

4. Demontage von Stahkonstruktionen, Rohrleitungen oder technologischen Austrüstngen mittels Hebemaschinen. Grundtechnologie Demontage – arbiten (unveröffentlicht) VEB Autobahnbau kombinat, Betrieb Verkenrsbau Berlin, Berlin 1972.

5. Demontage von Stahlkounstruktionen. Rahmentechologie Nr. 8-1 (unveröffentlicht). VEB Metal – leichtbaukombinat. Betrieb Industriemon-tagen (IMO), Leipzig, 1974.

6. Dallmann W. Zur Rekonstruktion des Stadt-zentrums von Amstadt // Bauzeitung. – Berlin. 1987. #S - S 2002 –207.

7. Ehaltung and Modernisierung der Altbauausubstanz, Grundregeln. Bautorschung-Vaupaxis. Bauakademie DDR. Berlin (1979) H.40.

8. Савйовский В.В. Технология реконструкции. – Харьков: Основа, 1977. – 256 с.

Получено 16.06.2003

УДК 624.073.2

Г.А.РАПОПОРТ, канд. техн. наук

ОАО «Институт «Ростовтеплоэлектропроект», г.Ростов-на-Дону  
(Российская Федерация)

## К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМЫ БЕСКОНЕЧНОЙ ОСАДОЧНОЙ ЛУНКИ ДЛЯ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОСНОВАНИЯ

На основе статистической обработки опытных данных штамповых испытаний реальных грунтовых оснований даются рекомендации об учете их распределительных свойств.

Как показано в [1], так называемая двухпараметрическая модель основания в модификации Власова – Леонтьева [2] описывается четырьмя физическими характеристиками:

$$E_{гр}; \mu_{гр}; H_{сл}; \gamma_3,$$

где параметр  $\gamma_3$ , установлению которого посвящена работа [1], однозначно определяет параметры двухконстантной модели.

Законтурные элементы упругого основания типа «клин» и «полоса» [1, 4] конструируются на основе гипотезы о затухающем экспоненциальном решении для осадочной лунки с параметром затухания

$$\alpha = \sqrt{\frac{K}{2t}} = \frac{1}{S_2}. \quad (1)$$

Этот закон деформирования получен в [3] для плоской задачи, вообще же предположение о деформировании законтурных элементов только в одном (устремленном в «бесконечность») направлении является общепринятым. Данная гипотеза используется и при аналитическом решении статических и динамических задач для двухпараметрического основания.

Параметр  $S_2$  именуется (по П.Л.Пастернаку) *второй линейной характеристикой грунта, или эквивалентной полосой основания, при-*

мыкающей к участку загрузки). Второе наименование введено А.М.Гельфандбейном [5, 9], очевидно, в связи с тем, что  $S_2$ , имея линейную размерность, действительно характеризует скорость затухания перемещений дневной поверхности основания за пределами нагруженной опорной конструкции. В пределах рассматриваемых решений для механико-математической модели упругого слоя параметр  $S_2$  изменяется в широком диапазоне [6, с.16-18]:

$$0,17 < S_2 < 5, \quad (2)$$

т.е. для параметра затухания, обозначаемого в дальнейшем  $S_s$  (см. ниже), имеем *теоретическую* оценку:

$$5,88 > \alpha = S_s > 0,2. \quad (3)$$

По программам, разработанным для обработки результатов «ЧШИ» [1, 6], можно вычислить фактические значения параметра  $\alpha = S_D$  для реальных грунтов при наличии соответствующей информации. Обработка по МНК согласно выражению (3.2-1) из [6] имеющих в литературе опытных данных о замерах деформаций дневной поверхности грунта за пределами нагруженных штампов привела к следующим результатам:

