**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ**

**ХАРЬКОВСКАЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ
ГОРОДСКОГО ХОЗЯЙСТВА**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения расчетно-графической работы
и самостоятельной работы

по дисциплине

«ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРИКЛАДНОЙ И ИНЖЕНЕРНОЙ ЭКОЛОГИИ»

(*для студентов 3 курса дневной формы обучения
направления подготовки 6.040106 «Экология, охрана окружающей среды
и сбалансированное природопользование»*)

**Харьков
ХНАГХ
2013**

Методические указания для выполнения расчетно-графической работы и самостоятельной работы по дисциплине «Информационные технологии в прикладной и инженерной экологии» (для студентов 3 курса дневной формы обучения направления подготовки 6.040106 «Экология, охрана окружающей среды и сбалансированное природопользование») / Харьк. нац. акад. гор. хоз-ва; сост.: Е. Г. Пономаренко, О. С. Ломакина. – Х.: ХНАГХ, 2013. – 36 с.

Составители: Е. Г. Пономаренко,
О. С. Ломакина

Рецензент: зав. кафедрой инженерной экологии городов,
д.т.н., проф. Ф. В. Стольберг

Рекомендовано кафедрой инженерной экологии городов,
протокол № 4 от 09.11.11 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Современный этап развития общества невозможно представить без широкого использования информационных технологий. Будущие специалисты нуждаются в серьезной подготовке по дисциплинам информационного цикла, которая бы давала возможность решения широкого круга профессиональных задач по охране окружающей среды с использованием персональных компьютеров и программных средств.

Присоединение Украины к Болонскому процессу предусматривает введение кредитно-модульной системы организации учебного процесса, которая является украинским вариантом ECTS.

Согласно требованиям Болонской системы, центр тяжести подготовки специалистов смещается в сторону самостоятельного изучения материалов курса.

Программа дисциплины предусматривает следующие виды самостоятельной работы в рамках изучения курса:

1. Самостоятельная работа с материалами лекций, справочными системами и материалами к самостоятельной работе.
2. Выполнение расчетно-графической работы.
3. Подготовка к текущему и заключительному тестированию.

Данные методические указания составлены таким образом, чтобы дать студенту максимально полный объем теоретического и практического материала, необходимого для самоподготовки к лабораторным занятиям и успешного выполнения расчетно-графической работы.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Расчетно-графическая работа состоит из следующих заданий:

1. Табулирование функций. Построение и оформления графиков функций.
2. Нахождение корней уравнений с заданной точностью.
3. Решение системы линейных уравнений.
4. Решение системы нелинейных уравнений.
5. Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
6. Статистическая обработка экспериментальных (натурных) данных.

Самостоятельная работа предусматривает выполнение расчетных заданий и служит для подготовки как к лабораторным работам, так и к выполнению РГР.

ЗАДАНИЕ 1. ТАБУЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ. ПОСТРОЕНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ

Табулирование функции — это вычисление значений функции при изменении ее аргумента от некоторого начального значения до некоторого конечного значения с определенным шагом.

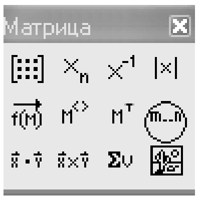
1.1 Задание диапазона изменения аргумента функции

Для задания диапазона изменения переменной – аргумента функции в MathCad используется ранжированная переменная, в которой задается массив значений аргумента функции. Структура оператора MathCAD для задания ранжированной переменной имеет следующие формы:

имя_переменной:=начальное_значение . . конечное_значение

имя_переменной:=начальное_значение, второе_значение . . конечное_значение

Задать ранжированную переменную первого типа удобно с помощью кнопки *область переменной* палитры инструментов *Матрица*.



Например: X := 20 .. 30

X =

20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30

Вместо палитры инструментов можно использовать клавишу «точка с запятой ;» при английской раскладке клавиатуры (<u>но не две точки!</u>).

Ранжированная переменная первого типа задает шаг изменения равным единице. Если необходимо задать шаг, отличающийся от единицы (в том числе равный минус единица), используется вторая форма задания ранжированной переменной. В ней, после задания начального и конечного значений, необходимо установить курсор после начального_значения и ввести запятую, а затем ввести значение, равное сумме начального_значения и шага, то есть, по сути, второе значение аргумента функции.

второе_значение = начальное_значение + шаг

Например:

$Z := 20, 20.5..22$ – будет задавать массив значений с шагом равным 0,5;

$U := 20, 19..15$ – будет задавать массив значений с шагом равным –1.

Будьте внимательны – не вводите шаг вместо второго_значения.

1.2 Задание функции и построение графика функции

При задании функции необходимо исходить из того, что является аргументом (аргументами) функции, а что – параметрами функции (которые, в принципе, тоже могут принимать различные значения). Рассмотрим это на конкретном примере:

Рассчитать значения i = Sin(ωt) при t, изменяющемся в диапазоне от 2 до 4 с шагом 0,25, и значении ω = 2.

Из приведенного задания следует:

1) *i* является функцией, так как одна из переменных в правой части (а именно t) имеет диапазон изменения. Следовательно, при записи в MathCAD *i* должна быть задана в виде функции, то есть после имени переменной должны **обязательно** стоять скобки с именем аргумента (аргументов) функции;

2) в данном случае обязательным аргументом является *t*, поскольку для него задан диапазон изменения;

3) величина ω является параметром, принимающим одно значение.

В этом случае расчет в MathCAD можно реализовать следующим образом:

Задаем параметр ω

$\omega := 2$

Задаем ранжированную переменную t в диапазоне от 2 до 4 с шагом 0,25:

t := 2, 2,25..4

Задаем i **как функцию от t:**

$i(t) := \sin(\omega \cdot t)$

Не потеряйте знак умножения между ω и t.

t =	i(t) =
2	-0.757
2.25	-0.978
2.5	-0.959
2.75	-0.706
3	-0.279
3.25	0.215
3.5	0.657
3.75	0.938
4	0.989

Рассмотрим еще один пример.

Рассчитать значения i = Sin(ωt) при t, изменяющемся в диапазоне от 2 до 4 с шагом 0,25, и значениях ω = 2 и ω = 0,5. Нанести результаты расчетов на один график.

Особенностью данного задания является, во-первых, наличие двух значений параметров, во-вторых, задача построения двух графиков на одной и той же координатной сетке.

Первую проблему можно было бы решить двумя последовательными расчетами функции i(t) при двух разных значениях ω, то есть дополнить приведенный выше расчет точно таким же при ω = 5. Однако этот путь **неприемлем**, так как не позволит нанести на график результаты **обоих** расчетов, потому что новые результаты расчета для i(t) при ω = 5 перекроют (затрут) результаты расчета при ω = 2.

Данную задачу можно решить следующими путями.

1. Произвести два последовательных расчета, но при этом присвоить функциям два различных имени (например, i1(t) и i2(t)).
2. Ввести величину ω в качестве аргумента функции i, то есть записать функцию в виде i(ω,t) и при расчетах и построении графиков подставить вместо ω требуемые значения.

