УДК 621.01

В.И.ЛУСЬ, канд. техн. наук
Харьковский национальный университет городского хозяйства имени А.Н.Бекетова

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОПЕРЕЧНОЙ ЖЕСТКОСТИ РЕЗЬБОВОГО СОЕДИНЕНИЯ В СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Составлено уравнение совместимости деформаций витков и тел деталей резьбового соединения в произвольном сечении при определенных ограничениях. В результате решения уравнения совместимости деформаций выявлено, что расчет коэффициентов жесткости связан с определением интенсивности распределения нагрузки по виткам резьбового соединения. Определена поперечная жесткость резьбового соединения на изгиб. Сделан вывод, что в пределах принятых допущений изгибная жесткость резьбового соединения линейна, при этом она зависит от усилия и нелинейно возрастает с увеличением усилия затяжки. Полученные соотношения позволяют вычислять жесткость резьбовых соединений по силовым параметрам: посадочным усилиям напрессовки и усилиям затяжки болтовых соединений.

Складено рівняння сумісності деформацій витків і тіл деталей різьбового з'єднання в довільному перерізі при певних обмеженнях. В результаті рішення рівняння сумісності деформацій виявлено, що розрахунок коефіцієнтів жорсткості пов'язаний з визначенням інтенсивності розподілу навантаження по витках різьбового з'єднання. Визначена поперечна жорсткість різьбового з'єднання на вигин. Зроблено висновок, що в межах прийнятих припущень жорсткість на вигин різьбового з'єднання лінійна, при цьому вона залежить від зусилля і нелінійно зростає із збільшенням зусилля затяжки. Отримані співвідношення дозволяють обчислювати жорсткість різьбових з'єднань по силових параметрах: посадковим зусиллям напресування та зусиллям затягування болтових з'єднань.

Compiled strain compatibility equation turns and body parts gland in an arbitrary section, under certain restrictions. By solving the equations of compatibility strains revealed that the calculation of the coefficients of the stiffness associated with the definition of the intensity distribution of the load on the coils of a threaded connection. Defined transverse stiffness gland to bend. It is concluded that the assumptions made within the bending rigidity gland is linear, while it depends on the efforts and increases nonlinearly with increasing tightening torque. The relations obtained allow us to calculate the stiffness of threaded connections on power parameters: press-planting efforts and the efforts of tightening bolts.

Ключевые слова: конструкция, резьбовое соединение, растяжение, сжатие, сдвиг, деформация, уравнение совместимости деформаций, изгиб, изгибающий момент, коэффициенты жесткости, осевая жесткость, поперечная жесткость, изгибная жесткость.

Резьбовые соединения в строительных конструкциях всегда находятся в затянутом состоянии, в котором жесткость и прочность соединения значительно выше по сравнению с незатянутым состоянием. При любом нагружении резьбового соединения (как рабочем, так и при предварительной затяжке при закручивании гайки) расчет коэффициентов жесткости связан с определением интенсивности распределения нагрузок по виткам соединения.

Рассмотрим схему нагружения резьбового соединения поперечной силой P, вызывающей его изгиб. В этом случае симметричность деформирования нарушается: верхние зоны болта и гайки дополнительно растягиваются, нижние – сжимаются (рис. 1).

При этом на опорных поверхностях витков будет изменяться давление: в зоне растяжения оно уменьшается, в зоне сжатия увеличивается (рис. 2). Как и в первом случае [1], полагаем $\Delta p(P) < p(Q_з)$, где $Q_з$ – усилие затяжки.

