

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до проведення практичних та
виконання самостійних робіт

з дисципліни

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ТРАНСПОРТНИХ ПРОЦЕСІВ ТА СИСТЕМ

*(для студентів 3 курсу денної та заочної форм навчання за напрямом
підготовки 6.070101 «Транспортні технології (за видами транспорту)»)*

Методичні вказівки до проведення практичних та виконання самостійних робіт з дисципліни «Основи теорії транспортних процесів та систем» (для студентів 3 курсу денної та заочної форм навчання за напрямом підготовки 6.070101 «Транспортні технології (за видами транспорту)») / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: О. В. Прасоленко, А. С. Галкін, І. О. Толмачов. – Х.: ХНАМГ, 2013. – 28 с.

Укладачі: О. В. Прасоленко,
А. С. Галкін,
І. О. Толмачов

Рецензент: д.т.н., проф. Ю. О. Давідіч

Рекомендовано кафедрою ТСЛ,
протокол № 5 від 10.12.2010 р.

ЗМІСТ

Практична робота 1. Прогнозування обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою «Моделі розвитку».....	4
Практична робота 2. Прогнозування обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою моделі «Попит – пропозиція».....	10
Практична робота 3. Розрахунок матриці пасажирських кореспонденцій гравітаційним методом.....	16
Список використаних джерел.....	27

ПРАКТИЧНА РОБОТА 1

ПРОГНОЗУВАННЯ ОБСЯГУ ПЕРЕВЕЗЕНЬ АВТОТРАНСПОРТНОГО ПІДПРИЄМСТВА ЗА ДОПОМОГОЮ «МОДЕЛІ РОЗВИТКУ»

Мета заняття – перевірити ступінь освоєння питань, що викладаються в лекційному курсі за цією темою.

Завдання: визначити прогнозне значення обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою „*моделі розвитку*”.

Модель розвитку належить до регресійних моделей і є однофакторною, оскільки має один змінюваний параметр – час (t). Модель включає в себе тренд. Тренд – це лінія, яка відображає тенденцію розвитку досліджуваного параметра. У нашому випадку таким параметром є обсяг перевезень автотранспортного підприємства.

Вихідні дані наведені в табл. 1.1. Номер варіанта студентіві дає викладач.

Таблиця 1.1 – Обсяг перевезень за роками (Q), т.

Номер звітного року (t)	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1062	1300	1780	2014	1360	1440	1220	1330	1290	1180
2	2008	1502	1608	1260	1508	1460	1310	1620	1501	1230
3	1086	1070	1034	1102	1029	1048	1038	1084	1050	1035
4	1090	1065	1052	1068	1053	1039	1052	1080	1060	1041
5	1900	1530	1390	1390	1840	2001	1603	1402	1505	1805
6	1510	1468	1344	1467	1514	1610	1445	1541	1468	1373
7	2130	1520	1880	1980	1700	2060	1902	1830	1820	1780
8	2206	1850	1830	1730	1900	2160	1750	1810	1790	1910
9	1094	1058	1033	1048	1086	1208	1060	1150	1060	1183
10	1489	1639	1762	1700	1675	1510	1497	1691	1580	1539

Вказівки до виконання завдання

1. Знайти вид тренду тимчасового ряду за допомогою рівняння прямої:

$$Q = a_0 + a_1 \cdot t, \quad (1.1)$$

де Q – обсяг перевезень, т.;

a_0, a_1 – коефіцієнти моделі;

t – номер року, од.

Тренд – це лінія, яка відображає тенденцію розвитку досліджуваного параметра. У нашому випадку таким параметром є обсяг перевезень автотранспортного підприємства.

Коефіцієнти a_0 і a_1 знаходять за допомогою розв'язання системи рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 \cdot n + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n Q_i \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot t_i \end{cases}, \quad (1.2)$$

де n – кількість звітних даних.

2. Знайти вид тренду тимчасового ряду за допомогою рівняння параболи:

$$S = b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2, \quad (1.3)$$

де b_0, b_1, b_2 – коефіцієнти моделі.

Коефіцієнти b_0, b_1 і b_2 відшукати за допомогою розв'язання системи рівнянь:

$$\begin{cases} b_0 \cdot n + b_1 \cdot \sum_{i=1}^n t_i + b_2 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n Q_i \\ b_0 \cdot \sum_{i=1}^n t_i + b_1 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 + b_2 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^3 = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot t_i \\ b_0 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 + b_1 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^3 + b_2 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^4 = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot t_i^2 \end{cases}, \quad (1.4)$$

Показники, необхідні для розрахунку коефіцієнтів, навести у табличному виді (див. табл. 1.3).

3. Побудувати графіки отриманих функцій в одній системі координат, тут же зазначити точки, що відповідають звітним даним.

4. Визначити середню помилку апроксимації для обох моделей за формулою:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^n |Q_i - Q_i''|}{n}, \quad (1.5)$$

де Q_i – вихідні дані обсягу перевезень i -го року, тис. т.;

Q_i'' – розрахункове значення обсягу перевезень i -го року, отримане із застосуванням „моделі розвитку”, т.

5. На підставі середньої помилки апроксимації вибрати найбільш точну для прогнозування модель. Визначити прогнозне значення обсягу перевезень у виді: $n+1$ року за цією моделлю.

6. Зробити висновки за результатами роботи.

Приклад рішення завдання:

Наприклад виконати прогноз обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою „моделі розвитку” за звітними даними, наведеними у табл. 1.2.

Таблиця 1.2 – Звітні дані автотранспортного підприємства

Номер року (t), шт.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг перевезень (Q), тис. т	162	208	186	190	190	210	206	216	208	151

1. Знайдемо значення тренду, розв’язавши рівняння (1.1).

Для цього необхідно визначити коефіцієнти a_0 , a_1 , розв’язавши систему рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 \cdot 10 + a_1 \cdot \sum_{i=1}^{10} t_i = \sum_{i=1}^{10} Q_i \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^{10} t_i + a_1 \cdot \sum_{i=1}^{10} t_i^2 = \sum_{i=1}^{10} Q_i \cdot t_i \end{cases} \quad (1.6)$$

Показники, які необхідні для розрахунку коефіцієнтів a_0 , a_1 , подамо у табл. 1.3. Система рівнянь має наступний вид:

$$\begin{cases} 10 \cdot a_0 + 55 \cdot a_1 = 1927 \\ 55 \cdot a_0 + 385 \cdot a_1 = 10658 \end{cases}$$

Розв’язавши цю систему знайдемо коефіцієнти $a_1=0,7$, $a_0=188,8$, а рівняння тренду буде таким:

$$Q^{np} = 188,8 + 0,7 \cdot t.$$

Знайдемо значення обсягу перевезень за лінійною моделлю і побудуємо відповідний графік (див. рис. 1.1):

