

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКІЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**ДО РІШЕННЯ ПРАКТИЧНИХ ТА КОНТРОЛЬНИХ ЗАВДАНЬ**  
**З ДИСЦИПЛІНИ «СТАТИСТИКА»**  
(для студентів 2 курсу денної форми навчання напряму підготовки  
6.030504 – «Економіка підприємства»)

ХАРКІВ – ХНУМГ – 2013

Методичні вказівки до рішення практичних та контрольних завдань з дисципліни «Статистика» (для студентів 2 курсу денної форми навчання напрямку підготовки 6.030504 – «Економіка підприємства») / Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад.: Т. М. Колесник, О. В. Шахова. – Х.: ХНУМГ, 2013 – 36 с.

Укладачі: Т. М. Колесник  
О. В. Шахова

Рецензент: проф., к.е.н., Є. М. Кайлюк

Рекомендовано кафедрою менеджменту і маркетингу в міському господарстві. Протокол № 5 від 14.11.2012 р.

## ЗМІСТ

	С.
Загальні положення.....	4
Тема 1. Статистичне спостереження .....	5
Тема 2. Узагальнюючі статистичні показники .....	7
Тема 3. Показники варіації.....	14
Тема 4. Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків .....	16
Тема 5. Аналіз інтенсивності динаміки.....	18
Тема 6. Індексний метод.....	23
Тема 7. Вибірковий метод.....	39
Тема 8. Статистичні таблиці.....	43
Список використаних джерел.....	44

## ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Вивчення курсу «Статистика» покликано допомогти студенту опанувати методологією статистичного аналізу закономірностей, що складаються в суспільному житті, узагальненню тенденцій розвитку соціально-економічних процесів.

При вивченні курсу основна увага студентів зосереджується на аналітичних можливостях економіко-статистичних методів і прийомів, як курс, базується на загальнонаукових методах дослідження масових соціально-економічних явищ, широкому впровадженні статистично-математичних методів і ЕОМ.

Метою викладання дисципліни є вивчення студентами методів одержання, обробки й аналізу статистичної інформації про соціально-економічні явища і процеси.

Вивчення курсу базується на знанні курсів вищої математики, економічної теорії, бухгалтерського обліку, економіки галузей народного господарства. Знання курсу необхідно при дослідженні взаємозв'язків соціально-економічних явищ у їхній динаміці, а також при вивченні курсу соціології. Статистика широко застосовується при написанні дипломних і курсових робіт в області економіки.

## ТЕМА 1. СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

Статистичне спостереження являє собою планомірне, науково-організоване одержання зведень про соціально-економічні явища і процеси громадського життя шляхом реєстрації ознак одиниць сукупності. Це *перший етап* будь-якого статистичного дослідження.

Джерелами статистичного спостереження є соціально-економічні явища, які досліджуються для подальшого аналізу.

Статистичне спостереження здійснюється шляхом реєстрації (запису) відповідних ознак явищ і процесів, тобто притаманних їм властивостей, рис, особливостей. Цим статистичне спостереження відрізняється від інших форм спостереження у повсякденному житті, заснованих на чуттєвому сприйнятті наприклад, спостереження покупця за якістю товару. Тому статистичним можна назвати тільки те спостереження, яке забезпечує реєстрацію встановлених фактів у облікових документах для подальшого узагальнення.

Статистичні дані можна отримати різними шляхами. З організаційної точки зору розрізняють *три форми* статистичного спостереження: звітність; спеціально організоване статистичне спостереження; реєстри.

*Статистична звітність* є основною формою статистичного спостереження в Україні. Це така форма спостереження, коли кожний суб'єкт діяльності (підприємство, організація, установа) подає свої дані у статистичні органи. Дані подаються у вигляді звітів, які підводять результати роботи суб'єкта діяльності за звітний період. Зміст звітності визначається її *програмою*. Звітність здійснюється за встановленою формою і називається *табелем звітності*. Тут наводяться дані про узагальнені статистичні показники, наприклад, фонд місячної заробітної плати для підприємства, показник надходження товарно-матеріальних цінностей на основі аналізу документів з надходження вантажів тощо.

*Спеціально організоване статистичне спостереження* є другою формою звітності і має на меті отримати відомості, які не охоплені звітністю (переписи, обліки, спеціальні обстеження, опитування).

Ще одною формою обстеження є *реєстр* – перелік одиниць об'єкта спостереження із зазначенням ознак, який складається та оновлюється під час постійного обстежування. Наприклад, реєстром підприємств і організацій є перелік суб'єктів усіх видів економічної діяльності із зазначенням їх реквізитів та основних показників, реєстром населення - поіменний перелік мешканців регіону, який регулярно переглядається і містить паспортні та податкові відомості про кожного мешканця. Статистичне обстеження розрізняється в залежності від часу реєстрації даних та ступеня охоплення одиниць спостереження.

Найважливіша задача статистичного спостереження полягає в забезпеченості точності та вірогідності первинної інформації. Але у процесі збирання статистичного матеріалу можуть виникнути неточності, які називають *помилками спостереження*. Кількісно вони визначаються розбіжністю між

дійсними розмірами ознак явищ і їх величиною, встановленою при спостереженні.

Розрізняють дві групи помилок статистичного спостереження помилки реєстрації і помилки репрезентативності. Кожна з цих груп помилок поділяється на випадкові та систематичні. *Помилки реєстрації* виникають внаслідок неправильного встановлення фактів у процесі спостереження або помилкового запису їх в формулярі. *Помилки репрезентативності* виникають при вибірковому спостереженні через несучільність реєстрації даних, порушення принципу випадковості відбору. *Випадкові помилки реєстрації* пояснюються дією різних випадкових причин (описки, обмови, неточний підрахунок тощо). Ці помилки мають різну спрямованість і внаслідок закону великих чисел взаємно погашаються. *Систематичні помилки реєстрації* виникають через дію певних постійних причин (свідоме перекручування фактів у бік зменшення або перебільшення їх величин, неточність вимірювальних приладів тощо). Такі помилки спрямовані в один бік і тому змінюють значення реєструємих ознак.

Вірогідність даних статистичного спостереження встановлюється шляхом всебічної їх перевірки. З цією метою весь статистичний матеріал, який надходить у статистичні органи, перевіряється з точки зору його повноти і правильності оформлення. Потім він підлягає контролю двох видів логічного та арифметичного. Суть *логічного контролю* полягає в перевірці добутих даних між собою або інших аналогічних даних за попередні періоди з плановими або нормативними показниками. Прикладом логічного контролю може бути порівняння відповідей респондентів про їх вік, сімейний стан, вид діяльності та джерела засобів існування. *Арифметичний контроль* полягає в арифметичній перевірці підсумкових та розрахункових показників, а також в арифметичній ув'язці пов'язаних між собою даних. Наприклад, розмір акціонерного капіталу товариства можна визначити, коли відомі кількість акціонерів і розмір їхнього середнього внеску.

## ТЕМА 2. УЗАГАЛЬНЮЮЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ

Після зведення та групування даних спостереження переходять до останнього – *третього етапу* статистичної методології. Він полягає в подальшій обробці статистичних таблиць шляхом обчислення статистичних показників.

*Статистичний показник* – це узагальнююча характеристика явища або процесу, яка характеризує всю сукупність одиниць обстеження і використовується для аналізу сукупності в цілому. За допомогою статистичних показників вирішується одна з головних задач статистики: визначається кількісна сторона явища чи процесу у поєднанні з якісною стороною. *Кількісний бік* показника предсталається числом з відповідною одиницею виміру для характеристики: розміру явищ (кількості робітників, обсягу товарообігу, капіталу фірми тощо); їх рівнів (наприклад, рівня продуктивності

праці робітників); співвідношень (наприклад, між продавцями та іншими категоріями працівників магазину). *Якісний* зміст показника залежить від суті досліджуваного явища (процесу) і відображається у назві показника (прибутковість, народжуваність тощо).

*За ознакою часу* показники поділяються на інтервальні та моментні. *Інтервальні* характеризують явище за певний період часу (місяць, квартал, рік): наприклад, середньомісячні сукупні витрати на душу населення. *Моментні* показники характеризують явище за станом на певний момент часу (дату): наприклад, залишок обігових коштів на початок місяця.

*За способом виконання своїх функцій* розглядають показники, що відбивають обсяг явища, його середній рівень, інтенсивність прояву, структуру, зміну в часі або порівнянні у просторі.

В статистиці використовують декілька різновидів статистичних показників:

- абсолютні та відносні величини;
- середні величини;
- показники варіації.

*Абсолютними величинами* в статистиці називають кількісні показники, які визначають рівень, обсяг, чисельність вивчаємих суспільних явищ (наприклад, капітал фірми на початок року, посівна площа сільськогосподарських підприємств на даний момент часу, чисельність робітників підприємства у звітному періоді тощо).