- опыты проф.А.Фопп'я (1927 г.), описание и результаты которых приведены Н.А.Цытовичем в «Основах механики грунтов» издания 1934 года. В этих опытах, где «для измерения был применен очень чувствительный зеркальный прибор, дающий возможность измерять осадки с точностью до 0,1 микрона» нагрузка в 100 кг прилагалась к штампу площадью 78,5 см<sup>2</sup>, т.е. к шайбе диаметром  $d=10$  см. В данном случае (грунт не указан, отмечено, что «во дворе своей лаборатории», очевидно, что-то сильно утопанное) вычисления по (3.2-1) из [6] дают:  $\alpha = 3,34$ ;

- опыты Л.И.Манвелова (НИИ ВВС, 1954-1957 гг.) [7, 8] со штампами  $d=50, 6, 150$  и  $205$  см дают:

для супеси	$\alpha = 36,97$ ;
для суглинка	$12,14 < \alpha < 33,70$ ;
для суглинка лессовидного	$\alpha = 5,84$ ;
для песка мелкозернистого	$\alpha = 10,07$ ;
для песка гравелистого	$\alpha = 44,35$ ;

- опыты А.М.Гельфандбейна (Харьковский ПромстройНИИпроект, 1960-1970 гг.) [5, 9], проведенные в широком диапазоне варьирования диаметров штампов (от 50 до 250 см) на суглинках и лессовид-

ных суглинках в районе г.Кременчуга, дают:

$$3,10 < \alpha < 29,20,$$

что хорошо согласуется с частью результатов, полученных по замерам Л.И.Манвелова.

Таким образом, *практическая* оценка пределов параметра затухания  $\alpha$  на порядок отлична от *теоретической* (3):

$$44,35 > \alpha > 3,10 . \quad (4)$$

Из обработанных опытных данных очевидно, что имеющее место и для рассматриваемой модели сжимаемого слоя (двухпараметрического основания) преувеличение распределительной способности по сравнению с реальными грунтами обусловлено теоретической связью параметра затухания  $\alpha$  (1) с общим решением рассматриваемой задачи в рамках технической теории сжимаемого слоя, т.е. с характеристиками слоя  $K$  и  $2t$ , определяемыми через функцию распределения вертикальных перемещений  $\psi(z)$  [1-3]. Если деформирование грунта (сжатие) под фундаментной конструкцией можно описывать законами теории упругости (Н.М.Герсеванов), то деформирование примыкающей к опорной конструкции области, вызванное сложными структурными процессами в реальных грунтах, нуждается в специальном моделировании. Стремление уточнить описание деформированной поверхности грунтовых оснований, характеризующееся быстрым затуханием, и даже образованием разрывов в области, непосредственно примыкающей к нагруженному штампу, породило большое количество различных *многопараметрических моделей*. Модель основания Е.К.Массальского, например, представляет собой систему упругих пружин, которые имеют между собой податливые связи и также характеризуются двумя деформационными параметрами. Один из них –  $K_1$  – определяет сопротивление основания вертикальному сжатию (размерность –  $\text{кг}/\text{см}^3$ , как и у П.Пастернака). Второй коэффициент учитывает сопротивляемость сдвигу по вертикальной плоскости одной части основания относительно другой и имеет размерность  $\text{кг}/\text{см}^2$  в отличие от  $C_2(2t)$ , имеющего размерность  $\text{кг}/\text{см}$ . Отпор в произвольной точке поверхности  $(x,y)$  основания этой модели представлен в виде суммы двух слагаемых: одна обусловлена местным сопротивлением основания, вторая же учитывает силы сдвигам осадочной лунки. Основные параметры предлагается определять из двух опытов со штампами различных размеров при нагрузке одной и той же интенсивности. Эта фраза фактически заимствована у П.Л.Пастернака [3, с.22]. Именно он первым предложил определять параметры двухконстантной модели по результатам замеров перемещений в осадочной лунке. Сейчас очевид-

