**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ**

**ХАРЬКОВСКАЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ
ГОРОДСКОГО ХОЗЯЙСТВА**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ

по дисциплине

«ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРИКЛАДНОЙ И ИНЖЕНЕРНОЙ ЭКОЛОГИИ»

(*для студентов 3 курса дневной формы обучения
направления подготовки 6.040106 «Экология, охрана окружающей среды
и сбалансированное природопользование»*)

**Харьков
ХНАГХ
2013**

Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Информационные технологии в прикладной и инженерной экологии» (для студентов 3 курса дневной формы обучения направления подготовки 6.040106 «Экология, охрана окружающей среды и сбалансированное природопользование») / Харьк. нац. акад. гор. хоз-ва; сост.: Е. Г. Пономаренко, О. С. Ломакина. – Х.: ХНАГХ, 2013. – 28 с.

Составители: Е. Г. Пономаренко,
О. С. Ломакина

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент кафедры инженерной экологии городов
В. А. Баранник

Рекомендовано кафедрой инженерной экологии городов,
протокол № 4 от 09.11.12 г.

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ МОДУЛЬ 1. *ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ И НАУЧНЫХ РАСЧЕТОВ*…… 4

Лабораторная работа № 1. Ввод, форматирование и редактирование математических и текстовых областей…..... 4

Лабораторная работа № 2. Переменные, функции, массивы. Ввод, форматирование и редактирование графических областей…… 9

СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ МОДУЛЬ 2. *ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАСЧЕТНЫХ МЕТОДОВ В ПРИКЛАДНОЙ ЭКОЛОГИИ И ИНЖЕНЕРИИ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ*…… 12

Лабораторная работа № 3. Решение уравнений……... 12

Лабораторная работа № 4. Решение систем уравнений…….. 14

Лабораторная работа № 5. Решение дифференциальных уравнений… 18

Лабораторная работа № 6. Решение систем дифференциальных уравнений…… 21

Лабораторная работа № 7. Анализ натурных и экспериментальных данных……..... 24

СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ МОДУЛЬ 1.

ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ И НАУЧНЫХ РАСЧЕТОВ

Лабораторная работа № 1. Ввод, форматирование и редактирование математических и текстовых областей

Цель работы:

1. Научиться вводить математические области с использованием палитр инструментов MathCAD.
2. Научиться редактировать математические области.
3. Научиться вводить текстовые области.

Задание 1. Использовать *MathCAD* для вычисления арифметических выражений.

1. Запустите приложение *Mathcad*.

2. Перейдите на английскую раскладку клавиатуры. При работе с *MathCAD* она является основной рабочей раскладкой.

3. Оставьте в рабочем окне только три панели инструментов - *Стандартная*, *Форматирование* и *Математическая*. Для этого – меню *Вид/Панели инструментов* и установите флажки возле названных выше панелей инструментов и уберите (если нужно) все лишние флажки.

4. Активируйте палитру *Калькулятор*  на панели инструментов *Математическая*.

5. Установите левым щелчком мыши начальную точку ввода выражения. Оно обозначается красным крестиком-курсором и может располагаться в произвольном месте рабочей области.

6. Введите следующее выражение: $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Для этого последовательно введите 1, знак деления /, знак корня и цифру 2. Для ввода цифр можно воспользоваться как клавиатурой, так и палитрой *Калькулятор*. Знаки арифметических операций аналогичны Excel. Символ квадратного корня удобнее всего ввести с палитры *Калькулятор*. Обратите внимание: как только вы начнете ввод, вводимое выражение будет заключено в рамку, внутри которой появиться курсор в виде уголка. Рамка определяет границы математической области, а курсор – место ввода следующего символа.

7. Для получения результата вычисления нажмите знак равенства =.

8. Вычислите выражение $\frac{0.5^{0.3}}{2+\sqrt[3]{19}}+\sin^2(\frac{2\pi}{3})$. <u>*Обратите внимание:*</u> в *MathCAD* целая часть числа от дробной отделяется точкой. Никогда не используйте запятую. Запятая в *MathCAD* используется для других целей. О них вы узнаете в последующих лабораторных работах. Для ввода выражения:

а) установите новую точку ввода;

b) введите 0.5, затем знак возведения в степень ^ на клавиатуре или нажмите кнопку x^Y на палитре *Калькулятор*. Введите показатель степени 0.3 (помните – после целой части ставиться точка);

c) внимание: если теперь просто ввести знак деления, то он появиться в показателе степени (под числом 0.3), а не под числом 0.5. Если вы уже это сделали, то просто отмените последнее действие. Обратите внимание на то, где находится курсор-уголок – он охватывает показатель степени. Это и означает, что следующий символ будет относиться к показателю степени. Если мы хотим, чтобы следующий символ относился ко всему выражению $0.5^{0.3}$, курсор-уголок нужно «расширить» так, чтобы он охватывал нужное выражение. Это делается с помощью нажатия клавиши *ПРОБЕЛ*;

d) после «расширения» курсора введите знак деления. Появиться дробь. Введите в знаменатель дроби нужное выражение используя клавиатуру и/или палитру *Калькулятор*. Для перемещения курсора к заполнителям (черным квадратам, обозначающим точки ввода) можно использовать мышь или клавиши перемещения курсора на клавиатуре;

e) для ввода знака плюс после дроби (перед sin) необходимо опять расширить курсор так, чтобы он охватил всю дробь $\frac{0.5^{0.3}}{2+\sqrt[3]{19}}$. Для этого нажимайте клавишу *ПРОБЕЛ* (скорее всего, потребуется несколько нажатий);

f) введите знак плюс а затем с палитры *Калькулятор* введите функцию sin. Функция автоматически добавит скобки, внутри которых появиться квадрат-заполнитель. Введите в заполнитель выражение $\frac{2\pi}{3}$. *Обязательно* вставьте между 2 и π знак умножения. В «бумажных» версиях формул его принято опускать, но его обязательно надо вводить. Не забывайте делать это и в дальнейшем. Для ввода π откройте палитру *Греческая* нажав кнопку $\alpha\beta$ на панели инструментов *Математическая*. Учтите, что *MathCAD* «знает» значение числа π (так же, как и значение числа e);

g) для ввода показателя степени для sin «расширьте» курсор так, чтобы он охватывал sin. Введите операцию возведения в степень и показатель степени 2. Обратите внимание, что показатель степени будет помещен после скобок, а не перед ней, как принято в «бумажной» записи формулы;

h) для получения результата нажмите знак равенства =;

i) увеличьте количество значащих цифр после запятой (по умолчанию *MathCAD* показывает с точностью до третьего знака). Для этого – меню *Формат/Результат*; в диалоговом окне *Формат результата* на закладке *Формат чисел* установите *Число десятичных знаков* равным 5.

