

УДК 539.3

Є.Г.ЯНЮТИН, д-р техн. наук

Харківський державний університет харчування та торгівлі

Д.І.БОГДАН, В.Т.ГРИШАКІН, кандидати техн. наук

*Харківський національний автомобільно-дорожній університет***ДЕФОРМУВАННЯ БАЛОК ТА ПЛИТ ПРИ РУХОМИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**

Розглядаються обернені задачі теорії пружності з ідентифікації нестационарних рухомих зовнішніх навантажень, що діють на пластину на пружній інерційній основі та балки кінцевої довжини. Наводяться результати чисельних експериментів. Для вирішення відповідних задач використовувались алгоритм регуляризації А.М. Тихонова та метод кінцевих різниць.

Рассматриваются обратные задачи теории упругости по идентификации нестационарных подвижных нагрузок, действующих на пластину на упругом основании и балки конечной длины. Приводятся результаты численных экспериментов. Для решения соответствующих задач использовался алгоритм регуляризации А.Н. Тихонова.

The inverse problems of the theory of elasticity concerned to the identification of non-stationary external movable loadings acting on a plate on the inertial elastic foundation and finite length beam are considered in this article. The numerical experiment's results for the considered inverse problems are mentioned. The Tikhonov's algorithm of regularization and finite difference method are used to solve the problems of identification.

Ключові слова: ідентифікація, рухоме навантаження, пружна основа, балка, пластина, регуляризація.

Важливою задачею теорії коливань деформівних систем є проблема вивчення коливань конструкцій під дією імпульсних рухомих навантажень. Особливо складними вважають задачі про визначення такого роду навантажень за їх непрямими проявами. Результати, отримані під час розв'язання задач ідентифікації навантажень, можуть знайти застосування в розвитку наземного транспорту. В статті, що розглядається, наведене розв'язання двох задач, які варто кваліфікувати як обернені задачі математичної фізики в додатку до таких об'єктів, як балки та плити.

В статті наведено огляд існуючих розв'язків задач, що аналогічні описаним у статті. У роботі [1] розглядається задача ідентифікації нестационарних навантажень, що діють на прямокутну плиту. Слід зазначити, що плита моделюється відповідно до теорії С.П. Тимошенко. Плита приймається шарнірно опертою уздовж торців, інші підкріплення плити типу пружної основи відсутні.

Мета цієї статті – розробка способів ідентифікації рухомих навантажень, що впливають на прямокутні плити на пружній інерційній основі і балки кінцевої довжини.

Створення ефективних процедур ідентифікації рухомих наванта-

жень викликана тим, що дуже часто зміну в часі реальних навантажень невідомо, а використання наближених значень цих величин може призвести до виникнення значних погрішностей при визначенні деформаційних переміщень і компонентів тензора напруг, що в сучасних умовах є неприпустимим.

Розглянемо спочатку нестационарні коливання плити на пружній одношаровій основі. Нехай зосереджене навантаження (сила), нормальне до поверхні прямокутної плити, що лежить на пружній інерційній основі типу Власова-Леонтьєва, рухається уздовж осі Oy від одного краю плити до іншого з постійною швидкістю V . Вираз для навантаження, що впливає на плиту, задамо у вигляді: $G(x, y, t) = P(t) \cdot \delta(x - V \cdot t) \cdot \delta(y - y_0)$, де аргумент $x - V \cdot t$ відбиває умову переміщення зосередженої сили уздовж осі Oy . Вкажемо, що $y = y_0$ – траєкторія руху сили, а $P(t)$ – тимчасова залежність сили, q – інтенсивність навантаження. Підставивши вираз для навантаження, що рухається, у рівняння змущених коливань плити на пружній основі [2]:

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) - 2 \cdot r^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + s^4 \cdot w(x, y, t) + m^* \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{P(x, y, t)}{D}, \quad (1)$$

одержимо відповідне неоднорідне диференціальне рівняння, що описує змущені коливання плити під дією зосередженого навантаження, що рухається.

Розв'язок диференціального рівняння (1) знаходимо з використанням теорії рядів Фур'є й операційного числення. Зазначеному розв'язку задачі про коливання плити під дією рухомого навантаження можна дати наступну форму:

$$w_{kn}(t) = \int_0^t \sum_n \frac{M_{kn}}{C_{kn}} \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{l} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{m} P_1(\tau) \cdot \sin(\beta_{kn} \cdot \tau) \cdot \sin(C_{kn} \cdot (t - \tau)) d\tau, \quad (2)$$

де m і l – розміри плити, а інші величини тут не розшифровуються.

Задачею ідентифікації (оберненою задачею) є визначення залежності зовнішнього динамічного навантаження від часу (функції $P(t)$) за умови, що відомо залежність прогину плити від часу в деякій її точці (x_0, y_0) .