но, что в результате таких опытов может быть получен именно характер затухания, а никак не параметр сопротивления грунта сжатию  $K$ . Эта мысль многократно повторялась и реализовывалась (Е.К.Массальский, Л.И.Манвелов, И.А.Медников, И.К.Самарин, Г.Б.Муравский, М.Гельфандбейн, т.е. практически всеми, занимавшимися пастернаковской и родственными ей моделями) и является типичным примером «тиражирования предрассудков». Другим примером такого бездумного цитирования могут служить многократно повторяемые утверждения о том, что «...основным недостатком двухпараметрических моделей является наличие сосредоточенных реакций по контуру штампа». Неудачно сформулированная однажды мысль о том, что при рассмотрении равновесия штампа на упругом основании, обладающем распределительной способностью, необходимо учесть перерезывающие силы по его контуру, полученные из условий равновесия (что, собственно, и моделируют законтурные «бесконечные» КЭ), превратилась в многократно процитированную бессмыслицу.

К комбинированным моделям относятся также многочисленные модели, в которых поверх упругого однородного или неоднородного полупространства или упругого слоя располагается «винклеровский» - пружинный слой. Такие модели по терминологии [11] называются последовательными. К ним относятся модели основания И.Я.Штаермана, А.П.Синицына, С.С.Давыдова, представляющие собой различные комбинации системы независимых пружин постоянной жесткости, опирающихся на упругое полупространство. По замыслу авторов этих моделей, «винклеровский» слой моделирует пластическую, местную деформацию, а расположенное под ним основание - общую упругую деформацию всего грунтового массива в целом. Предполагается, что в реальных условиях такая модель соответствует случаю залегания несвязных (сыпучих) песчаных грунтов на связных (глинистых) грунтах. Вертикальные перемещения дневной поверхности для этих моделей имеют разрыв по контуру опорной конструкции, характерный для основания Винклера; осадки свободной от загрузки поверхности определяются перемещениями упругого полупространства (т.е. очень завьшены).

С.С.Давыдовым, И.К.Самариным, В.М.Александровым с соавторами (Г.Н.Павлик, Л.С.Шацких) рассмотрены модели, совмещающие деформационные свойства среды Винклера и упругого слоя.

Г.К.Клейном (совместно с И.И.Черкасовым) предложено учитывать образование разрыва в вертикальных перемещениях под краем штампа исходя из разделения осадок на неразрывные и структурные. Предполагается, что разрыв вертикальных перемещений обусловлен

необратимыми структурными деформациями, возникающими только под нагрузкой. За пределами нагрузки перемещения имеют обратимый характер и являются упругими. Упругие деформации характеризуются обычными константами  $E_0$  и  $\mu_0$ . Для оценки структурных деформаций вводятся дополнительные параметры: «число твердости»  $A$  и «степень упрочнения»  $n$ . К комбинированным моделям параллельного типа (также по терминологии [11]) относится модель Л.Н.Репникова [10]. В этой модели винклеровские пружины как бы вмонтированы внутрь упругого однородного полупространства. При этом внешняя нагрузка, приложенная к поверхности основания, распределяется между его составляющими таким образом, что их осадки равны (и равны, естественно, осадке поверхности комбинированной модели). Близка к комбинированным моделям смешанная модель Л.П.Винокурова, в которой отпор основания представляется в виде суммы основного отпора, удовлетворяющего только условиям равновесия, и самоуравновешенного дополнительного отпора. В.А.Барвашовым и В.Г.Федоровским предложена трехпараметрическая модель [11], представляющая собой набор пружин, накрытых сверху мембраной (т.е. модель М.М.Филоненко-Бородича) и характеризующихся коэффициентами жесткости  $C_1$  и  $C_2$ , а поверх мембраны – еще одним винклеровским слоем с коэффициентом постели  $C_3$ . Эта модель удовлетворяет трем условиям, вытекающим из экспериментов и натурных наблюдений за осадками зданий: перемещения ее поверхности затухают интенсивнее, чем в идеально упругой среде; при загрузке всей бесконечной площади поверхности основания конечной нагрузкой осадка этой поверхности также конечна; в местах разрывов непрерывности нагрузки перемещения поверхности основания также претерпевают разрыв. Все эти многочисленные предложения являются фактически «протоколами о намерениях». Главное затруднение в реальном применении большинства из них – задание конкретных величин вводимых параметров.

