

УДК 628.3

Т.В.ВИЖЕВСЬКА, канд. техн. наук, А.Ю.ПАВЛЕНКО

Український державний університет водного господарства та природокористування,  
м.Рівне

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРІОДИЧНИХ ПРОЦЕСІВ БІОЛОГІЧНОГО ОЧИЩЕННЯ СΤІЧНИХ ВОД**

Наведені результати теоретичних досліджень та лабораторних випробувань математичної моделі біохімічних процесів в аеротенку періодичної дії, та математична інтерпретація експериментальних даних. Отримані емпіричні коефіцієнти математичної моделі та підтверджена її адекватність.

Періодичні технології при певних умовах їх застосування (обмеження витрат води, значна нерівномірність якісних показників) мають очевидні переваги, пов'язані з усуненням наслідків нерівномірності, підвищеннем керованості, вдосконаленням технологічних параметрів та гідродинамічних умов їх реалізації. Досвід застосування таких технологій в практиці очищення стічних вод свідчить про їх нечутливість до нерівномірності витрат і забрудненості води, яка в неперервних технологіях повинна регулюватися усередненням стічних вод; про можливість здійснення у сприятливих гідродинамічних умовах процесів розділення, які у неперервних технологіях пов'язані з неефективним використанням об'єму споруд; про можливість регулювання параметрів процесу при усередненнях показників та ще до його завершення, що в неперервних технологіях можливе лише як реакція на стан системи, який уже минув; про можливість працювати при підвищених навантаженнях, що дозволяє інтенсифікувати процеси; про спрощення і підвищення надійності експлуатації.

Тому зрозуміла зацікавленість [6,7] теоретичними й практичними оцінками окремих особливостей використання альтернативних технологій. Очевидно, що побудова теорії періодичних технологій очищення води повинна базуватися на конкретному визначені термінології.

Якщо відкинути відому несталість показників вихідної води і викликану цим несталість отриманих результатів очищення, періодична технологія принципово повинна розглядатися як така, різні процеси чи стадії якої реалізуються, періодично розпочинаючись чи закінчуєчись, в одному апараті за певною циклограмою. Режим виконання таких стадій може бути жорстко фіксованим або залежати від характеристик вихідної води, розмірів апаратів тощо.

Виходячи з такого тлумачення періодичності, слід віднести до групи періодичних (напівперіодичних) також ті технології, в яких зазначена циклограмма застосовується хоча б до однієї із стадій. Тому

режим роботи звичайного відстійника чи фільтра слід вважати періодичним відносно випуску осаду чи промивання фільтрувального зачантування.

Наведені міркування дозволяють зробити ряд суттєвих висновків щодо того, що періодична організація технології очищення та режим роботи апаратів широко застосовуються в системах очищення води і тому актуальною є необхідність виведення теоретичних закономірностей реалізації періодичних технологій. Варто також визначити взаємний вплив періодичних та безперервних стадій з метою доцільної організації технологічного процесу. Щодо теоретичних закономірностей, як бази пізнання періодичних технологій, то вони, перш за все, пов'язані із встановленням циклограм режиму роботи апаратів, вивченням характеристик процесів з метою їх моделювання та визначення об'ємів апаратів.

При математичному моделюванні процесів у апараті, діючому періодично, потрібно моделювати кожну стадію технологічного процесу окремо. Визначальною особливістю періодичного процесу є те, що вихідні параметри попередньої стадії будуть входними для наступної. Модель періодичного процесу формується, таким чином, із сукупності моделей його етапів, технологічних операцій, які реалізуються в апараті періодичної дії. Етапи технологічного процесу являють собою впорядковану послідовність зміни його функціонального стану, а для апаратів періодичної дії характерна дискретна послідовність процесів, причому апарат у конкретний момент часу відповідає певному функціональному станові. Моделювання процесу зміни стану здійснюється за допомогою будь-яких дискретних моделей.

Математична модель роботи процесу біологічного очищення стічних вод в аеротенку періодичної дії складається з окремих моделей технологічних періодів: заповнення аеротенка і формування мулової суміші, біологічних процесів споживання субстрату та приростання біомаси активного мулу, розділення мулової суміші.

*Заповнення аеротенка періодичної дії* є найбільш складним режимом з точки зору математичного моделювання. При заповненні об'єму аеротенка стічною водою не припиняється життєдіяльність біоценозу активного мулу, причому процеси споживання органічних забруднень та зростання маси мулу відбуваються в нестационарних умовах. Процес заповнення не можна розглядати лише як зростання кількості стічних вод завдяки надходженню стічної води та зменшення дози активного мулу завдяки його розведенню стічною водою, яка надходить, і доза мулу в якій менша, ніж в резервуарі. Біохімічні процеси життєдіяльності мікроорганізмів активного мулу відбуваються

при змінній концентрації як самого мулу, так і живильного середовища – органічних забруднень стічних вод.