Задание 2. Самостоятельно вычислите следующие выражения:

1) $\frac{\sin^2(2)+\ln(2)}{e^2}$.

2) $12\cdot 6,6+\dfrac{22,5^3}{33,4^{\frac{1}{2}}}\cdot 0,0244$.

3) $\dfrac{33,3+5,48\cdot 32,11^{0,4}}{0,128-\dfrac{4,55}{64}\cdot(99^{\frac{1}{3}}-33)}$.

4) $1+\dfrac{2+\dfrac{4+\dfrac{5}{6}}{5}}{3}$.

5) $5\cdot\dfrac{3+4^{\frac{0,2+3}{2}}}{6-\dfrac{10}{25}}$.

6) $-12+(22+3\cdot 0,9^3)^{0,5}+(\dfrac{2^2+5^3}{3\cdot 10^3})^2$.

7) $\left(\dfrac{4,4+22,6^{\frac{\sqrt[5]{13^2}}{3!}}}{tg(\ln^3(\pi))}\right)^{\frac{0,4}{2+e}}$.

Задание 3. Редактирование математических областей

1) Создайте новый документ MathCAD.

2) Введите выражение $\dfrac{1,2^2\cdot 250}{\sqrt{55}-2\dfrac{2}{3}}\ln(4-\pi)$. Для ввода $2\dfrac{2}{3}$ воспользуйтесь инструментом «смешанное число» на палитре *Калькулятор*.

3) Скопируйте введенное выражение и расположите его ниже на рабочем листе. Для этого:

a) накиньте «лассо» на копируемую математическую область. Вокруг области должна появиться пунктирная линия;

b) меню *Правка/Копировать*;

c) поместите курсор-крестик в место вставки;

d) меню *Правка/Вставить*.

4) Измените скопированное выражение на $1,2^2+\dfrac{250}{\sqrt{55-2}}\ln(4\pi)$.

5) Для замены $4-\pi$ на 4π поставьте курсор перед знаком минус. Нажмите клавишу *Delete*. Появиться белый заполнитель $\ln(4\square\pi)$. Введите знак умножения.

6) Для преобразования дроби выделите с помощью курсора 1.2^2 $\frac{1.2^2 \cdot 250}{\sqrt{55} - 2\frac{2}{3}}$.

7) Меню *Правка/Вырезать* $\frac{\blacksquare \cdot 250}{\sqrt{55} - 2\cdot}$.

8) Удалите заполнитель нажатием клавиши *BackSpace* $\frac{250}{\sqrt{55} - 2\frac{2}{3}}$.

9) Поместите курсор перед дробью $\frac{250}{\sqrt{55} - 2\frac{2}{3}}$.

10) Введите знак + $\blacksquare + \frac{250}{\sqrt{55} - 2\frac{2}{3}}$.

11) Введите в заполнитель 1.2^2 $1.2^2 + \frac{250}{\sqrt{55 - 2}} \cdot \ln(4 \cdot \pi)$.

12) Для изменения знаменателя дроби охватите курсором $2\frac{2}{3}$ $\frac{\sqrt{55} - 2\frac{2}{3}}{}$.

13) Нажмиите *BackSpace* $\frac{+ \frac{250}{\sqrt{55} - 2\frac{2}{3}} \cdot 1}{}$.

14) Нажмите *BackSpace* еще раз $\frac{+ \frac{250}{\sqrt{55} - \blacksquare}}{}$.

15) Нажмите *Delete* $\frac{^2 + \frac{250}{\sqrt{55}} \cdot \ln(4}{}$.

16) Поместите курсор после 55 и введите -2

Задание 4. Самостоятельно измените выражение $\sqrt{\frac{41 + \frac{13-5}{21e^{-\frac{2}{3}}}}{5 + \sin(\frac{\pi}{4})}}$ на

$$\frac{\sqrt{\frac{41+13-5}{21e^{-\frac{2}{3}}}}}{5}+\frac{1}{\sin(\frac{\pi}{4})}.$$

Задание 5. Вычислите значения исходного и измененного выражений из Задания 4.

Задание 6. Создайте текстовую область. Для этого:

1) Меню *Добавить/Текстовую область*.
2) Введите текст *Расчет арифметических выражений закончен.*

Задание 7. Сохраните результат в папке своей группы на диске E: под именем *Фамилия*_ЛР1, где *Фамилия* - ваша фамилия

Лабораторная работа № 2. Переменные, функции, массивы. Ввод, форматирование и редактирование графических областей.

Цель работы:

1. Научиться вводить и использовать в MathCAD переменные.
2. Научиться задавать и использовать массивы чисел с постоянным шагом
3. Научиться задавать функции и строить их графики

Задание 1. Вычислить значение выражения $\frac{at}{2}$ при 1) a=2,4; t=6,6 и 2) a=4,2; t=16,1

1) Введите

$$a := 2.4 \quad t := 6.6$$

$$\frac{a \cdot t}{2} = 7.92$$

Для ввода знака присвоения := введите с клавиатуры : или введите этот знак с палитры *Калькулятор*. Не забудьте поставить знак умножения между a и t. Представьте результаты расчета в научном виде. Для этого: меню *Формат*\Результат/закладка *Формат чисел*/*Научный*.