*За способом вираження вивчаємого явища* абсолютні величини розподіляються на індивідуальні та загальні (сумарні). *Індивідуальні величини* характеризують ознаки окремих одиниць сукупності. Вони є основою зведення та групування статистичних даних (наприклад, розмір заробітної плати окремого робітника, кількість заявок та обсяги попиту на купівлю товару товарної біржі та ін.). *Загальними величинами* є такі абсолютні показники, які виражають розміри кількісних ознак у всіх одиниць сукупності. Їх знаходять при сумуванні індивідуальних абсолютних величин (наприклад, фонд заробітної плати робітників підприємств району, вартість основних фондів сільськогосподарських підприємств області тощо).

Абсолютні величини – це іменовані числа і в залежності від характеру явища або процесу можуть мати різні *одиниці* вимірювання: натуральні (кг, м, шт. і т.д.); *умовно-натуральні* (одна умовна банка консервів, одна умовна одиниця мінеральних добрив і т.д.); *трудові* (людино-година, людино-день); *вартісні* (грн., руб., дол. США, євро та ін.).

Абсолютні показники відіграють важливу роль у системі узагальнюючих статистичних показників. В той же час вони не можуть дати достатньо повного уявлення про досліджуване явище. Тому виникає потреба в обчисленні інших узагальнюючих показників – відносних та середніх величин, підґрунтям для яких є абсолютні величини.

*Відносні величини* – це узагальнюючі кількісні показники, які виражають співвідношення порівнюваних абсолютних величин.

Логічною формулою відносної величини є така звичайна дріб:

$$\text{Відносна величина} = \frac{\text{Величина}_{\text{порівняння}}}{\text{База}_{\text{порівняння}}} \quad (2.1)$$

В залежності від величин чисельника та знаменника цього дробу відносні величини можуть бути виражені у таких формах: *коефіцієнтах* (частках), *процентах* (%), *промїле* (‰), *продециміле* ( $\text{‰}$ ), коли за базу порівняння приймають відповідно 1, 100, 1000, 10000 одиниць.

Різноманітність співвідношень у реальному житті потребує різних за змістом і статистичною природою відносних величин. В залежності від своїх функцій, що виконують відносні величини при проведенні аналізу, ці величини можна класифікувати так:

*Відношення однойменних показників:*

- 1) відносні величини динаміки;
- 2) відносні величини структури;
- 3) відносні величини координації;
- 4) відносний показник планового завдання;
- 5) відносний показник виконання плану;
- 6) відносні показники порівняння.

*Відношення різнойменних показників:*

- 7) відносні величини інтенсивності;
- 8) відносні величини диференціації.

#### *Відносна величина динаміки*

Динамікою у статистиці називають зміну соціально-економічного явища в часі. Відносна величина динаміки характеризує напрям та інтенсивність зміни показника за часом і визначається співвідношенням його значень за два періоди або моменти часу. При цьому базою порівняння може бути змінний попередній рівень (розрахунок *ланцюговим способом*) або постійний віддалений за часом рівень (розрахунок *базисним способом*).

#### *Відносна величина структури*

Статистичні сукупності завжди структуровані і мають певні складові. *Відносна величина структури* характеризує склад, структуру сукупності за тією чи іншою ознакою і показує внесок складових сукупності до загальної маси. Вона визначається відношенням розмірів складових частин сукупності до загального підсумку.

#### *Відносна величина координації*

Відносна величина характеризує структурованість сукупності. *Відносна величина координації* дає співвідношення різних структурних одиниць тієї самої сукупності і показує, скільки одиниць однієї частини сукупності припадає на 1, 100, 1000 і більше одиниць іншої, взятої за базу порівняння.



### *Відносні показники планового завдання та виконання плану*

*Відносний показник планового завдання* – це відношення величин показника, встановленого на плановий період, до його величини, досягнутого за попередній період, який взято за базу зрівняння.

*Відносний показник виконання плану* являє собою відношення фактично досягнутого рівня до планового завдання.

### *Відносні величини порівняння*

*Відносна величина порівняння* у звичайному розумінні характеризує порівняння однойменних показників, що стосуються різних об'єктів, взятих за той самий період чи момент часу. Обчислюється у відносних величинах або процентах. Наприклад, порівняння урожайності пшениці у двох сільськогосподарських підприємствах району у плановому періоді, співвідношення між рівнями собівартості певного виду продукції двох підприємств у звітному періоді тощо.

*Відносна величина просторового порівняння* – це відношення розмірів або рівнів однойменних показників за різними територіями чи об'єктами.

### *Відносна величина інтенсивності*

*Відносна величина інтенсивності* характеризує відношення різнойменних величин, зв'язаних між собою певним чином. Це – щільність населення на 1 кв.км (наприклад, 82,5 осіб/кв.км), виробництво електроенергії на душу населення (наприклад, 5625 кВт · год/осіб) тощо.

### *Відносна величина диференціації*

*Відносна величина диференціації* обчислюється в результаті порівняння двох структурних рядів, один з яких характеризує співвідношення частин сукупності за чисельністю одиниць, а другий – за величиною будь-якої ознаки (наприклад, порівняння питомої ваги господарств за чисельністю і питомої ваги в цих господарствах валової продукції, основних фондів, працівників тощо).

## ***Середні величини***

*Середньою величиною* в статистиці називається кількісний показник характерного, типового рівня масових однорідних явищ, який складається під впливом загальних причин і умов розвитку. У зв'язку з цим середні величини відносяться до узагальнюючих статистических показників, які дають зведену, підсумкову характеристику масових суспільних явищ. В середній величині гасяться (розчиняються) всі відмінності та особливості індивідуальних значень

ознак і вона є «рівнодіючою» значень цих ознак. Головними умовами застосування середніх величин є:

- 1) наявність *якісної однорідності* сукупності;
- 2) *масовий характер* даних сукупності, де діє закон великих чисел.

Залежно від характеру ознаки, що усереднюється, і наявності вихідної статистичної інформації в статистиці використовують декілька видів середніх, серед яких найбільш поширеними є такі: *середня арифметична; середня гармонічна; середньо квадратична; середня геометрична*. Поряд з переліченими видами середніх величин у статистичній практиці застосовують також *середню хронологічну* та структурні середні: *моду та медіану*.

### *Середня арифметична*

*Середня арифметична* – це найпоширеніший вид середньої між інших. Вона застосовується тоді, коли відомі індивідуальні значення усереднюваної ознаки та їх кількість у сукупності. Тоді *проста середня арифметична* обчислюється діленням загального обсягу значень ознаки на обсяг сукупності

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum x}{n}. \quad (2.2)$$

*Зважена середня арифметична* використовується у тих випадках, коли значення ознаки подано у вигляді варіаційного ряду, в якому чисельність одиниць у варіантах неоднакова. Формула середньої арифметичної зваженої має вигляд:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum x f}{\sum f}. \quad (2.3)$$

### *Середня гармонічна*

*Середня гармонічна* – це обернена до середньої арифметичної із обернених значень ознак. Її обчислюють, коли необхідно осереднення обернених індивідуальних значень ознак шляхом їх підсумування (наприклад, у випадках визначення середніх витрат часу, праці, матеріалів на одиницю продукції тощо). У випадку розрахунку середньої гармонічної зваженої її обчислюють тоді, коли відомі дані про загальний обсяг ознаки ( $z = xf$ ), а також індивідуальні значення ознаки ( $x$ ), невідома є частота ( $f$ ). Формули середньої гармонічної – простої і зваженої – мають такий вигляд:

- для простої: 
$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}; \quad (2.4)$$

- для зваженої: 
$$\bar{x} = \frac{\sum z}{\sum \frac{z}{x}}. \quad (2.5)$$

### Середня квадратична

Середня квадратична використовується для визначення показників варіації (коливання) ознаки – дисперсії та середнього квадратичного відхилення. Обчислюється на основі квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки від їх середньої величини. Формула середньої квадратичної має такий вигляд:

- проста: 
$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}; \quad (2.6)$$

- зважена: 
$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}. \quad (2.7)$$

### Середня геометрична

Середню геометричну застосовують у тих випадках, коли обсяг сукупності формується не сумою, а добутком індивідуальних значень ознак. Цей вид середньої використовується здебільшого для обчислення середніх коефіцієнтів (темтів) зростання в рядах динаміки. Так, у випадку однакових часових інтервалів між рівнями динамічного ряду середня геометрична проста має такий вигляд:

$$\bar{k} = \sqrt[n]{k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n}, \quad (2.8)$$

де  $k_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}$  - темпи зростання;

$y_i, y_{i-1}$  - відповідно розглядаємий та попередній рівні ряду;

$n$  - кількість інтервалів.

