\Psi(\mathrm{i_1,x=const})}{\partial \mathrm{i_1}}$ - дифференциальная индуктивность, $\mathrm{K(i_1,x)} = \dfrac{\partial\Psi(\mathrm{x,i_1=const})}{\partial \mathrm{x}}$ - коэффициент при противоЭДС.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial\left(\int_0^{i_1}\Psi(i_1,x)di_1\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(\int_0^{i_2}\Psi(i_2,x-\frac{\tau}{4})di_2\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(\int_0^{i_3}\Psi(i_3,x-\frac{\tau}{2})di_3\right)}{\partial x} + \\ &+ \frac{\partial\left(\int_0^{i_4}\Psi(i_4,x-\frac{3\tau}{4})di_4\right)}{\partial x} - M_a\frac{dv}{dt} - \alpha v + F_C = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Величина $F_e(i_1,i_2,i_3,i_4,x) = \sum_{j=0}^{3}F_{ej+1}(i_{j+1},x) = \sum_{j=0}^{3}\dfrac{\partial\left(\int_0^{i_{j+1}}\Psi(i_{j+1},x-\frac{\tau\ j}{4})di_{j+1}\right)}{\partial x}$

определяет электромагнитную силу ЭМП ЛШД, а $F_{ej+1}(i_{j+1}, x)$ - электромагнитная сила фазы $j+1$.

Преобразуем выражения (4) и (5) в систему дифференциальных уравнений представленных в виде задачи Коши. Для этого добавим в систему уравнение связи $\frac{dx}{dt} = v$ и получим:

$$\begin{cases} \frac{di_1}{dt} = \frac{e_1(t) - K(i_1, x)v - ri_1}{L(i_1, x)} \\ \frac{di_2}{dt} = \frac{e_2(t) - K(i_2, x - \frac{\tau}{4})v - ri_2}{L(i_2, x - \frac{\tau}{4})} \\ \frac{di_3}{dt} = \frac{e_3(t) - K(i_3, x - \frac{\tau}{2})v - ri_3}{L(i_3, x - \frac{\tau}{2})} \\ \frac{di_4}{dt} = \frac{e_4(t) - K(i_4, x - \frac{3\tau}{4})v - ri_4}{L(i_4, x - \frac{3\tau}{4})} \\ \frac{dv}{dt} = \frac{F_e(i_1, i_2, i_3, x) - \alpha v + F_C(t)}{M_a} \\ \frac{dx}{dt} = v \end{cases} \qquad (6)$$

Система (6) представляет собой математическую модель ЭМП ЛШД.

Для идентификации параметров математической модели предлагается провести цифровой эксперимент по определению величин потокосцепления фазы и электромагнитной силы фазы двигателя. На рис. 2 представлена расчетная область зубцовой зоны. Задача рассматривается в аксиально-симметричной постановке. Принято допущение о не насыщенности участков магнитной цепи: спинки внутреннего и внешнего статоров.

По результатам расчетов магнитного поля определялись значения потокосцепления эквивалентной катушки и электромагнитная сила с использованием стандартных функций FEMM [3].