Для розв'язання оберненої задачі замість вираження виду (2) скористаємося більш стислим і загальним записом такого роду рівнянь у виді операторного рівняння першого роду [1]:

$$Az \equiv \int_0^t a(t - \tau) z(\tau) d\tau = u; z \in Z, u \in U. \quad (3)$$

Інтегральне рівняння (3) розв'язуємо з використанням методу регуляризації А.М. Тихонова. Відзначимо, що в цьому випадку задача зводиться до рішення СЛАР типу [1]

$$\left(A^T A + \alpha C \right) z = A^T u \quad (4)$$

с наступним визначенням параметра регуляризації за принципом нев'язки. Загальний вид елементів матриць A і C наведено в монографії [1].

Прикладом для теорії і практики експлуатації дорожніх покриттів може служити задача ідентифікації чотирьох рухомих зосереджених сил, що мають однакову часову складову, моделюючи вплив рухомого автомобіля на дорожній одяг (рис. 1).

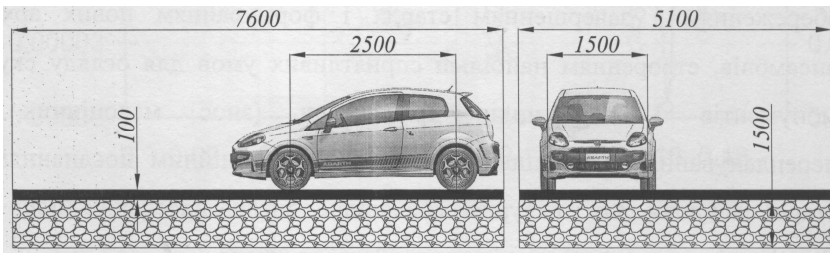


Рис. 1 – Навантаження дорожнього одягу

Приведемо ряд розрахункових параметрів, необхідних для розв'язання оберненої задачі. Нехай по ділянці дорожнього полотна (моделюється пластиною на пружній основі з розмірами 7,6х5,1 м) зі швидкістю 30 м/с рухається автомобіль, колісна база якого складає 2,75 м, а колія – 1,5 м. Вага автомобіля приймається рівною 1,223 т, що обумовлює вплив на дорожнє полотно системи з 4-х зосереджених сил інтенсивністю 3000 Н. Параметри дорожнього полотна наступні: товщина асфальтобетону 100 мм, модуль пружності асфальтобетону $3,2 \times 10^9$ Па, коефіцієнт Пуассона 0,3, товщина дорожньої основи 1,5 м, модуль пружності матеріалу основи $1,53 \times 10^8$ Па, коефіцієнт Пуассона матеріалу основи приймається рівним нулеві. На рис. 2 крива 1 показує прогин плити в точці з координатами (2м; 2м) (пряма задача). Обернена задача вирішувалася за припущенням, що відповідна пряма задача відповідала випадку $P(t) = H(t)$, де $H(t)$ – функція Хевисайда. На рис. 2 крива 4 показує відновлене навантаження $P(t)$.

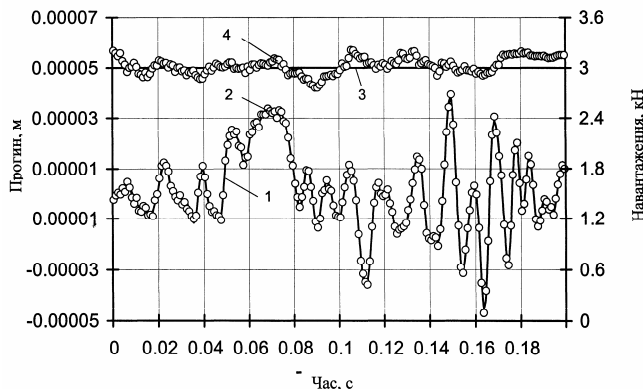


Рис. 2 – Результати ідентифікації навантаження

Як видно, отримана крива ілюструє навантаження, що дорівнює вазі автомобіля, що приходить на одне колесо, і складає 3000 Н. При розв'язанні оберненої задачі враховувалися погрішності в завданні вихідних даних порядку 5%.

Розглянемо поперечні коливання балки у вертикальній площині zOx , що є площиною симетрії для її поперечних перерізів. На рис. 3 зображена розрахункова схема досліджуваної балки.

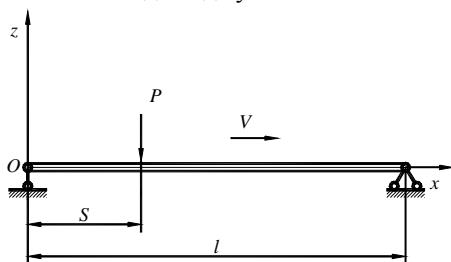


Рис. 3 – Схема навантаження балки

Згідно з теорією вигину стержнів С. П. Тимошенко [3] задача про коливання балки під дією рухомої поперечної сили виражається наступною системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k' FG \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right) = \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \\ k' G \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q_z(x, t) \end{cases}, \quad (5)$$

де w – прогин стержня; ψ – кут повороту поперечного перерізу; $q(x,t) = P(t) \cdot \delta(x-Vt)$ – інтенсивність поперечного навантаження, що рухається з постійною швидкістю V .

