К расчету установившейся напорной фильтрации к дренажам в несвязных грунтах

***В.Л.Поляков**, Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев*
***В.В.Желизко**, Киевский национальный университет строительства и архитектуры*

В обычных условиях при малой интенсивности фильтрационных процессов порождаемая ими гидродинамическая сила не способна привести частицы несвязных грунтов в движение. Устройство в таких грунтах дренажей, как правило, существенно изменяет водно-физическую картину.

С одной стороны, дренажи вносят серьезное возмущение в природный фильтрационный режим, дают возможность эффективно его регулировать. С другой стороны, они часто инициируют фильтрационные деформации. Резко возрастающие вблизи дрен скорость фильтрации и, как следствие, фильтрационная сила часто обуславливает мобилизацию структурных и неструктурных частиц грунтов. Мелкие, суффозионные частицы транспортируются жидкостью к границе области движения (внешняя суффозия) или вглубь грунта (внутренняя суффозия). Крупные частицы, образующие скелет, совершают ограниченное вращательное движение, ориентируясь при этом вдоль течения, Тем самым уменьшается сопротивление, оказываемое жидкой фазе со стороны твердой, и растет проницаемость грунта.

Второй тип деформаций в отличие от первого (механической суффозии) начал углубленно изучаться экспериментальными методами сравнительно недавно в НУВГП (г. Ровно). В результате было установлено, что коэффициент фильтрации k тесно связан с градиентом напора I. Опираясь на опытные данные для зависимости $k(I)$, была предложена кусочно-линейная аппроксимация

$$k = \begin{cases} k_u, & при \quad I \le I_k; \\ a + bI, & при \quad I_k < I < I_u; \\ k_0, & при \quad I \ge I_u. \end{cases} \qquad (1)$$

В дальнейшем был сформулирован и строго решен целый ряд задач установившейся фильтрации (плоской, осесимметричной, радиальной) на фоне различных дренажей. Ниже будет рассмотрена в качестве типичного примера задача напорной фильтрации к дрене. Ее точное решение послужило базой для определения специального фильтрационного сопротивления, характеризующего эффект деформаций второго типа. Указанный параметр с помощью известного метода фильтрационных сопротивлений позволяет просто учитывать переориентацию структурных частиц в расчетах дренажей, что будет показано дальше применительно к самоизливающимся вертикальным дренажам.

Вследствие принятия для зависимости (1) кусочно-линейной формы область движения будет состоять из 2-3 характерных зон. В зоне полной деформации ($R_u > r \ge R_d$, R_d – радиус дрены) коэффициент фильтрации максимальный, а градиент напора превышает предельный I_u; в зоне частичной деформации коэффициент k уменьшается от k_u до k_o по мере снижения I от I_u до I_k; в третьей зоне грунт сохраняет исходное состояние. Реже первая зона отсутствует, так что имеет место только неполное упорядочение его структуры. При наличии всех трех отмеченных зон математическая задача осесимметричной установившейся напорной фильтрации, прежде всего, содержит систему уравнений фильтрации

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dh_j}{dx}\right)=0, \quad j=u,0 \quad \text{при} \quad I>I_u \text{ и } I<I_k; \tag{2}$$

$$\frac{d}{dr}\left[rk_I(r)\frac{dh_I}{dx}\right]=0, \quad I_u \ge I \ge I_k. \tag{3}$$

На внутренних границах (между первой и второй, второй и третьей зонами) задаются условия сопряжения напоров и расходов

$$r=R_u, \quad h_u=h_I; \quad \frac{dh_u}{dr}=\frac{dh_I}{dr}; \tag{4}$$

$$r=R_k, \quad h_I=h_0; \quad \frac{dh_I}{dr}=\frac{dh_0}{dr}. \tag{5}$$

Для определения заранее неизвестного положения этих границ используются дополнительные условия

$$r=R_u, \quad \frac{dh_u}{dr}=I_u; \quad r=R_k, \quad \frac{dh_0}{dr}=I_k; \tag{6}$$