## ТЕМА 3. ПОКАЗНИКИ ВАРІАЦІЇ

Після встановлення середньої величини ( $\bar{x}$ ,  $M_0$ ,  $M_e$ ) виникає питання, в якій мірі індивідуальні значення ознаки відрізняються між собою та від середньої. Для цього розраховують показники варіації.

*Варіацією* ознаки називають різницю у числових значеннях ознак одиниць сукупності та їх коливання навколо середньої величини, що характеризує сукупність. Чим менша варіація, тим одноріднішою є сукупність і більш надійною (типовою) є середня величина.

До основних абсолютних і відносних показників, що характеризують варіацію, є такі: розмах варіації; середнє лінійне відхилення; дисперсія; середнє квадратичне відхилення; коефіцієнт варіації тощо.

*Розмах варіації* – це різниця між найбільшим та найменшим значеннями ознаки:

$$R = x_{\max} - x_{\min} . \quad (3.1)$$

Величина показника залежить тільки від крайніх значень ознаки і не враховує всіх значень, що містяться між ними.

Досконалішим є визначення варіації через інші показники, які дають змогу усунути недолік розмаху варіації.

*Середнє лінійне відхилення* являє собою арифметичну з абсолютних значень усіх відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої:

$$\text{а) просте:} \quad d = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}; \quad (3.2)$$

$$\text{б) зважене:} \quad d = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} . \quad (3.3)$$

*Дисперсією* називають середню арифметичну квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки. В залежності від вихідних даних дисперсія може обчислюватись за формулами середньої арифметичної простої або зваженої:

$$\text{а) проста:} \quad \sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}; \quad (3.4)$$

$$\text{б) зважена:} \quad \sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} . \quad (3.5)$$

*Середнє квадратичне відхилення*, як і дисперсія, виступає в якості широко використовуваного узагальнюючого показника варіації. Його обчислюють, здобувши квадратичний корінь з дисперсії

$$\text{а) просте:} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}; \quad (3.6)$$

$$\text{б) зважене:} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} . \quad (3.7)$$

Смислове значення середнього квадратичного відхилення таке саме, як і лінійного відхилення: воно показує, на скільки в середньому відхиляються індивідуальні значення ознаки від їх середнього значення.

*Коефіцієнтом варіації* називають процентне відношення середнього квадратичного відхилення до середньої арифметичної величини ознаки:

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{x} \cdot 100\%. \quad (3.8)$$

Чим більший коефіцієнт варіації, тим менш однорідна сукупність і тим менш типова середня для даної сукупності. Встановлено, що сукупність кількісно однорідна, якщо коефіцієнт варіації не перевищує 33 %.

#### ТЕМА 4. СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ

У цій темі викладається методологія статистичного вивчення взаємозв'язків соціально-економічних явищ. Для виконання контрольної роботи треба, насамперед, усвідомити види взаємозв'язків, досліджуваних у статистику, знати задачі, що вирішуються методами кореляційно-регресійного аналізу.

Важливо зрозуміти, що для установлення форми зв'язку необхідно виходити з характеру зміни результативної ознаки ( $y$ ) під впливом ознаки – фактора ( $x$ ). Правильне рішення цього питання вимагає логічного аналізу зв'язків.

Математична обробка вихідних даних, застосування графічного методу тощо важливі для підтвердження правильності вибору відповідної форми зв'язку.

Для визначення за даними парної кореляції параметрів регресії  $y_x = a_0 + a_{ix}$  треба вирішити систему нормальних рівнянь способом найменших квадратів:

$$na_0 + a_1 \sum x = \sum y \quad (4.1)$$

$$a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy \quad (4.2)$$

Розв'язавши цю систему, знаходимо такі значення параметрів:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - \sum x \sum x}; \quad (4.3)$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum y \sum x}{n \sum x^2 - \sum x \sum x}. \quad (4.4)$$

Важливо також усвідомити якщо форма зв'язку відповідає рівнянню  $y_x = a_0 + a_1 \cdot x$ , то для вивчення тісноти зв'язку застосовується лінійний коефіцієнт кореляції ( $r$ ).

Вирахування цього показника засновано на зіставленні стандартизованих відхилень ( $t$ ) і ознак  $x$  та  $y$  від їхнього середнього значення:

$$\rho = \frac{\sum t_x t_y}{n}, \quad (4.5)$$

де  $t_x = \frac{x - \bar{x}}{\sigma_x}$ ,  $t_y = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}$ .

( $n$  - число зіставляємих пар).

Шляхом відповідних перетворень одержують ряд похідних формул, по яких у залежності від характеру вихідних даних і використовуваних обчислювальних засобів визначається  $r$ .

Так, лінійний коефіцієнт кореляції можна визначити за формулою:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left[ \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \left[ \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}} \quad ()$$

Використовувати цю формулу зручно за даними, на основі яких визначалися параметри рівняння зв'язку.

При непрямолінійній формі зв'язку для виміру тісноти зв'язку треба визначати індекс кореляції ( $R$ ).

Для якісної оцінки тісноти зв'язку можна скористатися наступною таблицею (за шкалою Чеддока):

Таблиця 1

Значення коефіцієнта кореляції	0,1 – 0,3	0,3 – 0,5	0,5 – 0,7	0,7 – 0,9	0,9 – 0,99
Характеристика тісноти зв'язку	слабка	помірна	помітна	висока	дуже висока

## ТЕМА 5. АНАЛІЗ ІНТЕНСИВНОСТІ ДИНАМІКИ

Однією з особливостей суспільних явищ є їх безперервний розвиток у динаміці. Так, протягом певного часу (за годину, день, місяць, рік) мають місце відповідні зміни соціально-економічних явищ: кількість населення; споживання електроенергії; продуктивність праці; урожайність зернових культур тощо. Тому одним із важливих завдань статистики є вивчення суспільних явищ у їх розвитку за часом. Це завдання вирішують побудовою та аналізом рядів динаміки.

*Рядом динаміки, або динамічним рядом,* називають ряд розміщених у хронологічній послідовності числових даних (статистичних показників), які характеризують величину суспільного явища на даний момент або за певний період часу.

Ряди динаміки складаються з двох *елементів*: рівнів ряду  $y_i$  ( $i = 1 \dots n$ ) та часу  $t_i$ . Рівнями ряду називають числові дані того чи іншого показника ряду динаміки; вони можуть бути виражені в абсолютних, відносних та середніх

величинах і задаватися в табличній формі або графічно. Час ряду відповідає конкретним моментам або періодам, до яких відносяться рівні.

За ознакою часу ряду динаміки можуть бути двох видів: моментні та інтервальні.

*Моментними* називають такі ряди динаміки, рівні яких фіксують стан явища на даний момент часу (дату).

*Інтервальним* називають такий ряд, рівні якого характеризують явище за певний період часу.

Наявність рядів динаміки потребує їх аналіз, що має за мету вивчення зміни явища за часом і встановлення його напрямку, характеру цієї зміни і вияв закономірності розвитку. Для оцінювання властивостей динаміки у статистиці застосовуються взаємопов'язані характеристики, або *аналітичні показники*. Серед них: *абсолютний приріст, темп зростання, темп приросту та абсолютне значення одного проценту приросту*. Розрахунок таких показників ґрунтується на зіставленні рівнів ряду  $y_i$ . Якщо базою порівняння є початковий (постійний) рівень ряду  $y_0$ , то відповідні показники називаються *базисними*, коли ж база порівняння змінна і відповідає попередньому рівню  $y_{i-1}$ , то показники називаються *ланцюговими*.

Розглянемо показники ряду динаміки.

*Абсолютний приріст* (або зменшення)  $\Delta_i$  відповідає швидкості зміни рівнів ряду і розраховується як різниця рівнів ряду:

$$\text{а) базисний} \quad \Delta_{i0} = y_i - y_0; \quad (5.1)$$

$$\text{б) ланцюговий} \quad \Delta_i = y_i - y_{i-1}, \quad i = 1 \dots n, \quad (5.2)$$

де  $n$  - кількість рівнів ряду динаміки.