Витрата стічних вод, які надходять до резервуару аеротенка періодичної дії, в загальному випадку змінна, тобто є функцією часу. Об'єм води, який надійшов за певний проміжок часу, визначається як інтеграл витрати за цей період.

Для розрахунку біохімічних процесів в аеротенку періодичної дії необхідно знати технологічні параметри роботи аеротенка, зокрема, його робочий об'єм, дозу активного мулу після відстоювання і спорожнення резервуару, дозу мулу (zmіну у часі), яка надходить із стічною водою. Необхідно відтворити динаміку зміни дози активного мулу в залежності від припливу стічних вод під час періоду наповнення.

Загальна місткість аеротенка складається з робочого об'єму, тобто об'єму стічної води, який потрібно обробити за один цикл роботи аеротенка, та об'єму, який займає активний мул після відстоювання і спорожнення аеротенка. Робочий об'єм визначається техніко-економічними міркуваннями, залежить від кількості робочих резервуарів. Об'єм активного мулу після спорожнення включає шар освітленої рідини над відстояним активним мулом, призначений для запобігання винесенню активного мулу з очищеною стічною водою при її випуску з аеротенка.

Аналіз особливостей процесу в аеротенку періодичної дії свідчить про те що біохімічні процеси в початкові моменти періоду роботи аеротенка проходять при збільшених дозах активного мулу та підвищених питомих витратах повітря, тобто в умовах сприяння їх інтенсифікації. Тому можна, наприклад, не проводити окремої регенерації активного мулу, яка буде відбуватись поступово при незначних навантаженнях на мул. Можна подавати стічні води з підвищеними концентраціями забруднень, зокрема, залпові надходження токсичних речовин, які будуть згладжуватись в об'ємі резервуару та перетворюватись при збільшених дозах мулу.

Введемо позначення:  $a_o, L_o, W_o$ , відповідно, доза мулу, БПК та об'єм води в резервуарі на момент початку заповнення аеротенка;  $a_o, C_o, L_o, W_o$  – відповідно, доза мулу, концентрація завислих речовин, БПК та об'єм води в резервуарі на момент часу  $t$  від початку заповнення аеротенка;  $C, L, Q$  – концентрація завислих речовин, БПК та витрата стічних вод, які надходять, та які можуть залежати від часу надходження;  $L, a_t$  – величина БПК та доза мулу на момент часу  $t$  від початку заповнення аеротенка;  $\Delta L, \Delta a$  – відповідно, зменшення концентрації живильних речовин (БПК) та приріст біомаси (дози активно-

го мулу).

Враховуючи, що на початку періоду біохімічного процесу можливе лише прирощення маси активного мулу, зміна дози мулу та величини БПК під час заповнення аеротенка може бути визначена з балансу відповідних мас:

$$\begin{aligned} CQt + a_o W_o &= a_t(W_o + Qt) + \Delta a; \\ LQt + L_o W_o &= L_t(W_o + Qt) - \Delta L. \end{aligned}$$

З метою спрощення розрахунків ефективність зниження БПК в процесі біологічного очищення під час періоду заповнення аеротенка періодичної дії доцільно враховувати лише при значній тривалості цього періоду роботи аеротенка, зокрема, порівняно з періодом періодичного культивування. При незначній тривалості періоду заповнення ефект приросту біомаси, який справляє несуттєвий вплив на коректність розрахунків, як правило, не враховують, також задля спрощення розрахунку.

Зважаючи та те, що маса активного мулу, яка приходиться на одиницю маси забруднень, перевищує аналогічне співвідношення для інших періодів періодичного процесу, можна стверджувати, що швидкість процесу біологічного окислення забруднень стічних вод під час заповнення аеротенка буде більшою, ніж в період біологічного очищення.

Одним із способів розв'язування цієї задачі є розрахунок дискретних достатньо малих відрізків часу біологічного окислення стічних вод під час заповнення аеротенка періодичної дії, припускаючи, що стічні води надходять до аеротенка дискретними порціями на початку розрахункового відрізу часу. Дозу активного мулу розрахункового відрізу часу приймаємо середньою між її значеннями на початку відрізу (мінімальним), та в кінці відрізу (максимальним).

