Показано, что при смещении одного из зеркал в главном сечении кристалла в поперечном к оси резонатора направлении на расстояние, равное смещению необыкновенного резонансного пучка при прохождении анизотропной пластины, все результаты полученные для резонатора с изотропной пластиной диэлектрика, становятся справедливыми и для открытого резонатора с анизотропной пластиной, возбужденного на необыкновенных волнах, с единственной заменой в формулах $n \to n_e$.

УДК 628.979:159.93

А. С. Сысоев,
канд. физ.- мат. наук
Харьковская национальная академия городского хозяйства
Кафедра физики,
ул. Революции,12,
г. Харьков,
61002, Украина

КВАЗИОПТИЧЕСКИЙ ОТКРЫТЫЙ РЕЗОНАТОР С АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНОЙ

Введение. В настоящее время теоретически и экспериментально исследован открытый резонатор (ОР) с изотропной пластиной диэлектрика. При внесении в резонатор анизотропного слоя, вследствие явления двойного лучепреломления, колебания в ОР могут быть возбуждены как на обыкновенных, так и на необыкновенных волнах. При этом спектр колебаний ОР расщепляется за счет снятия поляризационного вырождения.

Для анализа колебаний на обыкновенных волнах (обыкновенные колебания ОР) полностью применимы результаты, развитые для ОР с изотропной пластиной диэлектрика [1]. Для анализа колебаний на необыкновенных волнах (будем в дальнейшем называть их необыкновенными колебаниями) надо предварительно ответить на два вопроса: как изменяются коэффициенты отражения и прохождения и вариансы волновых пучков резонансных колебаний на необыкновенных волнах по сравнению с аналогичными для обыкновенных волн.

Основная часть. С этой целью рассмотрим падение плоской волны на плоскопараллельный слой одноосного кристалла. Пусть плоская линейно поляризованная электромагнитная волна нормально падает на слой одноосного кристалла, оптическая ось $\vec{c}$ которого составляет угол φ с нормалью $\vec{q}$ к границе раздела (см. рис. 1).

Тензор диэлектрической проницаемости кристалла имеет вид

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_e \end{pmatrix}$$

где ε_e- диэлектрическая проницаемость в направлении оптической оси кристалла, ε_0 – диэлектрическая проницаемость в направлении, перпендикулярном к оптической оси кристалла.

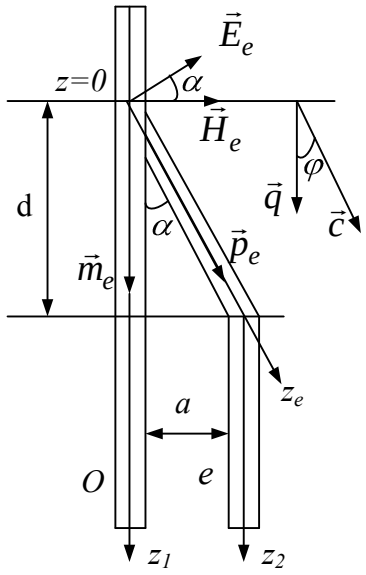

Рис. 1

Известно, что если вектор $\vec{E}$ падающей волны перпендикулярен главной плоскости падения, проведенной через волновой вектор падающей волны и оптическую ось кристалла, то преломленная в кристалле волна будет обыкновенной [2]. Если вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ падающей волны лежит в главной плоскости падения, то преломленная в кристалле волна будет необыкновенной. В связи с этим разобьем падающую линейно поляризованную волну на две поляризации – с вектором $\vec{E}$ в главной плоскости падения и перпендикулярным к ней – и рассмотрим случай, когда вектор $\vec{E}$ лежит в главной плоскости падения (т.е. преломленная волна необыкновенная).

Вектор $\vec{E}$ волны в различных областях определяется формулами

$$\vec{E}_i = \bar{x}_0 B_i \exp(ik_i z) \text{ - для падающей волны,} \qquad (1)$$

$$\vec{E}_{ie} = -B_{ie}\varepsilon_0 \left[\vec{p}_e \left[\vec{m}_e \vec{c}\right]\right] \exp(ik_{ie} z) \text{ - для преломленной} \qquad (2)$$

необыкновенной волны

где $\vec{k}_i = k\vec{m}_i$ - волновой вектор падающей волны,

$\vec{k}_e = k\vec{m}_e$ - волновой вектор преломленной волны,

$k = \omega/c$, c - скорость света.