$$Q^{np}(t_1) = 188,8 + 0,7 \cdot 1 = 189,5;$$

$$Q^{np}(t_2) = 188,8 + 0,7 \cdot 2 = 190,2;$$

$$Q^{np}(t_3) = 188,8 + 0,7 \cdot 3 = 190,9;$$

$$Q^{np}(t_4) = 188,8 + 0,7 \cdot 4 = 191,6;$$

$$Q^{np}(t_5) = 188,8 + 0,7 \cdot 5 = 192,3;$$

$$Q^{np}(t_6) = 188,8 + 0,7 \cdot 6 = 193;$$

$$Q^{np}(t_7) = 188,8 + 0,7 \cdot 7 = 193,7;$$

$$Q^{np}(t_8) = 188,8 + 0,7 \cdot 8 = 194,4;$$

$$Q^{np}(t_9) = 188,8 + 0,7 \cdot 9 = 195,1;$$

$$Q^{np}(t_{10}) = 188,8 + 0,7 \cdot 10 = 195,8.$$

Таблиця 1.3 – Показники для розрахунку коефіцієнтів моделі

№ п/п	Позначення показника										
	t_i	Q_i	t_i^2	t_i^3	t_i^4	$Q_i \cdot t_i$	$Q_i \cdot t_i^2$	Q_i^{nap}	Q_i^{nap}	$ Q_i - Q_i^{nap} $	$ Q_i - Q_i^{nap} $
1	1	162	1	1	1	162	162	189,5	167,7	27,55	5,68
2	2	208	4	8	16	416	832	190,3	182,9	17,75	25,1
3	3	186	9	27	81	558	1674	190,9	194,5	4,95	8,5
4	4	190	16	64	256	760	3040	191,7	202,5	1,65	12,5
5	5	190	25	125	625	950	4750	192,3	206,8	2,35	16,8
6	6	210	36	216	1296	1260	7560	193,1	207,6	17,0	2,4
7	7	206	49	343	2401	1442	10094	193,7	204,6	12,25	1,4
8	8	216	64	512	4096	1728	13824	194,4	198,1	21,55	17,9
9	9	208	81	729	6561	1872	16848	195,1	187,9	12,85	20,1
10	10	151	100	1000	10000	1510	15100	195,8	174,1	44,85	23,1
Σ	55	1927	385	3025	25333	10658	73884	1733,7	1926,6	162,75	133,4

2. Знайдемо вид тренду, розв'язавши рівняння параболи (1.3). Згідно з формулою (1.4) визначають показники, які заносять до табл. 1.3 і використовують при складанні системи рівнянь (1.7). Розв'язуючи цю систему рівнянь, знаходять коефіцієнти b_0 , b_1 , b_2 :

$$\begin{cases} 10 \cdot b_0 + 55 \cdot b_1 + 385 \cdot b_2 = 1927 \\ 55 \cdot b_0 + 385 \cdot b_1 + 3025 \cdot b_2 = 10658 \\ 385 \cdot b_0 + 3025 \cdot b_1 + 25333 \cdot b_2 = 73884 \end{cases} \quad (1.7)$$

Значення коефіцієнтів дорівнює $b_0=148,8$; $b_1=20,7$; $b_2=-1,82$, а рівняння тренду буде таким:

$$Q^{nap} = 148,8 + 20,7 \cdot t - 1,82 \cdot t^2.$$

Знайдемо значення обсягу перевезень за квадратичною моделлю і побудуємо відповідний графік (див. рис. 1.1):

$$\begin{aligned} Q^{nap}(t_1) &= 148,8 + 20,7 \cdot 1 - 1,82 \cdot 1^2 = 167,68; & Q^{nap}(t_6) &= 148,8 + 20,7 \cdot 6 - 1,82 \cdot 6^2 = 207,6; \\ Q^{nap}(t_2) &= 148,8 + 20,7 \cdot 2 - 1,82 \cdot 2^2 = 182,92 & Q^{nap}(t_7) &= 148,8 + 20,7 \cdot 7 - 1,82 \cdot 7^2 = 204,6; \\ Q^{nap}(t_3) &= 148,8 + 20,7 \cdot 3 - 1,82 \cdot 3^2 = 194,5; & Q^{nap}(t_8) &= 148,8 + 20,7 \cdot 8 - 1,82 \cdot 8^2 = 198,1; \\ Q^{nap}(t_4) &= 148,8 + 20,7 \cdot 4 - 1,82 \cdot 4^2 = 202,5; & Q^{nap}(t_9) &= 148,8 + 20,7 \cdot 9 - 1,82 \cdot 9^2 = 187,9; \\ Q^{nap}(t_5) &= 148,8 + 20,7 \cdot 5 - 1,82 \cdot 5^2 = 206,8; & Q^{nap}(t_{10}) &= 148,8 + 20,7 \cdot 10 - 1,82 \cdot 10^2 = 174,1. \end{aligned}$$



Рис. 1.1 – Графічне відображення трендів:

1 – крива звітних даних; 2 – тренд прямої; 3 – тренд параболі.

3. Визначимо середню помилку апроксимації для обох моделей за формулою (1.5):

$$\varepsilon^{np} = \frac{\sum_{i=1}^{10} |Q_i - Q_i''|}{10} = \frac{|162 - 189,55| + |208 - 190,25| + |186 - 190,95| + |190 - 191,65| + |190 - 192,35| + |210 - 193,05| + |206 - 193,75| + |216 - 194,45| + |208 - 195,15| + |151 - 195,85|}{10} = 16,27;$$

$$\varepsilon^{nap} = \frac{\sum_{i=1}^{10} |Q_i - Q_i''|}{10} = 13,38.$$

4. На підставі середньої помилки апроксимації обираємо найбільш точну для прогнозування модель. Цією моделлю буде та, яка має найменшу помилку апроксимації. Такою моделлю є параболічна функція. За квадратичною „*моделлю розвитку*” знайдемо прогнозне значення обсягу перевезень у $n+1$ році:

$$Q^{nap}(t_{11}) = 148,8 + 20,7 \cdot 11 - 1,82 \cdot 11^2 = 156,28 \text{ тис. т.}$$

5. Висновки за результатами роботи.

Запитання для самоперевірки

1. Як Ви розумієте термін „*модель розвитку*”?
2. Назвіть математичний спосіб отримання трендів тимчасового ряду.
3. Як значення розміру середньої помилки апроксимації впливає на вибір моделі прогнозування?
4. Як записати рівняння лінійної та квадратичної „*моделі розвитку*”.
5. Проаналізуйте графічний спосіб отримання тренду моделі?
6. Що має вміщувати „*модель розвитку*”?
7. До яких регресійних моделей належить „*модель розвитку*”?
8. Які існують способи отримання трендів „*моделі розвитку*”?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 2

ПРОГНОЗУВАННЯ ОБСЯГУ ПЕРЕВЕЗЕНЬ АВТОТРАНСПОРТНОГО ПІДПРИЄМСТВА ЗА ДОПОМОГОЮ МОДЕЛІ «ПОПИТ – ПРОПОЗИЦІЯ»

Мета заняття: перевірити ступінь освоєння питань, що викладаються в лекційному курсі за цією темою.

Завдання: знайти прогнозне значення обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою моделі „*попит – пропозиція*”.

Вихідними даними відповідно до заданого варіанта є: значення обсягу перевезень з 1-го завдання та обсяг виробництва в регіоні та значення тарифу за транспортну роботу, які приймають відповідно до даних, що наведені в табл. 2.1 і 2.2. З табл. 2.1 вихідні дані вибирають за першою цифрою варіанта, з табл. 2.2 – за другою цифрою.

Таблиця 2.1 – Обсяг виробництва в регіоні (P), млн. грн.