2) Выделите введенные выражения, «набросив лассо».
3) Меню *Правка**Копировать*.
4) Поместите курсор-крестик ниже введенных выражений.
5) Меню *Правка**Вставить*.
6) Замените значения для a и t на 4,2 и 16,1 соответственно.

$$a := 4.2 \quad t := 16.1$$

$$\frac{a \cdot t}{2} = 33.81$$

7) Представить результат вычислений в инженерном виде. Для этого: меню *Формат*/*Результат*/закладка *Формат чисел*/*Инженерный*.

Задание 2. (Выполнить самостоятельно). Вычислите корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ при a=2, b=16, c=4 и a=12, b=6, c=14.

1) Вычисление корней производится по формулам $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

2) Для ввода подстрочного символа нажмите после x точку и введите символ.

Задание 3. Вычислить значение функции $f(x) = xSin(\frac{2}{3}x)$ при x=π.

1) Ввести функцию

$$f(x) := x \cdot \sin\left(\frac{2}{3}x\right)$$

2) Подставить в скобки искомую величину и нажать равенство

$$f(\pi) = 2.721$$

3) Представить результат вычислений в научном виде с 4 знаками после запятой.

Задание 4. Рассчитать значения функции $U(g,k) = \frac{g+1}{g^2-1} + k$ при g, изменяющемся в диапазоне от -20 до 40 с шагом 2 и k=25.

1) Ввести функцию

$$U(g,k) := \frac{g+1}{g^2-1} + k$$

2) Ввести значения параметра к

$$k := 25$$

3) Ввести диапазон изменения аргумента g

$$g := -20, -18 .. 40$$

4) Вывести значения аргумента и функции

g =	U(g,k) =
-20	24.952
-18	24.947
-16	24.941
-14	24.933
-12	24.923
-10	24.909
-8	24.889
-6	24.857

Обратите внимание, что выводится не весь диапазон значения аргумента и функции. Для просмотра остальных значений щелкните внутри области вывода и воспользуйтесь появившейся полосой прокрутки. При желании, размер области вывода можно увеличить «захватив» нижний маркер области.

Задание 5. Построить график функции U(g,k).

1) На панели инструментов *Математическая* нажмите кнопку *Панель графиков*. Должна появиться палитра инструментов *График*.
2) На палитре *График* нажмите кнопку *X-Y график*.
3) В нижнем центральном заполнителе введите аргумент g.
4) В левом центральном заполнителе введите функцию U(g,k).

Задание 6. (Выполняется самостоятельно). Рассчитать значения функции

$C(x,t) = C_0 \exp\left[-\frac{(x-vt)^2}{2D}\right]$ при x=1000, D=10, C_0=100, v=1 и t, изменяющемся в диапазоне от 980 до 1020 с шагом 0,5 и построить график.

Задание 7. Отформатировать график в соответствии с образцом. Для этого самостоятельно используйте меню *Формат/Графики/График X-Y*.

Задание 8. (Выполнить самостоятельно.) Рассчитать значения $X = a(t - Sin\,t)$ и $Y = a(1 - Cos\,t)$ при a=2 и t изменяющемся в диапазоне от –1 до 10 с шагом 0,2. Построить график, отражающий зависимость Y от X. Оформление графика – произвольное.

Задание 9. Сохранить результаты в паке своей группы под именем *Фамилия*_ЛР №2, где *Фамилия* – ваша фамилия.

СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ МОДУЛЬ 2.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАСЧЕТНЫХ МЕТОДОВ В ПРИКЛАДНОЙ ЭКОЛОГИИ И ИНЖЕНЕРИИ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Лабораторная работа № 3. Решение уравнений.

Цель работы:

1. Научиться определять наличие и количество корней уравнений с использованием MathCAD.
2. Научиться находить корни уравнений с использованием функций MathCAD.

Задание 1. Найти корни уравнения $8\log_2(x) = (x-5)^2 - 2x$. Для этого:

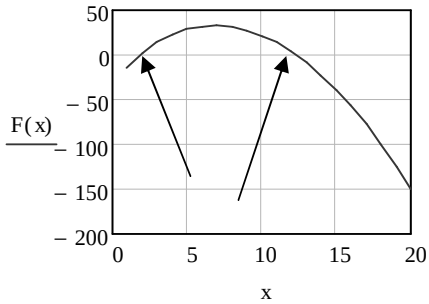
1) Мысленно представить уравнение в виде, при котором правая часть равна нулю.

$$8\log_2(x) - (x-5)^2 + 2x = 0$$

2) Записать правую часть как функцию от неизвестной величины x.

$$F(x) := 8\cdot\log(x,2) + 2x - (x-5)^2$$

3) Построить график зависимости F(x) и определить с его помощью количество корней и начальные приближения корней (или диапазоны, внутри которых находятся корни (то есть те точки, в которых график функции пересекает ось x). Из графика видно, что имеются два корня. Определим их значения с помощью функции *root*. Эту функцию найдите через меню *Добавить\Функцию*.



4) Определяем корень, задавая начальное приближение.

$$x := 1$$

$$x_1 := \mathrm{root}(F(x), x) \qquad x_1 = 1.79$$

5) Проверяем полученный результат.

$$F(x_1) = -3.553\times 10^{-15}$$

.

Таким образом, нами получен результат с точностью до 14 знака после запятой.

6) Определяем значение второго корня, задав диапазон *x*, внутри которого он находится. Из графика следует, что второй корень находится в диапазоне изменения *x* от 10 до 15.

$$x_2 := \mathrm{root}(F(x), x, 10, 15)$$

$$x_2 = 12.324$$

Проверяем полученное значение

$$F(x_2) = -7.105 \times 10^{-15}$$

Задание 2. Расход воды в канале связан с гидравлическими характеристиками потока соотношением $Q = \omega Sh\sqrt{Ri}$, где ω – площадь поперечного (живого) сечения канала, Sh – коэффициент Шези, R – гидравлический радиус, i – уклон дна.

$\omega = b \cdot h$, где b – ширина потока, h – глубина.

$R = \dfrac{\omega}{\chi}$, где χ – смоченный периметр. $\chi = b + 2h$. $Sh = \dfrac{1}{n} R^{\frac{1}{6}}$.