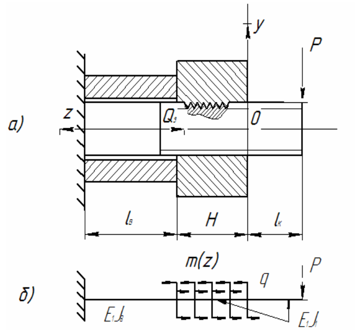

Рис. 1 – Конструктивная (а) и расчетная (б) схема резьбового соединения при изгибе

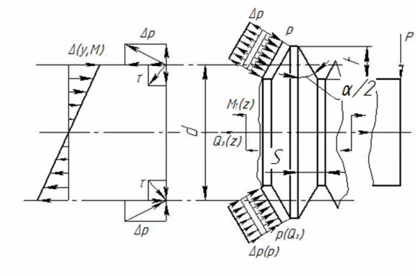

Рис. 2 – Распределение контактных давлений при изгибе резьбового соединения

Поперечная составляющая приращения давления $\Delta p_{п.с.}$, параллельная силе P, будет стремиться сдвинуть гайку относительно болта в направлении действия силы P, т.е. к центру кривизны. При малых значениях поперечной силы этому смещению будут препятствовать силы трения τ, возникающие на опорных поверхностях витков. При равенстве равнодействующих по ширине витка для поперечных составляющих усилий по контактной поверхности взаимное давление будет отсутствовать. При больших значениях силы P будет происходить взаимное смещение деталей по опорным поверхностям витков, пока не произойдет касание неопорных поверхностей в зоне растяжения.

При отсутствии проскальзывания закон распределения сил трения на опорной поверхности не определен. Предположим, что при малых значениях в каждой точке контактной поверхности выполняется условие $\Delta\tau_{п.с} = \Delta p_{п.с}$, откуда следует $\tau = \Delta p\, tg(\alpha/2)$. Определим составляющие уравнения совместности деформаций [1, 2] для случая нагружения поперечной силой.

Продольную деформацию тела деталей соединения на основании гипотезы плоских сечений при упругом изгибе точки с координатами *y*, *z* вычислим по формуле

$$\Delta_г = \Delta_{1г} - \Delta_{2г} = \int_0^z \left(\frac{\sigma_1}{E_1} - \frac{\sigma_2}{E_2}\right) dz = y\int_0^z \left(\frac{M_1}{E_1 J_1} - \frac{M_2}{E_2 J_2}\right) dz\,, \qquad (1)$$

где $M(z)$ – изгибающий момент в поперечном сечении деталей; $J(z) \approx const$ – осевой момент инерции сечения детали относительно нейтральной линии (вычисляется по среднему диаметру резьбы d).

Осевое смещение δ опорных поверхностей витка, возникающее вследствие эффекта Пуассона, равно

$$\delta_П = U_П tg\frac{\alpha}{2} = \int_0^y \mu\frac{\sigma}{E} dy tg\frac{\alpha}{2} = \frac{\mu M(z)}{EJ}\frac{y^2}{2} tg\frac{\alpha}{2}\,.$$

Для упрощения решения уравнения [3] проведем линеаризацию из условия минимума среднеквадратичного отклонения по витку

$$\delta_П = \delta_{1П} + \delta_{2П} = \frac{2d}{3\pi}\left(\frac{\mu_1 M_1}{E_1 J_1} + \frac{\mu_2 M_2}{E_2 J_2}\right) y tg\frac{\alpha}{2}\,. \qquad (2)$$

Из условия $\Delta p_{п.с}. = \Delta\tau_{п.с}$ следует, что так как боковое давление на тела болта и гайки отсутствует, то $\delta_0 = 0$ и $\Delta_0 = 0$.

Поперечное нагружение соединения сопровождается дополнительным изгибом и срезом витков от действия осевых составляющих контактных усилий $\Delta p_{о.с}$ и $\tau_{о.с}$ и определяется по формуле $\delta_в = \omega_p(s/E)$ Δp, где значение коэффициента $\omega_p \approx 1{,}2$ увеличивается по сравнению с осевыми нагружениями примерно на 40%.