Уточнить законтурные КЭ, построенные на гипотезе (1), можно путем разделения параметра затухания  $\alpha$  и, соответственно, «разделения» линейной характеристики  $S_2$  на две.

Под параметром  $S_D$  понимаются *дополнительный независимый* параметр, характеризующий затухание осадок за пределами штампа; *продольная* линейная характеристика модели; параметр *дальнейшей*. Естественно, его величина нуждается в дальнейшем уточнении опытным путем, однако исходя из приведенных выше результатов об-

работки известных опытов, его можно принимать в первом приближении на порядок выше второй линейной характеристики

$$S_2 = 1/\alpha = S_s, \text{ м,}$$

т.е. полагать в расчетах

$$S_D = rS_s \approx 10S_s,$$

где  $r$  – постоянная перехода от параметра *сжимаемости*  $S_s$  к параметру *дальности действия*  $S_D$ .

Обозначение  $S_s$  вводится для  $S_2$ :

$$S_s = S_2 = \frac{1}{\alpha_s} = \frac{1}{\alpha}$$

и означает *глубинную* характеристику, параметр *сжимаемости*, определяемый по (1).

Приведенные в [6] выражения для вычисления коэффициентов МЖ КЭ «полоса» имеют вид

$$r_{11} = r_{22} = \frac{(2h^2\alpha^2 + 3)}{6h\alpha} 2t; \quad (7)$$

$$r_{12} = r_{21} = \frac{(h^2\alpha^2 - 3)}{6h\alpha} 2t. \quad (8)$$

Здесь  $h$  – шаг конечноэлементной сетки в направлении, перпендикулярном «полосе». Эти формулы приняли вышеуказанный вид при подстановке (1) в следующие выражения, полученные по стандартной процедуре вычисления МЖ:

$$r_{11} = r_{22} = \frac{K}{6\alpha} + 2t \left( \frac{h\alpha}{6} + \frac{1}{2h\alpha} \right); \quad (9)$$

$$r_{12} = r_{21} = \frac{1}{12\alpha} \{Kh + 2t(h^2\alpha^2 - 6)\}, \quad (10)$$

в чем нетрудно убедиться, подставив в (8) и (9)  $K = \alpha^2 \cdot 2t$ . Таким образом, для вычисления МЖ КЭ типа «полоса» с двумя степенями свободы можно взамен (7)-(8) использовать формулы (9)-(10). При этом в задаваемую исходную информацию помимо  $K$  надо включить независимый параметр  $\alpha$  и подставлять в (9)-(10)  $2t = K / \alpha^2$ .

Единственным коэффициентом МЖ КЭ типа «клин» имеет вид

$$r_{11} = \frac{\pi}{4} 2t \quad (11)$$

и получен с учетом (1) из более общего выражения

$$r_{11} = \left( \frac{K}{4\alpha^2} + \frac{2t}{4} \right) \frac{\pi}{2}. \quad (12)$$

Каноническое уравнение равновесия двухпараметрической модели основания для плоской задачи преобразуется в уравнение

$$w - \gamma^2 w'' = 0,$$

имеющее затухающее экспоненциальное решение вида

$$w(x) = Ce^{-\gamma x},$$

который является законом деформирования дневной поверхности двухмерного основания, применимым для «бесконечного» КЭ типа «полоса». Для описания деформирования «бесконечного» КЭ типа «клин», т.е. для описания осадочной лунки, имеющей вид поверхности вращения с меридианом, необходимо рассмотреть решение осесимметричной задачи о загрузении двухпараметрического основания сосредоточенной силой. Преобразование исходного однородного уравнения в полярные координаты и переход к безразмерным координатам  $\xi = x/s$  приводят к уравнению

$$\frac{d^2 w}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{dw}{d\xi} - w = 0, \quad (13)$$

являющемуся дифференциальным уравнением Бесселя мнимого аргумента  $i\xi$  с нулевым индексом:

$$\frac{d^2 w}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{dw}{dz} + \left( 1 - \frac{p^2}{z^2} \right) w = 0; \quad p = 0. \quad (14)$$