Номер звітного року (t), шт	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	99,9	7,11	45,9	34,4	93,2	8,02	71,6	69,8	191,9	9,31
2	99,8	7,63	52,1	40,2	91,6	8,05	72,2	69,1	195,9	9,58
3	99,5	8,09	58,1	40,6	90,8	8,09	72,6	67,5	198,1	9,75
4	98,9	7,56	63,9	43,1	90,5	8,02	72,8	65,3	199,2	9,86
5	97,9	8,08	69,3	46,2	91,3	8,24	73,1	63,2	199,6	9,92
6	96,3	8,42	74,2	46,3	92,6	8,33	74,2	61,6	198,1	9,95
7	94,0	8,76	78,6	51,9	94,1	8,43	72,3	60,6	194,7	9,96
8	90,9	8,70	82,5	52,5	95,5	8,53	73,4	60,2	196,4	9,98
9	87,0	8,98	85,9	87,3	96,8	8,62	72,5	60,1	193,4	9,99
10	82,3	9,21	86,3	58,3	97,8	8,59	72,6	60,0	192,5	9,96

Таблиця 2.2 – Тариф за транспортну роботу (T), грн/ т км

Номер звітного року (t), шт	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10,0	9,0	8,5	7,7	11,6	6,2	9,8	10,4	8,0	5,1
2	10,0	9,0	8,6	7,7	11,6	6,2	9,8	10,5	8,1	5,2
3	10,0	9,5	8,7	7,8	11,6	6,3	9,8	10,5	8,2	5,2
4	10,1	9,7	8,8	7,8	11,8	6,4	9,8	10,6	8,6	5,3
5	10,1	9,7	8,9	7,9	11,8	6,5	9,8	10,7	9,0	5,3
6	10,1	9,8	9,0	7,9	12,0	6,5	10,0	10,7	9,5	5,7
7	10,2	10,0	9,0	8,0	12,2	6,6	10,0	10,8	10,1	5,9
8	10,2	10,0	9,1	8,0	12,2	6,7	10,0	11,0	10,8	6,1
9	10,2	10,5	9,2	8,1	12,4	6,8	10,2	11,2	11,6	6,6
10	10,3	10,5	9,3	8,1	12,4	6,8	10,2	11,4	11,5	6,9

Вказівки до виконання завдання

1. Знайти вид двофакторної лінійної моделі „*попит – пропозиція*”:

$$Q = a_0 + a_1P + a_2T, \quad (2.1)$$

де a_0, a_2, a_3 – коефіцієнти моделі.

Коефіцієнти a_0, a_2, a_3 відшукати за допомогою розв’язання системи рівнянь:

$$\begin{cases} a_0n + a_1 \sum_{i=1}^n P_i + a_2 \sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=1}^n Q_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n P_i + a_1 \sum_{i=1}^n P_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n P_i T_i = \sum_{i=1}^n Q_i P_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n T_i + a_1 \sum_{i=1}^n P_i T_i + a_2 \sum_{i=1}^n T_i^2 = \sum_{i=1}^n Q_i T_i \end{cases} \quad (2.2)$$

Показники, необхідні для розрахунку коефіцієнтів, навести в табличному вигляді.

2. Застосувати теорію кореляційного аналізу.

2.1 Розрахувати парні коефіцієнти кореляції між Q і P (r_{QP}), Q і T (r_{QT}), P і T (r_{PT}) за формулою (2.3). Розрахунки проводити в табличній формі:

$$r_{x/y} = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad (2.3)$$

де \bar{x}, \bar{y} – середнє значення величин x та y ;

σ_x, σ_y – середньоквадратичне відхилення величин x та y .

Для розрахунку за формулою (2.3) застосовують вирази:

$$\bar{x} = \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) / n; \quad \bar{y} = \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) / n; \quad \overline{x \cdot y} = \left(\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \right) / n, \quad (2.4)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}; \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}}. \quad (2.5)$$

Кореляційний аналіз дає можливість встановити напрямок і ступінь взаємозв’язку досліджуваних величин.

Тип зв'язку визначають за алгебраїчним значенням коефіцієнта кореляції. Якщо він має додатний знак – напрямок зв'язку прямий, при від'ємному – зворотний.

Ступінь зв'язку оцінюють за значенням коефіцієнта кореляції. При $r_{x/y} < 0,1$ немає зв'язку між параметрами, при $r_{x/y} = 0,1 - 0,29$ зв'язок вважають слабким, при $r_{x/y} = 0,3 - 0,69$ зв'язок визначають середнім (помірним), при $r_{x/y} = 0,7 - 0,99$ сильним, а при $r_{x/y} = 1$ – функціональний зв'язок.

2.2 Визначити множинний коефіцієнт кореляції за формулою:

$$R_{x/yz} = \sqrt{\frac{r_{x/y}^2 + r_{x/z}^2 - 2 \cdot r_{x/y} \cdot r_{y/z} \cdot r_{y/z}}{1 - r_{y/z}^2}}. \quad (2.6)$$

За результатами розрахунків зробити аналіз кореляційного зв'язку, який навести у висновках по роботі.

3. Визначити середню помилку апроксимації для моделі за формулою:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^n |Q_i - Q_i''|}{n}, \quad (2.7)$$

де Q_i – вихідні дані обсягу перевезень i -го року, т;

Q_i'' – розрахункове значення обсягу перевезень i -го року, отримане за допомогою моделі „попит – пропозиція”, т.

Показники, необхідні для розрахунку, навести в табличному виді.

4. За допомогою отриманої моделі розрахувати прогнозне значення обсягу перевезень підприємства, якщо відомо, що обсяг виробництва у прогнозованому періоді збільшився на 5%, тобто P'' дорівнює:

$$P'' = 1,05P_{10}. \quad (2.8)$$

Тариф у прогнозованому періоді T'' залишається на рівні останнього звітного року:

$$T'' = T_{10}. \quad (2.9)$$

5. Зробити висновки за результатами роботи стосовно аналізу кореляційного зв'язку між факторами моделі „попит–пропозиція” та перспективного обсягу перевезень.

Приклад рішення завдання:

Наприклад знайти прогнозне значення обсягу перевезень автотранспортного підприємства з використанням моделі „попит – пропозиція” за звітними даними, наведеними у табл. 2.3.

Таблиця 2.3 – Звітні дані автотранспортного підприємства

Номер року (t), шт.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг перевезень (Q), т.	162	208	186	190	190	210	206	216	208	151
Обсяг виробництва (P), млн. грн.	99,9	99,8	99,5	98,9	97,9	96,3	94,0	99,0	87,0	82,3
Тариф за транспортну роботу (T), грн. / т км.	6,2	6,2	6,3	6,4	6,5	6,5	6,6	6,7	6,8	6,8

Розв’язання

1. Знаходимо значення тренду, розв’язавши рівняння (2.1).

Для цього необхідно визначити коефіцієнти a_0 , a_1 , a_2 . Показники, які необхідні для розрахунку коефіцієнтів, представимо у табл. 2.4.

Система рівнянь має наступний вид:

$$\begin{cases} 10 \cdot a_0 + 954,6 \cdot a_1 + 65 \cdot a_2 = 1927 \\ 954,6 \cdot a_0 + 91458,9 \cdot a_1 + 6195,19 \cdot a_2 = 184335,5 \\ 65 \cdot a_0 + 6195,19 \cdot a_1 + 422,96 \cdot a_2 = 12529,8 \end{cases}$$

Таблиця 2.4 – Показники для розрахунку коефіцієнтів моделі

№ року	Позначення показника									
	P	T	Q	P ²	P · T	Q · P	Q · T	T ²	Q ^M	Q _i - Q _i ^M
1	99,9	6,2	162	9980,01	619,38	16183,8	1004,4	38,44
2	99,8	6,2	208	9960,04	618,76	20758,4	1289,6	38,44
3	99,5	6,3	186	9900,25	626,85	18507	1171,8	39,69
4	98,9	6,4	190	9781,21	632,96	18791	1216	40,96
5	97,9	6,5	190	9584,41	636,35	18601	1235	42,25
6	96,3	6,5	210	9273,69	625,95	20223	1365	42,25
7	94,0	6,6	206	8836,00	620,4	19364	1359,6	43,56
8	99,0	6,7	216	9801,00	663,3	21384	1447,2	44,89
9	87,0	6,8	208	7569,00	591,6	18096	1414,4	46,24
10	82,3	6,8	151	6773,29	559,64	12427,3	1026,8	46,24
Σ	954,6	65	1927	91458,9	6195,19	184335,5	12529,8	422,96

