

УДК 624.131

А.В.ГРИШИН, канд. техн. наук
Одесский национальный морской университет

**КОЛЕБАНИЯ ПЛАСТМАССОВОЙ ОБОЛОЧКИ,
ОПИРАЮЩЕЙСЯ НА ДЕФОРМИРУЕМОЕ ОСНОВАНИЕ**

Рассматривается связанная динамическая система, состоящая из пластмассовой оболочки, фундамента и грунтового массива. Источником колебаний такой системы может быть импульсная или гармоническая динамическая нагрузка, приложенная к оболочке. Исследуются волновые процессы, возникающие в различных элементах системы с учетом упругопластических свойств ее материалов. Используется теория пластического течения с кинематическим упрочнением.

Оболочка совместно с фундаментом и грунтовым массивом образуют связанную динамическую систему, расчетная схема которой показана на рис.1.

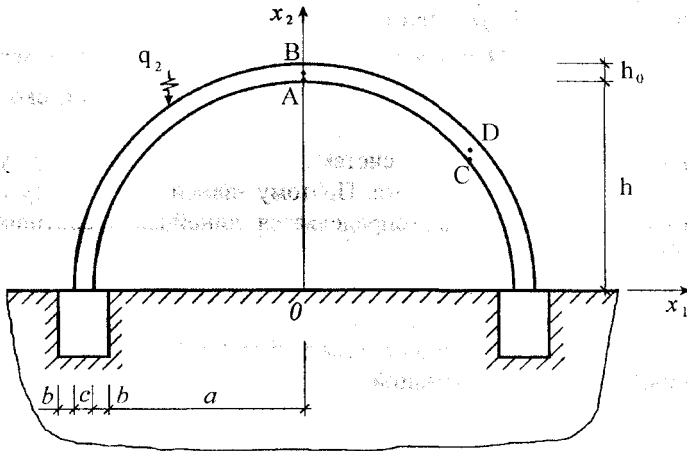


Рис. 1 – Расчетная схема системы

К оболочке приложена динамическая нагрузка q_2 . Она может быть импульсной или гармонической и действовать в течение времени t_q . Учитываются упругопластические свойства всех элементов системы. Используется теория пластического течения с кинематическим упрочнением [1]. В качестве функции нагружения для оболочки применяется условие Писаренко-Лебедева [2], для грунтового массива – условие Кулона-Мора [3], а для фундаментов – условие Гениева [4]. Исследуется влияние волновых процессов, возникающих как в самой

оболочке, так и в грунтовом массиве. Причем динамические возбуждения фундамента и основания влияют на колебательный процесс в оболочке. Поэтому в динамических расчетах необходимо учитывать взаимодействие всех элементов системы.

Методика исследования упругопластических задач при динамическом нагружении систем в указанной выше постановке изложена в [5]. Здесь приведем только основные уравнения.

Уравнение движения системы в момент времени t находится из соотношения принципа виртуальной работы, которое имеет следующий вид

$$\int_{\Omega} [\delta \varepsilon]^T \sigma d\Omega + \int_{\Omega} [\delta u]^T (\rho \ddot{u} + c \dot{u} - Q) d\Omega - \int_{S_q} [\delta u]^T q ds = 0. \quad (1)$$

Здесь $\delta \varepsilon, \delta u$ – векторы виртуальных деформаций и перемещений; σ – вектор напряжений; ρ – плотность материала; c – вектор параметров демпфирования; Q, q – векторы заданных объемных и поверхностных сил; u, \dot{u}, \ddot{u} – соответственно векторы перемещений, скоростей и ускорений.