Динамічний прогин балки $w(x,t)$ і кут нахилу дотичної $\psi(x,t)$ до пружної лінії балки запишемо із застосуванням рядів Фур'є, що задовольняють граничним умовам. Ці функції мають вигляд [4]:

$$w(x,t) = \frac{2}{\rho Fl} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^t P(\tau) \sin(\beta_k \tau) \sum_{i=1}^2 (-1)^i C_{ik} \sin \omega_{ik} (t - \tau) d\tau \sin \lambda_k x;$$

$$\psi(x,t) = \frac{2b^2}{\rho Fl} \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k \int_0^t P(\tau) \sin(\beta_k \tau) \sum_{i=1}^2 (-1)^i \frac{\sin \omega_{ik} (t - \tau)}{\omega_{ik} D_k} d\tau \cos \lambda_k x. \quad (6)$$

Розв'язок системи (5) проводиться також за допомогою методу кінцевих різниць (МКР). Результати для $w(l/2,t)$, отримані при аналітичному розв'язанні задачі на підставі вираження (6), а також за допомогою МКР, показані у виді графіків зміни прогинів середини балки (рис. 4) відповідно суцільною і пунктирною лініями. Відзначимо, що проводилося також зіставлення отриманих результатів при розв'язанні прямої задачі з результатами, описаними в монографії [1].

Методика розв'язання оберненої задачі (ідентифікація невідомої функції $P(t)$) для балки кінцевої довжини аналогічна першому випадку, який описаний раніше.

Результат ідентифікації величини рухомої сили, що діяла на балку, представлений пунктирною лінією на рис. 4. Суцільною лінією показаний графік функції

$$q(t) = P \cdot H\left(\frac{l}{V_0} - t\right).$$

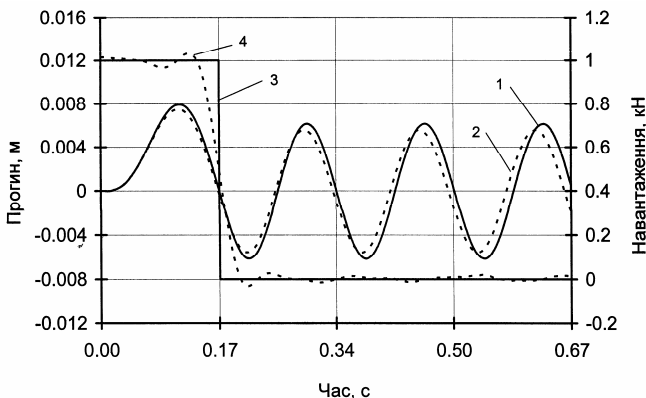


Рис. 4 – Результат ідентифікації навантаження

Таким чином, результати, які наведені в цьому дослідженні, показали, що застосування підходу А.М. Тихонова до розв'язання обернених задач про вплив невідомих рухомих навантажень на прямокутні пластини і балки кінцевої довжини є ефективним.

1.Янютин Е.Г. Задачи импульсного деформирования элементов конструкций / Янютин Е.Г., Янчевский И.В., Воропай А.В., Шарапата А.С. // Монография. – Харьков: ХНАДУ, 2004. – 392 с.

2.Власов В.З. Балки, плиты и оболочки на упругом основании / Власов В.З., Леонтьев Н.Н. – М.: ФИЗМАТГИЗ, 1960. – 492 с.

3.Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / Тимошенко С.П. – М.: Физматгиз. – 1967. – 444 с.

4.Янютин Е.Г. Исследование влияния нестационарной подвижной нагрузки на балки конечной длины / Янютин Е.Г., Гришакин В.Т. // Автомобильный транспорт. – 2003. – №13. – С. 184-186.

Отримано 14.12.2012

УДК 691.58:668.3

В.Н.БАБАЕВ, д-р наук гос. упр., М.С.ЗОЛОТОВ, канд. техн. наук,
Э.А.ШИШКИН, В.А.СКЛЯРОВ, канд. техн. наук, А.О.ГАРБУЗ, канд. техн. наук
Харьковская национальная академия городского хозяйства

ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ АРМАТУРНЫХ СТЕРЖНЕЙ СЕРПОВИДНОГО ПРОФИЛЯ КЛАССА А500С НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ АНКЕРНОГО СОЕДИНЕНИЯ

На основании теоретических исследований приведены результаты расчетных экспериментов по определению влияния поперечных размеров арматурных стержней серповидного профиля класса А500С на напряженно-деформированное состояние анкерного соединения на акриловых клеях.

На підставі теоретичних досліджень наведено результати розрахункових експериментів по визначенню впливу поперечних розмірів арматурних стержнів серповидного профілю класу А500С на напружено-деформований стан анкерного з'єднання на акрилових клеях.

On results theoretical researches results over of calculation experiments are brought on determination influence of transversal sizes of re-bars of falcate profile of class of А500С on the stress-deformable state anchor connection on acrylic glues.

Ключевые слова: арматурный стержень класса А500С, бетон, акриловый клей, напругения, поперечные размеры арматурного стержня, клеевая анкеровка.

В связи с использованием в Украине в строительном производстве нового сортамента арматурной стали согласно ДСТУ 3760:2006 авторами были проведены сравнительные аналитические исследования геометрических характеристик арматурных стержней классов А500С и А-III.