*Період аерації періодичного процесу*, тобто процес періодичного культивування, характеризується рядом особливостей, які відображають його нестационарність. На відміну від процесу в аеротенках постійної дії, який відбувається при практично постійній дозі мулу, тобто в стаціонарних умовах, періодичний процес відбувається при змінній дозі мулу, причому швидкість зростання біомаси обмежена концентрацією лімітуючого це зростання субстрату. Доза активного мулу може зростати, як це відбувається звичайно на початку процесу, коли швидкість прирощення маси мулу перевищує швидкість його вимирання (відмирання). Відповідно зменшується концентрація живильних речовин (субстрату), що приводить до зменшення питомої швидкості приросту біомаси аж до зрівняння швидкостей приросту та вимирання.

При подовженій аерації при вичерпанні поживних речовин наступає зменшення маси активного мулу.

Застосування для розрахунку біологічного очищення стічних вод в періодичних умовах нормативної методики [1] можливе лише за умов розбивання періоду аерації на відрізки, коли дозу мулу можна вважати постійною. Очевидно, що потрібна математична модель, яка б адекватно описувала процеси, які відбуваються при біологічному очищенні в періодичних умовах.

Розглядаючи сучасні методи математичного моделювання процесу росту біомаси, можна виділити три напрямки розробки математичних моделей для описання кінетики процесу біологічного очищення.

Перший пов'язаний з використанням для описання дослідних даних простих моделей, аналогічних рівнянням кінетики нульового, першого чи  $n$ -го порядку. На цій основі розроблені відомі в практиці біологічного очищення моделі Гаррета Сойера та Екхенфельдера. Відповідно до цих моделей процес приросту мікроорганізмів має дві характерні фази. У першій прирост клітин не залежить від концентрації субстрату, яка забезпечена з надлишком, тобто її величина перевищує лімітуюче значення. В другій швидкість приросту клітин мікроорганізмів активного мулу знижується по мірі утилізації субстрату. Система рівнянь має наступний вигляд:

- для першої фази

$$da_i/dt = K_1 a_i;$$

- для другої фази

$$da_i/dt = K_2 L;$$

Для описання кінетики споживання органічного субстрату залежно від якісного складу стоків використовують рівняння з різним порядком реакції типу

$$dL/dt = - K(L/L_{en})^n L.$$

Якщо відношення величини БПК до концентрації активного мулу не перевищує 2, порядок реакції нульовий.

Другий напрямок моделювання кінетики процесу заснований на використанні рівнянь ферментативних реакцій: з урахуванням лімітуючого впливу субстрату (рівняння Моно, з урахуванням лімітуючого впливу та інгібіювання субстрату (рівняння Іерусалимського), з урахуванням інгібіуючої дії субстрату (рівняння Халдейна), з урахуванням загибелі мікроорганізмів – самоокислення клітин (модель Герберта). Експериментально визначені кінетичні коефіцієнти для ряду багатоко-

мпонентних складних органічних забруднень стічних вод.

Та оскільки особливістю розвитку мікроорганізмів активного мулу в стічних водах є гетерогенний видовий склад, заснований третій напрямок моделювання кінетики росту активного мулу з урахуванням трофічних рівнів та взаємодії складових біоценозу активного мулу. Для трофічної схеми зв'язків виду: органічні забруднення (субстрат  $L$ ); найпростіші (хижак  $B$ ); бактерії активного мулу (біомаса  $a_i$ ) – модель кінетики має вигляд рівнянь Кенела.

Варто відзначити, що більшість математичних моделей культивування мікроорганізмів створювались для потреб галузі біохімічного виробництва. Основною метою біотехнології є отримання максимальної кількості біомаси при утилізації певної кількості субстрату, ефективність цього процесу характеризує економічний коефіцієнт  $K_e$ . В галузі очищення стічних вод основною метою є отримання чистої води, тобто максимальна утилізація субстрату при мінімальному прирошені біомаси. Ведення процесу повного окислення при очищенні стічних вод, коли відбувається повне окислення надлишкової біомаси, в біотехнології неприйнятне. В математичних моделях біотехнології процес автолізу (самоокислення мікроорганізмів), наприклад, не враховується, адже процеси спрямовують так, щоб автоліз не виливав на характер культивування біомаси. Тому математична модель із біохімічної технології не завжди може адекватно описати процес біологічного очищення води. Іншою особливістю біохімічної технології є те, що там працюють з чистими культурами мікроорганізмів, з чистими субстратами на відміну від галузі біохімічного очищення. В технології очищення води постає проблема встановлення частки, яку складають мікроорганізми від маси активного мулу.