Рішенням цієї системи будуть значення коефіцієнтів $a_0 = -732,42$; $a_1 = 3,72$; $a_2 = 87,77$, а рівняння тренду буде таким:

$$Q = -732,42 + 3,72 \cdot P + 87,77 \cdot T .$$

Знаходимо значення обсягу перевезень за моделлю:

$$\begin{aligned} Q_1 &= -732,42 + 3,72 \cdot 99,9 + 87,77 \cdot 6,2 = 183,38; \\ Q_2 &= -732,42 + 3,72 \cdot 99,8 + 87,77 \cdot 6,2 = 183,01; \\ Q_3 &= -732,42 + 3,72 \cdot 99,5 + 87,77 \cdot 6,3 = 190,67; \\ Q_4 &= -732,42 + 3,72 \cdot 98,9 + 87,77 \cdot 6,4 = 197,22; \\ Q_5 &= -732,42 + 3,72 \cdot 97,9 + 87,77 \cdot 6,5 = 202,27; \\ Q_6 &= -732,42 + 3,72 \cdot 96,3 + 87,77 \cdot 6,5 = 196,32; \\ Q_7 &= -732,42 + 3,72 \cdot 94 + 87,77 \cdot 6,6 = 196,54; \\ Q_8 &= -732,42 + 3,72 \cdot 90 + 87,77 \cdot 6,7 = 223,92; \\ Q_9 &= -732,42 + 3,72 \cdot 87 + 87,77 \cdot 6,8 = 188,06; \\ Q_{10} &= -732,42 + 3,72 \cdot 82,3 + 87,77 \cdot 6,8 = 170,57. \end{aligned}$$

2. Розраховуємо парні коефіцієнти кореляції між Q і P (r_{QP}), Q і T (r_{QT}), P і T (r_{PT}) за формулами (2.3) – (2.5):

$$\bar{Q} = \left(\sum_{i=1}^{10} Q_i \right) / 10 = 192,7; \quad \bar{P} = \left(\sum_{i=1}^{10} P_i \right) / 10 = 95,5;$$

$$\begin{aligned} \sigma_Q &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (Q_i - \bar{Q})^2}{10}} = \sqrt{\frac{(162 - 192,7)^2 + (208 - 192,7)^2 + (186 - 192,7)^2 + \\ &+ (190 - 192,7)^2 + (190 - 192,7)^2 + (210 - 192,7)^2 + (206 - 192,7)^2 + \\ &+ (216 - 192,7)^2 + (208 - 192,7)^2 + (151 - 192,7)^2}{10}} = \sqrt{422,81} = 20,56; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_P &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (P_i - \bar{P})^2}{10}} = \sqrt{\frac{(99,9 - 95,5)^2 + (99,8 - 95,5)^2 + (99,5 - 95,5)^2 + \\ &+ (98,9 - 95,5)^2 + (97,9 - 95,5)^2 + (96,3 - 95,5)^2 + (94 - 95,5)^2 + \\ &+ (99 - 95,5)^2 + (87 - 95,5)^2 + (82,3 - 95,5)^2}{10}} = \sqrt{33,28} = 5,77; \end{aligned}$$

$$\overline{Q \cdot P} = \left(\sum_{i=1}^n Q_i \cdot P_i \right) / 10 = 18433,55;$$

$$r_{Q/P} = \frac{\overline{Q \cdot P} - \overline{Q} \cdot \overline{P}}{\sigma_Q \cdot \sigma_P} = \frac{18433,55 - (192,7 \cdot 95,5)}{20,56 \cdot 5,77} = 0,26.$$

Аналогічно визначимо коефіцієнт кореляції для параметрів Q і T та P і T , які дорівнюють $r_{QT} = 0,025$; $r_{P/T} = -0,32$.

Визначимо множинний коефіцієнт кореляції за формулою (2.6):

$$R_{Q/PT} = \sqrt{\frac{r_{Q/P}^2 + r_{Q/T}^2 - 2 \cdot r_{Q/P} \cdot r_{Q/T} \cdot r_{P/T}}{1 - r_{P/T}^2}} = 0,28.$$

3. Визначимо середню помилку апроксимації для обох моделей за формулою (2.7):

$$\varepsilon^{np} = \frac{\sum_{i=1}^{10} |Q_i - Q_i''|}{10} = 14.$$

4. Знайдемо за допомогою отриманої моделі прогнозне значення обсягу перевезень підприємства, якщо відомо, що обсяг виробництва у прогнозованому періоді збільшився на 5%, а тариф у прогнозованому періоді залишається на рівні останнього звітного року:

$$P_{11} = 1,05 \cdot P_{10} = 1,05 \cdot 82,3 = 86,42;$$

$$T_{11} = T_{10} = 6,8.$$

$$Q_{11} = -732,42 + 3,72 \cdot P_{11} + 87,7 \cdot T_{11};$$

$$Q_{11} = -732,42 + 3,72 \cdot 86,42 + 87,7 \cdot 6,8 = 185,42 \text{ тис. т.}$$

5. Висновки за результатами роботи.

Запитання для самоперевірки

1. До яких регресійних моделей належить модель „*попит–пропозиція*”?
2. Дати характеристику випадкам, до яких може бути застосована модель „*попит–пропозиція*”?
3. Дати назву й пояснити застосування математичного методу, який дозволяє отримати рішення моделі?
4. Пояснити у загальному виді послідовність отримання тренду моделі „*попит–пропозиція*”.
5. Дати оцінку кореляційним зв'язкам між параметрами моделі P і T , T і Q , Q і P ?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 3

РОЗРАХУНОК МАТРИЦІ ПАСАЖИРСЬКИХ КОРЕСПОНДЕНЦІЙ ГРАВІТАЦІЙНИМ МЕТОДОМ

Мета заняття: вивчити методику розрахунку матриці пасажирських кореспонденцій гравітаційним методом.

Завдання: визначити матрицю пасажирських кореспонденцій гравітаційним методом.

Вхідні дані. Із табл. 3.1 номери транспортних районів обирають за першою цифрою варіанта, а з табл. 3.2 – за другою цифрою. Характеристики транспортних районів наведено у табл. 3.3.

Таблиця 3.1 – Номери транспортних районів

Транспортний район	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	26	10	12	15	7	13	16	4	8	11
2	31	19	18	17	15	14	18	15	11	15
3	35	26	24	22	29	21	26	20	23	23
4	38	35	33	29	37	31	33	29	26	32
5	40	40	43	35	41	40	39	37	35	41

Таблиця 3.2 – Номери транспортних районів

Транспортний район	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	86	51	52	65	67	53	66	54	58	60
7	92	69	72	77	75	64	68	67	61	63
8	95	76	74	82	79	81	76	70	70	73
9	97	85	78	89	87	91	83	89	76	82
10	100	90	93	98	96	92	99	97	84	94

Таблиця 3.3 – Характеристика транспортних районів

Номер району	Кількість, тис. чол.		Координата		Номер району	Кількість, тис. чол.		Координата	
	меш-канців	роб. місць	X	Y		меш-канців	роб. місць	X	Y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	6	1	30	54	51	45	8	31	74
2	65	20	32	74	52	61	28	19	50
3	85	6	94	14	53	29	1	10	7
4	31	1	58	16	54	87	1	30	7
5	73	16	85	60	55	36	1	75	78
6	31	8	31	32	56	72	5	90	99
7	65	30	59	34	57	92	29	36	56