Полагается, что деформации системы происходят при малых удлинениях, сдвигах и углах поворота. Поэтому зависимость между перемещениями и деформациями определяется линейными соотношениями Коши

$$d\varepsilon_{ks} = \frac{1}{2} (du_{k,s} + du_{s,k}). \quad (2)$$

В этом случае также имеет место постулат суммирования приращений упругой и пластической деформаций

$$d\varepsilon_{ks} = d\varepsilon_{ks}^{(e)} + d\varepsilon_{ks}^{(p)}. \quad (3)$$

Компоненты тензора приращений упругой деформации связаны с компонентами тензора приращений напряжений законом Гука

$$d\varepsilon_{ks}^{(e)} = C_{ksmn}^{(e)} d\sigma_{mn}. \quad (4)$$

Пластические деформации не определяются однозначно через напряжения. Связь между их приращениями имеет вид дифференциальных неинтегрируемых соотношений. Из принципа максимума Мизеса [1] следует, что

$$d\varepsilon_{ks}^{(p)} = d\lambda f_{,\sigma_{ks}}, \quad d\lambda = const > 0. \quad (5)$$

Входящая в (5) функция нагружения f , определяется для оболочки из стеклопластика [6], как условие Писаренко-Лебедева, которое имеет вид [2]

$$\frac{1-\chi}{3}\sigma + \bar{\sigma} \left[\sqrt{3}\chi + (1-\chi) \left(\cos\psi - \frac{\sin\psi}{\sqrt{3}} \right) \right] - \sigma_p = 0. \quad (6)$$

Для грунтового массива f определяется как условие Кулона-Мора [3]

$$(\sigma_0 - \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} \sin\psi) \sin\varphi + \sigma_i \cos\psi - c \cos\varphi = 0,$$

а для фундаментов используется условие Гениева [4]

$$3(\sigma_c - \sigma_p)\sigma_0 + 3\sigma_i^2 - \sigma_p\sigma_c = 0. \quad (7)$$

В формулах (5)-(7) приняты следующие обозначения: σ_p, σ_c – пределы пластичности при растяжении и сжатии; σ_0, σ_i, ψ – инварианты тензора напряжений [7]; c, φ – сцепление и угол внутреннего трения; $\chi = \sigma_p / \sigma_c$.

Уравнения состояния для упругопластических сред записываются в виде [5]

$$d\sigma_{ks} = D_{ksmn}^{(e)} d\varepsilon_{mn} \quad \text{при } f = 0, \quad d'f \leq 0 \quad \text{или } f < 0; \quad (8)$$

$$d\sigma_{ks} = D_{ksmn}^{(ep)} d\varepsilon_{mn} \quad \text{при } f = 0, \quad d'f > 0,$$

где $D_{ksmn}^{(e)}$ – компоненты матрицы упругих постоянных закона Гука;

$D_{ksmn}^{(ep)}$ – компоненты матрицы упругопластических коэффициентов, которые сложным образом зависят от упругих постоянных, производных от функции нагружения и параметров упрочнения. Они определены в [5].

Приведенные выше исходные уравнения имеют сложный вид и могут быть решены только численными методами. Здесь используются прямые шаговые процедуры. Для их реализации необходимо выполнить два основных этапа:

- дискретизацию исходных уравнений как по времени, так и по области, занимаемой системой;

- построение итерационного процесса для определения решения с наперед заданной точностью.

Для первой дискретизации заданный отрезок времени $[0, T]$, на котором определяется решение, разбивается на N временных интервалов длиной Δt и в каждый дискретный момент времени t_n рассматриваются исходные уравнения. Для второй дискретизации область системы разбивается ЭВМ по специальной подпрограмме на прямоугольные изопараметрические конечные элементы с 8-ю узлами и бесконечные элементы с 5-ю узлами. Второй тип элементов применяется для аппроксимации граничных областей грунтового массива. Если на краях полупространства использовать конечные элементы, то отраженные от них волны могут исказить результаты решения. После дискретизации получается следующее матричное уравнение, которое для момента времени t_n имеет вид

$$M\ddot{\delta}_n + C\dot{\delta}_n + K(\delta_n)\delta_n = Q_n. \quad (9)$$

Здесь M – матрица распределенных масс; C – матрица демпфирования; $K(\delta_n)$ – матрица жесткости; Q_n – вектор узловых нагрузок; $\delta_n, \dot{\delta}_n, \ddot{\delta}_n$ – соответственно узловые перемещения, скорости и ускорения.