Ланцюгові та базисні абсолютні прирости пов'язані між собою залежністю (сума ланцюгових приростів дорівнює кінцевому базисному):

$$\sum_{i=1}^n \Delta_{i0} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{i-1}) = y_n - y_0. \quad (5.3)$$

*Темп зростання*  $K_i$  характеризує інтенсивність змін рівнів ряду і виражається у відносних величинах числом або у процентах:

$$\text{а) базисний} \quad K_{i0} = \frac{y_i}{y_0}; \quad (5.4)$$

$$\text{б) ланцюговий} \quad K_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}. \quad (5.5)$$

Добуток ланцюгових темпів зростання дорівнює кінцевому базисному:

$$K_1 \times K_2 \times \dots \times K_n = \prod_{i=1}^n K_i = \frac{y_n}{y_0}. \quad (5.6)$$

*Темп приросту*  $T_i$  виражається в процентах і показує, на скільки рівень більший (менший) від рівня, взятого за базу порівняння:

$$\text{а) базисний} \quad T_i = \frac{\Delta_{i0}}{y_0} 100\% = \frac{y_i - y_0}{y_0} 100\%; \quad (5.7)$$

$$\text{б) ланцюговий} \quad T_i = \frac{\Delta_i}{y_{i-1}} 100\% = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} 100\%. \quad (5.8)$$

Між темпом приросту і темпом зростання існує такий зв'язок:

$$T_i = K_i - 1, \quad (5.9)$$

або

$$T_i = (K_i - 1) \times 100\%. \quad (5.10)$$

Абсолютне значення одного проценту приросту  $A_i$  характеризує вагомість кожного проценту приросту і розраховується як відношення абсолютного приросту до темпу приросту:

$$A_i = \frac{\Delta_i}{T_i} = \frac{y_i - y_{i-1}}{100} = 0,01y_{i-1}, \quad \% \quad (5.11)$$

Розрахунок цього показника має економічний зміст тільки на *ланцюговій основі*, оскільки на базисній основі для всіх рівнів буде отримано те саме значення показника - сота частина базисного (першого) рівня.

Щоб мати узагальнюючі характеристики ряду динаміки явища розраховують також *середні показники*: середні рівні динамічного ряду; середні з аналітичних показників.

Методи обчислення *середніх рівнів* динамічних рядів залежать від статистичної структури показників.

В *інтервальному ряді* з рівними інтервалами часу застосовують *середню арифметичну просту*, а для нерівних інтервалів – *середню арифметичну зважену*:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}; \quad (5.12)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i}, \quad (5.13)$$

де  $t_i$  - тривалість часу, протягом якого зберігалось значення рівня  $y_i$ ;  
 $n$  - число рівнів ряду.

У *моментних динамічних рядах* з рівними проміжками між датами середній рівень обчислюється за формулою *середньої хронологічної*:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}. \quad (5.14)$$



Якщо відрізки часу між датами для моментних рядів різні, то використовують формулу середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i' t_i}{\sum t_i}, \quad (5.15)$$

де  $y_i'$  - середні рівні окремих інтервалів часу  $y_i' = \frac{(y_i + y_{i+1})}{2}$ ;  
 $t_i$  - тривалість відповідних інтервалів.

Якщо для *моментного ряду* динаміки є дані тільки на початок і кінець періоду, то середній рівень може бути розрахований за формулою:

$$\bar{y} = \frac{y_0 + y_n}{2}, \quad (5.16)$$

де  $y_0, y_n$  - рівні відповідно на початок і кінець періоду.

До *середніх з аналітичних показників* відносяться такі: *середній абсолютний приріст; середній темп зростання; середній темп приросту.*

Середній абсолютний приріст  $\bar{\Delta}$  характеризує середню швидкість зростання (або зменшення) рівнів ряду динаміки. Для моментних та інтервальних рядів середній абсолютний приріст обчислюється за формулою:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_i}{n-1}, \quad (5.17)$$

або

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n-1}, \quad (5.18)$$

де  $(n-1)$  - число ланцюгових абсолютних приростів.

*Середній темп зростання k* показує, в скільки разів у середньому кожен даний рівень більший (або менший) від попереднього рівня. Для рядів динаміки з рівними інтервалами середній темп зростання розраховується за формулою середньої геометричної:

$$\bar{K} = \sqrt[n]{K_1 \times K_2 \times \dots \times K_n}, \quad (5.19)$$

де  $K_i$  - темп зростання за окремі періоди часу;  
 $(n-1)$  - число ланцюгових темпів зростання.

Цю формулу можна записати інакше, якщо врахувати, що

$$K_1 \times K_2 \times \dots \times K_n = \frac{y_n}{y_0} :$$

$$\bar{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}}, \quad (5.20)$$

де  $y_0, y_n$  - початковий та кінцевий рівні ряду динаміки.

На основі середнього темпу зростання визначають *середній темп приросту*  $\bar{T}$ , який показує, на скільки процентів у середньому збільшується (зменшується) цей рівень порівняно з попереднім. Його обчислюють за формулою:

$$\bar{T} = \bar{K} (\%) - 100, \%. \quad (5.21)$$

## ТЕМА 6. ІНДЕКСНИЙ МЕТОД

Термін «індекс» походить від латинського слова «*index*» і в перекладі означає показник. Індексам належить одне з найважливіших місць серед узагальнюючих статистичних показників. З їх допомогою досліджується роль окремих факторів у формуванні економічних показників на макро- і мікрорівні, виявляються резерви виробництва, виконуються зіставлення суспільних явищ у міжнародному масштабі тощо.

*Індекс* – це відносна величина порівняння, яка характеризує зміну соціально-економічних явищ і процесів у часі, просторі або порівняно з планом (нормою, стандартом). Формою вираження індексів є коефіцієнти або проценти. *Особливістю* індексів є те, що на відміну від інших відносних величин індекси характеризують складові явища, елементи яких *не підлягають підсумуванню*. Наприклад, для товарів з різними споживчими властивостями: молока – в літрах, м'яса – в центнерах тощо. Крім того, індекси завжди характеризують співвідношення однойменних явищ – цін, собівартості, продуктивності праці та ін., що відображається в назві індексів.

За допомогою індексів вирішують такі *основні задачі*:

1) характеристика загальної зміни складного економічного явища у динаміці, територіальному порівнянні, зіставленні з нормативами, планами, прогнозами (наприклад, зміни вартості виробленої продукції, зміни витрат на виробництво, зміни собівартості, продуктивності праці порівняння споживання продуктів харчування на душу населення в Україні та інших країнах тощо);

2) виявлення у показника складного явища впливу окремих факторів на результативний показник (наприклад, вплив зміни рівня цін і зміни кількості проданих товарів на обсяг товарообороту; виявлення впливу на зростання випуску продукції збільшення чисельності робітників з одного боку і збільшення продуктивності праці – з другого боку);

3) вивчення динаміки середніх величин та оцінка впливу структурних зрушень на зміну середньої величини (наприклад, оцінка середньої собівартості за групою підприємств з різним рівнем собівартості при випуску однорідної продукції).

Методологія побудови та використання індексів в статистико-економічному аналізі називається *індексним методом*.

Важливою особливістю індексів є те, що їм притаманні синтетичні та аналітичні властивості. *Синтетичні* властивості індексів полягають в тому, що з їх допомогою здійснюється з'єднання (агрегування) в ціле різнорідних одиниць статистичної сукупності. *Аналітичні* властивості індексів проявляються в тому, що за допомогою індексного методу виявляється вплив факторів на зміну досліджуваного показника.

В індексному методі застосовується певна система *умовних позначень*, за допомогою яких будують і записують індекси. Кожна досліджувана величина має своє позначення у вигляді відповідної літери англійського алфавіту:

а) *кількісні або об'ємні показники*:

$q$  - обсяг виготовленої продукції або кількість проданого товару певного виду в натуральному вираженні;

$T$  - загальна кількість відпрацьованих людино-годин чи людино-днів (загальні витрати робочого часу на виробництво продукції) або середньооблікова чисельність працівників;

$h$  - розмір посівної площі;

б) *якісні показники*:

$p$  - ціна одиниці товару чи продукції;

$z$  - собівартість одиниці продукції;

$t = \frac{T}{q}$  - витрати робочого часу (праці) на виробництво продукції, тобто її трудомісткість;

$\bar{q} = \frac{q}{T}$  - середній випуск продукції в розрахунку на одного працівника чи на один людино-день (людино-годину), тобто продуктивність праці;

$y$  - врожайність певної культури з 1 га;

в) *показники, що отримані як добуток якісного та кількісного показників*:

$pq$  - вартість випуску продукції або загальна вартість проданого товару певного виду (товарооборот);

$zq$  - загальна собівартість продукції певного виду, тобто витрати на її виробництво;

$tq = T$  - загальні витрати робочого часу на випуск продукції певного виду;

$yh$  - валовий збір певної сільськогосподарської культури.

У використанні індексів при динамічних або просторових порівняннях використовують *спеціальні позначення*. Період або об'єкт, з яким порівнюють, називають *базисним*, а період чи об'єкт, який порівнюють, - *поточним*. Дані базисного періоду позначають підрядковим знаком «0», а звітного - «1».

Наприклад, кількість продукції, виробленої за базисний звітний період, позначають відповідно  $q_0$  і  $q_1$ . Щоб позначити конкретно плановий рівень, пишуть «пл» наприклад, кількість продукції за планом позначають  $q_{пл}$ . Індокси у вираженні коефіцієнта, визначають з точністю 0,0001, що зумовлено взаємозв'язком індоксів.