Ниже приведены примеры реализации обоих путей:

1	2

1

$\omega := 2$

$t := 2, 2.25 .. 4$

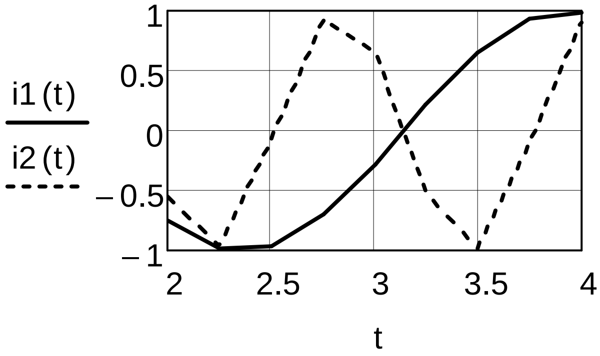
$i1(t) := \sin(\omega \cdot t)$

t =	i1(t) =
2	-0.757
2.25	-0.978
2.5	-0.959
2.75	-0.706
3	-0.279
3.25	0.215
3.5	0.657
3.75	0.938
4	0.989

$\omega := 5$

$i2(t) := \sin(\omega \cdot t)$

t =	i2(t) =
2	-0.544
2.25	-0.968
2.5	-0.066
2.75	0.926
3	0.65
3.25	-0.516
3.5	-0.976
3.75	-0.099
4	0.913

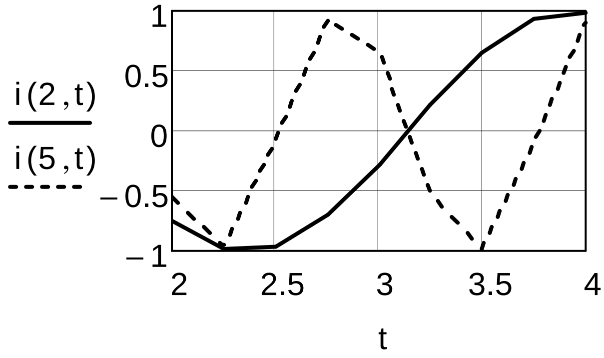


2

$t := 2, 2.25 .. 4$

$i(\omega, t) := \sin(\omega \cdot t)$

t =	i(2, t) =	i(5, t) =
2	-0.757	-0.544
2.25	-0.978	-0.968
2.5	-0.959	-0.066
2.75	-0.706	0.926
3	-0.279	0.65
3.25	0.215	-0.516
3.5	0.657	-0.976
3.75	0.938	-0.099
4	0.989	0.913



Для нанесения на график второй функции необходимо после имени первой функции на оси ординат поставить запятую и в появившийся заполнитель ввести имя второй функции.

1.3 Требования к содержанию и оформлению раздела расчетно-графической работы

Первый раздел РГР должен содержать расчет значений функций для заданного диапазона изменений аргумента при двух значениях параметров. Имена функции и всех переменных должны соответствовать приведенным в задании. Должны быть выведены значения аргумента и соответствующие им значения функций. Должен быть приведен график с нанесенными на него значениями обеих функций. Оформление графика произвольное по усмотрению студента.

1.4 Задание к самостоятельной работе

Построить и оформить график функции при a = 1 и a = 4; b = 2, x задать в диапазоне от 1 до 10 с шагом 0,5. Обе кривые нанести на один график.

$$y = 20 \cdot \frac{\sqrt[3]{\left(\cos(x) + a \cdot \sin(x)\right)}}{(a+b)^{\frac{1}{4}}}.$$

ЗАДАНИЕ 2. НАХОЖДЕНИЕ КОРНЕЙ УРАВНЕНИЯ С ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

Процедура нахождения корней уравнения произвольного вида с использованием пакета MathCAD включает в себя следующую последовательность шагов:

1. Определение количества корней.
2. Определение начальных приближений для корней или диапазона расположения корней.
3. Задание требуемой точности поиска решения.
4. Нахождение решений (корней) уравнения с помощью функций MathCAD *root* или *Find*.
5. Оценка точности полученных решений.

Рассмотрим каждый шаг более подробно и проиллюстрируем выполнение шагов на конкретном примере. В качестве примера рассмотрим следующую задачу:

Найти с точностью 10^{-5} корни уравнения $(x-2)^3 = \sqrt[3]{(20x-1)^2} - 10$.

2.1 Определение количества корней, начальных приближений корней или диапазона нахождения корней

Наилучшим способом для определения количества корней является графический. Для его использования выполним следующую последовательность действий:

A. Приведем (при необходимости) исходное уравнение к виду равенства нулю.

B. Представим левую часть преобразованного уравнения в виде функции искомой переменной

C. Представим функцию в виде графика.

D. Определим количество пересечений графиком оси абсцисс. Количество пересечений соответствует количеству корней. При необходимости поменяем масштаб графика (с помощью кнопки *увеличить* палитры инструментов *График* или задавая диапазон изменения независимой переменной).

E. Для каждого пересечения графиком оси абсцисс определим приближенную абсциссу точки пересечения или диапазон, в котором находится точка пересечения.

Проиллюстрируем последовательность действий на примере:

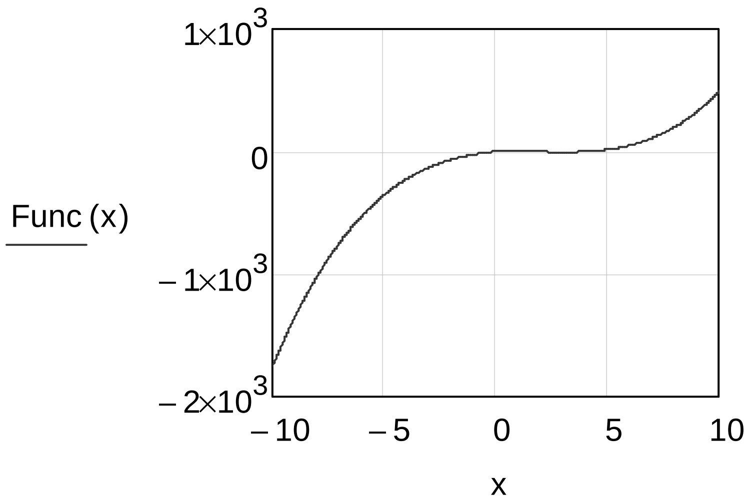
A. Приводим исходное уравнение к виду

$$(x-2)^3 - \sqrt[3]{(20x-1)^2} + 10 = 0 .$$

B. Представляем левую часть уравнения в виде функции искомой переменной *x:*

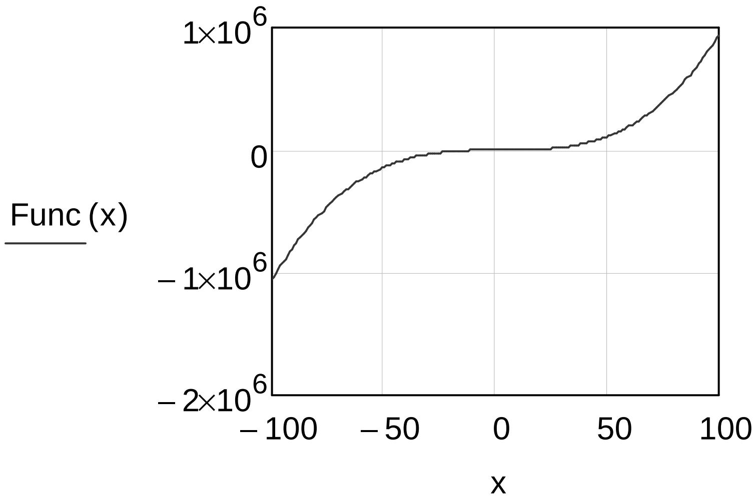
$$\mathrm{Func}(x) := (x-2)^3 - \sqrt[3]{(20x-1)^2} + 10$$

C. Строим график функции Func(x), определяем количество и местоположение точек пересечения графика с осью абсцисс.



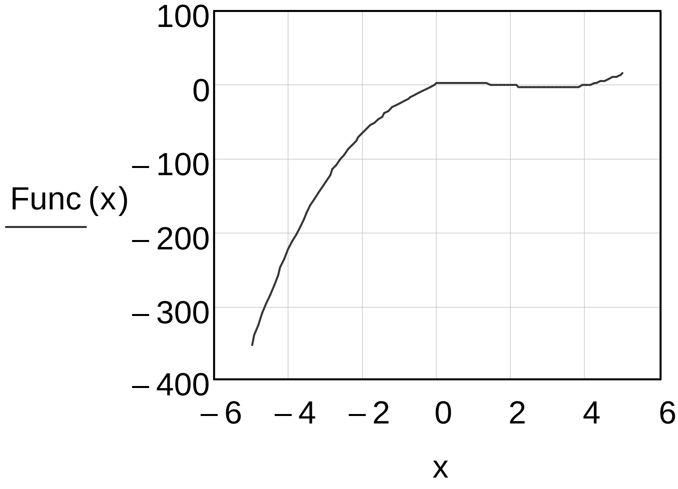
Поскольку мы не задали диапазон изменения независимой переменной, MathCAD строит график, используя диапазон «по умолчанию» от –10 до 10. В данном случае можно предположить, что за пределами этого диапазона график не должен иметь точек пересечения с осью абсцисс, но если мы хотим убедиться в этом, мы должны расширить диапазон, задав ранжированную переменную.