Осевое смещение витков деталей также вызывается контактными нормальными и касательными деформациями опорных поверхностей и определяется в виде

$$\delta_к = \kappa_\sigma \Delta p \cos^{-1}(\alpha/2) + \kappa_\tau \tau \sin(\alpha/2) \qquad (3)$$

или с учетом равенства поперечных составляющих

$$\delta_к = \left[\kappa_\sigma + \kappa_\tau \sin^2(\alpha/2)\right]\cos^{-1}(\alpha/2)\Delta p\,. \qquad (4)$$

Таким образом, уравнение совместимости деформаций [4] для поперечного нагружения получит вид

$$\begin{aligned}\Delta_Г(y,z) = &\left[\delta_П(y,z) + \delta_В(y,z) + \delta_К(y,z)\right] - \\ -&\left[\delta_П(y,0) + \delta_В(y,0) + \delta_К(y,0)\right]\end{aligned}\,. \qquad (5)$$

Подставив в это уравнение выражения (1-4), убедимся, что оно будет справедливо при любом значении y, если приращение давления будет пропорционально расстоянию от нейтрального слоя, т.к. Δ_{Γ} пропорционально y, т.е.

$$\Delta p(z,y) = \Delta p(z) 2y/d, \tag{6}$$

где $\Delta p(z) = \Delta p(z, y = d/2)$ – максимальное изменение давления на витке в сечении z, которое зависит от изгибающего момента M^*, действующего на виток

$$M^* = \int\limits_{F_{ОП}} \left[\Delta p(z,y) cos\frac{\alpha}{2} + \tau(z,y) sin\frac{\alpha}{2} \right] y dF_{ОП},$$

или с учетом равенства поперечных составляющих контактных усилий и соотношения (6):

$$M^* = \bar{M}s = s\varepsilon\Delta p(z); \quad \varepsilon \approx \frac{\pi d^2 t}{4s} cos^{-2}\frac{\alpha}{2}, \tag{7}$$

где $\bar{M}$ – интенсивность изгибающего момента, передающегося через резьбу.

Изгибающие моменты, действующие в сечении z гайки и болта, соответственно определяются по формулам:

$$M_1(z) = P(z + l_K) - M_2(z); \quad M_2(z) = \int\limits_0^z \bar{M}(z) dz. \tag{8}$$

Подставив выражения (1-4) и (8) в уравнение совместимости (5), для $y = d/2$ получим

$$\begin{aligned} &\alpha_И \int\limits_0^z dz \int\limits_0^z \Delta p(z) dz - \beta_И \int\limits_0^z \Delta p(z) dz - \gamma_И \left[\Delta p(z) - \Delta p(0) \right] = \\ &= P\left(\beta_{1И}\frac{z^2}{2} + \beta_{1И} l_K^2 - \beta_{2И} z \right) \end{aligned}, \tag{9}$$

где $\alpha_И = \frac{\varepsilon d}{2}\left(\frac{1}{E_1 J_1} + \frac{1}{E_2 J_2} \right)$; $\quad \beta_И = \frac{d^2 \varepsilon}{3\pi}\left(\frac{\mu_1}{E_1 J_1} + \frac{\mu_2}{E_2 J_2} \right) tg\frac{\alpha}{2}$;

$$\gamma_И = \left(k_\sigma + k_\tau sin^2\frac{\alpha}{2} \right) cos^{-1}\frac{\alpha}{2} + \omega_p s\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right);$$

$$\beta_{1И} = \frac{d}{2E_1 J_1}; \qquad \beta_{2И} = \frac{d^2}{3\pi}\frac{\mu_1}{E_1 J_1} tg\frac{\alpha}{2}.$$

Дважды продифференцировав уравнение (9), получим неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка, решение которого имеет вид

$$\Delta p(z) = exp\, n_И z \left(A sin\, l_И z + B cos\, l_И z \right) + C_И, \tag{10}$$

где $n_И = \dfrac{\beta_И}{2\gamma_И}$; $m_И = \sqrt{\dfrac{\alpha_И}{\gamma_И}}$; $l_И = \sqrt{m_И^2 - n_И^2}$; $C_И = \dfrac{\beta_{1И} P}{\alpha_И}$.