У індоксах є дві величини: одну, зміну якої вивчають при використанні індоксидувльних та загальних індоксів, називають *індоксованою*; другу, постійну, у загальних індоксах що приводить різнорідні елементи сукупності до порівнюваного виду – *сумірником* (для індоксів кількісних показників) або *вагою* (для індоксів якісних показників).

У статистичному аналізі використовують різні форми і види індоксів, що зумовлює потребу у відповідній їх *класифікації*. Індокси можуть бути класифіковані за такими ознаками:

- а) за мірою охоплення елементів сукупності;
- б) за базою порівняння;
- в) за видом об'єкту порівняння;
- г) за видом ваги (сумірника);
- д) за формою побудови;
- ж) в залежності від змісту та характеру індоксуємої величини;
- з) за об'єктом дослідження;
- к) за складом явища;
- л) за періодом розрахунку.

*За мірою охоплення елементів сукупності* розрізняють індоксидувальні та загальні (зведені) індокси.

*Індоксидувальні індокси* – це відносні показники, які характеризують зміну в динаміці або відображають співвідношення в просторі якогось одного виду одиниць явища. Індоксидувальні індокси позначаються буквою  $i$  та відображають зміну тільки одного елемента сукупності (наприклад, видобуток вугілля на шахті, ціна на картоплю з сільгоспідприємства). Так,  $i_q$  - індоксидувальний індокс обсягу продукції,  $i_p$  - індоксидувальний індокс цін тощо.

*Загальні (зведені) індокси* позначають буквою  $I$  та характеризують динаміку складного явища, елементи якого не падаються безпосередньому підсумуванню в часі, просторі чи порівняно з планом (наприклад, видобуток вугілля кількома шахтами, зміна цін на картоплю сільгоспідприємствами району). Так,  $I_q$  - загальний індокс фізичного обсягу продукції,  $I_p$  - загальний індокс цін тощо. У статистичному аналізі використовуються також *групові*, або *субіндекси*, які охоплюють частини цілого (наприклад, індокси продукції за окремими галузями).

*За базою порівняння* розрізняють базисні та ланцюгові індокси. В *базисних індоксах* усі періоди порівнюють з одним, взятим за базу, а в *ланцюгових* – кожен наступний період порівнюють з попереднім.

*За видом об'єкту порівняння* розрізняють динамічні, територіальні індокси та індокси порівняно з планом (нормою, стандартом). *Динамічні індокси* характеризують зміну явища за часом (ціни, собівартості, продуктивності праці

тощо). *Територіальні індекси* відповідають зіставленню показників за відповідними географічними територіями (країнами, регіонами, областями і т.д.). *Індекси порівняно з планом* характеризують стан діяльності підприємств (організацій, установ) на даний поточний період у зрівнянні з встановленим планом (стандартом, нормою).

Для загальних (зведених) індексів *за видом ваги (сумірника)* розрізняють *індекси з постійними вагами* та *індекси зі змінними вагами*.

*За формою побудови*, в залежності від методології розрахунку, загальні індекси поділяють на агрегатні та середні індекси. *Агрегатні індекси* за рахунок введення сумірника (ваги) в чисельник і знаменник індексу дозволяють здійснити поєднання різнорідних елементів для характеристики складних явищ. *Середні індекси* використовуються у формі *середньозважених індексів*, коли індексована величина виражається через індивідуальні індекси, а також у формі *середніх індексів середніх величин* в разі вивчення динаміки середніх величин.

*В залежності від змісту та характеру індексуємої величини* розрізняють індекси *кількісних (об'ємних)* показників (наприклад, фізичного обсягу продукції) та *індекси якісних показників* (наприклад, цін, собівартості та ін.)

За об'єктом дослідження індекси кількісних показників поділяють на *індекси фізичного обсягу продукції, територіальні індекси, індекси розміру та структури посівних площ* тощо. Індекси якісних показників – це *індекси цін, собівартості, продуктивності праці* та інші.

*За складом явища* розрізняють індекси постійного та змінного складу, структурних зрушень. Індекси, в яких змінюється одна величина, називають *індексами постійного складу* (індекси цін, собівартості та ін.), а дві і більше величини – *індексами змінного складу* (індекси вартості, обсягу продукції, загальних витрат, валового збору тощо) Відношення індексу змінного складу до індексу постійного складу дає *індекс структурних зрушень*.

Нарешті, *за періодом розрахунку* бувають *річні, квартальні, місячні та тижневі індекси*.

Найбільш простим за індексним методом є розрахунок *індивідуальних індексів*. Вони мають відношення до одного елементу явища і не потребують підсумування. Індивідуальні індекси за своєю суттю є відносними величинами динаміки, виконання зобов'язань, зіставлення.

Розрахунок індивідуальних індексів виконують шляхом обчислення двох індексуємих величин у вигляді звичайного дробу: у чисельнику знаходиться величина поточного (звітного) періоду, яка порівнюється, і позначається підрядним знаком «1» (наприклад, кількість виробленої продукції певного виду у поточному періоді  $q_1$ , ціна такої продукції –  $p_1$  і т.д.) У знаменнику знаходиться величина базисного періоду, з яким порівнюється величина поточного періоду, і позначається підрядним знаком «0» (наприклад, кількість виробленої продукції певного виду у базисному періоді  $q_0$ , ціна такої продукції –  $p_0$  і т.д.).

Прикладами розрахунку індивідуальних індексів є такі:

а) для кількісних (об'ємних) показників:

- *індивідуальний індекс фізичного обсягу продукції*

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}; \quad (6.1)$$

- *індивідуальний індекс кількості відпрацьованих людино-днів*

$$i_T = \frac{T_1}{T_0}, \quad (6.2)$$

де  $T_1, T_0$  - кількість відпрацьованих людино-днів на виробництво продукції у поточному і базисному періодах;

- *індивідуальний індекс розміру посівної площі*

$$i_h = \frac{h_1}{h_0}, \quad (6.3)$$

де  $h_1, h_0$  - розміри посівної площі у поточному і базисному періодах.

б) для якісних показників:

- *індивідуальний індекс цін на певний вид товару (продукції)*

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \quad (6.4)$$

де  $p_1, p_0$  - ціна одиниці товару в поточному і базисному періодах;

- *індивідуальний індекс собівартості продукції*

$$i_z = \frac{z_1}{z_0}, \quad (6.5)$$

де  $z_1, z_0$  - собівартість одиниці продукції в поточному і базисному періодах;

- *індивідуальний індекс продуктивності праці*

$$i_t = \frac{t_1}{t_0}, \quad (6.6)$$

де  $t_1, t_0$  - витрати робочого часу (праці) на виробництво одиниці продукції в поточному і базисному періодах.

- в) для показників, які отримані як добуток якісного та кількісного показників:

- *індивідуальний індекс вартості продукції (товарообороту)*

$$i_{pq} = i_p \times i_q; \quad (6.7)$$

- *індивідуальний індекс загальної собівартості продукції*

$$i_{zq} = i_z \times i_q; \quad (6.8)$$

- *індивідуальний індекс валового збору певного виду сільськогосподарської продукції*

$$i_{yh} = i_y \times i_h; \quad (6.9)$$

де  $i_y = \frac{y_1}{y_0}$  - індивідуальний індекс врожайності культури з 1 га.

Найбільш типовим індексом кількісних показників є *індекс фізичного обсягу продукції*. Тому розглянемо його побудову.

В разі однорідної сукупності для її характеристики можуть бути використані індивідуальні індекси, які не потребують підсумування елементів цієї сукупності.

У випадку неоднорідної сукупності її елементи не підлягають підсумуванню з причини різної натуральної суті товару та різних одиниць вимірювання (наприклад, такі товари як мед, крупи, картопля, тканини і т.д. в магазині вимірюються у кілограмах, літрах, метрах тощо). Зіставлення загальних фізичних обсягів реалізованих товарів не має сенсу, тому загальний індекс фізичного обсягу продукції, як узагальнюючий показник явища, не може

розраховуватись як  $I_q = \frac{\sum q_1}{\sum q_0}$ .

Для цього потрібно привести різні види товарів до порівняльного виду, що складає основу методологічної побудови загальних індексів. Розглянемо суть цієї методології у випадку побудови агрегатної форми загальних індексів як найбільш розповсюдженої в економічному аналізі досліджуваних явищ (процесів).