Продовження табл. 3.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	55	26	29	25	58	50	18	83	25
9	57	12	14	98	59	78	20	60	88
10	22	3	4	28	60	24	8	72	75
11	28	13	4	81	61	43	19	41	60
12	1	1	69	45	62	32	7	19	37
13	58	25	41	63	63	44	11	59	59
14	81	3	71	48	64	91	3	37	2
15	64	19	17	45	65	44	4	12	27
16	99	11	99	85	66	47	1	54	79
17	9	2	67	1	67	32	1	49	10
18	58	1	45	50	68	98	41	1	58
19	39	5	17	43	69	62	24	90	52
20	82	11	62	57	70	30	8	15	58
21	18	6	56	24	71	66	13	68	86
22	32	8	91	7	72	20	1	51	23
23	34	5	53	35	73	63	2	31	31
24	84	41	58	31	74	82	34	28	94
25	78	20	50	16	75	47	20	46	27
26	15	1	21	40	76	12	5	15	73
27	38	14	77	87	77	67	13	39	95
28	51	25	68	36	78	83	3	1	32
29	36	5	18	13	79	9	1	20	39
30	12	2	65	45	80	9	1	42	47
31	85	21	73	32	81	3	1	6	81
32	62	19	68	61	82	39	3	97	67
33	19	6	95	59	83	46	13	21	1
34	46	11	89	55	84	53	11	3	73
35	82	37	80	23	85	63	4	43	52
36	66	7	94	80	86	28	2	9	21
37	22	1	90	65	87	15	7	62	75
38	16	1	32	63	88	86	21	13	68
39	14	3	59	53	89	74	36	6	20
40	99	33	31	46	90	1	1	26	71
41	10	3	25	2	91	97	34	37	78
42	61	3	20	26	92	9	4	97	47
43	89	26	20	66	93	39	14	62	48
44	3	1	19	92	94	6	2	39	92
45	65	28	14	69	95	33	12	14	7
46	70	34	15	29	96	42	5	86	1
47	47	8	80	98	97	44	18	23	11

Продовження табл. 3.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
48	25	2	21	41	98	94	6	26	28
49	38	15	65	75	99	55	1	42	30
50	14	6	19	89	100	67	11	37	3

Вказівки до виконання завдання

1. Відповідно до заданого варіанта оформити вихідні дані. Наприклад, до варіанта 00 вихідні дані наведені у табл. 3.4.

Таблиця 3.4 – Приклад оформлення вихідних даних

Номер транспортного району	Номер транспортного району за варіантом	Мешкає, тис. чол.	Працює, тис. чол.	Координата	
				X	Y
1	36	66	7	94	80
2	41	10	3	25	2
3	45	65	28	14	69
4	48	25	2	21	41
5	50	14	6	19	89
6	86	28	2	9	21
7	91	97	34	37	72
8	95	33	12	14	7
9	98	94	6	26	28
10	100	67	11	37	3

2. Створити координатну модель транспортної мережі. Для цього у двомірній системі координат розмірністю від 0 до 100 у масштабі 1:100000 нарисувати центри транспортних районів і зв'язати їх між собою, щоб центр кожного транспортного району мав не менше трьох і не більше чотирьох зв'язків з іншими центрами.

3. За отриманою координатною моделлю транспортної мережі визначити довжину пересування між районами шляхом вимірювання. Серед існуючих у транспортній мережі зв'язків обрати найкоротші. Результати вимірювань l_{ij} занести до табл.. Приклад представлення матриці найкоротших шляхів наведено у табл. 3.5.

4. Визначити час руху між транспортними районами і складність сполучення. Час руху розраховують за формулою:

$$t_{ij} = \frac{l_{ij}}{V} \cdot 60, \quad (3.1)$$

де l_{ij} – довжина найкоротшого шляху між i -м та j -м районами, км;
 V – швидкість руху транспортного засобу, км/год.

Швидкість руху транспортного засобу приймають 20 км/год. Час на пересування в середині району приймають 2 хв.

Складність сполучення між транспортними районами (d_{ij}) визначають з використанням формули:

$$d_{ij} = \frac{1}{t_{ij}}. \quad (3.2)$$

Результати розрахунків навести в табличному вигляді.

Таблиця 3.5 – Матриця найкоротших шляхів

Номер транспортного району відправлення	Номер транспортного району прибуття									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	l_{11}	l_{12}	l_{13}	l_{14}	l_{15}	l_{16}	l_{17}	l_{18}	l_{19}	$l_{1\ 10}$
2	l_{21}	l_{22}	l_{23}	l_{24}	l_{25}	l_{26}	l_{27}	l_{28}	l_{29}	$l_{2\ 10}$
3	l_{31}	l_{32}	l_{33}	l_{34}	l_{35}	l_{36}	l_{37}	l_{38}	l_{39}	$l_{3\ 10}$
4	l_{41}	l_{42}	l_{43}	l_{44}	l_{45}	l_{46}	l_{47}	l_{48}	l_{49}	$l_{4\ 10}$
5	l_{51}	l_{52}	l_{53}	l_{54}	l_{55}	l_{56}	l_{57}	l_{58}	l_{59}	$l_{5\ 10}$
6	l_{61}	l_{62}	l_{63}	l_{64}	l_{65}	l_{66}	l_{67}	l_{68}	l_{69}	$l_{6\ 10}$
7	l_{71}	l_{72}	l_{73}	l_{74}	l_{75}	l_{76}	l_{77}	l_{78}	l_{79}	$l_{7\ 10}$
8	l_{81}	l_{82}	l_{83}	l_{84}	l_{85}	l_{86}	l_{87}	l_{88}	l_{89}	$l_{8\ 10}$
9	l_{91}	l_{92}	l_{93}	l_{94}	l_{95}	l_{96}	l_{97}	l_{98}	l_{99}	$l_{9\ 10}$
10	$l_{10\ 1}$	$l_{10\ 2}$	$l_{10\ 3}$	$l_{10\ 4}$	$l_{10\ 5}$	$l_{10\ 6}$	$l_{10\ 7}$	$l_{10\ 8}$	$l_{10\ 9}$	$l_{10\ 10}$

4. Визначити місткість транспортних районів

Селітебну ємкість району (кількість мешканців району, або кількість відправлень) (H_i) розраховують із використанням виразу:

$$H_i = N_p \cdot \frac{\sum_{j=1}^m H_j}{N_m}, \quad (3.3)$$

де N_p – кількість мешканців району, тис. чол.;

H_j – трудова ємкість району, тис. чол.;

N_m – населення міста, тис. чол.

$$N_m = \sum_{i=1}^{10} N_{p_i}. \quad (3.4)$$

Трудову ємкість району (кількість прибуття) (H_j) визначають виходячи з припущення, що в розглядуваний період часу (годину “пік”) в райони прибуває 80% всіх працюючих та культурно-побутові пересування у цей час відсутні.

$$H_j = 0,8 \cdot N, \quad (3.5)$$

де N – кількість робочих місць у районі, тис. чол.

Перевірити умову балансу місткості транспортних районів:

$$\sum_i H_i = \sum_j H_j. \quad (3.6)$$

Результати розрахунків подати в табличному вигляді.

5. Визначити матрицю кореспонденцій:

5.1 Матрицю кореспонденцій між транспортними районами розрахувати за допомогою гравітаційної моделі (за відправленням).

$$H_{ij} = H_i \cdot \frac{H_j d_{ij} k_j}{\sum_{j=1}^n H_j d_{ij} k_j}, \quad (3.7)$$

де k_j – коефіцієнт балансування.

Розрахунок матриці кореспонденцій – це ітераційний процес. На першій ітерації розрахунку матриці приймають $k_j = 1$, а на інших ітераціях коефіцієнт визначають окремо за формулою (3.11). Для спрощення розрахунків введемо позначення:

$$Y = H_j \cdot d_{ij} \cdot k_j, \quad (3.8)$$

тоді

$$H_{ij} = H_i \cdot \frac{Y_{ij}}{\sum_{j=1}^n Y_{ij}}.$$

Результати розрахунків подати у табличному вигляді.