Для нахождения постоянных интегрирования определим значения изгибающих моментов на торцах гайки. Очевидно, что $M_2(z = 0) = 0$. Значение момента $M_2(z = H)$ определяется из условия совместимости деформаций втулки, гайки и болта. Если предположить, что на стыке втулки и гайки углы поворота и прогибы втулки и болта одинаковы, то распределение изгибающих моментов по деталям будет пропорционально их изгибным жесткостям и тогда

$$M_2(H) = P\, \beta_B\, (l_K + H),$$

где $\beta_B = E_3 J_B \left(E_1 J_б + E_3 J_B \right)^{-1}$.

Преобразовав уравнение (9) и продифференцировав его, получим

$$M_2(z) = \frac{\varepsilon}{\alpha_И} \begin{bmatrix} P(-\beta_{2И} + \beta_{1И} l_K + \beta_{1И} z) + \\ +\beta_И \Delta p(z) - \gamma_И \Delta p'(z) \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Подстановка уравнений (10) и (11) в граничные условия дает решение:

$$\Delta p(z) = \frac{P}{\varepsilon} \left\{ \beta_p + exp\, n_И z \begin{bmatrix} (G_2 n_И + G_1 l_И) sin\, l_И z + \\ +(G_2 l_И - G_1 n_И) cos\, l_И z \end{bmatrix} \right\}; \tag{12}$$

$$M_2(z) = P\left[G_1 + \beta_p z + exp\, n_И z (G_2\, sin\, l_И z - G_1\, cos\, l_И z) \right],$$

где $\beta_p = \dfrac{\varepsilon \beta_{1И}}{\alpha_И} = \dfrac{E_1 J_1}{E_1 J_1 + E_2 J_2}$;

$$G_1 = \beta_p \left(\frac{\beta_И}{\alpha_И} + l_K \right) - \frac{\beta_{2И} \varepsilon}{\alpha_И};$$

$$G_2 = G_1 ctg l_И H + \left[\frac{M_2(H)}{P} - G_1 - \beta_P H \right] \frac{exp(-n_И H)}{sin\, l_И H}.$$

Для определения поперечной жесткости только резьбового соединения примем $l_B = l_K = 0$ и $\beta_{2И} = \beta_И = n_И = 0$ (пренебрегая поперечной деформацией), тогда

$$\Delta p(z) = \frac{P}{\varepsilon} \beta_P \left[1 + m_И H \left(\frac{\beta_B}{\beta_P} - 1 \right) \frac{cos\, m_И z}{sin\, m_И H} \right]; \tag{13}$$

$$M_2(z) = P\beta_P \left[z + H\left(\frac{\beta_B}{\beta_P} - 1 \right) \right] \frac{\sin m_И z}{\cos m_И H}.$$

Жесткость соединения на изгиб определяется с помощью интеграла Мора [5]:

$$\overline{c} = 3E_1 J_1 \left\{ \begin{aligned} & H^3(1-\beta_B) + H(\beta_B - \beta_P) \times \\ & \times \left[H^2 - \frac{3}{m_И^2}(1 - m_И H ctg m_И H \right] \end{aligned} \right\}^{-1}. \qquad (14)$$

Анализ этих выражений показывает, что в пределах сделанных допущений изгибная жесткость резьбового соединения линейна, при этом она зависит от усилия и нелинейно возрастает с увеличением Q_3.

Таким образом, полученные соотношения позволяют вычислять жесткость резьбовых соединений по силовым параметрам: посадочным усилиям напрессовки и усилиям затяжки болтовых соединений.

1. Лусь В.И. К определению коэффициентов продольной жесткости резьбовых соединений, используемых в строительстве // Комунальне господарство міст: науч.-техн. сб. – Х.: ХНАГХ, 2012. – Вип. 105. – С. 441-446. – Серія «Технічні науки та архітектура».

1. Левина З.М., Решетов Д.Н. Контактная жесткость машин. – М.: Машиностроение, 21971. – 261 с.

3. Карташов Б.П., Рождественский Б.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1976. – 256 с.

4. Рыжов Э.В. Контактная жесткость деталей машин. – М.: Машиностроение, 1966. – 194 с.

5. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: учеб. для вузов. – 10-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 592 с.

Получено 03.10.2013