Уравнения движения выполняются только в дискретных точках t_n заданного отрезка времени $[0, T]$, но изменение перемещений, скоростей и ускорений внутри временного интервала Δt влияет на точность и устойчивость решений в момент времени t_{n+1} .

Для определения решения строится итерационный процесс, реализованный по неявному модифицированному методу Ньюмарка [5], который является безусловно устойчивым, что позволяет увеличивать длину временного шага Δt . Основные отличия модифицированного метода от классического, применяемого для решения линейных задач [8], состоят в следующем:

- решение определяется не в полных перемещениях, а в их приращениях;
- строится дополнительный итерационный процесс для уменьшения невязки в уравнении (9) до наперед заданной малой величины;
- вектор напряжений σ_n вследствие различных ограничений и

допущений может выходить за пределы области, ограниченной функцией нагружения, поэтому необходимо строить дополнительную процедуру его возвращения в эту область.

Подробное описание методики решения изложено в [5]. На ее основании был разработан прогаммный комплекс, в котором решение динамических задач выполняется прямыми методами по явной, неявной и комбинированной схемам интегрирования. В качестве динамических воздействий могут использоваться импульсные и гармонические нагрузки.

Рассмотрим применение разработанной методики на конкретном числовом примере. Пусть заданы следующие размеры: $h_0=0,1$ м; $h=6$ м; $a=5,6$ м; $b=0,4$ м; $c=0,1$ м. Характеристики стеклопластика взяты из [6]: $\sigma_p=150$ МПа; $\sigma_c=50$ МПа; $E=24000$ МПа; $\mu=0,4$.

Для грунтового массива: $E=33$ МПа; $\mu=0,4$; $\varphi=30^\circ$; $C=0,02$ МПа.

Для фундаментов: $E=30000$ МПа; $\sigma_p=1,3$ МПа; $\sigma_c=15$ МПа; $\mu=0,2$. На оболочку действует импульсная нагрузка интенсивностью

$q_2=0,2$ МПа на протяжении 1 м, время ее действия 0,01 с. Длина временного интервала $\Delta t=0,001$ с, их количество 5000. Заданный отрезок времени, на котором определяется решение, равен 5 с. Параметры устойчивости и сходимости метода Ньюмарка равны $\alpha=0,25$, $\delta=0,5$.

На рис.2 в увеличенном масштабе показаны перемещения системы в момент времени $t=0,1$ с. В течение всего рассматриваемого отрезка времени происходят затухающие колебания оболочки около положения ее статического равновесия.

На рис.3 изображены пластические зоны, которые образовались только в грунтовом массиве в момент времени $t=0,01$ с. Затем, в процессе колебаний образуются новые зоны, а некоторые из старых зон закрываются и с течением времени образуются заново.

На рис.4, 5 приведены эпюры изменения в течение всего заданного отрезка времени перемещений u_1 и u_2 точки А (см. рис.1). Эпюры разделяются на фазу нагружения, которая длится всего 0,01 с, и фазу свободных колебаний, продолжающуюся остальное время. Наибольшие амплитуды колебаний приходятся на первую и начало второй фазы. Затем происходит их постепенное затухание, причем вертикальные перемещения практически прекращаются через 1,2 с. Периоды гори-

горизонтальных и вертикальных колебаний остаются почти постоянными на всем временном отрезке, но не совпадают между собой.