$x := -100, -99 .. 100$



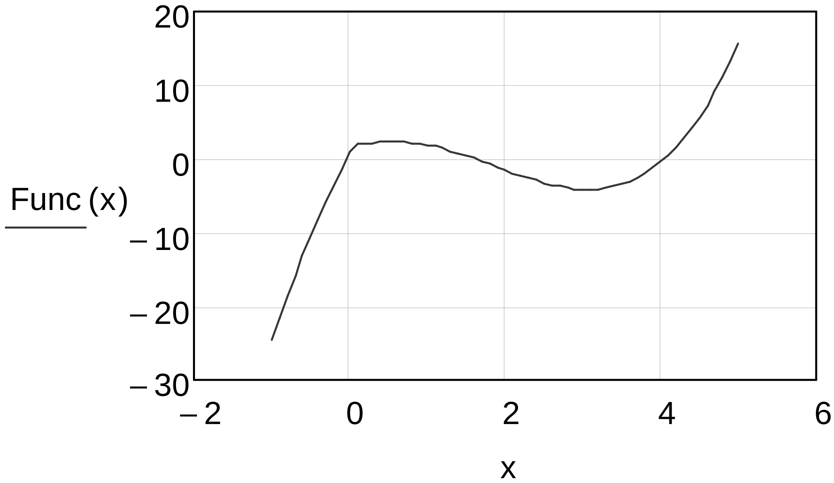
Очевидно, что расширение диапазона не показывает новых точек пересечения и все они находятся в окрестностях точки x = 0. Исследуем эту окрестность более подробно, задав соответствующий диапазон для переменной x.

$x := -5, -4.9 .. 5$



Теперь становится очевидным, что точки пересечения находятся в диапазоне от –1 до 5. Исследуем этот диапазон более подробно.

$x := -1, -0.9 .. 5$



Теперь видно, что линия графика имеет три точки пересечения, одна из которых расположена в окрестностях точки x = 0 (в диапазоне от –1 до +1), вторая – в окрестностях точки x = 2 (в диапазоне от 1 до 3) и третья – в окрестностях точки x = 4 (в диапазоне от 3 до 5).

Примечание: Для сужения (только!) диапазона вместо задания переменной x можно использовать кнопку *увеличить* палитры инструментов *График*.

2.2 Задание требуемой точности поиска решения

Требуемая точность вычисления задается с помощью встроенной функции *TOL*. Помните, что MathCAD воспринимает строчные и прописные символы как разные, поэтому пишите имя этой переменной только большими буквами. По умолчанию значение этой переменной равно 10^{-3}. Если требуемая точность вычислений отличается от этой величины, ее необходимо задать. В нашем примере требуемая точность вычислений 10^{-5} отличается от заданной по умолчанию. Поэтому присваиваем переменной *TOL* требуемое значение

$TOL := 10^{-5}$

2.3 Нахождение решений (корней) уравнения с помощью функций MathCAD

Нахождение корней с помощью функции root

Функция *root* предусматривает два способа нахождения корня: заданием начального приближения и заданием диапазона нахождения корня.

А. При использовании функции *root* с заданием начального приближения каждый корень определяется следующим образом:

a) задается начальное приближение переменной;

b) определяется корень с помощью функции *root* формата *root(F(var),var),* где *var* – имя независимой переменной (для которой ищутся корни), а *F* – имя функции, описывающей уравнение.

Для нашего примера в качестве независимой переменной *var* используется переменная *x,* а функция *F* имеет имя *Func*. Тогда для нахождения каждого из трех корней задаем их начальные приближения (их мы определили на предыдущем этапе), и находим точные значения корней с помощью функции *root.*

Первый корень (начальное приближение равно 0)

$X := 0$

$X1 := root\left(Func(x), x\right)$

$X1 = -0.04131$

Здесь через $X1$ обозначена переменная, в которую функция *root* возвращает значение первого корня. Обращаем внимание, что точность представления результатов должна соответствовать точности вычислений. У нас требуемая точность равна 10^{-5}, поэтому результаты вычислений представляются с пятью знаками после запятой.

Второй корень (начальное приближение равно 2)

$X := 2$

$X2 := root\left(Func(x), x\right)$

$X2 = 1.61793$

Третий корень (начальное приближение равно 4)

$X := 4$

$X3 := root\left(Func(x), x\right)$

$X3 = 4.04486$

В. При использовании функции *root* с заданием диапазона нахождения корней, каждый корень определяется с помощью функции *root* формата: *root(F(var),var,a,b),* где *a* и *b,* соответственно, левая и правая границы диапазона, *var* – имя независимой переменной (для которой ищутся корни), а *F* – имя функции, описывающей уравнение.

Для нашего примера:

Первый корень (диапазон от –1 до +1)):

$X1 := root\left(Func(x), x, -1, 1\right)$

$X1 = -0.04131$

Второй корень (диапазон от 1 до 3)

$X2 := root(Func(x), x, 1, 3)$

$X2 = 1.61793$

Третий корень (диапазон от 3 до 5)

$X3 := root(Func(x), x, 3, 5)$

$X3 = 4.04486$

Нахождение корней с помощью функции Find

При использовании этого подхода необходимо для каждого корня:

a) задать начальное приближение корня;

b) ввести ключевое слово *Given;*

c) записать уравнение. При этом уравнение может быть записано в начальном виде (без преобразования к виду = 0). Необходимо только помнить, что в качестве знака равенства необходимо использовать логическое равенство с палитры инструментов *Логический;*

d) определить корень, используя функцию *Find(var)*, где *var* – имя искомой переменной.

Для нашего примера:

Первый корень (начальное приближение равно 0):

x := 0

Given

$$(x-2)^3 = \sqrt[3]{(20x-1)^2} - 10$$

x1 := Find (x)

x1 = –0.04131

Второй корень (начальное приближение равно 2):

x := 2

Given

$$(x-2)^3 = \sqrt[3]{(20x-1)^2} - 10$$

x2 := Find (x)

x2 = 1.61793

Третий корень (начальное приближение равно 4):

x := 4

Given

$$(x-2)^3 = \sqrt[3]{(20x-1)^2} - 10$$

x3 := Find (x)

x3 = 4.04486

2.4 Оценка точности полученных решений

Для оценки точности полученные корни необходимо подставить в функцию, описывающую уравнение, и определить величину ошибки вычислений.

Она не должна превышать заданную точность.

Для нашего примера:
Подставляем первый корень в Func:

$$\mathrm{Func}(x1) = 1.776 \times 10^{-15}$$

Подставляем второй корень в Func:

$$\mathrm{Func}(x2) = 0$$

Подставляем третий корень в Func:

$$\mathrm{Func}(x3) = 3.552714 \times 10^{-15}$$

Ошибка вычислений во всех трех случаях меньше, чем заданная величина 10^{-5}. Следовательно, полученные результаты удовлетворяют заданной точности вычислений.

2.5 Требования к содержанию и оформлению раздела расчетно-графической работы

Второй раздел РГР должен содержать:

- Функцию, описывающую исходное уравнение
- График, позволяющий однозначно определить количество и начальные приближения (диапазоны нахождения) корней уравнения. Если для этих целей использовалось увеличение графика, а не задание ранжированной переменной, в отчете должна быть представлена увеличенная версия графика.
- Нахождение всех корней уравнения с заданной точностью на основе любого из способов (функция *root* с заданием начального приближения, функция *root* с заданием диапазона, функция *Find)*. В отчете должны быть представлены значения всех корней с количеством знаков после запятой, соответствующей требуемой точности вычислений.
- Оценку точности полученных решений.