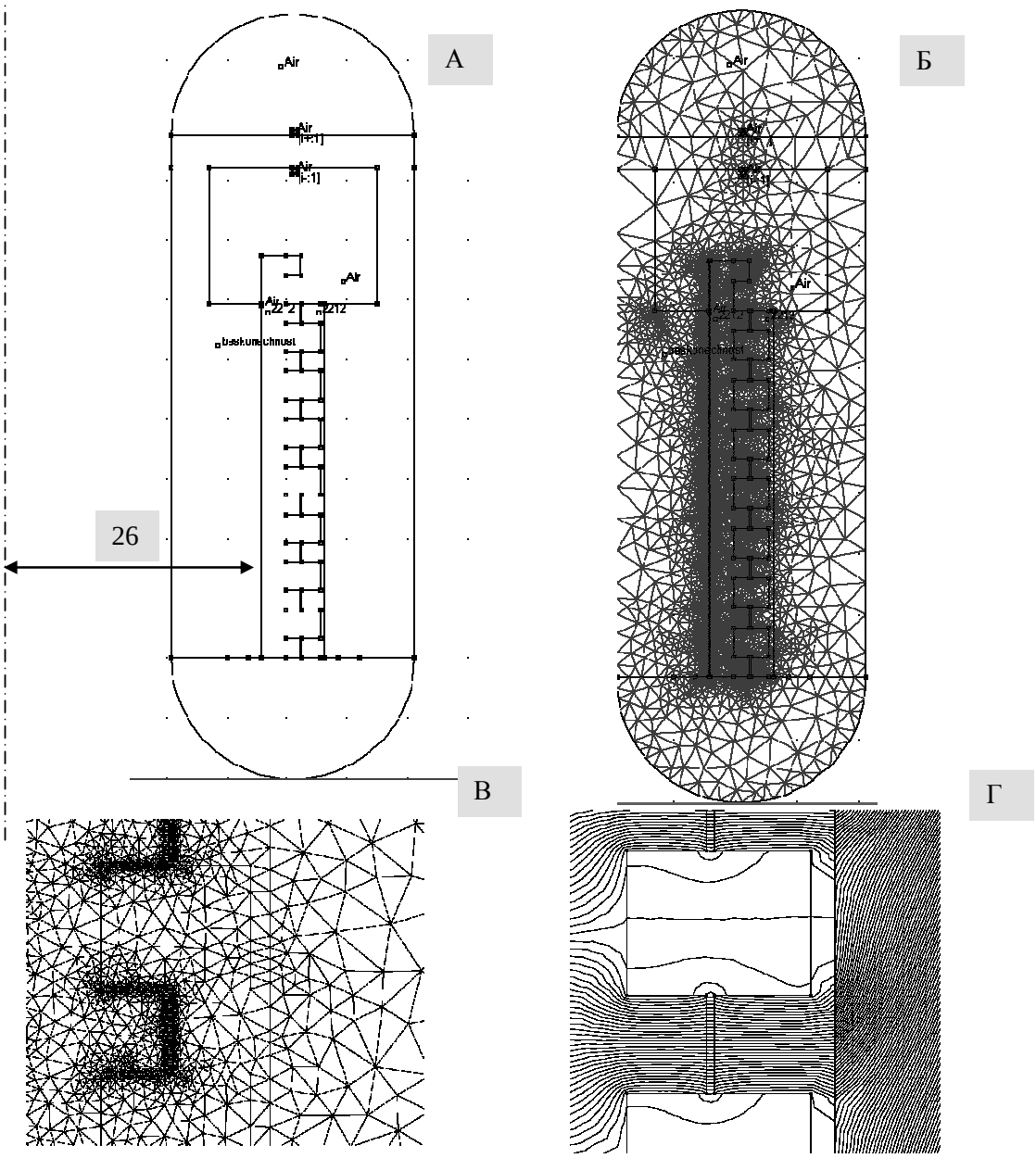

Рис. 2 – Расчет магнитного поля ЛШД:
А– расчетная область, Б и В – конечно-элементная сетка в расчетной области и в воздушном зазоре, Г– результаты расчета поля в зубцовой зоне.

Для получения непрерывных зависимостей параметров математической модели ЭМП ЛШД предлагается разложить их в гармонический ряд по координате линейного перемещения с последующей аппроксимацией амплитуд каждой гармоники полиномами Чебышева на множестве равноудаленных точек по координате тока фазы, используя результаты вычислительных экспериментов как исходные данные. При этом аппроксимация потокосцепления фазы имеет вид:

$$\Psi = \mathrm{PC}(\mathrm{i}) + \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{N_G}} \left(\mathrm{PA}(\mathrm{i})\sin(\mathrm{kx}) + \mathrm{PB}(\mathrm{i})\cos(\mathrm{kx})\right) = \\ = \sum_{\mathrm{n}=0}^{\mathrm{N_s}} \left(\mathrm{C_n}\,(\mathrm{M\,i} + \mathrm{Z})^{\mathrm{n}}\right) + \\ \sum_{k=1}^{N_G}\left(\sum_{n=0}^{N_s}\left(A_{n,k}\,(M\ i+Z)^n\right)\sin(kx) + \sum_{n=0}^{N_s}\left(B_{n,k}\,(M\ i+Z)^n\right)\cos(kx)\right), \quad (7)$$

где $PA(i)$, $PB(i)$ и $PC(i)$ – полиномы Чебышева при синусной, косинусной и постоянной составляющих соответственно, k – номер гармоники, N_G – число гармоник, $A_{n,k}$, $B_{n,k}$ и C_n – коэффициенты регрессии полиномов при синусной, косинусной и постоянной составляющих соответственно, n – номер коэффициента регрессии, N_S – степень полинома, M и Z – масштабный коэффициент и смещение при токе фазы.

Аналогично потокосцеплению представим аппроксимацию электромагнитной силы:

$$F = PFC(i) + \sum_{k=1}^{N_G}\left(PFA(i)\sin(kx) + PFB(i)\cos(kx)\right) = \\ = \sum_{n=0}^{N_s}\left(FC_n\,(M\ i+Z)^n\right) + \\ \sum_{k=1}^{N_G}\left(\sum_{n=0}^{N_s}\left(FA_{n,k}\,(M\ i+Z)^n\right)\sin(kx) + \sum_{n=0}^{N_s}\left(FB_{n,k}\,(M\ i+Z)^n\right)\cos(kx)\right), \quad (8)$$

где $PFA(i)$, $PFB(i)$ и $PFC(i)$ – полиномы при синусной, косинусной и постоянной составляющих соответственно для электромагнитной силы, $FA_{n,k}$, $FB_{n,k}$ и FC_n – коэффициенты регрессии полиномов при синусной, косинусной и постоянной составляющих соответственно.