На внешних границах области движения (поверхность дрены, контур питания радиусом R) принимались различные комбинации условий первого и второго родов. Но поскольку выбор таких условий не влиял на вид выражения для искомого параметра - фильтрационного сопротивления Φ_f, характеризующего эффект деформаций при работе трубчатого дренажа, то имеет смысл ограничиться парой условий

$$r=R_d, \quad 2pR_dk_u\frac{dh_u}{dr}=q; \quad r=R, \quad h_0=H_R; \tag{7}$$

Рассмотрены и другие варианты условий. Промежуточные выкладки опускаются. В итоге после громоздких преобразований получены в первую очередь выражения для распределения относительного напора в области фильтрации, представленные в безразмерной форме,

$$\tilde{h}_u=-\frac{1}{k_u}\ln\left(\bar{k}_u\bar{I}_u\bar{r}\right)+\ln\left(\bar{I}_k\bar{R}\right)-\frac{\bar{a}}{2\bar{b}}\left(\frac{1}{\bar{I}_k}-\frac{1}{\bar{k}_u\bar{I}_u}\right)+\frac{1}{2\bar{b}}\left(\sqrt{\frac{\bar{a}^2}{\bar{I}_k^2}+\frac{4\bar{b}}{\bar{I}_k}}-\right.$$

$$\left.-\sqrt{\frac{\bar{a}^2}{\bar{k}_u^2\bar{I}_u^2}+\frac{4\bar{b}}{\bar{k}_u\bar{I}_u}}\right)+\frac{2}{\bar{a}}\ln\frac{\bar{a}+\sqrt{\bar{a}^2+4\bar{b}\bar{k}_u\bar{I}_u}}{\bar{a}+\sqrt{\bar{a}^2+4\bar{b}\bar{I}_k}}+\frac{1}{\bar{a}}\ln\frac{\bar{I}_k}{\bar{k}_u\bar{I}_u}, \tag{8}$$

$$\tilde{h}_I=-\frac{\bar{a}}{2\bar{b}}\left(\bar{r}-\frac{1}{\bar{I}_k}\right)+\frac{1}{2\bar{b}}\left(\sqrt{\bar{a}^2\bar{r}^2+4\bar{b}\bar{r}}-\sqrt{\frac{\bar{a}^2}{\bar{I}_k^2}+\frac{4\bar{b}}{\bar{I}_k}}\right)+$$

$$+\frac{2}{\bar{a}}\ln\frac{\bar{a}\sqrt{\bar{r}}+\sqrt{\bar{a}^2\bar{r}+4\bar{b}}}{\bar{a}+\sqrt{\bar{a}^2+4\bar{b}\bar{I}_k}}+\frac{1}{\bar{a}}\ln\bar{I}_k-\ln\left(\bar{I}_k\bar{R}\right), \tag{9}$$

$$\tilde{h}_0 = -\ln\frac{\bar{r}}{\bar{a}}. \tag{10}$$

Здесь

$$\tilde{h}_j = 2\text{p}k_0\frac{H_R-h_j}{q}, \quad \bar{k}_u = \frac{k_u}{k_0}, \quad \bar{I}_{u.k} = \frac{I_{u.k}}{I_0}, \quad I_0 = \frac{q}{2\pi k_0 R_d},$$

$$\bar{r} = \frac{r}{R_d}, \quad \bar{R} = \frac{R}{R_d}, \quad \bar{a} = 1 - \bar{b}\bar{I}_k, \quad \bar{b} = \frac{\bar{k}_u - 1}{\bar{I}_u - \bar{I}_k}.$$

Относительный коэффициент фильтрации во второй зоне будет

$$\bar{k}_I = \frac{\bar{a}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{a}}{2\bar{b}}\right)^2 + \frac{\bar{b}}{\bar{r}}}, \tag{11}$$

Мерой фильтрационных деформаций в расчетах дренажей может служить аналог обычных фильтрационных сопротивлений, который вводится на основе обобщенного представления их расхода, а именно,

$$q = 2\text{p}k_0\frac{\Delta h}{\Phi_0 + \Phi_f}, \tag{12}$$

где Φ_0 – сопротивление недеформированной среды в благоприятных для работы условиях, которое, вообще говоря, может включать и другие компоненты, учитывающие разные виды несовершенства дрен.