5.2 Перевірити умову балансу матриці кореспонденцій

Необхідно оцінити величину відхилення між вихідною величиною трудової ємкості районів (H_j) та трудової ємкості, отриманої в результаті розподілу кореспонденцій за гравітаційною моделлю (H'_j). Величина відхилення не має перевищувати 10%. Відхилення для кожного району розраховують за формулою:

$$\Delta_j = \frac{|H'_j - H_j|}{H_j} \cdot 100 = \frac{\left| \sum_j H_{ij} - H_j \right|}{H_j} \cdot 100, \quad (3.9)$$

$$\Delta_j \leq 10. \quad (3.10)$$

Якщо для одного з районів не виконується вимога (3.10), то коефіцієнт балансування розраховують за формулою (3.11) і розрахунок матриці кореспонденцій повторюють вже з новим значенням коефіцієнта на новій ітерації.

$$k_j = \frac{H_j}{H_j'} = \frac{H_j}{\sum_j H_{ij}}. \quad (3.11)$$

6. Зробити висновки за результатами роботи

Висновки за результатами роботи формулюють з урахуванням загальної характеристики гравітаційного методу визначення матриці кореспонденцій та її відхилень, отриманих на різних ітераціях розрахунків.

Приклад рішення завдання

Розрахувати матрицю пасажирських кореспонденцій гравітаційним методом. Вихідні дані до розрахунку наведені у табл. 3.6.

1. Нарисуємо в масштабі 1:100000 координатну модель транспортної мережі (див. рис. 3.1).

2. Шляхом вимірювання за координатною моделлю транспортної мережі знайдемо найкоротшу довжину пересування між районами l_{ij} . Результати вимірювань представлено у табл. 3.6.

Таблиця 3.6 – Матриця найкоротших шляхів, км

Номер району відправлення	Номер району прибуття									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	10,7	8,0	8,2	7,4	10,4	6,5	12,2	8,5	9,5
2	10,7	0	7,5	4,7	9,4	2,7	4,5	1,2	2,5	1,2
3	8,0	7,5	0	2,7	2,0	4,8	4,4	6,2	6,4	8,7
4	8,2	4,7	2,7	0	4,7	2,5	1,7	3,5	3,7	6,4
5	7,4	9,4	2,0	4,7	0	6,8	5,0	8,2	7,0	9,8
6	10,4	2,7	4,8	2,5	6,8	0	3,8	1,5	1,8	3,9
7	6,5	4,5	4,4	1,7	5,0	3,8	0	5,7	2,0	4,8
8	12,2	1,2	6,2	3,5	8,2	1,5	5,7	0	3,3	2,4
9	8,5	2,5	6,4	3,7	7,0	1,8	2,0	3,3	0	2,8
10	9,5	1,2	8,7	6,4	9,8	3,9	4,8	2,4	2,8	0

3. Визначимо з використанням формул (3.1), (3.2) час руху між транспортними районами і складність сполучення. При розрахунку швидкість руху транспортного засобу приймаємо 20 км/год.

Наприклад, час руху між першим та другим районами дорівнює:

$$t_{12} = \frac{l_{12}}{V} \cdot 60 = \frac{10,7}{20} \cdot 60 = 32,1 \text{ хв.}$$

Пересування у середині району ($t_{11}=t_{22}=\dots=t_{10,10}=2$ хв). Результати розрахунків наведено в табл. 3.7.

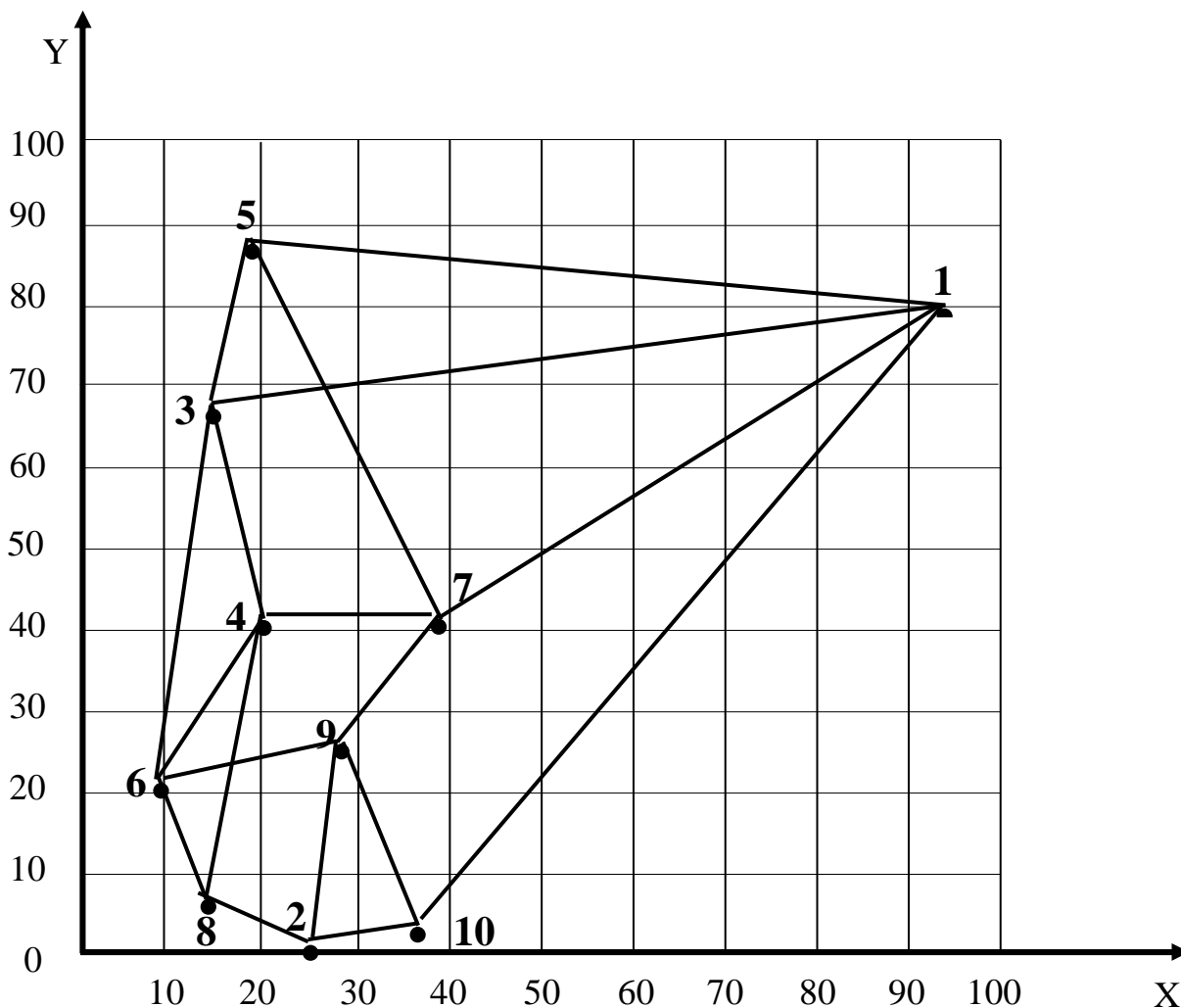


Рис. 3.1 – Графічне відображення транспортної мережі

Таблиця 3.7 – Час руху між транспортними районами, хв

Номер району відправлення	Номер району прибуття									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	32,1	24	24,6	22,2	31,2	19,5	36,6	25,5	28,5
2	32,1	2	22,5	14,1	28,2	8,1	13,5	3,6	7,5	3,6
3	24	22,5	2	8,1	6,0	14,4	13,2	18,6	19,2	26,1
4	24,6	14,1	8,1	2	14,1	7,5	5,1	10,5	11,1	19,2
5	22,2	28,2	6,0	14,1	2	18,0	15,0	24,6	21,0	29,4
6	31,2	8,1	14,4	7,5	18,0	2	11,4	4,5	5,4	11,7
7	19,5	13,5	13,2	5,1	15,0	11,4	2	17,	6,0	14,4
8	36,6	3,6	18,6	10,5	24,6	4,5	17,1	2	9,9	7,2
9	25,5	7,5	19,2	11,1	21,0	5,4	6,0	9,9	2	8,4
10	28,5	3,6	26,1	19,2	29,4	11,7	14,4	7,2	8,4	2

Наприклад, складність сполучення для першого транспортного району дорівнює:

$$d_{11} = \frac{1}{2} = 0,5; \quad d_{12} = \frac{1}{32,1} = 0,031; \quad d_{13} = \frac{1}{24} = 0,042.$$

Результати розрахунків наведено в табл. 3.8.