Из выражения (7) получим аналитически производные потокосцеплений по координатам тока и линейного перемещения:

$$L = M\left(\begin{array}{l}\sum_{n=1}^{N_s}\left(nC_n\,(M\ i+Z)^{n-1}\right) + \\ \sum_{k=1}^{N_G}\left(\sum_{n=1}^{N_s}\left(nA_{n,k}\,(M\ i+Z)^{n-1}\right)sin(kx) + \sum_{n=1}^{N_s}\left(nB_{n,k}\,(M\ i+Z)^{n-1}\right)cos(kx)\right)\end{array}\right), \quad (9)$$

$$K = \sum_{k=1}^{N_G}\left(\sum_{n=0}^{N_s} k\left(A_{n,k}\,(M\ i+Z)^n\right)cos(kx) - \sum_{n=0}^{N_s}\left(B_{n,k}\,(M\ i+Z)^n\right)sin(kx)\right). \quad (10)$$

Преобразуем математическую модель (6) обобщенный вид. Проведя ряд преобразований получим:

$$\begin{cases} \dfrac{di_1}{dt} = f_{u1}e_1 - f_{r1}i_1 r - f_{\omega 1}v \\ \dfrac{di_2}{dt} = f_{u2}e_2 - f_{r2}i_2 r - f_{\omega 2}v \\ \dfrac{di_3}{dt} = f_{u3}e_3 - f_{r3}i_3 r - f_{\omega 3}v \\ \dfrac{di_4}{dt} = f_{u4}e_4 - f_{r4}i_4 r - f_{\omega 4}v \\ \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{F_e(i_1, i_2, i_3, i_4, x) - \alpha v + F_C(t)}{M_a} \\ \dfrac{dx}{dt} = v \end{cases} \qquad (11)$$

Где $f_{u1} = \dfrac{1}{L(i_1, x)}$, $f_{u2} = \dfrac{1}{L(i_2, x - \frac{\tau}{4})}$, $f_{u3} = \dfrac{1}{L(i_3, x - \frac{\tau}{4})}$, $f_{u4} = \dfrac{1}{L(i_4, x - \frac{3\tau}{4})}$,

$$f_{r1} = \frac{r}{L(i_1, x)},\ f_{r2} = \frac{r}{L(i_2, x - \frac{\tau}{4})},\ f_{r3} = \frac{r}{L(i_3, x - \frac{\tau}{4})},\ f_{r4} = \frac{r}{L(i_4, x - \frac{3\tau}{4})},$$

$$f_{\omega 1} = \frac{K(i_1, x)}{L(i_1, x)},\ f_{\omega 2} = \frac{K(i_2, x - \frac{\tau}{4})}{L(i_2, x - \frac{\tau}{4})},\ f_{\omega 3} = \frac{K(i_3, x - \frac{\tau}{2})}{L(i_3, x - \frac{\tau}{2})},\ f_{\omega 4} = \frac{K(i_4, x - \frac{3\tau}{4})}{L(i_4, x - \frac{3\tau}{4})}$$

Вывод. Система дифференциальных уравнений (11) представляет собой математическую модель ЛШД, параметры которой идентифицированы с использованием метода конечных элементов и аппроксимированы полиномиальными непрерывными функциями. Такая модель может быть использована при моделировании работы привода управления дверями подвижного состава.

Література

1. Любарский Б.Г. Математическая модель для определения электромагнитного момента реактивного индукторного двигателя с аксиальным магнитным потоком / Б.Г. Любарский, В.П. Северин, Т.В. Парфенюк, Д.Ю. Зюзин, М.Л. Глебова, Н.А. Гордеева // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". – 2010. – № 38. – С. 62–71.

2. Уайт Д. Электромеханическое преобразование энергии / Д. Уайт, Г. Вудсон – Москва: Издательство «Энергия», 1964. – с.528.

3. http://femm.berlios.de

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЧОТИРЬОХФАЗНОГО ЛІНІЙНОГО КРОКОВОГО ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА З АКСІАЛЬНОЇ МАГНІТНОЮ СИСТЕМОЮ - ЕЛЕКТРОДВИГУН ПРИВОДУ КЕРУВАННЯ ДВЕРИМА

Б. Г. Любарський, Н. А. Гордєєва, Д. Ю. Зюзін, М. Л. Глєбова, Є. С. Рябов

Наведено математичну модель чотирьохфазна лінійного крокового електромеханічного перетворювача з аксіальної магнітною системою

MATHEMATICAL MODEL OF A FOUR-STEP LINEAR ELECTROMECHANICAL TRANSDUCER WITH AN AXIAL MAGNETIC SYSTEM - MOTOR DRIVE CONTROL DOORS

B. G. Lubarsky, N. A. Gordeeva, D. Y. Zyuzin, M. L. Glєbova, E. S. Ryabov

A mathematical model of a four-step linear electromechanical transducer with an axial magnetic system.