2.6 Задание к самостоятельной работе

Найти с погрешностью $\varepsilon = 10^{-8}$ все корни уравнения

$$\lg[\ln(x)] = \frac{1}{1+x^2}.$$

ЗАДАНИЕ 3. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Процедура решения системы линейных уравнений с помощью пакета MathCAD включает в себя следующую последовательность действий:

1. Представление системы уравнений в виде, при котором свободные члены уравнения находятся в правой части (если необходимо).
2. Задание матрицы коэффициентов уравнения и вектора свободных членов.
3. Нахождение решения системы с помощью обратной матрицы или функции *lsolve*.
4. Оценка точности полученного решения.

Рассмотрим каждый шаг более подробно и проиллюстрируем выполнение шагов на конкретном примере. В качестве примера рассмотрим следующую задачу:

Найти решение системы уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - 14 = 0, \\ -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 6 = 0, \\ 3x_2 - 2x_3 - 17 = 0. \end{cases}$$

3.1 Представление системы уравнений в виде, при котором свободные члены уравнения находятся в правой части (если необходимо)

В том случае, если в левой части уравнения содержатся свободные члены, они должны быть перенесены в правую часть. В нашем примере такая необходимость есть. Поэтому приводим уравнение к следующему виду:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 = 14, \\ -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 6, \\ 3x_2 - 2x_3 = 17. \end{cases}$$

3.2 Задание матрицы коэффициентов уравнения и вектора свободных членов

Матрица коэффициентов должна быть квадратной и ее порядок (размерность) должна соответствовать количеству неизвестных = количеству уравнений системы. **<u>Будьте внимательны</u>**. Помните: если в уравнении какие-то переменные отсутствуют, это означает, что при них стоит коэффициент, равный нулю.

Вектор правых частей представляет собой вектор-столбец, размерность которого равна количеству неизвестных = количеству уравнений системы.

Для нашего примера, чтобы не совершить ошибки, можно представить систему в виде

$$\begin{cases} 3x_1 + 0x_2 + 3x_2 = 14, \\ -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 6, \\ 0x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 17. \end{cases}$$

Тогда матрица коэффициентов и вектор правых частей будут иметь следующий вид:

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ -2 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \qquad b := \begin{pmatrix} 14 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix}.$$

3.3 Нахождение решения системы с помощью обратной матрицы или функции *lsolve*

Для получения результата можно использовать один из двух способов:

1. Решение матричного уравнения. Решение имеет вид $X = A^{-1}b$, где X – вектор решения. Для задания обратной матрицы необходимо воспользоваться кнопкой *инверсия* на палитре инструментов *Матрица*.

$$X := A^{-1} \cdot b$$

Для нашего примера получим

$$X = \begin{pmatrix} 6.06 \\ 4.738 \\ -1.393 \end{pmatrix}.$$

Вектор решения необходимо представить в виде значений переменных системы. Помните, что по умолчанию MathCAD начинает нумерацию индексов векторов и матриц с нуля, а не с единицы. Задать начальное значение индекса в виде единицы можно, задав равным единице значение системной переменной *ORIGIN*.

$$x1 := X_0 = 6.06$$
$$x2 := X_1 = 4.738$$
$$x3 := X_2 = -1.393$$

2. Использование функции MathCAD *lsolve(M,v)*, где M и v, соответственно, матрица коэффициентов и вектор правых частей. Функция возвращает решение в виде вектора.

Для нашего примера:

$$X := lsolve(A, b)$$

$$X = \begin{pmatrix} 6.06 \\ 4.738 \\ -1.393 \end{pmatrix}$$

$$x1 := X_0 = 6.06$$
$$x2 := X_1 = 4.738$$
$$x3 := X_2 = -1.393$$

3.4 Оценка точности полученного решения

Для оценки точности полученного решения подставим найденные значения переменных в исходную систему. Рекомендуется использовать именно этот метод, а не перемножение A на X, поскольку он позволяет дополнительно проконтролировать правильность задания вами матрицы A и вектора b. Если при задании вектора или матрицы вы допустили ошибку, проверка покажет несовпадение рассчитанных значений с правыми частями исходной системы, в то время как произведение AX покажет совпадение.

$$
\begin{aligned}
&3x1+3x3=14,\\
&-2x1+5x2+4x3=6,\\
&3x2-2x3=17.
\end{aligned}
$$

3.5 Требования к содержанию и оформлению раздела расчетно-графической работы

Третий раздел РГР должен содержать: матрицу коэффициентов и вектор правых частей; вектор решения системы полученный либо как решение матричного уравнения (с использованием обратной матрицы), либо с помощью функции *lsolve*, четкое представление найденного решения для каждой переменной системы уравнений в соответствии с именами переменных исходной системы; оценку точности полученного решения.

3.6. Задание к самостоятельной работе

Решить систему линейных уравнений

$$
\begin{cases}
x_1-2x_2+16x_3=31,\\
10x_1-x_2+x_4=0,\\
12x_2+x_3-x_4=-28,\\
2x_2+16x_4=29.
\end{cases}.
$$

ЗАДАНИЕ 4. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Процедура решения системы нелинейных уравнений с помощью пакета MathCAD включает в себя следующую последовательность действий:

1. Определение количества корней.
2. Определение начальных приближений для корней.
3. Задание требуемой точности поиска решения.
4. Нахождение корней уравнения с помощью функции *Find*.
5. Оценка точности полученных решений.

Рассмотрим каждый шаг более подробно и проиллюстрируем выполнение шагов на конкретном примере. В качестве примера рассмотрим следующую задачу:

Найти с точностью 10^{-6} корни системы уравнений

$$\begin{cases} x + y - xy = 3, \\ x - y + 5xy = 1. \end{cases}$$

4.1 Определение количества корней и начальных приближений корней

Если количество уравнений в системе равно двум, то наиболее удобным способом для определения количества корней является графический. Для его использования выполним следующую последовательность действий:

a) приведем (при необходимости) исходные уравнения к виду равенства правых частей нулю;

b) представим левые части преобразованных уравнений в виде функций от искомых переменных;

c) нанесем функции на контурный график;

d) количество корней определяется количеством пересечений изолиний нулевого уровня;

e) для каждого пересечения изолиний нулевого уровня определим приближенные координаты точки пересечения, которые будут использованы в качестве начальных приближений при поиске решений.

Проиллюстрируем последовательность действий на примере:

Приведем исходную систему уравнений к виду

$$\begin{cases} x + y - xy - 3 = 0, \\ x - y + 5xy - 1 = 0, \end{cases}$$

и зададим левые части уравнений в виде функций от искомых переменных x и y.

$$F(x, y) := x + y - x \cdot y - 3$$

$$G(x, y) := x - y + 5x \cdot y - 1$$

Нанесем на контурный график функцию $F(x, y)$. Для этого:

- Выберем на рабочем листе место для размещения графика и нажмем кнопку *График контура* на палитре инструментов *График*. В заполнитель внесем имя первой функции F. Обратите внимание, что заносится **только имя** функции без скобок и аргументов.

➢ Перейдем в настройки графика (например, двойным щелчком мыши в области графика).

➢ Перейдем на закладку *Специальные* и установим флажок *Нумерованная*.

➢ При желании можно выделить линии графика, утолщив их. Для этого переходим на закладку *Вид* и изменяем параметр *Вес* (например, устанавливаем его равным трем).

➢ Закончим оформление, щелкнув в любом месте за пределами графика.

Нанесем на контурный график вторую функцию G(x,y). Для этого:

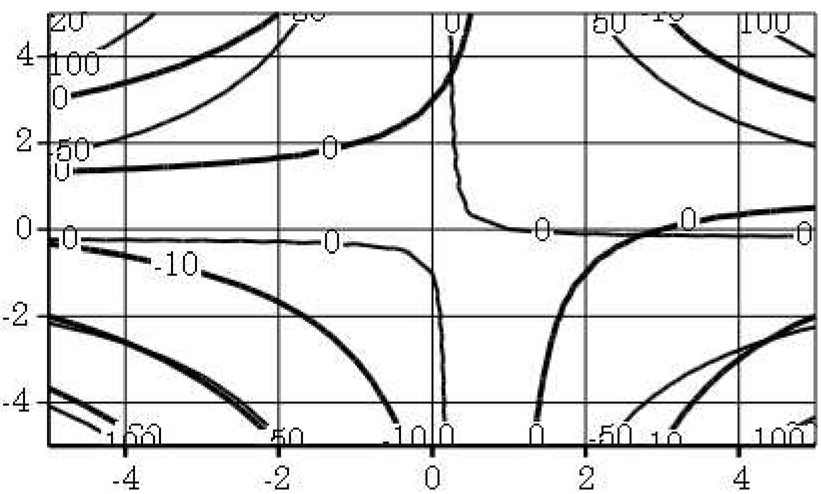
➢ Установим курсор на графике за именем функции F и введем запятую. В появившемся заполнителе введем имя функции G.