Затухающее решение (13) имеет вид

$$w = A_1 \cdot K_0(\xi), \quad (15)$$

где  $K_0(\xi)$  – бесселева или цилиндрическая функция нулевого порядка второго рода. Эта функция при  $x = \xi = 0$  принимает бесконечно большое значение, но значительно быстрее экспоненты затухает, что видно из следующей таблицы:

$\xi$	0.00	1.00	2.00	3.00	5.00	7.00	10.00
$K_0(\xi)$	$\infty$	0.4210	0.1139	0.0347	0.0037	0.0004	0.00001
$e^{-\xi}$	1.0000	0.3679	0.1353	0.0498	0.0067	0.0009	0.00005

Решение осесимметричной задачи (15) для сосредоточенной силы  $P$  имеет следующий вид [3]:

$$w = \frac{P}{2\pi \cdot 2t} K_0(\xi). \quad (16)$$

Функция  $K_0(\xi)$  при  $x = \xi s = 0$  равна бесконечности, а при  $x = \xi s = \infty$  равна нулю, т.е. имеет те же самые крайние значения, что и осадочная поверхность Буссинеска в теории упругого полупространства, однако затухание по теории полупространства происходит медленнее, чем по (16).

Если эту же задачу решить в предположении об экспоненциальном законе затухания осадок, получим

$$w = \frac{P}{2\pi \cdot 2t} e^{-\xi}. \quad (17)$$

Здесь имеем «конечное» значение осадки под «сосредоточенной силой» и затухание, характер которого можно сравнить с затуханием по  $K_0(\xi)$  по приведенной выше таблице. Объем осадочной лунки во всех случаях одинаковый и имеет конечное значение, а именно:

$$V = \frac{P}{K} \left( \frac{\tau}{\tau/M^3} = M^3 \right) \quad (18)$$

и определяется из условия равновесия вертикальных сил (т.е. величина  $P$  равна  $K$ -кратному объему осадочной лунки). Это условие используется при решении осесимметричной задачи при определении постоянной интегрирования  $w_0$ .

Итак, для «точного» решения имеем осадочную лунку в виде конуса с «бесконечной» высотой и ограниченной радиусом затухания цилиндрической функции  $K_0(\xi)$  подошвой (см. рисунок). Приближенное же решение на основе экспоненциальной зависимости дает осадочную лунку в виде конуса с высотой

$$h = \frac{P}{2\pi \cdot 2t}, \quad (19)$$

но с «бесконечной подошвой».



Учитывая результаты обработанных штамповых испытаний, предлагается конструировать «бесконечные конечные элементы» на основе принятия линейной гипотезы о затухании осадок за пределами опорной конструкции:

$$\vartheta(\rho) = 1 - \frac{\rho}{S_2} = 1 - \alpha\rho = 1 - \gamma_2^{3ак} \cdot \rho = 1 - \xi = \vartheta(\xi), \quad (20)$$

т.е. предполагается полное затухание осадок при

$$\rho = S_2 = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\gamma_2^{3ак}}, \text{ м.} \quad (21)$$

Решение осесимметричной задачи для сосредоточенной силы  $P$  при принятии закона (20) имеет вид

$$w = A \cdot \vartheta(\rho) = A \left( 1 - \frac{\rho}{S_2} \right), \quad (22)$$

а параметр  $A$ , т.е.  $w_0$  определяется из условия равновесия

$$P = K \cdot V = KA \int_0^{2\pi} \int_0^{S_2} \left( 1 - \frac{\rho}{S_2} \right) \rho d\rho d\vartheta = KA \cdot 2\pi \frac{S_2^2}{6} = AK \cdot \frac{\pi S_2^2}{3},$$

откуда

$$w = A \left( 1 - \frac{\rho}{S_2} \right) = w_0 \left( 1 - \frac{\rho}{S_2} \right) = \frac{3P}{\pi \cdot K \cdot S_2^2} \left( 1 - \frac{\rho}{S_2} \right). \quad (23)$$