Задано b = 175 м, n = 0.033, i = 0,0002.

Определить глубину потока h при Q = 375 м^3/сек с точностью до сантиметров.

Для решения задачи зададим все значения как функции от неизвестной величины h.

$$\omega(h) := b \cdot h \qquad \chi(h) := b + 2 \cdot h \qquad R(h) := \frac{\omega(h)}{\chi(h)}$$

$$Sh(h) := \frac{1}{n} \cdot R(h)^{\frac{1}{6}} \qquad Q(h) := \omega(h) \cdot Sh(h) \cdot \sqrt{R(h) \cdot i}$$

По условию

$Q(h) = 375$.

Самостоятельно решить данное уравнение и найти значение h.

Задание 3. (Выполнить самостоятельно). Кислотность H слабокислого раствора может быть определена с помощью уравнения

$$\frac{(e^{-2,3H})^2 - K_w}{K_a} + e^{-2,3H} = \frac{K_w}{e^{-2,3H}} + E_w,$$

где E_w – концентрация кислоты, K_a – константа диссоциации, K_W – ионное произведение воды. Определить величину кислотности при E_w =0,1, K_a =1,85·10^{-5}, K_W - =1·10^{-14}.

Задание 4. Сохранить результаты в паке своей группы под именем *Фамилия*_ЛР №3, где *Фамилия* – ваша фамилия.

Лабораторная работа № 4. Решение систем уравнений.

Цель работы:

1. Научиться решать системы линейных уравнений.
2. Научиться решать системы нелинейных уравнений.

Задание 1. Найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x+3y+v=20 \\ u+v=10 \\ x+y=15 \\ 15x+4y+5u+6v=5 \end{cases}.$$

Для решения системы запишем ее в матричном виде. Для этого зададим:
Матрицу коэффициентов при неизвестных величинах

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 15 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Вектор неизвестных величин $\begin{pmatrix} x \\ y \\ u \\ v \end{pmatrix}$

Вектор значений правых частей $b := \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 15 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Для решения системы воспользуемся функцией *lsolve* (меню *Добавить\Функцию*).

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 15 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \qquad b := \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 15 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \\ u \\ v \end{pmatrix} := \mathrm{lsolve}(A, b)$$

$$x = -6.667 \quad y = 21.667 \quad u = 41.667 \quad v = -31.667$$

Задание 2. Найти корни системы уравнений

$$\begin{cases} x+y+xy=0 \\ 0{,}1x^2+y^2+xy=10 \end{cases}.$$

1) Задаем уравнения в виде = 0

$$\begin{cases} x + y + xy = 0 \\ 0{,}1x^2 + y^2 + xy - 10 = 0 \end{cases}.$$

2) Приводим левые части уравнений к виду функций неизвестных величин

$$\begin{cases} U1(x, y) := x + y + xy \\ U2(x, y) := 0{,}1x^2 + y^2 + xy - 10 \end{cases}.$$

3) Для определения количества и начальных приближений корней строим КОНТУРНЫЙ график для функции U1. Для этого:

a) панель инструментов *График/График контура*;

b) в нижней части шаблона в заполнитель ввести имя функции U1 <u>без скобок;</u>

c) в настройках графика на закладке *Специальные* установите флажок *Нумерованная*;

d) щелкните вне графика и проверьте полученный результат.

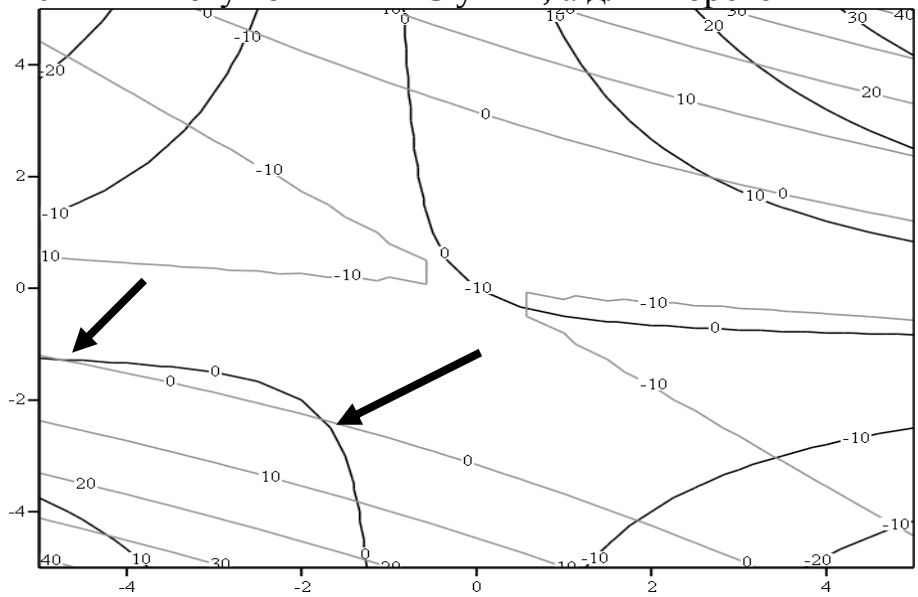
4) Строим контурный график для U2. Для этого:

a) вводим через запятую после U1 имя второй функции U2;

b) в настройках на вкладке *Общие* переходим на закладку *График 2* и выбираем контурный график;

c) на закладке *Специальные* установите флажок *Нумерованная*. Для удобства можно перейти на вкладку *Вид* и изменить цвет второго графика.

5) Находим на графиках изолинии соответствующие нулю. Точки пересечения этих изолиний соответствуют корням уравнений. Определяем количество и начальные приближения корней. Для первого корня начальными приближениями могут быть x = –5 y =–1, а для второго – x = –1 и y = –2.