Векторы $\vec{m}_i$ и $\vec{m}_e$ называются векторами волновой рефракции и определяются формулами $\vec{m}_i = n_i \vec{n}_i$, $\vec{m}_e = n_e \vec{n}_e$.

Здесь $\vec{n}_i$ и $\vec{n}_e$ -единичные волновые нормали падающей и преломленной необыкновенной волн, n_i-показатель преломления вещества, окружающего сверху и снизу слой кристалла, n_e-показатель преломления необыкновенной волны, определяемый формулой

$$n_e = \left[\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_e}{\left(\varepsilon_0 \sin^2\varphi + \varepsilon_e \cos^2\varphi\right)}\right]^{1/2} \qquad (3)$$

В необыкновенной волне фаза распространяется вдоль вектора волновой рефракции $\vec{m}_e$, а поток энергии – вдоль вектора лучевой рефракции $\vec{p}_e$, определяемого формулой

$$p_e = \left[\frac{\varepsilon_0^2 \sin^2 \varphi + \varepsilon_e^2 \cos^2 \varphi}{\varepsilon_0 \varepsilon_e \left(\varepsilon_0 \sin^2 \varphi + \varepsilon_e \cos^2 \varphi \right)} \right]^{1/2} \tag{4}$$

Вектор лучевой рефракции $\vec{p}_e$ необыкновенной волны составляет с вектором волновой рефракции $\vec{m}_e$ угол α, который определяется формулой

$$\cos\alpha = \frac{\varepsilon_0 \sin^2 \varphi + \varepsilon_e \cos^2 \varphi}{\left[\varepsilon_0^2 \sin^2 \varphi + \varepsilon_e^2 \cos^2 \varphi \right]^{1/2}} \tag{5}$$

Из формул (3),(4) и (5) для n_e, p_e и $\cos\alpha$ можно сделать вывод, что

$$p_e \cos\alpha = \frac{1}{n_e} \tag{6}$$

В необыкновенной волне вектор напряженности магнитного поля $\vec{H}_e$ перпендикулярен вектору волновой рефракции $\vec{m}_e$, а вектор напряженности электрического поля $\vec{E}_e$ перпендикулярен вектору лучевой рефракции $\vec{p}_e$. Тангенциальная составляющая вектора $\vec{E}_e$ необыкновенной волны равна

$$E_{ex} = E_e \cos\alpha \tag{7}$$

Подставляя сюда формулу (2) и учитывая формулу (6), получаем

$$E_{ex} = -B_e \varepsilon_0 \exp(ikn_e z) \tag{8}$$

т.е. получаем, что амплитуда тангенциальной составляющей не зависит от угла φ между направлением распространения волны и направлением оптической оси кристалла, как это имеет место и для обыкновенной волны.

Приравнивая тангенциальные компоненты полного электрического и магнитного полей на обеих поверхностях кристалла, получаем для коэффициентов отражения R_e и преломления T_e для необыкновенных волн формулы, которые полностью совпадает с аналогичными для обыкновенных волн, если в последних сделать замену $n_o \to n_e$, т.е. показатель преломления обыкновенной волны заменить на показатель преломления необыкновенной волны.

Переходя от плоских волн к волновым пучкам, зависимость поля падающего волнового пучка от поперечной координаты x определяется формулой

$$E_i \approx \exp\left(-\frac{kn_i x^2}{2V_i(z)} \right) \tag{9}$$

Величина $V_i(z)$, определяемая формулой

$$V_i(z) = n_i A_0 + i(z + z_0) \tag{10}$$

называется вариансом волнового пучка, $A_0 = {kn_i w_o^2}/{2}$, w_0 - радиус пятна поля в горловине, z_0-расстояние от горловины до поверхности кристалла. Все геометрические параметры пучка – радиус пятна поля w, радиус кривизны фазового фронта R - неявным образом содержатся в вариансе $V_i(z)$. Представляя $V_i^{-1}(z)$ в виде

$$\frac{1}{V_i(z)} = \frac{2}{kn_i w_i^2} - i\frac{1}{R_i} \tag{11}$$

формула (9) преобразуется к виду

$$E_i \approx \exp\left(-\frac{x^2}{w_i^{\,2}} + \frac{ikn_i x^2}{2R_i}\right) \tag{12}$$