➢ Если график принял вид трехмерного графика:
   - перейдем в настройки графика,
   - перейдем на закладки *График 2* и *Общие,*
   - установим переключатель *Контурный график*.

➢ Перейдем на закладку *Специальные* и установим флажок *Нумерованная*.

➢ При желании можно выделить линии графика, утолщив их. Для этого переходим на закладку *Вид* и изменяем параметр *Вес* (например, устанавливаем его равным двум).

➢ Для удобства можно нанести линии сетки. Для этого перейдем на закладки *Оси* и *Ось X* и установим флажок *Провести линии*. Аналогичный флажок установим на закладке *Ось Y*.



F , G

Найдем на графике изолинии с маркировкой 0, принадлежащие каждой функции и определим количество пересечений этих изолиний друг с другом. Таких пересечений два. Значит, система уравнений имеет два корня. Приближенные координаты точек пересечения (0.5; 4) и (3; –0.5) определяют начальные приближения корней.

4.2 Задание требуемой точности поиска решения и нахождение корней уравнения с помощью функции Find

Аналогично *Заданию 2* точность поиска решения задаем с помощью системной переменной *TOL*.

$TOL := 10^{-6}$

Для нахождения первой пары корней с помощью функции *Find*:

a) записываем начальные приближения (0.5; 4)

$x := 0.5 \qquad y := 4$

b) вводим ключевое слово

Given

c) записываем систему уравнений. При этом левую часть системы можно записать или в развернутом виде

$$x + y - x \cdot y - 3 = 0$$

$$x - y + 5x \cdot y - 1 = 0$$

или воспользоваться тем, что левые части уравнений уже записаны в виде функций $F(x, y)$ и $G(x, y)$:

$$F(x, y) = 0$$

$$G(x, y) = 0$$

d) записываем функцию *Find*. Функция *Find* (эта функция уже рассматривалась в Задании 2) возвращает решение x1 и y1 системы уравнений в виде вектора

$$\begin{pmatrix} x1 \\ y1 \end{pmatrix} := \text{Find}(x, y)$$

Решение системы представляем с количеством знаков после запятой, соответствующим заданной точности решения, то есть с шестью.

$x1 = 0.241694 \qquad y1 = 3.637459$

Аналогично находим вторую пару корней:

$x := 3 \qquad y := -0.5$

Given

$$F(x, y) = 0$$

$$G(x, y) = 0$$

$$\begin{pmatrix} x2 \\ y2 \end{pmatrix} := \text{Find}(x, y)$$

$x2 = 2.758306 \qquad y2 = -0.137459$

4.3 Оценка точности полученных решений

Для оценки подставляем полученные решения в исходную систему и сравниваем полученное значение с заданной точностью вычислений:

$F(x1, y1) = 0 \qquad G(x1, y1) = 0$

$F(x2, y2) = 0 \qquad G(x2, y2) = 0$

Расчетная точность выше заданной.

4.4 Требования к содержанию и оформлению раздела расчетно-графической работы

Четвертый раздел РГР должен содержать: функции, описывающие левые части уравнений после приведения их к виду = 0; график, позволяющий однозначно определить количество корней и их начальные приближения; задание точности решения; четкое представление найденных решений для каждой переменной системы уравнений в соответствии с именами переменных исходной системы; оценку точности полученных решений.

4.5 Задание к самостоятельной работе

Найти с погрешностью 10^{-7} решения системы

$$\begin{cases} \sin y + 2x = 2 \\ \cos(x-1) + y = 0.7 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 5. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

5.1 Решение с использованием функции MathCAD *Odesolve*

Нахождение решения системы дифференциальных уравнений с помощью функции *Odesolve* требует задания разрешающего блока *Given* и состоит из следующих шагов:

1. Задание ключевого слова *Given.*
2. Запись системы дифференциальных уравнений и начальных условий.
3. Задание функции *Odesolve(vf,x,b)*, где *vf* – вектор имен функций, размерность которого совпадает с количеством уравнений в системе; *x* – имя независимой переменной; *b* – правая граница интервала изменения независимой переменной
4. Построение графика функций решений на заданном диапазоне изменения независимой переменной.

Рассмотрим эту процедуру на конкретном примере:

Найти решение системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = x - y + xy,$$

$$\frac{dy}{dt} = x + y - xy,$$

$$x(1) = 1, \qquad y(1) = 20$$

при t, изменяющемся в диапазоне от 1 до 2.

1. Вводим ключевое слово *Given* и записываем систему уравнений с начальными условиями.

Given

$$\frac{d}{dt}x(t) = x(t) - y(t) + x(t)\cdot y(t)$$

$$\frac{d}{dt}y(t) = x(t) + y(t) - x(t)\cdot y(t)$$

$$x(1) = 1 \qquad y(1) = 20$$

Обратите внимание:

- При записи системы x и y должны быть записаны как функции независимой переменной t, то есть x(t) и y(t).
- Используется логический знак равенства с палитры *Логический.*
- Если левая часть уравнения записана в виде производной, а не дифференциала (то есть имеет вид $x_t' = x - y + xy$, а не $\frac{dx}{dt} = x - y + xy$), то в

MathCAD она вводится следующим образом:

$$x'(t) = x(t) + y(t) - x(t) \cdot y(t)$$

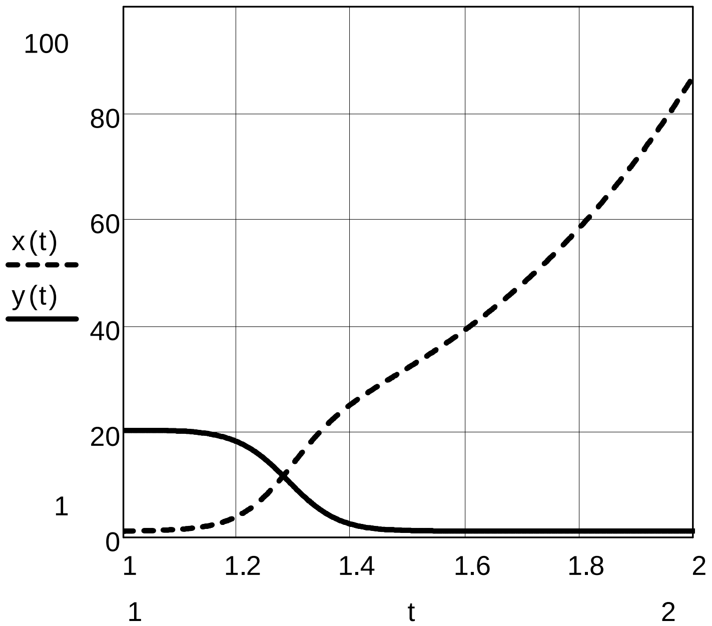
Для ввода знака производной используется сочетание клавиш Ctrl и F7.

2. Задаем функцию *Odesolve*.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \text{Odesolve}\left[\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, t, 2\right]$$

В нашем случае вектор имен функций имеет размерность, равную двум, и включает имена неизвестных функций x и y, независимая переменная имеет имя t, а правая граница интервала равна 2.

Наносим функции x(t) и y(t) на график:



Проверьте, чтобы диапазон изменения переменной t на графике соответствовал приведенному в задании.