Для того, щоб привести різні види товарів до порівняльного виду і здійснювати підсумування різних видів товарів, чисельник і знаменник складного індексу представляють у вигляді *агрегатів*, тобто поєднання різнорідних елементів. Кожен з агрегатів у чисельнику і знаменнику індексу являє собою у вигляді суми (знак  $\sum$ ) добуток *індексованої величини* (для загального індексу фізичного обсягу продукції це кількість вироблених товарів різних видів у поточному  $q_1$  і базисному  $q_0$  періодів) на незмінну величину для видів товарів – *сумірник*. Для загального індексу фізичного обсягу продукції в якості сумірника виступають порівнювальні, фіксовані ціни за товарами  $p_0$  на рівні базисного періоду, що дозволяє усунути їх вплив на зміну обсягу продукції. Введення сумірника у агрегати індексу вирішує проблему підсумування, тобто приведення всіх видів товарів (продукції) до єдиного змісту. У випадку індексу фізичного обсягу продукції – це зіставлення агрегатів у вигляді вартості вироблених товарів у періодах зрівняння.

Таким чином, загальний індекс, який знаходиться шляхом порівняння результатів складного явища у поточному і базисному періодах за рахунок

введення сумірників (ваг), називається *агрегатним*. Спосіб, за допомогою якого складають загальний індекс таким чином, має назву *агрегатного способу*.

Остаточо, загальний (зведений) індекс фізичного обсягу продукції в агрегатній формі, або агрегатний індекс фізичного обсягу продукції, записуються у вигляді:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \quad (6.10)$$

де  $q_1, q_0$  - кількість вироблених товарів (обсяг продукції) відповідно у поточному (звітному) та базисному періодах;

$p_0$  - незмінна ціна кожного виду товарів у базисному періоді;

$\sum q_1 p_0$  - умовний показник, який характеризує вартість товарів у поточному періоді за цінами базисного періоду;

$\sum q_0 p_0$  - вартість товарів у базисному періоді.

Розрахований за формулою (6.10) *індекс фізичного обсягу продукції* показує, в скільки разів змінився фізичний обсяг продукції або скільки процентів складає його зростання (зниження) у поточному періоді в зрівнянні з базисним періодом.

Так, наприклад, якщо агрегатний індекс фізичного обсягу продукції дорівнює  $I_q = 1,24$  або 124 %, то це означає, що загальний випуск продукції в поточному періоді у зрівнянні з базисним періодом зріс у 1,24 рази, або на 24 % ( $124 - 100 = 24$  %). В разі  $I_q < 1,0$  (або 100 %) говорять про зменшення випуску продукції у зрівнянні з базисним періодом.

Різниця чисельника і знаменника індексу (6.10)  $\Delta_q = (\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0)$  свідчить про абсолютне зростання  $\Delta_q > 0$  або абсолютне зменшення ( $\Delta_q < 0$ ) вартості випущених товарів у поточному періоді в зрівнянні з базисним періодом у порівнянних цінах на рівні базисного періоду.

Загальні індекси агрегатної форми якісних показників (цін, собівартості, продуктивності праці тощо) будуються за тією ж методологією, що і агрегатні індекси кількісних показників. Для приведення якісних показників до порівняльного виду утворюються агрегати в чисельнику і знаменнику індексів у вигляді добутку індексованих величин на відповідні постійні ваги кількісних показників. В більшості випадків ваги фіксуються на рівні поточного (звітного) періоду або (в меншій мірі) – на рівні базисного періоду.

Серед агрегатних індексів якісних показників значна роль відводиться *агрегатному індексу цін*  $I_p$ , який в більшості випадків використовується у двох *формах*: індексу Пааше та індексу Ласпейреса.

*Індекс цін Пааше* запропоновано в 1874 р. німецьким економістом Г. Пааше. В індексі у якості ваги використовується обсяг продукції певного виду в поточному періоді  $q_1$ . Індекс Пааше розраховується за формулою:



$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}, \quad (6.11)$$

де  $p_1, p_0$  - індексовані величини цін на певний вид продукції відповідно у поточному та базисному періодах;  
 $\sum p_1, q_1$  - вартість всієї продукції у поточному періоді;  
 $\sum p_0, q_1$  - умовна вартість продукції поточного періоду за порівнюваними цінами базисного періоду.

Індекс цін Пааше характеризує вплив зміни цін на вартість кількості товарів, які реалізовані в поточному періоді.

Розрахований за формулою (6.11) *агрегатний індекс цін Пааше* показує, в скільки разів збільшився (зменшився) у середньому рівень цін на масу товару, що реалізовано в поточному періоді, або скільки процентів складає його зріст (зменшення) в поточному періоді у зрівнянні з базисним періодом.

В 1864 р. німецьким економістом Е. Ласпейресом запропоновано *індекс Ласпейреса*, де в якості ваги використовується обсяг продукції за різновидністю товарів у базисному періоді  $q_0$ . Індекс Ласпейреса розраховується за формулою:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}, \quad (6.12)$$

де  $\sum p_1, q_0$  - вартість продукції у базисному періоді за цінами поточного періоду;  
 $\sum p_0, q_0$  - вартість продукції у базисному періоді.

Індекс Ласпейреса показує вплив зміни цін на вартість кількості товарів які реалізовано в базисному періоді.

Таким чином, індекси цін Пааше і Ласпейреса не ідентичні і для однакових вихідних даних не співпадають, так як мають різний економічний зміст: індекс Ласпейреса використовують у прогнозуванні обсягу товарообороту у зв'язку з ймовірною зміною цін на товари в майбутньому періоді, індекс Пааше використовують при вивченні звітних даних, коли ціллю аналізу є якісна оцінка зміни товарообороту в результаті зміни цін у звітному періоді.

До основних *агрегатних індексів змішаних показників* можна віднести індекси вартості (товарообороту) товарів  $I_{pq}$ , індекси загальної собівартості продукції  $I_{zq}$ , індекси загальних витрат робочого часу  $I_{tq}$  тощо.

Такі індекси можна подати у вигляді добутку двох індексів, або *системою індексів*, що зручно для аналізу складного явища під впливом певних факторів.

Так як агрегатний індекс вартості товарів (товарообороту) можна представити як добуток індексу цін  $I_p$  (у формі індексу Пааше) та індексу фізичного обсягу продукції  $I_q$

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q, \quad (6.13)$$

то

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}. \quad (6.14)$$

Як видно із виразу (6.14), цей індекс являє собою відношення вартості товарів поточного (звітного) періоду до вартості товарів базисного періоду. Індекс показує, в скільки разів зросла (зменшилась) вартість товарів (товарооборот) поточного періоду у зрівнянні з базисним, або скільки процентів складає зростання (збільшення) вартості товарів.

Якщо із індексу вартості, вираженому в процентах, відняти 100 %, то різниця ( $I_{pq} - 100$ ) показує на скільки процентів змінилась вартість товарів в поточному періоді у зрівнянні з базисним.

Різниця чисельника і знаменника формули (6.14)

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 \quad (6.15)$$

показує, на скільки грошових одиниць змінилась вартість товарів у поточному періоді у зрівнянні з базисним.

Якщо відомі два з індексів (6.14), то на підставі цієї залежності можна знайти третій індекс.

Аналогічно *агрегатний індекс загальної собівартості продукції*  $I_{zq}$  можна представити як добуток індексу собівартості  $I_z$  та індексу фізичного обсягу продукції за собівартістю  $I_q$  у вигляді

$$I_{zq} = I_z \cdot I_q \quad (6.16)$$

або

$$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \times \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}, \quad (6.17)$$

який показує зіставлення витрат на виробництво продукції у поточному і базисному періодах і виражається у коефіцієнтах або процентах.

*Агрегатний індекс загальних витрат робочого часу*  $I_{tq}$  представляється у вигляді добутку індексу продуктивності праці  $I_t$  та індексу фізичного обсягу продукції за продуктивністю праці  $I_q$

$$I_{tq} = I_t \cdot I_q, \quad (6.18)$$

$$I_{tq} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1} \times \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0}. \quad (6.19)$$

Його величина дає порівняння витрат робочого часу на продукцію різних видів у поточному і базисному періодах.

Індекс валового збору врожаю  $I_{ys}$  можна подати як добуток індексу  $I_y$  та структури посівних площ  $I_s$

$$I_{ys} = I_y \cdot I_s, \quad (6.20)$$

або

$$I_{ys} = \frac{\sum y_1 s_1}{\sum y_0 s_1} \times \frac{\sum y_0 s_1}{\sum y_0 s_0} = \frac{\sum y_1 s_1}{\sum y_0 s_0}. \quad (6.21)$$

Агрегатний спосіб представлення загальних індексів в статистиці є найбільш розповсюдженим. Разом з тим використовується і інший спосіб розрахунку загальних індексів як середніх із відповідних індивідуальних індексів, або *середньозважених індексів*.

До розрахунку середньозважених індексів звертаються у тих випадках, коли первинна (вихідна) інформація не дозволяє розрахувати загальний агрегатний індекс. Існують *дві форми* середньозважених індексів: *середньоарифметична* та *середньогармонічна*. Як правило, середній арифметичний індекс застосовується при індексуванні кількісних показників (наприклад, фізичного обсягу продукції), а середній гармонічний – при індексуванні якісних показників (наприклад, цін).