Таблиця 3.8 – Складність сполучення між транспортними районами

Номер району відправлення	Номер району прибуття									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,5	0,031	0,042	0,041	0,045	0,032	0,027	0,027	0,039	0,035
2	0,031	0,5	0,044	0,071	0,035	0,123	0,074	0,277	0,133	0,277
3	0,042	0,044	0,5	0,123	0,166	0,069	0,075	0,054	0,052	0,038
4	0,041	0,071	0,123	0,5	0,071	0,133	0,196	0,095	0,09	0,052
5	0,045	0,035	0,166	0,071	0,5	0,056	0,066	0,041	0,047	0,034
6	0,032	0,123	0,069	0,133	0,056	0,5	0,087	0,222	0,185	0,085
7	0,051	0,074	0,075	0,196	0,066	0,087	0,5	0,058	0,166	0,069
8	0,027	0,277	0,054	0,095	0,041	0,222	0,058	0,5	0,101	0,138
9	0,039	0,133	0,052	0,09	0,047	0,185	0,166	0,101	0,5	0,119
10	0,035	0,277	0,038	0,052	0,034	0,085	0,069	0,138	0,119	0,5

4. Визначимо місткість транспортних районів. За формулою (3.5) визначимо трудову ємність районів (кількість прибуття) (H_j):

$$H_1 = 0,8 \cdot N_1 = 0,8 \cdot 7 = 5,6 \text{ тис. чол.}; \quad H_2 = 0,8 \cdot N_2 = 0,8 \cdot 3 = 2,4 \text{ тис. чол.}$$

Результати розрахунків занесено до табл. 3.9.

$$N_m = \sum_{i=1}^{10} N_{p_i} = 66 + 10 + 62 + 25 + 14 + 28 + 97 + 33 + 94 + 67 = 499 \text{ тис. чол.}$$

З використанням формули (3.3) розрахуємо селітебну ємність районів:

$$H_1 = N_1 \cdot \frac{\sum_{j=1} H_j}{N_m} = 66 \cdot \frac{127,2}{499} = 16,82 \text{ тис. чол.}; \quad H_2 = 10 \cdot \frac{127,2}{499} = 2,54 \text{ тис. чол.}$$

Результати розрахунків занесено до табл. 3.9.

Перевіримо умову балансу ємності транспортних районів:

$$\sum_i H_i = \sum_j H_j = 127,2.$$

Таблиця 3.9 – Місткість транспортних районів

Номер транспортного району	1	2	3	4	5	6
Селітебна ємкість району (H_i), тис. чол.	16,82	2,54	16,57	6,37	3,57	7,13
Трудова ємкість району (H_j), тис. чол.	5,6	2,4	22,4	1,6	4,8	1,6
Номер транспортного району	7	8	9	10	Всього	
Селітебна ємкість району (H_i), тис. чол.	24,72	8,41	23,96	17,08	127,2	
Трудова ємкість району (H_j), тис. чол.	27,2	11,2	20,8	29,6	127,2	

5. Розрахунок матриці кореспонденцій

Визначення величини кореспонденцій між i -м та j -м транспортними районами виконуємо із застосуванням гравітаційної моделі (за відправленням).

Визначимо елементи матриці Y на першій ітерації. Значення коефіцієнта балансування на першій ітерації $k_j=1$. Наприклад,

$$y_{11} = H_1 \cdot d_{11} \cdot k_1 = 5,6 \cdot 0,5 \cdot 1 = 2,8;$$

$$y_{12} = H_2 \cdot d_{12} \cdot k_2 = 2,4 \cdot 0,031 \cdot 1 = 0,074.$$

Результати розрахунків наведено в табл. 3.10.

Таблиця 3.10 – Значення елементів матриці Y на першій ітерації

Номер району відправлення	Номер району прибуття										$\sum_j y_{ij}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	2,8	0,075	0,933	0,065	0,216	0,051	1,395	0,306	0,816	1,039	7,696
2	0,174	1,2	0,996	0,113	0,17	0,198	2,015	3,111	2,773	8,222	18,973
3	0,233	0,107	11,2	0,198	0,8	0,111	2,061	0,602	1,083	1,134	17,529
4	0,228	0,17	2,765	0,8	0,34	0,213	5,333	1,067	1,874	1,542	14,333
5	0,252	0,088	3,733	0,113	2,4	0,078	1,813	0,455	0,99	1,007	10,932
6	0,179	0,296	1,556	0,213	0,235	0,8	2,386	2,489	3,852	2,53	14,537
7	0,287	0,178	1,697	0,314	0,32	0,14	13,6	0,655	3,467	2,056	22,713
8	0,153	0,667	1,204	0,152	0,195	0,356	1,591	5,6	2,101	4,111	16,130
9	0,22	0,32	1,167	0,144	0,229	0,296	4,533	1,131	10,4	3,524	21,964
10	0,196	0,667	0,858	0,083	0,163	0,137	1,889	1,556	2,476	14,8	22,825

Розрахуємо кореспонденції між районами. Наприклад,

$$H_{11} = H_1 \cdot \frac{y_{11}}{\sum_j y_{1j}} = 16,82 \cdot \frac{2,8}{7,696} = 6,12 \text{ тис. чол.}$$

$$H_{12} = H_1 \cdot \frac{y_{12}}{\sum_j y_{1j}} = 16,82 \cdot \frac{0,075}{7,696} = 0,16 \text{ тис. чол.}$$

Результати розрахунків наведено в табл. 3.11. Перевіримо умови балансу матриці кореспонденцій, використовуючи формулу (3.9). Наприклад,

$$\Delta_1 = \frac{|H'_1 - H_1|}{H_1} \cdot 100 = \frac{7,415 - 5,6}{5,6} \cdot 100 = 32,41; \Delta_2 = \frac{2,053 - 2,4}{2,4} \cdot 100 = 14,45.$$

Результати розрахунків занесено у відповідний рядок табл. 3.11.

Умова відповідності вихідної величини трудової ємкості районів і трудової ємкості, отриманої в результаті розподілу кореспонденцій за гравітаційною моделлю, виконується тільки для третього і шостого транспортних районів. Тому розрахуємо нові значення коефіцієнта балансування і проведемо розрахунок матриці кореспонденцій на новій ітерації. Наприклад,

$$k_1 = \frac{H_1}{H'_1} = \frac{5,6}{7,415} = 0,76, \quad k_2 = \frac{H_2}{H'_2} = \frac{2,4}{2,064} = 1,16, \quad k_3 = \frac{H_3}{H'_3} = \frac{22,4}{20,36} = 1,10.$$

Таблиця 3.11 – Матриця кореспонденцій на першій ітерації, тис. чол.

Номер району відправлення	Номер району прибуття										$\sum_i H_{ij}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	6,12	0,163	2,04	0,142	0,473	0,112	3,049	0,669	1,783	2,27	16,82
2	0,023	0,161	0,133	0,015	0,023	0,026	0,27	0,417	0,371	1,101	2,54
3	0,221	0,101	10,587	0,187	0,756	0,105	1,948	0,569	1,024	1,072	16,57
4	0,101	0,076	1,229	0,356	0,151	0,095	2,370	0,474	0,833	0,685	6,37
5	0,082	0,029	1,219	0,037	0,784	0,026	0,592	0,149	0,323	0,329	3,57
6	0,088	0,145	0,763	0,105	0,115	0,392	1,170	1,221	1,889	1,241	7,13
7	0,313	0,193	1,847	0,341	0,348	0,153	14,802	0,713	3,773	2,237	24,72
8	0,08	0,348	0,628	0,079	0,102	0,185	0,829	2,92	1,095	2,144	8,41
9	0,240	0,349	1,273	0,157	0,249	0,323	4,945	1,234	11,345	3,844	23,96
10	0,147	0,499	0,642	0,062	0,122	0,102	1,413	1,164	1,853	11,075	17,08
$H'_j = \sum_i H_{ij}$	7,414	2,064	20,362	1,482	3,124	1,520	31,389	9,529	24,290	25,997	–
$\Delta_j, \%$	32,41	14,45	9	11,75	34,4	5,37	15,3	15	16,9	12,1	–

Значення коефіцієнта для транспортних районів на другій ітерації наведено в табл. 3.12.