5.2 Решение методом Рунге – Кутта с использованием функции MathCAD *rkfixed*

Функция *rkfixed* имеет следующий вид: *rkfixed(y,x1,x2,npoints,D)*, где *y* – вектор-столбец начальных значений, *x1* – левая граница диапазона изменения независимой переменной, *x2* – правая граница диапазона изменения независимой переменной, *npoints* – количество расчетных точек, *D(x,Y)* – вектор-функция, определяющая правую часть дифференциальных уравнений, *x* – независимая переменная, *Y* – вектор, компоненты которого сопоставляются с именами искомых функций. Результат вычислений возвращается в виде матрицы, левый столбец которой содержит значения независимой переменной в расчетных точках, а остальные – значения функций в тех же точках.

Рассмотрим использование функции на том же примере:

$$\frac{dx}{dt} = x - y + xy,$$

$$\frac{dy}{dt} = x + y - xy,$$

$$x(1) = 1, \qquad y(1) = 20,$$

t изменяется в диапазоне от 1 до 2.

Подготовим параметры для функции *rkfixed*:

Вектор начальных значений

$$Z0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 20 \end{pmatrix}$$

Левая граница диапазона изменения независимой переменной (точка, в которой заданы начальные значения):

$$tbegin := 1$$

Правая граница диапазона изменения независимой переменной

$$tend := 2$$

Количество расчетных точек рекомендуется принимать равным 1000.

Вектор-функция D(t,Z), где вектор Z состоит из двух элементов, первый из которых Z_0 (напоминаем, что по умолчанию индексация начинается с нуля) соответствует имени функции x, а вторая – Z_1 – имени функции y.

$$D(t, Z) := \begin{pmatrix} Z_0 - Z_1 + Z_0 \cdot Z_1 \\ Z_0 + Z_1 - Z_0 \cdot Z_1 \end{pmatrix}$$

Для нахождения решения записываем следующий оператор

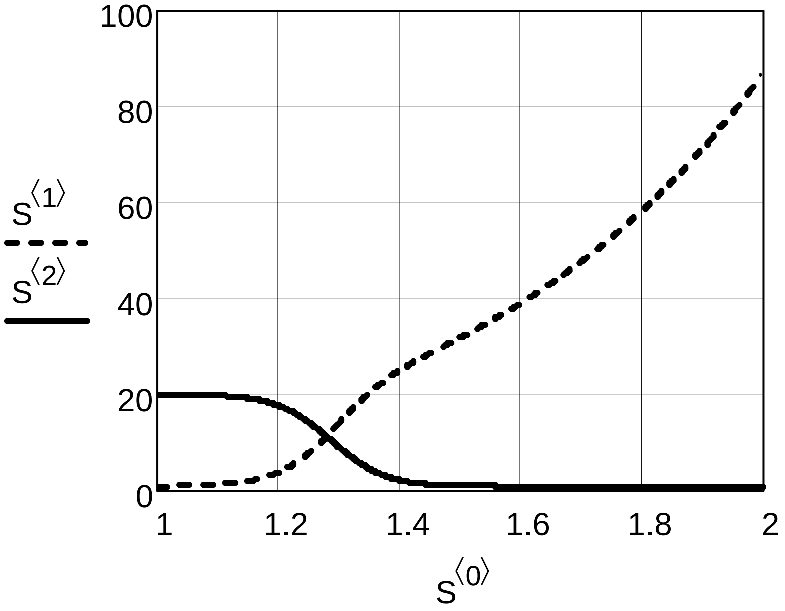
$$S := rkfixed\ (Z0, tbegin, tend, 1000, D)$$

S =

	0	1	2
0	1	1	20
1	1.001	1.001	20.001
2	1.002	1.002	20.002
3	1.003	1.003	20.003
4	1.004	1.004	20.004
5	1.005	1.005	20.005
6	1.006	1.006	20.006
7	1.007	1.008	20.007
8	1.008	1.009	20.007
9	1.009	1.01	20.008
10	1.01	1.011	20.009
11	1.011	1.012	20.01
12	1.012	1.014	20.011
13	1.013	1.015	20.011
14	1.014	1.016	20.012
15	1.015	1.018	...

Нулевой столбец содержит значения t, первый – значения функции x, а второй – значения функции y.

Нанесем значения на график.



5.3 Требования к содержанию и оформлению раздела расчетно-графической работы

Пятый раздел РГР должен содержать: запись решения системы дифференциальных уравнений либо с помощью функции *Odesolve*, либо с помощью функции *rkfixed*; графики обеих функций, нанесенные на одну координатную сетку. Графики должны быть построены в диапазоне изменения независимой переменной.

5.4 Задание к самостоятельной работе

Решить систему дифференциальных уравнений и построить графики функций $y_1(x)$ и $y_2(x)$ на отрезке $[a,b]$.

$$\begin{cases} y_1' = f_1(x, y_1, y_2), \\ y_2' = f_2(x, y_1, y_2), \end{cases} \quad y_1(a) = A_1, \ y_2(a) = A_2.$$

$$f_1(x, y_1, y_2) = \sin y_1 y_2 \,,$$

$$f_2(x, y_1, y_2) = \cos(x y_1 y_2),$$

$$A_1 = -1, \ A_2 = 2, \ a = 0, \ b = 2.$$

ЗАДАНИЕ 6. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ (НАТУРНЫХ) ДАННЫХ

Выполнение данного этапа включает решение следующих задач:

1. Определение статистических характеристик экспериментальных (натурных) данных.
2. Линейная интерполяция данных.
3. Построение уравнений регрессии и их сравнение.

Выполнение этих этапов проиллюстрируем на конкретном примере.

Имеется набор экспериментальных данных:

Входная величина	24	14	15	19	12	10	11	17	20	16
Выходная величина	1060	770	742	900	808	546	590	590	780	868

1) Определить для выходной величины значения статистического среднего, дисперсии, среднеквадратичного отклонения

2) Определить значения коэффициента корреляции между входной и выходной величинами.

3) С помощью линейной интерполяции определить значение выходной величины при значении входной величины, равном 13.

4) Построить уравнения регрессии и выбрать лучшее из них:
   a) линейной регрессии;
   b) уравнение вида $a + b\sqrt{x} + \dfrac{c}{x}$;
   c) уравнение вида $\lambda + \ln^4(\delta x)$.

6.1 Задание массивов исходных величин

Исходные данные представляются в виде векторов-столбцов. Для нашего примера обозначим вектор входных величин как U, а выходных – как V. Чтобы уменьшить занимаемое на рабочем листе MathCAD место и улучшить наглядность расчета, исходные вектора целесообразно представить в виде векторов-строк и транспонировать их (для этого используется кнопка *Транспонирование матрицы* палитры инструментов *Матрица).*

$$U := (24\ \ 14\ \ 15\ \ 19\ \ 12\ \ 10\ \ 11\ \ 17\ \ 20\ \ 16)^T$$

$$V := (1060\ \ 770\ \ 742\ \ 900\ \ 808\ \ 546\ \ 590\ \ 590\ \ 780\ \ 868)^T$$

6.2. Определение статистических характеристик

1. Определение статистического среднего.

Статистическое среднее может быть определено с помощью функции

MathCAD *mean(A),* где *A* – имя массива, содержащего исходные данные для вычисления. Для нашего примера:

$$V_m := \mathrm{mean}(V) \qquad V_m = 765.4$$

2. Определение дисперсии.

Дисперсия может быть определена с помощью функции MathCAD *Var(A)*. Не путайте ее с похожей функцией *var(A)*. Для нашего примера

$$V_D := \mathrm{Var}(V) \qquad V_D = 2.53 \times 10^4$$

3. Определение среднеквадратичного отклонения.

Среднеквадратичное отклонение можно определить либо с помощью функции MathCAD *Stdev(A)* (не спутайте с функцией *stdev*), либо, если предварительно была вычислена дисперсия, как квадратный корень из дисперсии. Для нашего примера:

$$V_S := \mathrm{Stdev}(V) \qquad V_S = 159.058$$

или

$$V_S := \sqrt{V_D} = 159.058$$

4. Определение коэффициента корреляции.