Для отримання математичної моделі росту популяції мікроорганізмів в періодичних умовах інтегруємо модель Моно для періодичних умов за умови, що приріст мікроорганізмів обмежений концентрацією субстрату:

$$\tau = \frac{1}{\mu_m} \left[ \frac{K_S K_e + L_0 K_e + a_{i0}}{K_e L_0 + a_{i0}} \ln\left(\frac{a_i}{a_{i0}}\right) - \frac{K_S K_e}{K_e L_0 + a_{i0}} \ln\left(\frac{K_e L_0 + a_{i0} - a_i}{K_e L_0}\right) \right];$$

$$\tau = \frac{1}{\mu_m} \left[ \frac{K_S K_e + L_0 K_e + a_{i0}}{K_e L_0 + a_{i0}} \ln\left(\frac{a_{i0} + K_e(L_0 - L)}{a_{i0}}\right) - \frac{K_S K_e}{K_e L_0 + a_{i0}} \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) \right].$$

Модель Моно описує приріст біомаси від початкової концентрації до максимальної, яка визначається економічним коефіцієнтом  $K_e$  і яка буде досягнута при повній утилізації субстрату. Концентрацію суб-

страту в будь-який момент часу можна розрахувати, за рівнянням, яке описує прирошення біомаси при споживанні субстрату:

$$L = L_0 - (a_i - a_{i0}) / K_e.$$

Практично після вичерпання субстрату як джерела живлення починається самоокислення мікроорганізмів, причому концентрація субстрату повинна зменшуватися. Однак рівняння, отримане на основі моделі Моно, не відображає цього явища. Аналогічні результати дає модель Ферхюльста-Пірла:

$$da_i/dt = \varepsilon a_i - \beta a_i^2,$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт, що визначає максимальну швидкість росту;  $\beta$  – коефіцієнт, що визначає сповільнення росту популяції. Після інтегрування отримаємо рівняння:

$$a_i = \frac{\varepsilon a_{i0}}{\varepsilon e^{(-\varepsilon t)} + \beta a_{i0} (1 - e^{(-\varepsilon t)})}.$$

Доза активного мулу при продовженій аерації прямує до свого максимального значення  $a_{i\max} = \varepsilon/\beta$ . З іншого боку,  $a_{i\max} = L_0 K_e$ , тоді отримаємо

$$K_e = \varepsilon / (L_0 \beta).$$

і рівняння споживання субстрату набере вигляду:

$$L = L_0 - (a_i - a_{i0}) L_0 \beta / \varepsilon.$$

Цю модель можна використовувати для випадку, коли відбувається культивування мікроорганізмів з накопиченням біомаси, тобто надлишкова біомаса видаляється із аеротенка періодичної дії в кінці циклу роботи.

*Математична модель біологічного очищення в аеротенку періодичної дії* побудована [7] за модульним принципом. Подамо динаміку зміни концентрації біомаси (активного мулу) в аеротенку періодичної дії як суму процесів росту та відмирання біомаси. Концентрацію біомаси в будь-який момент часу  $t$  від початку культивування виражено за формулою

$$a_i = a_{i0} + \Delta a_{i\text{рост}} - \Delta a_{i\text{zm}}.$$

Для описання процесу приросту можна використати рівняння, отримані з моделі Моно, або з моделі Ферхюльста-Пірла. Для описання процесу відмирання – лінійне рівняння типу:

$$\Delta a_{i\text{zm}} = K_{zm} t.$$

Це рівняння описує відмирання мікроорганізмів, обумовлене старінням активного мулу. Тоді отримаємо:

$$a_i = \frac{\varepsilon a_{i0}}{\varepsilon e^{(-\varepsilon t)} + \beta a_{i0} (1 - e^{(-\varepsilon t)})} - K_{3M} t.$$

Динаміку зміни концентрації субстрату описано як суму процесів окислення субстрату – енергетичного обміну речовин та переходу субстрату в біомасу – конструктивного обміну речовин. Окислена частина субстрату безповоротно втрачається, а та частина субстрату, яка перейшла в біомасу, може знову стати субстратом при відмиренні мікроорганізмів.