Для преломленного волнового пучка напряженность электрического поля определяется формулой

$$E_e \approx \exp\left[-\frac{kn_e\left(x - ztg\alpha\right)^2}{2V_e(z)}\right] \tag{13}$$

где варианс $V_e(z)$ необыкновенного пучка определяется той же формулой, что и для обыкновенного. с заменой $n_0 \to n_e$

$$V_e(z) = \frac{n}{n_i}V_i(0) + iz \tag{14}$$

Отметим, что варианс преломленного необыкновенного пучка в кристалле изменяется не вдоль направления переноса энергии, определяемого уравнением $x = ztg\alpha$, а вдоль направления изменения фазы (вдоль оси z).

Для прошедшего необыкновенного напряженность E_{ei}

$$E_{ei} \approx \exp\left[-{kn_i\left(x-a\right)^2}\Big/{2V_{ei}(z)}\right] \tag{15}$$

с вариансом

$$V_{ei}(z) = \frac{n_i}{n_e}V_e(d) + i(z-d) \tag{16}$$

где $V_e(d)$ - значение варианса преломленного волнового пучка на второй границе раздела. Из формулы (15) видно, что прошедший необыкновенный волновой пучок распространяется параллельно прошедшему обыкновенному пучку, но его ось сдвинута на расстояние $a = d\,tg\alpha$ относительно оси обыкновенного пучка.

Таким образом, коэффициенты отражения, прохождения и вариансы обыкновенного и необыкновенного пучков определяются одними и теми же формулами с заменой показателя преломления n_o на n_e [2]. Единственное отличие состоит в том, что прошедший необыкновенный волновой пучок смещен на расстояние $a = dtg\alpha$ относительно падающего в главной плоскости падения.

Поэтому, если центр одного из зеркал открытого резонатора так же сместить на расстояние a относительно оси резонатора в главной плоскости падения кристалла, то полученные для резонатора с изотропной пластиной диэлектрика результаты остаются справедливыми и для резонансных колебаний на необыкновенных волнах с единственной заменой $n \to n_e$, т. е. показатель преломления изотропного диэлектрика n надо заменить на показатель преломления n_e для необыкновенных волн. Конфигурация поля резонансного колебания и ход осевых волн показан на рис. 2.

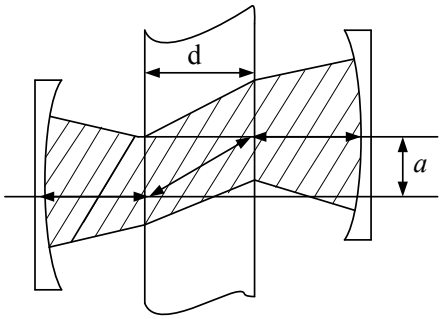

Рис. 2

Для ОР, у котрого одно из дзеркал плоское, такое смещение дзеркал, естественно, призводить не требуется [3]. У такого резонатора пятно поля резонансного колебания на необыкновенных волнах на плоском зеркале смещено на расстояние $a = dtg\alpha$ относительно оси резонатора. Конфигурация резонансного поля и ход осевых волн резонансного волнового пучка такого ОР показан на рис. 3.

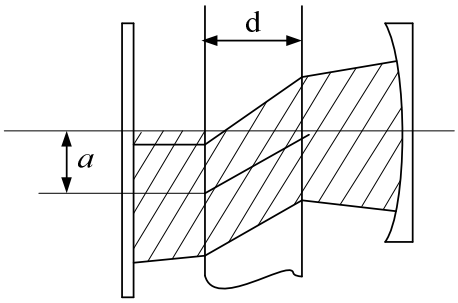

Рис. 3

Если не смещать в резонаторе с вогнутыми зеркалами одно из зеркал в нем так же возможно возбудить необыкновенные резонансные колебания. Однако добротность таких колебаний будет низкой ввиду того, что из-за смещения оси прошедшего слой необыкновенного волнового пучка его волновая поверхность не совпадает с отражающей поверхностью зеркала, на которое он падает. Вследствие этого будут иметь место большие потери на преобразование необыкновенного волнового пучка в резонансное колебание.