Коэффициент корреляции можно определить с помощью функции MathCAD *corr(A,B),* где *A* и *B* – массивы величин, для которых производятся вычисления. Оба массива должны иметь одинаковое количество элементов. Для нашего примера:

$$r := \mathrm{corr}(U, V) \qquad r = 0.749$$

6.3 Линейная интерполяция данных

Построение линии линейной интерполяции можно осуществить с помощью функции MathCAD *linterp(A,B,x),* где *x* – расчетная точка. Для использования функции *linterp* массивы исходных данных должны быть отсортированы по увеличению значений в массиве A. Поэтому последовательность действий в случае, если изначально данные не отсортированы, состоит из следующих шагов:

1. Формируется матрица D, состоящая из исходных векторов-столбцов с помощью функции MathCAD *augment(A,B).*

2. Полученная матрица сортируется по первому столбцу (входной величине) с помощью функции *csort(D,n),* где *n* – номер столбца, по которому осуществляется сортировка.

3. Отсортированная матрица снова разбивается на два вектора с помощью кнопки *столбец матрицы* палитры инструментов *Матрица*.

4. Полученные вектора обрабатываются с помощью функции *linterp*.

Если входные величины изначально заданы отсортированными по возрастанию, этапы 1 – 3 пропускаются.

Для нашего примера исходные данные не отсортированы, поэтому:

1. Объединяем вектора U и V в матрицу W.

$$W := \mathrm{augment}(U, V)$$

Напоминаем, что нумерация элементов массивов (в том числе столбцов и строк матриц) в MathCAD по умолчанию начинается с нуля. Для удобства и избежания путаницы, изменим начальную индексацию на единицу, задав системную переменную

$$ORIGIN := 1$$

$W^T =$

	1	2	3	4	5	6
1	24	14	15	19	12	10
2	$1.06\cdot10^3$	770	742	900	808	...

Здесь снова использована процедура транспонирования для более компактного представления матрицы.

2. Отсортируем матрицу W по возрастанию первого столбца, присвоив отсортированной матрице имя WS.

$$WS := csort(W, 1)$$

$WS^T =$

	1	2	3	4	5	6
1	10	11	12	14	15	16
2	546	590	808	770	742	...

3. Разобьем отсортированную матрицу на вектора входных и выходных величин. Присвоим векторам отсортированных величин имена US и VS.

$$US := WS^{\langle 1 \rangle} \qquad VS := WS^{\langle 2 \rangle}$$

$US^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10	11	12	14	15	16	17	19	20	24

$VS^T =$

	1	2	3	4	5	6
1	546	590	808	770	742	...

4. Зададим линейную интерполирующую функцию с помощью функции MathCAD *linterp*

$$V_L(u) := linterp(US, VS, u)$$

Здесь u – независимая переменная, диапазон изменения которой должен соответствовать диапазону изменения US.

5. По функции линейной интерполяции определим значение выходной величины при значении входной величины равном 13:

$$V_L(13) = 789$$

6.4 Построение уравнений регрессии

1. <u>Уравнение линейной регрессии</u>

Определить коэффициенты a и b уравнения линейной регрессии $y(x) = ax + b$ можно двумя способами:

➢ Определить коэффициент a при независимой переменной x при помощи функции *slope(A,B)*, а независимую переменную b – с помощью функции *intercept(A,B)*.

- Определить оба коэффициента с помощью функции *line(A,B)*.

$$\begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} := line(A, B)$$

Обратите внимание, что при использовании функции *line* первым определяется свободный член b, а коэффициент при независимой переменной *a* – вторым.

Для нашего примера обозначим свободный член через α, а коэффициент при независимой переменной u – через β. Тогда коэффициенты α и β можно определить

либо как

$$\alpha := \mathrm{intercept}(U, V) \qquad \beta := \mathrm{slope}(U, V)$$

$$\alpha = 334.417 \qquad \beta = 27.277$$

либо как

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} := \mathrm{line}(U, V)$$

$$\alpha = 334.417 \quad \beta = 27.277$$

Обратите внимание, что при построении уравнений регрессии требования к сортировке данных нет, поэтому в функциях можно использовать как не отсортированные вектора исходных данных U и V, так и отсортированные US и VS. Мы использовали не отсортированные данные.

Теперь уравнение линейной регрессии можно представить в виде

$$Q_{lin}(u) := \alpha + \beta \cdot u$$

задав для независимой переменной u диапазон изменения, соответствующий изменению входной величины U.

$$u := 8, 8.1 .. 26$$

Входная величина U изменяется в диапазоне от 10 до 24. Если использовать этот диапазон точно, то первая и последняя точки окажутся на границе графика. Для улучшения наглядности целесообразно чуть увеличить диапазон (например, от 8 до 26).

2. Уравнение вида $y(x) = a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) + \cdots + a_n f_n(x)$.

Для уравнения регрессии, представляющего собой линейную относительно неизвестных коэффициентов a_i комбинацию заданных функций $f_i(x)$, коэффициенты могут быть найдены с помощью функции MathCAD *linfit(A,B,F)*, где *F* – вектор-столбец функций $f_i(x)$. Функция возвращает вектор-столбец коэффициентов a_i.

Рассмотрим использование этой функции на примере нахождения коэффициентов уравнения регрессии вида $a + b\sqrt{x} + \dfrac{c}{x}$.

В данном случае неизвестными коэффициентами являются a, b и c, а функциями f_1, f_2 и f_3 соответственно являются 1, $\sqrt{x}$ и $\frac{1}{x}$.

Обозначая, как и ранее, независимую переменную через u, зададим вектор-столбец функций (обозначим его через q1).

$$q1(u) := \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{u} \\ \frac{1}{u} \end{pmatrix}$$

Тогда вектор-столбец неизвестных коэффициентов можно определить как:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} := \text{linfit}\ (U, V, q1)$$

$a = -440.467 \qquad b = 275.876 \qquad c = 1.75 \times 10^3$

Уравнение регрессии имеет вид

$$Q_{pol}(u) := a + b\cdot\sqrt{u} + \frac{c}{u}$$

3. Уравнение регрессии произвольного вида

В этом случае для нахождения неизвестных коэффициентов можно напрямую использовать расчетные зависимости метода наименьших квадратов. Решение данной задачи в MathCAD предполагает выполнение следующих шагов:

A. Задать уравнение регрессии в виде функции от неизвестных параметров и независимой переменной $F(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n, x)$, , где α_i – неизвестные коэффициенты, а x – независимая переменная.

B. Задать функцию, рассчитывающую сумму квадратов отклонений выходной величины от значений, которые рассчитаны с помощью функции F в точках, соответствующих значениям входной величины.

$\Delta(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n, x) = \sum (B - F(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n, A)^2$, где B – значения выходной величины, A – значения входной величины.

C. Задать начальные приближения всех неизвестных коэффициентов α.

D. Ввести ключевое слово *Given.*

E. Задать уравнение в виде $\Delta(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n, x) = 0$ (не забудьте, что равенство должно быть логическим).

F. Найти вектор неизвестных коэффициентов с помощью функции MathCAD *Minerr*($\alpha_1, \ldots, \alpha_n$).

Проиллюстрируем эту методику на примере:

Найти коэффициенты уравнения регрессии вида $\lambda + \ln^4(\delta x)$.

A. Обозначив, как и раньше, независимую переменную через u, запишем функцию

$$Q_a(\gamma,\delta,u);=\gamma+\ln(\delta\cdot u)^4$$

B. Зададим функцию

$$\Delta(\gamma,\delta):=\left(V-Q_a(\gamma,\delta,U)\right)^2$$

C. Зададим начальные приближения для γ и δ, ключевое слово *Given*, уравнение и функцию *Minerr*.

$\gamma:=1$ $\delta:=1$

Given

$$\sum\Delta(\gamma,\delta)=0$$

$$\begin{pmatrix}\gamma\\ \delta\end{pmatrix}:=\mathrm{Minerr}(\gamma,\delta)$$

$\gamma=256.86$ $\delta=7.399$

6.5 Сравнительная оценка уравнений регрессии

Для сравнительной оценки уравнений регрессии для каждого из них рассчитывается сумма квадратов отклонений выходной величины от значений, которые рассчитаны с помощью функции в точках, соответствующих значениям входной величины. Чем меньше рассчитанная величина, тем точнее уравнение регрессии описывает исходные данные.