С использованием (8)-(10) исходя из (12) было выведено следующее выражение для искомого Φ_f

$$\Phi_f = \frac{1}{\bar{k}_u}\ln\frac{\bar{q}_m}{\bar{k}_u\bar{I}_u} - \ln\frac{\bar{q}_m}{\bar{I}_k} + Y_1(\bar{k}_u, \bar{I}_u, \bar{I}_k), \tag{13}$$

$$Y_1 = \int_{\bar{R}_u}^{\bar{R}_k}\frac{dr}{\bar{r}\bar{k}_I(\bar{r})} = \frac{\bar{a}}{2\bar{b}}\left(\frac{1}{\bar{k}_u\bar{I}_u} - \frac{1}{\bar{I}_k}\right) + \frac{1}{2\bar{b}}\left(\sqrt{\left(\frac{\bar{a}}{\bar{I}_k}\right)^2 + \frac{4\bar{b}}{\bar{I}_k}} - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\left(\frac{\bar{a}}{\bar{k}_u\bar{I}_u}\right)^2 + \frac{4\bar{b}}{\bar{k}_u\bar{I}_u}}\right) + \frac{2}{\bar{a}}\ln\frac{\bar{a} + \sqrt{\bar{a}^2 + 4\bar{b}\bar{I}_k}}{\bar{a} + \sqrt{\bar{a}^2 + 4\bar{b}\bar{k}_u\bar{I}_u}} + \frac{1}{\bar{a}}\ln\frac{\bar{k}_u\bar{I}_u}{\bar{I}_k}.$$

Формула (13) пригодна для вычислений только, если максимальный за период эксплуатации дрены расход $\bar{q}_m$ удовлетворяет условию

$$\bar{q}_m > \bar{k}_u\bar{I}_u. \tag{14}$$

При выполнении же условия

$$\bar{k}_u\bar{I}_u > \bar{q}_m > \bar{I}_k \tag{15}$$

происходят частичные деформации. Тогда Φ_f станет

$$\Phi_f = -\ln\frac{\bar{q}_m}{\bar{I}_k} + Y_2(\bar{k}_u, \bar{I}_u, \bar{q}_m), \tag{16}$$

где $Y_2 = \frac{\bar{a}}{2\bar{b}}\left(\frac{1}{\bar{q}_m} - \frac{1}{\bar{I}_k}\right) + \frac{1}{2\bar{b}}\left(\sqrt{\left(\frac{\bar{a}}{\bar{I}_k}\right)^2 + 4\frac{\bar{b}}{\bar{I}_k}} - \sqrt{\left(\frac{\bar{a}}{\bar{q}_m}\right)^2 + 4\frac{\bar{b}}{\bar{q}_m}}\right) +$

$$+\frac{2}{\bar{a}}\ln\frac{\bar{a}+\sqrt{\bar{a}^2+4\bar{b}\bar{I}_k}}{\bar{a}+\sqrt{\bar{a}^2+4\bar{b}\bar{q}_m}}+\frac{1}{\bar{a}}\ln\frac{\bar{q}_m}{\bar{I}_k}.$$

Применение приведенных выше формул для Φ_f позволяет учитывать эффект фильтрационных деформаций при научном обосновании трубчатого дренажа, опираясь на известные инженерные расчетные методы, причем без какой - либо их корректировки. Особенно эффективным подобный подход оказывается в случае неустановившегося притока к дренажу. В качестве его возможной и успешной практической реализации предлагается рассмотреть действие одиночной совершенной самоизливающейся скважины в несвязном несуффозионном грунте. Тогда для условий напорной фильтрации соответствующая математическая задача относительно безразмерного снижения напора $\bar{S}$ может быть сформулирована следующим образом

$$\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left(\bar{r}\frac{\partial\bar{S}}{\partial\bar{r}}\right)=\frac{\partial\bar{S}}{\partial\bar{t}}, \tag{17}$$

$$\bar{r}=1, \qquad \frac{\partial\bar{S}}{\partial\bar{r}}+\frac{\bar{S}-1}{\Phi_f}=0; \tag{18}$$

$$\bar{r}=\bar{R}_*(\bar{t}), \quad \bar{S}=0, \quad \frac{\partial\bar{S}}{\partial\bar{r}}=0; \tag{19}$$