Открытый резонатор с анизотропным диэлектриком возбужденный на необыкновенных волнах позволяет экспериментально измерить диэлектрическую

проницаемость ε_e и потери необыкновенных волн в таком диэлектрике в диапазоне миллиметровых и субмиллиметровых волн. Для этого резонатор без диэлектрика возбуждают на одном из типов колебаний. Затем вносят диэлектрик и, контролируя тип колебания в резонаторе, смещают одно из зеркал вдоль оси резонатора на ΔL, так чтобы снова добиться резонанса. Для необыкновенных волн надо еще на $dtg\alpha$ сместить одно из зеркал в направлении, перпендикулярном оси резонатора в главной плоскости кристалла. Относительная диэлектрическая проницаемость ε_e тогда находится из формулы

$$\varepsilon_e^2 = 1 + \frac{\Delta L}{d} \qquad (18)$$

где Δl - подстройка резонатора.

Если не производить смещение одного из зеркал в поперечном направлении, то на необыкновенных волнах из-за низкой добротности резонатора резонансная кривая будет не узкая, настройка в резонанс неточная и погрешности измерения ε_e достаточно большие, а измерение $tg\,\delta$ потерь для необыкновенных волн дает завышенный результат. При смещении одного из зеркал в поперечном направлении на $d\,tg\alpha$ нагруженная добротность $Q_н$ на необыкновенных волнах достигает максимального значения, резонансная кривая становится узкой и позволяет произвести точную настройку резонатора в резонанс и, тем самым, более точное измерение подстройки ΔL. Тем самым достигается более точное измерение ε_e и потерь в диэлектрике $tg\ \delta$ на необыкновенных волнах.

Выводы:

1. Если сместить одно из зеркал в главном сечении кристалла в поперечном к оси резонатора направлении на расстояние $d\ tg\alpha$, то все результаты полученные для резонатора с изотропной пластиной диэлектрика, становятся справедливыми и для открытого резонатора с анизотропной пластиной, возбужденного на необыкновенных волнах, с единственной заменой в формулах $n \to n_e$ т.е. показатель преломления изотропного диэлектрика надо заменить на показатель преломления для необыкновенных волн.

2. В резонаторе, у которого одно из зеркал смещено в поперечном направлении на $d\,tg\alpha$ достигается более точное измерение ε_e и $tg\,\delta$ на необыкновенных волнах, чем у резонатора, где такое смещение не производилось.

3. В резонаторе, одно из зеркал которого является плоским, такое смещение зеркал производить не требуется. Поэтому такая конфигурация резонатора является оптимальной, поскольку без всякого изменения геометрии резонатора позволяет определить относительную диэлектрическую проницаемость как на обыкновенных, так и на необыкновенных волнах.

Литература

1. Сысоев А.С. Украинский физический журнал. - 1989.-т. 34, вып. 10.-с. 1487 – 1493.

2. Федоров Ф.И. Филиппов В.В. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами. – Минск.: Наука и техника, 1976.

3. Вертий А.А., Иванченко И.В. Шестопалов В.П.//Радиотехника и электроника. – 1981. – 26, вып.2. – с. 294 – 298.

КВАЗІОПТИЧНИЙ ВІДКРИТИЙ РЕЗОНАТОР З АНІЗОТРОПНОЮ ПЛАСТИНОЮ

А. С. Сисоєв

Доведено, якщо змістити одне з дзеркал в головному перерізі кристалу у поперечному до осі резонатора напрямку на відстань, що дорівнює зміщенню незвичайного резонансного пучка при проходженні анізотропної пластини, то всі результати, які отримані для резонатора з ізотропною пластиною діелектрика, стають справедливими і для відкритого резонатора з анізотропною пластиною, який збуджено на незвичайних хвилях, з однією заміною в формулах $n \to n_e$.

QUASIOPTICAL OPEN RESONATOR WITH A PLATE OF ANISOTROPIC DIELECTIC

A. S. Sysojev

In the work it is proved that in case of mirror shifting in main of the crystal section in the across direction to the resonator axis to the size equal to shifting of extraordinary resonance beam coming though an anisotropic plate, all the results obtained for the resonator with an isotropic plate of dielectric become valid for an open resonator with an anisotropic plate excited on extraordinary waves. It is noted that necessary the only substitution in the formulas $n \to n_e$.