Визначимо елементи матриці Y на другій ітерації. Наприклад,

$$y_{11} = H_1 \cdot d_{11} \cdot k_1 = 5,6 \cdot 0,5 \cdot 0,76 = 2,128; \quad y_{12} = H_2 \cdot d_{12} \cdot k_2 = 0,24 \cdot 0,031 \cdot 1,17 = 0,087.$$

Результати розрахунків наведено в табл. 3.13.

Таблиця 3.12 – Значення коефіцієнта балансування на другій ітерації

Номер транспортного району	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значення k_j	0,755	1,163	1,100	1,080	1,537	1,053	0,867	1,175	0,856	1,139

Таблиця 3.13 – Значення елементів матриці Y на другій ітерації

Номер району відправлення	Номер району прибуття										$\sum_j y_{ij}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	2,115	0,087	1,027	0,07	0,332	0,054	1,209	0,36	0,698	1,183	7,134
2	0,132	1,395	1,095	0,123	0,262	0,208	1,746	3,657	2,375	9,362	20,354
3	0,176	0,124	12,321	0,213	1,229	0,117	1,786	0,708	0,928	1,291	18,893
4	0,172	0,198	3,042	0,864	0,523	0,225	4,622	1,254	1,605	1,755	14,259
5	0,191	0,103	4,107	0,123	3,688	0,083	1,571	0,535	0,848	1,146	12,395
6	0,136	0,345	1,711	0,23	0,362	0,842	2,068	2,925	3,298	2,881	14,797
7	0,217	0,207	1,867	0,339	0,492	0,148	11,785	0,770	2,969	2,34	21,133
8	0,116	0,775	1,325	0,165	0,3	0,374	1,378	6,582	1,799	4,681	17,495
9	0,166	0,372	1,283	0,156	0,351	0,312	3,928	1,33	8,906	4,012	20,816
10	0,148	0,775	0,944	0,09	0,251	0,144	1,637	1,828	2,12	16,851	24,789

Розрахуємо кореспонденції між районами. Наприклад,

$$H_{11} = H_1 \cdot \frac{y_{11}}{\sum_j y_{1j}} = 16,82 \cdot \frac{2,115}{7,134} = 4,987 \text{ тис. чол.}$$

$$H_{12} = H_1 \cdot \frac{y_{12}}{\sum_j y_{1j}} = 16,82 \cdot \frac{0,086}{7,141} = 0,203 \text{ тис. чол.}$$

Результати розрахунків наведено в табл. 3.14.

Перевіримо умови балансу матриці кореспонденцій. Наприклад,

$$\Delta_1 = \frac{|H'_1 - H_1|}{H_1} \cdot 100 = \frac{|5,956 - 5,6|}{5,6} \cdot 100 = 6,8; \quad \Delta_2 = \frac{|2,349 - 2,4|}{2,4} \cdot 100 = 1,87.$$

Результати розрахунків занесено у відповідний рядок табл. 3.14.

Розподіл кореспонденцій по транспортних районах на другій ітерації задовольняє умову (3.10), тому на цьому розрахунок матриці кореспонденції завершуємо.

Таблиця 3.14 – Матриця кореспонденцій на другій ітерації, тис. чол.

Номер району відправлення	Номер району прибуття										$\sum_i H_{ij}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	4,986	0,205	2,421	0,166	0,783	0,127	2,85	0,848	1,647	2,788	16,82
2	0,016	0,174	0,137	0,015	0,033	0,026	0,218	0,456	0,296	1,168	2,54
3	0,155	0,109	10,806	0,187	1,078	0,103	1,566	0,621	0,814	1,132	16,57
4	0,077	0,088	1,359	0,386	0,234	0,1	2,065	0,560	0,717	0,784	6,37
5	0,055	0,03	1,183	0,035	1,062	0,024	0,453	0,154	0,244	0,33	3,57
6	0,065	0,166	0,825	0,111	0,174	0,406	0,996	1,41	1,589	1,388	7,13
7	0,254	0,242	2,184	0,396	0,575	0,173	13,786	0,901	3,472	2,738	24,72
8	0,056	0,373	0,637	0,079	0,144	0,180	0,663	3,164	0,865	2,25	8,41
9	0,191	0,428	1,477	0,179	0,404	0,359	4,522	1,531	10,251	4,618	23,96
10	0,102	0,534	0,651	0,062	0,173	0,099	1,128	1,26	1,461	11,611	17,08
$H_j = \sum_i H_{ij}$	5,956	2,349	21,679	1,617	4,661	1,596	28,245	10,904	21,356	28,808	
$\Delta_j, \%$	6,8	1,87	3,2	1,7	2,5	4,1	3,9	8,68	2,1	2,6	–

6. Висновки по роботі.

Запитання для самоперевірки

1. Обґрунтувати, чим відрізняється кореспонденція міського населення від пасажиропотоку?
2. Що таке рухомість міського населення. Назвіть фактори, які впливають на рухомість?
3. Дати назву й охарактеризувати складові етапи принципу, який покладено в основу моделей розрахунку матриці кореспонденцій?
4. Що таке транспортний район, чим він характеризується? За якими принципами формуються транспортні райони міста? Як визначити центр транспортного району для змішаного, житлового та промислового районів?
5. Як виконують розрахунок методом взаємних кореспонденцій?
6. Які фактори враховують імовірні моделі розрахунку взаємних кореспонденцій? Чому гравітаційну модель зараховують до імовірних моделей?
7. Назвати переваги й недоліки ймовірних моделей розрахунку матриці кореспонденцій?

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Доля В. К. Організація пасажирських перевезень у містах / В. К. Доля. – Х. : Нове слово, 2002. – 140 с.
2. П. Ф. Горбачев. Основы теории транспортных систем. / П. Ф. Горбачев, И. А. Дмитриев. – Х. : Изд-во ХНАДУ, 2002. – 202 с.
3. Ефремов И. С. Теория городских пассажирских перевозок / И. С. Ефремов, В. М. Кобозев, В. А. Юдин. – М. : Высш. шк., 1980. – 535 с.
4. Юдин В. А. Городской транспорт / В. А. Юдин, Д. С. Самойлов. – М. : Стройиздат, 1975. – 287 с.

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до проведення практичних та
виконання самостійних робіт

з дисципліни

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ТРАНСПОРТНИХ ПРОЦЕСІВ ТА СИСТЕМ

*(для студентів 3 курсу денної та заочної форм навчання за напрямом
підготовки 6.070101 «Транспортні технології (за видами транспорту)»)*

Укладачі: **ПРАСОЛЕНКО** Олексій Володимирович,
ГАЛКІН Андрій Сергійович,
ТОЛМАЧОВ Ілля Олександрович

Відповідальний за випуск *В. К. Доля*

Редактор *С. В. Тимошук*

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

План 2011, поз. 504М

Підп. до друку 29.03.2012

Формат 60×84/16

Друк на ризографі.

Ум. друк. арк. 1,6

Тираж 50 пр.

Зам. №

Видавець і виготовлювач:

Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002

Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 4064 від 12.05.2011 р.