6) С помощью решающего блока *Given* находим решения системы

a) находим первую пару корней

x := –5 y := 1

Given

x + y + x·y = 0

$$\frac{x^2}{10} + y^2 + x \cdot y - 10 = 0$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(x, y)$$

$x = -4.822$ $\qquad$ $y = -1.262$

b) находим первую пару корней

$x := -1$ $\qquad$ $y := -2$

Given

$$x + y + x \cdot y = 0$$

$$\frac{x^2}{10} + y^2 + x \cdot y - 10 = 0$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(x, y)$$

$x = -1.732$ $\qquad$ $y = -2.367$

7) Самостоятельно проверьте точность полученных решений.

8) Самостоятельно найдите остальные точки пересечения нулевых изолиний, определите начальные приближения и вычислите корни.

Задание 3. Нитрирующая смесь содержит 25% H_2O, 15% HNO_3 и 60 % H_2SO_4. Ее приготавливают из смеси меланжа, олеума и отработки серной кислоты, характеристики которых приведены в таблице.

	H_2O	HNO_3	H_2SO_4
Меланж	5%	85%	10%
Олеум	0%	0%	100%
Отработка серной кислоты	30%	0%	70%

Определить, какое количество меланжа, олеума и отработки серной кислоты потребуется для приготовления M = 1,2 кг. нитрирующей смеси.

1) Запишем задачу в виде системы уравнений. Обозначим через X – количество меланжа, через Y – количество олеума и через Z – количество отработки серной кислоты. Общее количество нитрирующей смеси M будет содержать 25%, то есть 0,25M H_2O. Если взять X кг. меланжа, то в нем будет содержаться 0,05X H_2O (см. таблицу). Соответственно Y кг. олеума содержит 0 кг. H_2O, и Z кг. отработки серной кислоты содержит 0,3Z H_2O. Поскольку нитрирующая смесь получается из меланжа, олеума и отработки серной кислоты, то для H_2O можно записать, что $0{,}05X + 0Y + 0{,}3Z = 0{,}25\,M$. Аналогично запишем для HNO_3 $0{,}85X + 0Y + 0Z = 0{,}15M$, и для H_2SO_4 $0{,}1X + Y + 0{,}7Z = 0{,}6M$. Таким образом, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} 0{,}05X + 0{,}3Z = 0{,}25M \\ 0{,}85X = 0{,}15M \\ 0{,}1X + Y + 0{,}7Z = 0{,}6M \end{cases}.$$

2) Самостоятельно решить данную систему уравнений.

Задание 4. (Выполнить самостоятельно). Для изготовления четырех видов продукции (P_1,P_2,P_3,P_4,) используется четыре вида сырья (C_1,C_2,C_3,C_4,). Расход каждого вида сырья в *килограммах* на изготовления одной единицы продукции представлен в таблице.

Вид сырья	Расход сырья в ***кг*** на изготовление единицы продукции			
	P_1	P_2	P_3	P_4
C_1	20,3	2,8	35	5,4
C_2	12,2	24,8	3,5	14,7
C_3	2,4	15,3	12,8	20,5
C_4	8,5	5,8	28,4	32,3

Запас сырья в *тоннах* составляет: C_1 = 49,033 т, C_2 = 47,562 т, C_3 = 35,886 т, C_4 = 50,883 т.

Определить количество каждого вида продукции, полученного из данного сырья.

Задание 5. Сохранить результаты в паке своей группы под именем *Фамилия*_ЛР №4, где *Фамилия* – ваша фамилия.

Лабораторная работа № 5. Решение дифференциальных уравнений.

Цель работы:

1. Научиться решать дифференциальные уравнения с использованием функции *Odesolve*.
2. Научится решать дифференциальные уравнения методом Рунге – Кутта.

Задание 1. Изменение числа бактерий в популяции описывается дифференциальным уравнением $\frac{dB}{dt} = aB - cB^2$, где B - число бактерий, a и c – коэффициенты. В начальный момент времени число бактерий B(0) = 20. Построить график зависимости числа бактерий от времени t в диапазоне от 0 до 20 при a = 1,2 и c = 0,0002.

1) Задаем значения для коэффициентов, интервала изменения независимой переменной и начального условия.

Значения коэффициентов:

$a := 1.2 \quad c := 0.0002$

Начальное и конечное значения интервала изменения переменной t:

$t_{begin} := 0 \qquad t_{end} := 20$

Начальное значение B

$B_0 := 20$

Помните, что t_{begin}, t_{end}, B_0 – это имена переменных, а не элементы массива.

2) Формируем блок *Given*, в котором записываем само дифференциальное уравнение и начальное условие. Помните, что

- B – это функция;
- в блоке *Given* нужно использовать знак логического равенства.

Given

$\frac{d}{dt}B(t) = a \cdot B(t) - c \cdot B(t)^2$

$B(t_{begin}) = B_0$

3) Получаем решение с помощью функции *Odesolve*

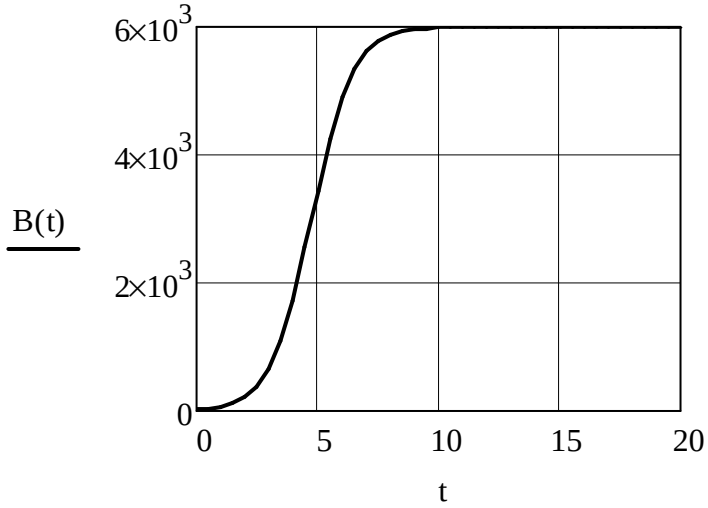
$B := \mathrm{Odesolve}(t, t_{end})$

Обратите внимание, что,

- В качестве имени переменной, которой присваивается значение *Odesolve* используется *имя функции без скобок* (в нашем примере .B, но не B(t)).
- имя функции *Odesolve* должно записываться с большой буквы.