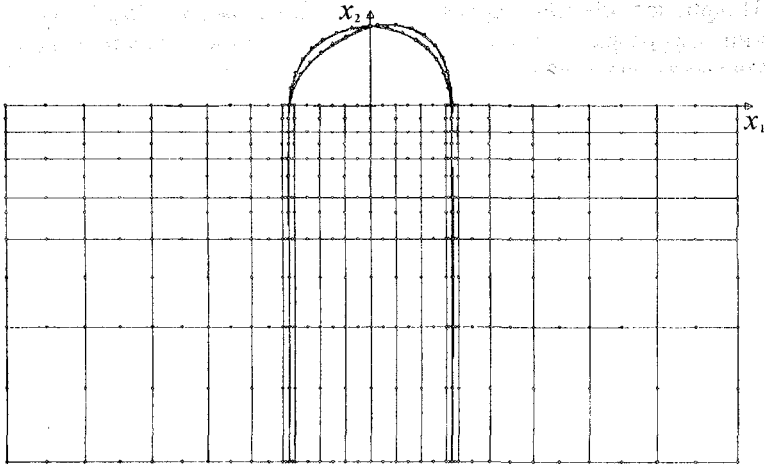


Рис. 2 – Перемещения системы при $t=0,1$ с

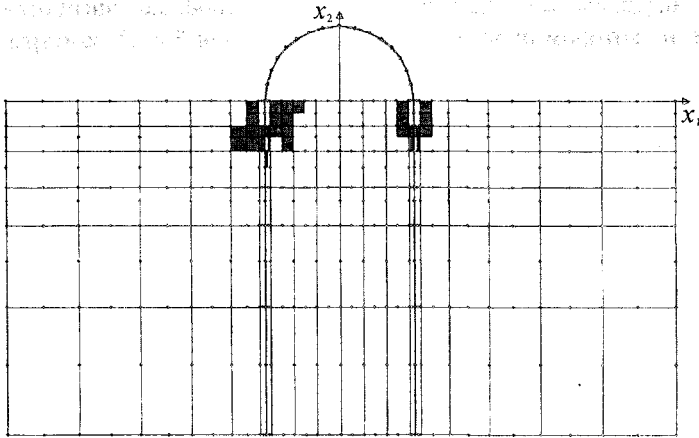


Рис. 3 – Образование пластических зон при $t=0,01$ с

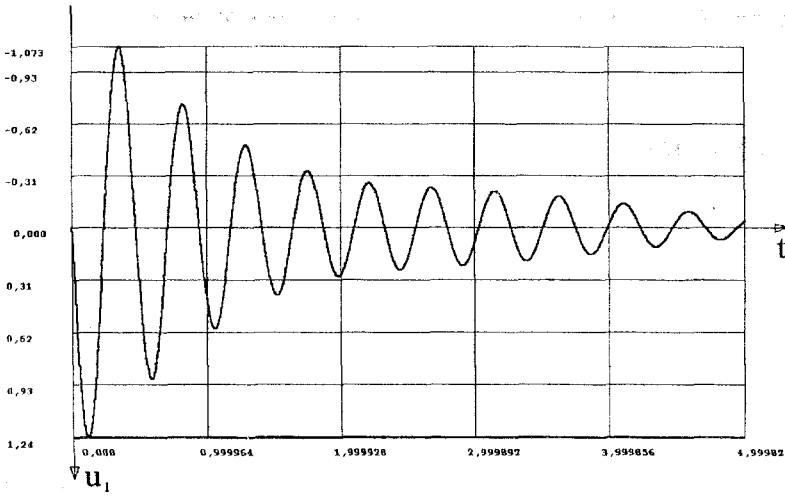


Рис. 4 – Горизонтальные колебания точки А от действия импульсной нагрузки (в см)

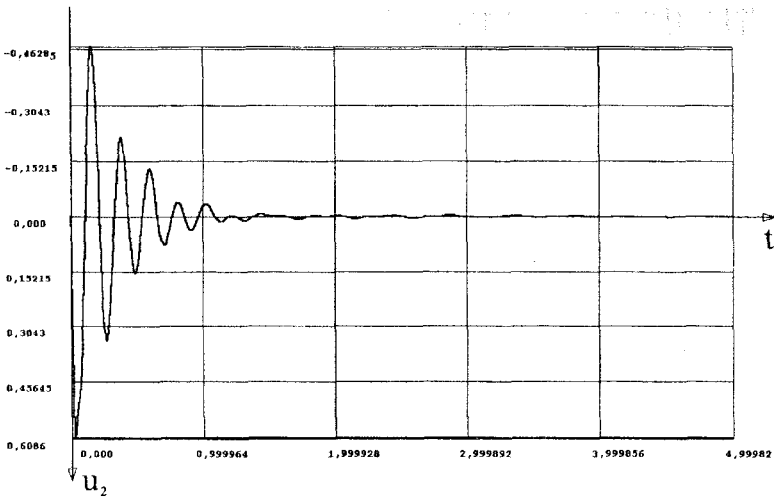


Рис. 5 – Вертикальные колебания точки А от действия импульсной нагрузки (в см)