$$\bar{t}=0, \qquad \bar{S}=0; \qquad \bar{R}_*=1. \tag{20}$$

Здесь $\bar{S}=\dfrac{H^0-h}{H^0-H_d}$, H^0, H_d – напоры при $t=0$ и на дрене; $\bar{t}=\dfrac{k_0mt}{\mu R_d^2}$, m – мощность водоносной толщи, μ – коэффициент упругой водоотдачи. Кроме того, $\bar{R}_*$ обозначает радиус условной зоны влияния дрены, которая со временем расширяется. Для вычисления неизвестной закономерности $\bar{R}_*(\bar{t})$, задается второе из условий (19). Приближенное решение сложной в математическом отношении задачи (17) - (20) построено в параметрическом виде. В частности, относительное снижение напора в области фильтрации предлагается рассчитывать на базе системы уравнений

$$\bar{S}(\bar{r},\,\bar{R}_*)=\frac{\bar{r}-\bar{R}_*-\bar{R}_*\ln\frac{\bar{r}}{\bar{R}_*}}{(1+\Phi_f)(1-\bar{R}_*)+\bar{R}_*\ln\bar{R}_*}, \tag{21}$$

$$\bar{t}=\frac{\bar{R}_*^{\,2}-1}{6}+\frac{1}{12}\int_1^{\bar{R}_*}\frac{\xi-1-\Phi_f}{(1+\Phi_f)(1-\xi)+\xi\ln\xi}\,d\xi. \tag{22}$$

Наконец, относительный расход в совершенную дрену в деформированном грунте составит

$$\bar{Q}=\frac{Q}{2\pi k_0(H^0-H_d)}=-\frac{\partial\bar{S}}{\partial\bar{r}}\Big|_{\bar{r}=1}=\frac{\bar{R}_*-1}{(1+\Phi_f)(1-\bar{R}_*)+\bar{R}_*\ln\bar{R}_*} \tag{23}$$

Строгое решение задачи (17) – (19) для $\Phi_f=0$ представлено ранее и на его базе для $\bar{Q}$ при $\bar{t}\geq 10$ рекомендуется формула

$$\bar{Q} = 2\left(\int_{1/(4\bar{t})}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x}\right)^{-1} \tag{24}$$

С целью иллюстрации методики определения сопротивления Φ_f и оценки значимости деформаций второго типа при эксплуатации вертикального дренажа проведен на многочисленных примерах количественный анализ. Прежде всего, для облегчения практического применения указанной методики построены графики зависимости абсолютной величины $|\Phi_f|$ от глубины деформаций, характеризуемой относительным предельным коэффициентом $\bar{k}_u$.

С увеличением $\bar{k}_u$ и $\bar{q}_m$ фактическое сопротивление может снизиться до -1 и более, что косвенно свидетельствует о важности деформационного эффекта для функционирования любых водорегулирующих устройств в несвязных грунтах. Непосредственно же его значимость оценивалась на примере самоизливающейся скважины в неограниченном в плане напорном пласте. Предварительно выяснялась правомочность использования полученного выше приближенного решения. Для этого сравнивались кривые изменения относительного расхода дрены, рассчитанные по приближенной (23) и строгой (24) формулам. Первая обеспечивает приемлемую для практики точность и вполне может быть задействована, по крайней мере, для оценочных расчетов. В примерах для Φ_f принимались типичные значения 0 (контроль), - 0.5, -1. В первую очередь определялось относительное понижение напора вдоль зоны влияния скважины при фиксированном времени ($\bar{t} = 10^4$).

Относительный радиус данной зоны вычислялся по формуле (22) и оказалось, что он практически не зависит от Φ_f, составив примерно 245. Воздействие деформаций на фильтрационную картину выразилось в более быстром понижении кривых $\bar{S}\,(\bar{r})$ по мере удаления от дрены, но в целом оно было незначительным. Вместе с тем, изучаемое локальное упорядочение структуры грунта существенно отразилось на дренажном расходе.

Относительное приращения дренажного расхода G со временем имеет вид

$$G = \frac{Q - Q_o}{Q_o},$$

где Q_0 – контрольное (при $\Phi_f = 0$) значение расхода.

При выбранных значениях Φ_f и длительности расчетного периода G изменялся в пределах нескольких десятых, достигая максимального 0.6.

Таким образом переориентация частиц скелета в состоянии серьезно повлиять на действие вертикальных скважин.