4) Строим график решения. Обратите внимание: для вывода результатов нужно задать диапазон изменения аргумента.

$t := 0, 0.5 .. 20$



Задание 2. Решить то же самое дифференциальное уравнение (см. Задание 1) методом Рунге – Кутта.

Воспользуемся методом Рунге – Кутта с фиксированным шагом, который в MathCAd реализуется функцией *rkfixed(y,x1,x2,npoints,D)*, где *y* – начальное значение, *x1* – левая граница диапазона изменения независимой переменной, *x2* - правая граница диапазона изменения независимой переменной, npoints – количество расчетных точек, *D(x,Y)* – функция, определяющая правую часть дифференциального уравнения, x- имя независимой переменная, *Y* –имя искомой функции. Результат вычислений возвращается в виде матрицы, первый столбец которой содержит значения независимой переменной в расчетных точках, а второй – значения функции в тех же точках.

1) Для задания начального значения и диапазона изменения независимой переменной воспользуемся переменными из Задания 1.

$t_{begin} := 0 \qquad t_{end} := 20 \qquad B_0 := 20$

Количество расчетных точек рекомендуется задавать равным 1000.

$m := 1000$

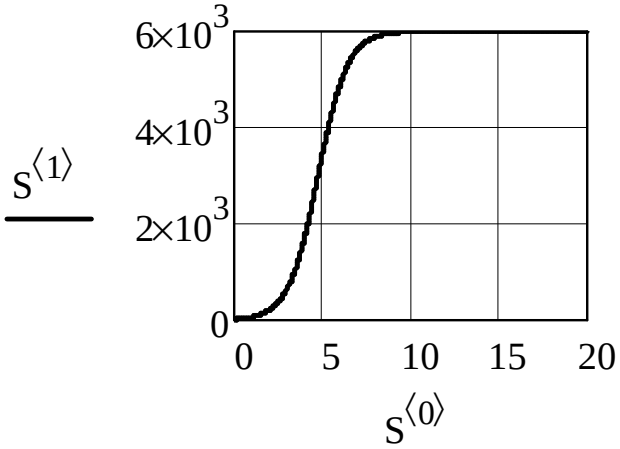
2) Задаем функцию D, которая в нашем случае будет иметь вид

$D(t,B) := a \cdot B - c \cdot B^2$

3) Находим решение:

$S := \mathrm{rkfixed}(B_0, t_{begin}, t_{end}, m, D)$

Строим график, учитывая, что первый столбец матрицы S содержит значения независимой переменной t, а второй – функции B. (Помните, что по умолчанию нумерация столбцов в матрице начинается с нуля).



Задание 3.(Выполняется самостоятельно). Найти решение дифференциального уравнения

$$\frac{dY}{dx} = \frac{x(Y^2 - 1)}{Y(1 - x^2)}; \quad Y(2) = 2$$

.

Задание 10. Сохранить результаты в паке своей группы под именем *Фамилия*_ЛР №5, где *Фамилия* – ваша фамилия.

Лабораторная работа № 6. Решение систем дифференциальных уравнений

Цель работы:

1. Научиться решать системы обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием функции Odesolve.

2. Научится решать системы обыкновенных дифференциальные уравнений методом Рунге – Кутта.

Задание 1. Задана система дифференциальных уравнений

$$\frac{du}{dt} = \sin(vt)$$

$$\frac{dv}{dt} = 0{,}1u$$

$$u(0) = 1 \quad v(0) = 0{,}5$$

Решить систему на интервале (0,20) и построить графики функций.

1) Решение с использованием блока *Given - Odesolve*

$$t_{end} := 20$$

Given

$$u'(t) = \sin(v(t) \cdot t)$$

$$v'(t) = 0.1\ u(t)$$

$$u(0) = 1 \quad v(0) = 0.5$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} := \text{Odesolve}\left[\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, t, t_{end}\right].$$

Обратите внимание, что v и u должны задаваться как функции аргумента t везде, кроме функции *Odesolve*.

Для построения графика необходимо предварительно задать диапазон изменения аргумента.

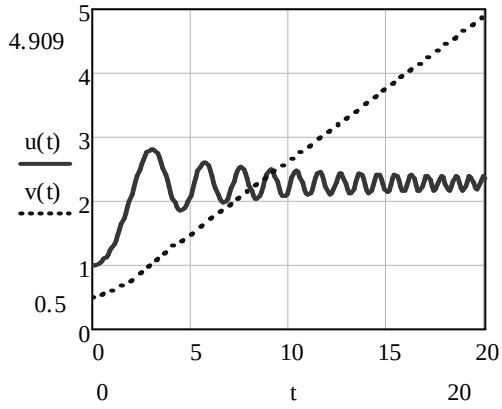
$$t_{end} := 20$$

$$t := 0, 0.1 .. t_{end}$$

Given

,

а затем нанести на график аргумент и функции.



2) Решение с использованием метода Рунге-Кутта

Для решения этим методом используется функция *rkfixed(Y0,a,b,m,D)*, где *Y0* – вектор, состоящий из начальных значений функций, который имеет размерность, равную количеству уравнений системы; *a* и *b* – начальное и конечное значение интервала. Точка *a* должна соответствовать точке, в которой задаются начальные значения; *m* – количество точек интервала изменения аргумента, в которых рассчитываются функции; *D* – функция *D(x,Y)*, где *Y* – вектор правых частей системы дифференциальных уравнений.

Ответ получается в виде матрицы. Первый столбец содержит значения расчетных значений аргумента, а последующие - значения функций в этих точках.