На рис. 6, 7 приведены эпюры изменения в течение 5 с перемещений u_1 и u_2 точки С (см. рис. 1). Если сравнить рис.4 и рис.6, то видно, что они качественно не отличаются друг от друга. Максималь-

ные амплитуды их колебаний по направлению оси X_1 почти совпадают, но в противоположном направлении они различаются на 0,232 см. Сравнивая рис.5 и рис.7, можно отметить, что изображенные на них эпюры существенно отличаются друг от друга по периодам, амплитудам и времени колебаний. Эпюра вертикальных колебаний точки С качественно совпадает с эпюрой горизонтальных колебаний этой же точки. Даже их периоды одинаковы. Различие наблюдается только в значениях амплитуд.

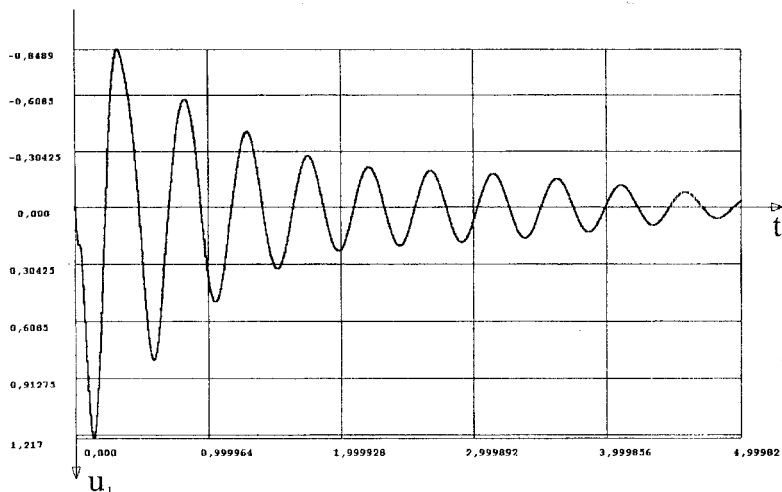


Рис. 6 – Горизонтальные колебания точки С от действия импульсной нагрузки (в см)

На рис. 8, 9 показаны эпюры изменения во времени напряжений σ_{11} соответственно в точках В и D. Из сравнения эпюр видно, что качественного различия между ними нет. Периоды их колебаний равны, разница только в величинах амплитуд. По форме они похожи на эпюры горизонтальных перемещений. Значения напряжений в точке В больше чем в точке D. Это связано с изменением наклона сечений оболочки. Были также получены эпюры колебаний σ_{22} в рассматриваемых точках. В данном случае значения напряжений в точке D больше чем в точке В, но периоды их колебаний равны.

В заключение отметим, что разработанная методика и программный комплекс позволяют проводить расчет разнообразных пластмассовых конструкций от действия динамических нагрузок с учетом ре-

альных свойств их материалов, а также исследовать волновые процессы, возникающие в различных элементах системы.

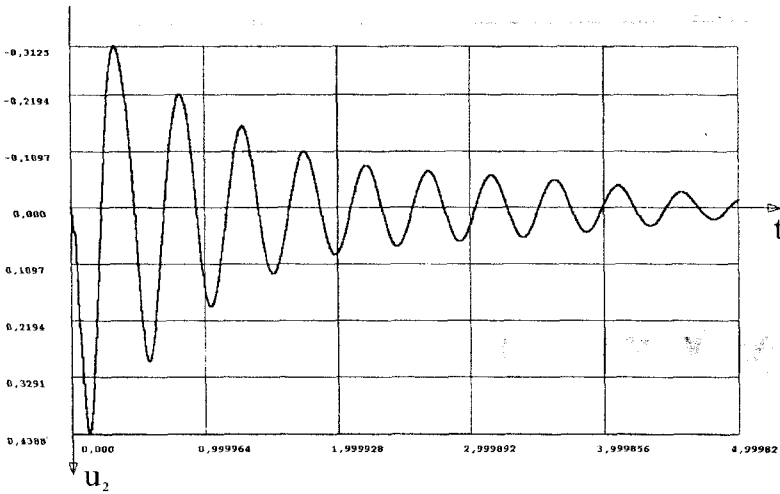


Рис. 7 – Вертикальные колебания точки С от действия импульсной нагрузки (в см)