Приріст біомаси виражено рівнянням

$$L = L_0 - (a_i - a_{i0}) L_0 \beta / \varepsilon.$$

Концентрацію біомаси виражаємо через рівняння Ферхольста-Пірла:

$$L = L_0 - a_{i0} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon e^{(-\varepsilon t)} + \beta a_{i0} (1 - e^{(-\varepsilon t)})}\right) \frac{\beta}{\varepsilon}.$$

З метою отримання значень експериментальних констант та підтвердження адекватності моделі виконане експериментальне дослідження періодичного біологічного процесу на стічних водах ВАТ “Рівнеазот”. Були отримані [8] значення констант, які характеризують періодичний процес та активний мул очисних споруд підприємства:  $\varepsilon=0,1$ ;  $\beta=0,01$ ;  $K_{3M}=0,1115$  для  $a_0 < 0,2$  г/л,  $K_{3M}=0,0485$  для  $a_0 > 0,2$  г/л;  $K_e=0,087$ . Характерно, що величина коефіцієнта виходу біомаси (2,0) перевищує значення, звичне для біохімічної технології (біля 0,5), що відображає використання для описання кількості субстрату непрямого показника – ХПК. Підтверджена адекватність математичної моделі процесів біохімічного споживання субстрату в умовах періодичності. Середнє значення відхилення експериментальних даних від розрахункових не перевищує 5%.

На підставі виконаного аналізу експериментальних даних підтверджено, що при малих концентраціях біомаси утилізація субстрату відбувається за рахунок переходу субстрату в біомасу, який не супроводжується енергетичними окислювальними процесами та зростанням біомаси. При певних значеннях доз біомаси, характерних для конкретного виду стічних вод, споживання субстрату приводить до його окислення з наступним зростанням біомаси.

*Математичне моделювання розділення мулової суміші* відображає особливості цього процесу в періодичній технології, коли він відбувається в статичних умовах. Продуктивність відстійника періодичної дії не залежить від його висоти. Процес осадження монодисперсної

однорідної суспензії під дією сили тяжіння описується системою рівнянь, яка включає рівняння збереження маси та рівняння руху кожної з фаз.

Отже, отримано математичні моделі окремих стадій процесу біохімічного очищення стічних вод в періодичних технологіях, для втілення яких експериментально визначено значення емпіричних констант для конкретного виду стічних вод за умов періодичного ведення процесів, а також підтверджено адекватність моделей.

1.СНиП 2.04.03-85. Канализация. Наружные сети и сооружения. Нормы проектирования. – М.: Стройиздат, 1986. – 73 с.

2.Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. - М.: Химия, 1976. – 956 с.

3.Кафаров В.В., Макаров В.В., Егоров А.Ф. Гибкие автоматизированные производственные системы химической и смежных отраслей промышленности // Итоги науки и техники. Процессы и аппараты химической промышленности. Т.16. – М.: ВИНИТИ, 1988. – С. 90-175.

4.Бенедек П., Ласло А. Научные основы химической технологии. – Л.: Химия, 1970. – 376 с.

5.Канализация населенных мест и промышленных предприятий. Справочник проектировщика / Под ред.В.Р.Самохина. – М.: Стройиздат, 1982. – 678 с.

6.Вижевська Т.В., Павленко А.Ю. Періодична технологія очищення стічних вод // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво: Зб. наук. праць. Спец. випуск. – Рівне, 1999. – С. 21-25.

7.Вижевська Т.В., Павленко А.Ю. Продуктивність аеротенків періодичної та безперервної технології очищення стічних вод // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво: Зб. наук. праць. Спец. випуск. – Рівне, 1999. – С. 63-67.

8.Павленко А.Ю., Вижевська Т.В. Лабораторні дослідження математичної моделі аеротенка періодичної дії // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво: Зб. наук. праць. Вип. 26. – Рівне, 2001. – С. 222-227.

9. Лекае В.М., Лекае А.В. Процессы и аппараты химической промышленности. – М.: Высшая школа, 1977.

10.Плановский А.Н., Рамм В.М., Коган С.З. Процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 1968.

11.Кутепов А.М., Бондарева Т.И., Беренгартен М.Г. Общая химическая технология. – М.: Высшая школа, 1985.

12.Плановский А.Н., Николаев П.И. Процессы и аппараты химической и нефтехимической технологии. – М.: Химия, 1987.

13.Карелин Я.А., Жуков Д.Д., Журов В.Н., Репин Б.Н. Очистка производственных сточных вод в аэротенках. – М.: Стройиздат, 1973.

14.Новий процес біообробки для малих систем очистки побутових стоків. Water Sci. Technol. – 1990. - 22 № 3-4.

15.Система очистки стічних вод в режимі періодичної дії Goronszy M.C., Barnes D., Irvine Robert L., Intermittent biological waste treatment system- process considerations "AICHE Symp. Ser.". – 1981. - 77, № 209.

16.Разумовский Э.С., Медрин Г.Л., Казарян В.А. Очистка и обеззараживание сточных вод малых населенных пунктов. – М.: Стройиздат, 1986.

Отримано 19.09.2002