Метод Рунге-Кутта требует, чтобы искомые функции представляли собой компоненты вектора. Обозначим этот вектор через Y. Будем считать, что функции u соответствует компонент Y_0, а функции v - компонент Y_1. Примем расчетное количество точек на расчетном интервале равным 1000

$$m := 1000$$

Зададим вектор начальных условий

$$Y0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix},$$

границы расчетного интервала

$$a := 0 \qquad b := 20$$

и вектор правых частей системы дифференциальных уравнений.

$$D(t, Y) := \begin{pmatrix} \sin(Y_1 \cdot t) \\ 0.1 \cdot Y_0 \end{pmatrix}$$

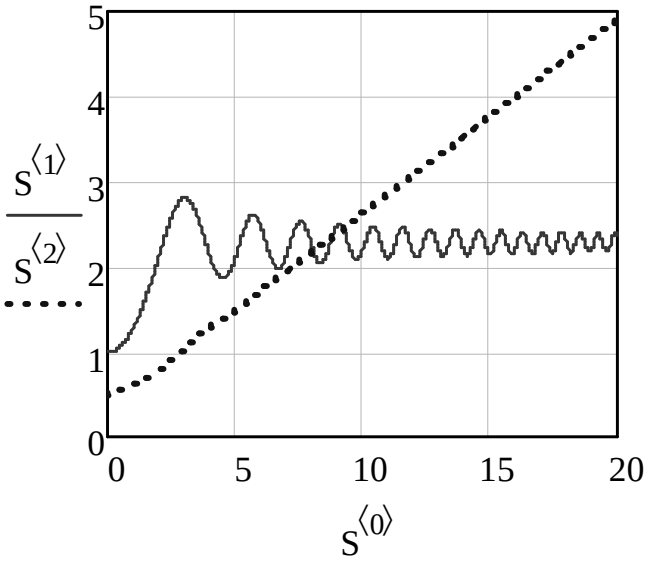
Решение системы получаем как

$$S := \mathrm{rkfixed}(Y0, a, b, m, D)$$

S =

	0	1	2
0	0	1	0.5
1	0.02	1	0.502
2	0.04	1	0.504
3	0.06	1.001	0.506
4	0.08	1.002	0.508
5	0.1	1.003	0.51
6	0.12	1.004	0.512
7	0.14	1.005	0.514
8	0.16	1.007	0.516
9	0.18	1.008	0.518

Здесь нулевой столбец представляет собой значения t, первый столбец - значения функции u и второй столбец - значения функции v. Графики функций можно построить, используя компоненты матрицы S.



Задание 11. Сохранить результаты в папке своей группы под именем *Фамилия*_ЛР №6, где *Фамилия* – ваша фамилия.

Лабораторная работа № 7. Анализ натурных и экспериментальных данных.

Цель работы:

1. Научиться определять статистические характеристики данных.
2. Научиться строить линии интерполяции.
3. Научиться строить регрессионные кривые.

Задание 1. Получен набор экспериментальных данных.

Входная величина	0,7	2	1,4	1,9	2,5	3,2	1,7	0,6
Выходная величина	12	19	13	14	24	25	15	10

С помощью метода линейной интерполяции определить значение выходной величины при значении входной величины равном 1.

1) Для удобства будем обозначать входную величину через x, а выходную - через y. Зададим исходные данные в виде матрицы

$$D := \begin{pmatrix} 0.7 & 2 & 1.4 & 1.9 & 2.5 & 3.2 & 1.7 & 0.6 \\ 12 & 19 & 13 & 14 & 24 & 25 & 15 & 10 \end{pmatrix}^T.$$

2) .Для нахождения интерполирующей функции воспользуемся функцией *linterp (X,Y,t)*, где *X* и *Y* - векторы входной и выходной величин, отсортированные по возрастанию входной величины; *t* - значение входной величины x, при котором производится расчет интерполирующей функции.

Таким образом, необходимо матрицу D отсортировать по возрастанию x.

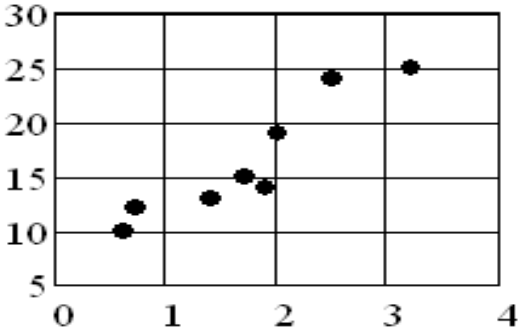
$$D := \mathrm{csort}(D, 0)$$

Здесь D - исходная матрица, а 0 - номер столбца, по которому осуществляется сортировка. Самостоятельно проверьте результаты сортировки.

3) На основе матрицы D сформировать векторы X и Y.

$X := D^{\langle 0 \rangle}$ $\quad X^T = (0.6 \;\; 0.7 \;\; 1.4 \;\; 1.7 \;\; 1.9 \;\; 2 \;\; 2.5 \;\; 3.2)$

$Y := D^{\langle 1 \rangle}$ $\quad Y^T = (10 \;\; 12 \;\; 13 \;\; 15 \;\; 14 \;\; 19 \;\; 24 \;\; 25)$



Самостоятельно создайте и отформатируйте график.

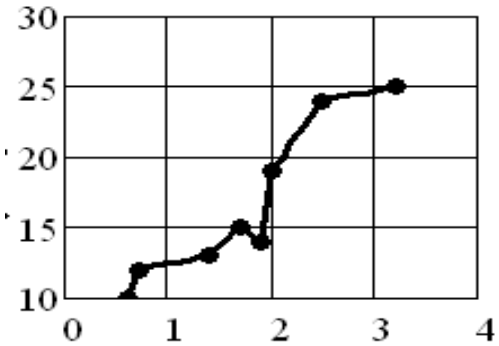
4) С помощью функции *linterp* определить значение интерполирующей функции при значении входной величины равном 1.

$t := 1 \qquad \mathrm{Result} := \mathrm{linterp}(X, Y, t) \qquad \mathrm{Result} = 12.429$

5) Чтобы нанести интерполирующую функцию на график, зададим диапазон изменения t в пределах изменения входной величины и рассчитаем значения интерполирующей функции.

$t := 0.6, 0.7 .. 3.2 \qquad R(t) := \mathrm{linterp}(X, Y, t)$

Самостоятельно добавьте на график с исходными данными график функции R(T).