Для нашего примера:

Для уравнения линейной регрессии $Q_{lin}(u):=\alpha+\beta\cdot u$

$$R_{lin}:=\sum\left(V-Q_{lin}(U)\right)^2=1\times10^5$$

Для уравнения $Q_{pol}(u):=a+b\cdot\sqrt{u}+\frac{c}{u}$

$$R_{pol}:=\sum\left(V-Q_{pol}(U)\right)^2=1.013\times10^5$$

Для уравнения $Q_a(\gamma,\delta,u):=\gamma+\ln(\delta\cdot u)^4$

$$R_a:=\sum\left(V-Q_a(\alpha,\beta,U)\right)^2=8.485\times10^6$$

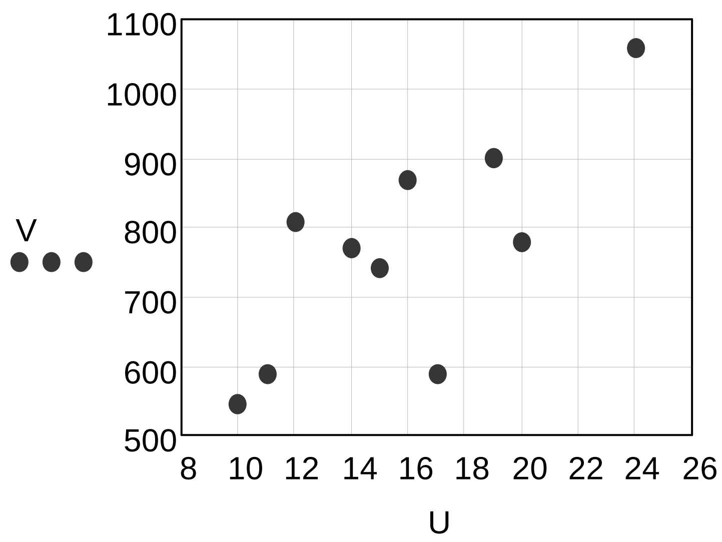
Наименьшая величина получена для уравнения линейной регрессии. Следовательно, это уравнение является наилучшим из рассматриваемых.

6.6 Графическое представление результатов

Исходные экспериментальные (натурные) данные наносятся на график в виде точек, и далее на эту же координатную сетку наносятся графики функции линейной интерполяции и всех уравнений регрессии.

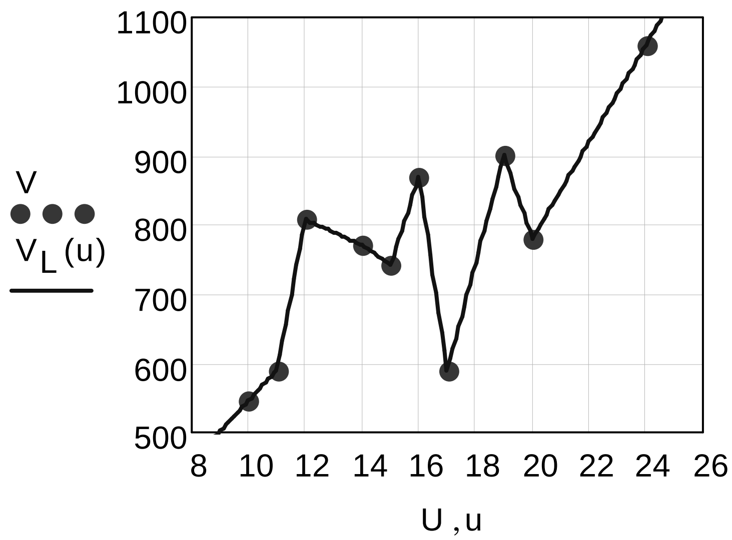
Для нашего примера:

1. Строим график для экспериментальных данных U и V и представляем их в виде точек. Для этого в настройках графика заходим на закладку *Графики*, в списке *Линия* выбираем отсутствие линии, а в списке *Symbol* выбираем точку. Можно увеличить размер точки, выбрав *Символ вес* больше единицы.

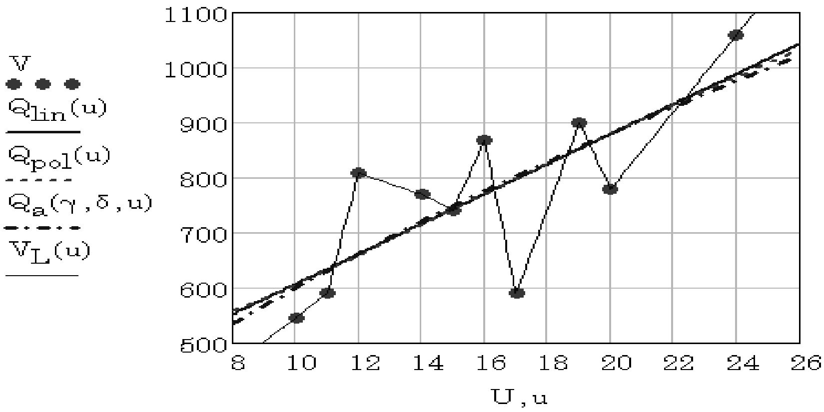


2. Задаем диапазон изменения независимой переменной u соответственно диапазону изменения входной величины U (если это не было сделано раньше) и наносим уравнение линейной интерполяции:

$$u := 8, 8.1 .. 26$$



3. Добавляем уравнения регрессии.



6.7 Требования к содержанию и оформлению раздела расчетно-графической работы

Шестой раздел РГР должен содержать:

- Заданные в виде векторов исходные данные.
- Основные статистические характеристики выходной величины – статистическое среднее, дисперсию, среднеквадратичное отклонение.
- Величину коэффициента корреляции.
- Уравнение линейной интерполяции и определение на ее основе значения выходной величины для заданного значения входной величины.
- Построение трех уравнений регрессии.
- Сравнительный анализ уравнений регрессии и выбор лучшего из них.
- Графическое представление на одном графике исходных данных, уравнения линейной интерполяции и уравнений регрессии.

6.8 Задание для самостоятельной работы

Приведены экспериментальные данные для входной величины X и выходной величины Y:

X	-40	0	-35,4	5,2	10	40	26	-20	14	28
Y	-5,1	0	-8,1	2,1	3,5	26,1	15,1	-2,1	5,1	15,3

1. С помощью линейной интерполяции данных определить значение Y при X = 22

2. Построить уравнения:

а) линейной регрессии;

б) регрессии вида $\mathbf{y} = \mathbf{a}\mathbf{e}^{\frac{\mathbf{b}}{\sqrt{\mathbf{x}}}}$;

в) регрессии вида $y = ax^2 + bx + c$.

Выбрать наилучшее уравнение регрессии в диапазоне измерения аргумента.

3. Нанести на один график экспериментальные точки, линию линейной интерполяции и все регрессионные кривые.

4. Определить для Y величины статистического среднего, среднеквадратичного отклонения и дисперсии.

5. Определить величину коэффициента корреляции.

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахунково-графічної роботи
і самостійної роботи

з дисципліни

**«ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ
В ПРИКЛАДНІЙ ТА ІНЖЕНЕРНІЙ ЕКОЛОГІЇ»**

(для студентів 3 курсу денної форми навчання
напряму підготовки 6.040106 «Екологія, охорона навколишнього
середовища та збалансоване природокористування»)

(рос. мовою)

Укладачі: **ПОНОМАРЕНКО** Євгеній Георгійович,
ЛОМАКІНА Ольга Сергіївна

Відповідальний за випуск *Е. А. Кучеренко*

Редактор *О. Ю. Кригіна*

Комп’ютерне верстання *О. А. Балашова*

План 2011, поз. 106М

Підп. до друку 28.12.2011 Формат 60×84/16

Друк на ризографі. Ум. друк. арк. 2,1

Зам. № Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи:
ДК № 4064 від 12.05.2011 р.