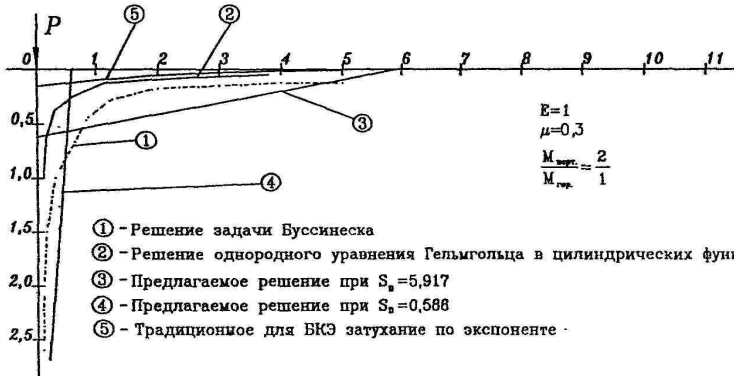
С учетом (1) осадка под «силой»  $P$ , т.е. вершина конуса осадочной лунки

$$w_0 = \frac{3P}{\pi \cdot 2t}, \quad (24)$$

а вычисленный по стандартной процедуре МКЭ единственный коэффициент МЖ КЭ типа «клин» принимает вид

$$r_{11} = \left( \frac{1}{12} K S_2^2 + \frac{2t}{2} \right) \frac{\pi}{2}. \quad (25)$$

На рисунке показано решение задачи о деформировании дневной поверхности сжимаемого слоя толщиной  $H_c = 20$  м под воздействием «сосредоточенной» силы  $P=1$ . Предлагаемое решение при  $S_2 \approx 5,9$  значительно ближе к результатам натуральных замеров, чем остальные.



1. Васильков Г.В., Рапопорт Г.А., Шпитюк Е.Н. Расчет фундаментных плит, взаимодействующих с деформируемым основанием. // Изв. ВУЗОВ. Строительство. – 1999. – №6. – С. 21-25.

2. Власов В.З., Леонтьев Н.Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. – М.: Физматгиз, 1960. – 491 с.

3. Пастернак П.Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. – М.: ГСИ, 1954. – 56 с.

4. Елсукова К.П., Сливкер В.И. Некоторые особенности МКЭ при расчете конструкций на упругом основании. // МКЭ в строительной механике: Сб. трудов ЛПИ. Вып. 349. – Л.: ЛПИ, 1976. – С. 69-80.

5. Гельфандбейн А.М. Методика определения параметров грунтового основания с двумя характеристиками // Деформационные характеристики грунтов: НТИ. – К.: Будівельник, 1968. – 37 с.

6. Рапопорт Г.А., Шпитюк Е.Н. Методические рекомендации по назначению расчетных параметров основания // Научно-технический отчет (разд. I-V). – Ростов-на-Дону: Ростовтеплэлектропроект, 1999. – 91 с.

7. Раев-Богословский Б.С., Глушков Г.И., Ткаченко А.С., Манвелов Л.И. Жесткие покрытия аэродромов. – М.: Изд-во МАТИШД РСФСР, 1961. – 322 с.

8. Манвелов Л.И., Бартошевич Э.С., Минеева Л.А. Экспериментальные исследования деформационных свойств грунта в полевых условиях // Труды НИИ ВВС. – 1956. – №26.

9. Гельфандбейн А.М., Гелис Л.А. Деформационные характеристики грунтового основания / Харьковский ПромстройНИИпроект. – Харьков: Прапор, 1970. – 43 с.

10. Репников Л.Н. Расчет конструкций на комбинированном основании / НИИОСП им. Н.М. Герсеванова Госстроя СССР. – М.: СИ, 1973. – 128 с.

11. Барвашов В.А., Федоровский В.Г. Трехпараметрическая модель грунтового основания и свайного поля, учитывающая необратимые структурные деформации грунта // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1978. – №4. – С. 17-20.

Получено 18.06.2003