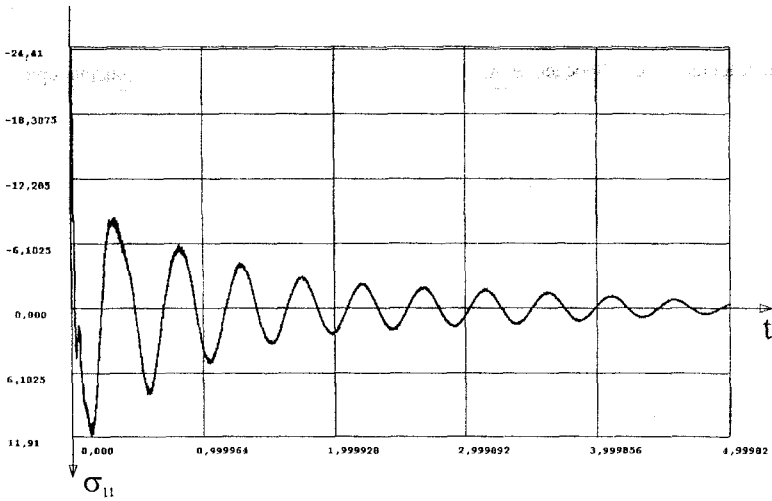


Рис. 8 – Колебания напряжений σ_{11} в точке В от действия импульсной нагрузки (в 10 МПа)

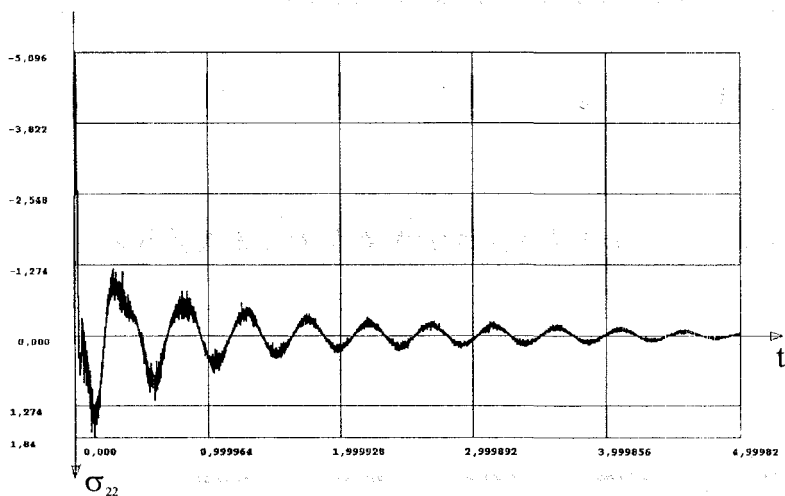


Рис. 9 – Колебания напряжений σ_{11} в точке D от действия импульсной нагрузки (в 10 МПа)

1. Ивлев Д.Д., Быковцев Г.И. Теория упрочняющегося пластического тела. – М.: Наука, 1971. – 231 с.
2. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – К.: Наукова думка, 1976. – 415 с.
3. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 221 с.
4. Гениев Г.А., Кислюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. – М.: Стройиздат, 1974. – 316 с.
5. Гришин А.В., Дорофеев В.С. Нелинейная динамика конструкций, взаимодействующих с деформируемой средой. – Одесса: Астропринт, 2001. – 136 с.
6. Иванов А.М. и др. Применение пластмасс в строительных конструкциях и частях зданий. – М.: Высшая школа, 1965. – 290 с.
7. Новожилов В.В. Теория упругости. – Судпромгиз, 1958. – 370 с.
8. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 447 с.

Получено 05.07.2002