Задание 2. Аппроксимировать экспериментальные данные по методу наименьших квадратов следующими функциями $y(x) = ax + b$; $y(x) = ax^2 + bx + c$.

Экспериментальные данные представлены в виде таблицы MS EXCEL (файл ЛР 4.xls).

1) Ввести данные из таблицы Excel в MathCAD. Для этого:

a) найдите и скопируйте в папку своей группы файл ЛР 4.xls;

b) установите в MathCAD курсор на свободном участке рабочего листа;

c) меню *Добавить/Данные/Мастер импорта данных*;

d) в диалоговом окне *Настройка работы с файлами*:

1. *Формат файла* - Microsoft Excel.
2. Нажмите кнопку *Обзор* и найдите в папке своей группы файл ЛР 4.xls. Нажмите *Открыть* и *Далее*;

e) в диалоговом окне *Параметры Excel* выделите диапазон вводимых данных (только числа, <u>без заглавия таблицы</u>). Для этого в окне *Просмотр* выделить верхнюю левую ячейку с числом (A2), зажать клавишу *shift* и выделить нижнюю правую (B17). Нажмите *Готово*;

f) в MathCAD появиться матрица – таблица. Введите в заполнитель имя матрицы M.

M :=

	0	1
0	$1.3 \cdot 10^3$	12.5
1	$1.47 \cdot 10^3$	33.6
2	$1.39 \cdot 10^3$	39.8

2) Создать из введенной матрицы векторы входной Q и выходной C величин.

$Q := M^{\langle 0 \rangle}$ $\quad Q^T =$

	10	11	12
0	$1.92 \cdot 10^3$	$1.44 \cdot 10^3$	2.24

$C := M^{\langle 1 \rangle}$ $\quad C^T =$

	0	1	2	3
0	12.5	33.6	39.8	32.8

3) Аппроксимировать данные линейной функцией $C(q) = aq + b$.

$$\begin{pmatrix} b_{lin} \\ a_{lin} \end{pmatrix} := \mathrm{line}(Q, C) \qquad a_{lin} = 6.702 \times 10^{-3} \qquad b_{lin} = 21.203$$

$$C_{lin}(q) := a_{lin} \cdot q + b_{lin}$$

4) Аппроксимировать данные квадратичной функцией $C(q) = aq^2 + bq + c$.

$$F(q) := \begin{pmatrix} q^2 \\ q \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} a_{sq} \\ b_{sq} \\ c_{sq} \end{pmatrix} := \mathrm{linfit}(Q, C, F) \qquad a_{sq} = -2.518 \times 10^{-5}$$

$$b_{sq} = 0.098$$

$$c_{sq} = -58.562$$

$$C_{sq}(q) := a_{sq} \cdot q^2 + b_{sq} \cdot q + c_{sq}$$

5) Самостоятельно нанести данные и обе аппроксимирующие функции на один график.

Задание 3. Построить уравнения регрессии вида $C_a(t)=\alpha+\mathrm{Cos}(\beta t)$.

1) Для построения уравнения регрессии $C_a=\alpha+\mathrm{Cos}(\beta t)$ зададим аппроксимирующую функцию в виде

$$C_a(\alpha, \beta, t) := \alpha + \cos(\beta \cdot t).$$

2) Зададим функцию отклонений аппроксимирующей функции от натурных данных

$$\Delta(\alpha, \beta) := C - C_a(\alpha, \beta, Q)$$

3) Зададим начальные приближения неизвестных параметров α и β

$$\alpha := 1 \quad \beta := 1$$

и введем решающий блок *Given* вида

Given

$$\sum \Delta(\alpha, \beta)^2 = 0$$

4) Для нахождения параметров воспользуемся функцией *Minerr*

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} := \mathrm{Minerr}(\alpha, \beta)$$

$\alpha = 32.795$ $\beta = 1.017$

Задание 4. Самостоятельно найдите параметры γ и δ линейного уравнения регрессии $C_{лин}(t)=\gamma t+\delta$.

Задание 5. Самостоятельно нанесите на один и тот же график исходные натурные данные и оба уравнения регрессии.

Задание 6. Сравнить уравнения регрессии вида $C_a(t)= \alpha+\mathrm{Cos}(\beta t)$ и $C_{лин}(t)= \gamma t+\delta$ и выбрать из них лучшее.

Для сравнения уравнений регрессии рассчитаем для каждого из них сумму квадратов отклонений от натурных данных:

для функции $C_a=\alpha+\mathrm{Cos}(\beta t)$

$$R_{.a} := \sum_{i=1}^{\mathrm{length}(C)} \left(C_i - C_{.a}\left(\alpha, \beta, Q_i\right)\right)^2 = 1.445\times 10^3$$

для функции $C_{лин}(t)=\gamma t+\delta$.

$$R_{lin} := \sum_{i=1}^{\mathrm{length}(C)} \left(C_i - C_{lin}\left(Q_i\right)\right)^2 = 1.495\times 10^3$$

Значение R_a меньше, чем R_{lin}. Следовательно, функция $C_a=\alpha+\mathrm{Cos}(\beta t)$ лучше описывает исходные данные.

Задание 7. Сохранить результат в папке своей группы на диске E: под именем *Фамилия*_ЛР7, где *Фамилия* - Ваша фамилия

Навчальне видання

Методичні вказівки
до виконання лабораторних робіт
з дисципліни

«ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ПРИКЛАДНІЙ ТА ІНЖЕНЕРНІЙ ЕКОЛОГІЇ»

(для студентів 3 курсу денної форми навчання
напряму підготовки 6.040106 «Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування»)

(рос. мовою)

Укладачі: **ПОНОМАРЕНКО** Євгеній Георгійович,
ЛОМАКІНА Ольга Сергіївна

Відповідальний за випуск *А. М. Буткевич*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *О. А. Балашова*

План 2012, поз. 90М

Підп. до друку 03.12.2012 Формат 60×84/16
Друк на ризографі. Ум. друк. арк. 1,6
Зам. № Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 4064 від 12.05.2011 р.