До розрахунку *середнього арифметичного індексу* вдаються тоді, коли індексована величина чисельника виражається через індивідуальний індекс. Наприклад, необхідно обчислити загальний індекс фізичного обсягу продукції  $I_q$ , коли з вихідних даних відомі індивідуальні індекси фізичного обсягу ( $i_q = q_1 / q_0$ ) і вартість продукції кожного виду за базисний період ( $q_0 p_0$ ). Тоді загальний індекс фізичного обсягу можна визначити як середню арифметичну зважену із індивідуальних індексів. Для цього змінимо невідому кількість продукції звітного періоду ( $q_1$ ) добутком  $i_q q_0$  в чисельнику агрегатного індексу (6.10). Тоді загальний індекс фізичного обсягу продукції набуде вигляду:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (6.22)$$

Ця формула являє собою середню арифметичну з індивідуальних індексів фізичного обсягу продукції, зважену за вартістю продукції базисного періоду.

Якщо індексована величина виражається через індивідуальний індекс у знаменнику, то індекс має назву *середнього гармонічного індексу*. Наприклад,

відомі індивідуальні індекси цін ( $i_p = \frac{p_1}{p_0}$ ) і вартість кожного виду продукції за поточний (звітний) період ( $q_1 p_1$ ), але невідомі дані про ціну за одиницю продукції за базисний період ( $p_0$ ). Щоб знайти середній гармонічний індекс цін, у знаменнику агрегатного індексу (6.11) ціну базисного періоду ( $p_0$ ) замінемо рівним їй відношенням  $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$ . Внаслідок цього знаменник

агрегатної форми індексу цін (6.11) набуде вигляду  $\sum p_0 q_1 = \sum \frac{1}{i_p} p_1 q_1$ , а індекс цін матиме вигляд:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 q_1}. \quad (6.23)$$

Ця формула представляє собою середню гармонічну з індивідуальних індексів цін, зважену за обсягом продукції поточного періоду.

В статистико-економічному аналізі доводиться порівнювати в динаміці такі узагальнюючі характеристики якісних показників як середня ціна, середня собівартість, середня продуктивність праці тощо. Так як на динаміку середньої впливають не тільки зміни усереднювальної ознаки, а й зміни складу розглядаємої сукупності, вплив кожного з цих факторів оцінюється за допомогою *загальних індексів середніх величин*. Такі індекси утворюють індексну систему, яка для якісних показників складається із трьох елементів: індексів змінного складу  $I_x^{3C}$ ; індексів фіксованого складу  $I_x^{\Phi C}$ ; індексів структурних зрушень  $I_x^{C3}$ , де  $x$  - вид розглядаємої ознаки (ціна, собівартість, продуктивність праці тощо).

Індекс змінного складу  $I_x^{3C}$  показує відносну зміну розглядаємого середнього рівня ознаки в цілому за розрахунок двох факторів – зміни індексуємої ознаки і зміни в структурі сукупності:

$$I_x^{3C} = \bar{x}_1 : \bar{x}_0 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}, \quad (6.24)$$

де  $x_1, x_0$  - середні ознаки відповідно у поточному та базисному (звітному) періодах;

$f_1, f_0$  - ваги ознаки у зіставляємих періодах.

*Індекс фіксованого складу*  $I_x^{\Phi C}$  характеризує зміну середнього рівня за рахунок лише зміни індексованої величини (ваги постійні) при незмінній структурі сукупності:

$$I_x^{\Phi C} = \bar{x}_1 : \bar{x}_0 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1}. \quad (6.25)$$

*Індекс структурних зрушень*  $I_x^{C3}$  показує зміну середнього рівня за рахунок лише змін у структурі сукупності при незмінному значенні ознаки:

$$I_x^{C3} = \bar{x}_1 : \bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}. \quad (6.26)$$

Формули для середніх індексів підкоряються принципу зважування, який забезпечує їх пов'язання у *індексну систему*:

$$I_x^{3C} = I_x^{\Phi C} \times I_x^{C3}. \quad (6.27)$$

З використанням цієї формули за двома відомими індексами можна розрахувати третій.

## ТЕМА 7. ВИБІРКОВИЙ МЕТОД

При статистичному обстеженні різних явищ суспільного життя часто доводиться зустрічатися з прикладами недоцільності або неможливості проведення *суцільного спостереження*, тобто вивчення всіх одиниць сукупності.

У випадках, коли суцільне спостереження недоцільно, використовують *несуцільне спостереження*, різновидом якого є *вибіркове (вибірка)*. Цей вид спостереження широко використовується в соціологічних дослідженнях бюджетів сімей, обстеженні якості продуктів харчування, обстеженні домогосподарств, маркетингових дослідженнях, аудиторських перевірках тощо.

Всі одиниці явища називаються *генеральною сукупністю*, а окрема частина цих одиниць, відібраних із генеральної сукупності для безпосереднього спостереження, називається *вибірковою сукупністю*. Кажуть, що вибіркова сукупність *репрезентує* (представляє) всю генеральну сукупність.

При створенні випадкової вибірки можливі *два підходи*:

1) *відбір при жеребкуванні* заздалегідь занумерованих одиниць генеральної сукупності;

2) використання *таблиць випадкових чисел*.

В *першому підході* розрізняють два принципово різних способи формування вибіркової сукупності:

а) *повторна вибірка*, коли відібрана з генеральної сукупності занумерована одиниця фіксується і знов повертається на своє місце, після чого пачка номерів одиниць генеральної сукупності ретельно перемішується; цей спосіб відбору на практиці є обмеженим із-за недоцільності, а іноді й неможливості повторного обстеження;

б) *безповторна вибірка*, коли відібраний із пачки номер одиниці генеральної сукупності відкладається в сторону і не повертається назад в пачку; цей спосіб відбору характеризується підвищеним ступенем точності, надійності вибірки і найчастіше використовується на практиці.

При *другому підході* із таблиці випадкових чисел відбирають *n* чисел із любого рядка або стовпця таблиці, кількість яких не перевищує *N* чисел генеральної сукупності; потім відбирають будь-яким способом ті одиниці заздалегідь занумерованої сукупності із *n* чисел, які відповідають відібраним числам таблиці, що і складає вибіркову сукупність.

У залежності від того, беруть участь відібрані одиниці в подальшій вибірці чи ні, розрізняють методи добору - повторний і безповторний. При цьому визначають середню і граничну помилки вибірки.

*Середня помилка вибірки* показує, які можливі відхилення характеристик вибіркової сукупності від відповідних характеристик генеральної сукупності.

Найбільш частою помилкою, що допускається студентами, є ототожнення показників середньої помилки вибіркової середньої ( $\mu_x$ ) і середньої помилки вибіркової частки ( $\mu_\omega$ ). Середня помилка вибіркової середньої рохраховується за формулами:

- для повторного випадкового відбору

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}}, \quad (7.1)$$

- для безповторного відбору

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n} \times \left(1 - \frac{n}{N}\right)}, \quad (7.2)$$

де  $\sigma_x^2$  - дисперсія вивчаємого показника в вибірковій сукупності;

$n$  - чисельність (об'єм) виборки;

$N$  - чисельність головної сукупності.

Середня помилка вибіркової середньої визначається за характеристиками варіації багатозначної кількісної ознаки ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ). При цьому

- незважена дисперсія:

$$\sigma_x^2 \text{ пр.} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}, \quad (7.3)$$

- зважена дисперсія:

$$\sigma_x^2 \text{ зв.} = \frac{\sum (x - \bar{x}) \times f}{\sum f}. \quad (7.4)$$

Показник середньої помилки вибіркової долі:

- для повторного випадкового відбору

$$\mu_\omega = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}, \quad (7.5)$$

- для безповторного випадкового відбору

$$\mu_\omega = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \times \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \quad (7.6)$$

Визначається за характеристиками дисперсії альтернативної ознаки:

$$\sigma_{\omega}^2 = \omega(1 - \omega) \quad (7.7)$$

при цьому

$$\omega = \frac{m}{n} \cong P = 1 - q. \quad (7.8)$$

де  $\omega$  - вибіркова доля одиниць, володіючих досліджуваною ознакою;  
 $\omega(1 - \omega)$  - дисперсія частки (альтернативної ознаки).

Однак про величину середньої помилки вибірки можна судити з визначеною ймовірністю, на величину якого вказує коефіцієнт довіри  $t$ .

Гранична ймовірність помилки виборки, визначена через  $\Delta$  (дельта), розраховується як

$$\Delta = t \cdot \mu, \quad (7.9)$$

де  $\mu$  - середня помилка вибірки

$t$  - коефіцієнт довіри - показник, визначаючий розмір помилки в залежності від того, з якою ймовірністю ( $P$ ) вона знаходиться.

Числові значення  $t$  і  $P$  (ступені ймовірності припущення той чи іншої помилки) визначаються за спеціальними таблицями, які приводяться в курсах статистики, де  $P$  розглядається як функція  $t$ . Значення, які зустрічаються найбільш часто:

при $t = 1$	$P(t) = 0,683;$
при $t = 2$	$P(t) = 0,954;$
при $t = 3$	$P(t) = 0,997.$

Формули граничної помилки трохи конкретизуються в залежності від показників середньої помилки вибірки і від застосовуваного виду вибірки.

Величини генеральної середньої та частки можуть бути представлені *інтервальною оцінкою* у вигляді визначення *довірчого інтервалу* із заданого рівня *довірчої ймовірності*  $P$ :

а) для середньої

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x; \quad (7.10)$$

б) для частки

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w. \quad (7.11)$$

Формули (7.10) і (7.11) встановлюють межі, в яких при заданій довірчій ймовірності знаходиться невідома величина оцінюваного параметру середньої  $\bar{x}$  або частки  $p$  в генеральній сукупності.

Необхідна чисельність вибірки  $n$  визначається на основі формули граничної помилки вибірки:

$$\Delta = t \cdot \mu = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \quad (7.12)$$

звідки для безповторного випадкового вибору

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}. \quad (7.13)$$

Аналогічно одержують схему для визначення необхідної чисельності вибірки і для інших способів і видів добору.

## ТЕМА 8. СТАТИСТИЧНІ ТАБЛИЦІ

*Статистична таблиця* – це форма раціонального та наочного представлення числових даних, які характеризують досліджувальні явища і процеси. В статистичній практиці використовують таблиці різної складності в залежності від мети дослідження, особливостей об'єкта дослідження, обсягу наявної інформації.

*Макет таблиці* - це комбінація горизонтальних рядків та вертикальних граф (стовпців), на перетині яких утворюються клітини для запису відповідної інформації. Ліві бічні та верхні клітини призначені для словесних заголовків підмета та системи показників присудка. Інші клітини таблиці передбачені для числових статистичних даних. Основний зміст таблиці вказується у її назві.



## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

### Основна література

1. Про державну статистику: Закон України //Голос України . - 1992.- 21 жовтня 1992.
2. Про заходи щодо розвитку державної статистики: Указ Президента України від 22 листопада 1997 р. №1299/97// Статистика України. - 1998. - № 1.
3. Бек В.Л. Теорія статистики: Курс лекцій. Навч. посібник – К.: ЦУЛ, 2002.
4. Горкавий В. К. Статистика: Навчальний посібник. – К.: Алерта, 2012.
5. Гусаров В.М. Теория статистики: Уч. пособие для вузов. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1998.
6. Ефимова М. Р., Петрова Е. В., Румянцев В. Н. Общая теория статистики: Учебник. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ИНФРА – М, 2007.
7. Єріна А. М., Пальян З.О ., Теорія статистики. Практикум. 6-е изд. - К.: „Знання”, 2008.
8. Ковалевский Г. В., Селиванов В.М. Статистика зарубежных стран. - Харьков, ХНУ: 2001.
9. Ковалевський Г. В. Статистика. – Х.: ХНАМГ, 2010.
10. Ковалевский Г. В. Статистика: Учебник / Г. В. Ковалевский; Харьк. нац. акад. гор. хоз-ва. – Х.: ХНАГХ, 2012.
11. Лугінін О. Є. Статистика. Підручник. 2-е видання, перероблене та доповнене. – К.: Центр учбової літератури, 2007.
12. Матковський С. О., Марець О. Р. Теорія статистики: Навч. посібник. – К.: Знання, 2008.
13. Общая теория статистики. Статистическая методология в изучении коммерческой деятельности. Под. ред. О.Э. Башиной, А.А. Спирина - М.: Финансы и статистика, 2000.
14. Попов І. І., Федорченко В. С. Теорія статистики. Навч. посібник - К.: КНЕУ, 2001.
15. Статистика: Підручник / А. В. Головач, А. М. Єріна, О. В. Козирев та ін. За ред. А. В. Головача, А. М. Єріної, О. В. Козирєва. - К.: Вища шк., 1993.
16. Статистика: Підручник / С. С. Герасименко, А. В. Головач, А. М. Єріна та ін. За наук. ред. д-ра екон. наук С. С. Герасименка. 2-е вид., перероб. і доп. - К.: КНЕУ, 2000.
17. Статистика: Учебник для вузов / Под ред. И. И. Елисейевой. – СПб.: Питер, 2010.
18. Теория статистики: Учебник / Под. ред. Г. Л. Громыко - М.: ИНФРА - М., 2000.
19. Теория статистики: Учебник / Под. ред. Р. А. Шмойловой, 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Финансы и статистика, 1998.
20. Толбатов Ю. А. Загальна теорія статистики засобами EXCEL: Навч. посібник. - К.: Четверта хвиля, 1999.

21. Теорія статистики: Навч. посібник/ Вашків П. Г., Пастер П. І., Сторожук В. П., Ткач Є. І. – К.: Либідь, 2001.
22. Теорія статистики: Навч. посібник/ Г. І. Мостовий, А.О. Дегтяр, В. К. Горкавий, В. В. Ярова; за заг. ред. проф. Г. І. Мостового. – Х.: Вид-во ХарРІУАДУ «Магістр», 2002.
23. Ткач Є. І. Загальна теорія статистики: Підручник (для студ. вищ. навч. закл.)/ Ткач Є. І., Сторожук В. П., 3-тє вид. – К.: Центр учбової літератури, 2009.
24. Уманець Т. В., Пігарев Ю. В., Статистика. Навч. посібник - К.: Вікар, 2003.
25. Щурик М.В. Статистика: Навч. посібник. – 2-ге видання, оновлене і доповнене. – Львів: «Магнолія-2006», 2009.

### **Додаткові джерела**

1. Большой экономический словарь/Под. ред. А. Н. Азрилияна. 2-е изд., доп. и перераб. - Г.: Ин-т новой экономики, 1997.
2. Елисеева И.И. и др. Международная статистика: Учебник/ И.И. Елисеева, Л. И. Хоменко. - Мн.: Выш. шк., 1995.
3. Елисеева И. И., Юзбашев М. М. Общая теория статистики: Учебник/ Под ред. И.И. Елисеевой. - М: Финансы и статистика, 1995.
4. Кевиш П. Теория индексов и практика экономического анализа: Пер. с венг. – М.: Финансы и статистика, 1990.
5. Ковалевский Г. В. Индексный метод в социальной статистике/ Проблемы социальной статистики, - М.: Наука, 1986.
6. Индексный метод в экономике. – М.: Финансы и статистика, 1989.
7. Ковалевский Г. В., Селиванов В. М. Харьковская экономическая школа (1804-2004). - Харьков: ХНУ, 2004.
8. Парфенцева Неля. Международные статистические классификации в Украине: Внедрение и использование. - К.: Основа, 2000.
9. Статистика. Курс лекций / Харченко Л. П. и др. - Новосибирск: 1997.
10. Теория статистики: Учебник /Под. ред. Р. А. Шмойловой. - М: Финансы и статистика, 1996.

### **Методичне забезпечення**

1. Ковалевський Г.В. Методичні вказівки з розробки курсової і розрахунково-графічної робіт з дисципліни СТАТИСТИКА «Сучасні методи економіко-статистичного аналізу» для студентів денної і заочної форм навчання за спеціальністю 6.030601 – «Менеджмент організацій». – Харків: ХНАМГ, 2008.
2. Сніжко С. В. Конспект лекцій з курсу «Статистика» (для студентів 2 курсу денної та 3 курсу заочної форми навчання, галузі знань 0305 «Економіка і

підприємництво», напряму підготовки 6.030509 «Облік і аудит») / Авт. С. В. Сніжко: Харк. нац. акад. міськ. гос-ва. – Х.: ХНАМГ, 2010.

3. «Статистика»: Конспект лекцій (для студентів всіх форм навчання по на правленню підготовки 6.030504 – «Економіка і підприємництво», а також для іноземних студентів) / Сост. Колесник Т. Н. – Х.: ХНАГХ, 2009.

*Навчальне видання*

Методичні вказівки до рішення практичних та контрольних завдань з дисципліни «Статистика» (для студентів 2 курсу денної форми навчання напряму підготовки 6.030504 – «Економіка підприємства»).

Укладачі: **Колесник** Тетяна Миколаївна  
**Шахова** Ольга Вікторівна

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *Т. М. Колесник*

План 2013, поз. 315М

Підп. до друку 10.04.2013

Друк на ризографі

Тираж 50 пр.

Формат 60x84/16

Ум. друк. арк. 1,7

Зам. №

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002

Електронна адреса: [rectorat@ksame.kharkov.ua](mailto:rectorat@ksame.kharkov.ua)

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 4064 від 12.05.2011 р.