стоящее время для облегчения распалубки изготавливают прямолинейного очертания.

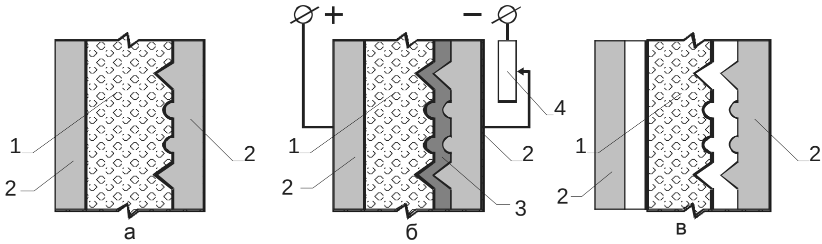

Рис. 4 – Распалубка с электрообработкой бетонной смеси
а – исходное состояние; б – электрообработка; в – снятие формы;
1 – бетонная смесь; 2 – стенки формы; 3 – прослойка водорода; 4 – реостат

1.Прасолов Е.Я. Технология формования изделий с немедленной распалубкой // Бетон и железобетон в Украине. – 2001. – № 3. – С. 8.

2.Довжик А.И. Ратинов В.Б. Эффективные смазки для форм в производстве сборного железобетона. – М.: Изд-во литературы по строительству, 1966. – 138 с.

3.Матвиенко В.А. Электрическая активация компонентов бетонной смеси: Автореф. … д-ра техн. наук. – Харьков, 1993. – 56 с.

4.Измайлов Н.А. Электрохимия растворов. – М.: Химия, 1976. – 476 с.

5.Скорчелетти В.В. Теоретическая электрохимия. – Л.: Химия, Ленинград. отд., 1974. – 410 с.

Получено 23.02.2004

УДК 624.073.2

Г.А.РАПОПОРТ, канд. техн. наук
ОАО «Институт «РОСТОВТЕПЛОЭЛЕКТРОПРОЕКТ», г. Ростов-на-Дону
(Российская Федерация)

К РАСЧЕТУ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ ПО КОМПЛЕКСНЫМ РАСЧЕТНЫМ СХЕМАМ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В.З.ВЛАСОВА ОБ УПРУГОМ СЖИМАЕМОМ СЛОЕ МЕТОДОМ Л.В.КАНТОРОВИЧА

Рассматривается проблема учета работы деформируемого основания при расчете сооружений по единым комплексным расчетным схемам «здание - фундаментная конструкция - основание» В качестве модели упругого основания принимается модель сжимаемого слоя, которая, по В.З.Власову, приводится к двухпараметрической (квазидвумерной) модели.

Упругое основание (УО) – одно из основных модельных понятий теории сооружений. Под УО понимаются механические расчетные модели упругой среды, сопротивляющейся деформированию взаимодействующей с ней конструкции. В задачах строительной механики строительных конструкций такой средой, как правило, является грунтовое основание. Несмотря на значительное количество предложенных и рассмотренных моделей грунтового основания, единое воззрение научного сообщества по этому вопросу до сих пор не выработано: механические свойства грунтов в природном залегании слишком разнообразны и не поддаются полному учету.

Исторически первая теория УО основана на так называемой гипотезе Винклера (1867), развитой Циммерманом (1888 г.), предполагающей прямо пропорциональную зависимость между давлением на грунт и вызванной им осадкой точки

$$q = K_0 w_z \,. \qquad (1)$$

Гипотеза Винклера предполагает, что при давлении на поверхность грунта на какой-либо одной малой площадке грунт будет оседать только под ней. Однако, опыт показывает, что грунт оседает не только под загруженной областью, под фундаментом, но и вблизи него, т.е. обладает *распределительной способностью*. Естественным показалось применить к задаче о деформируемом основании теорию упругости (Г.Э.Проктор, 1919 г.), и моделировать основание упругой средой, характеризуемой двумя упругими характеристиками однородных и изотропных упругих тел $E_{гр}$. и $\mu_{гр}$. Однако применение теории упругости приводит во многих случаях к значительному преувеличению расчетных величин – прогибов и изгибающих моментов, особенно для конструкций, имеющих большую опорную площадь. Особенно значительные несоответствия наблюдаются для условий плоской деформации. Гипотеза упругого полупространства (полуплоскости) наделяет среду преувеличенно высокими распределительными свойствами. Эти обстоятельства, как и упрощенная трактовка некоторых экспериментальных данных, на определенном этапе породили скептическое отношение к применимости вообще теории линейно-деформируемой среды для задач теории сооружений на УО. Преодоление этого противоречия привело к появлению значительного количества комбинированных моделей грунта. К ним относятся, в частности, модели упругого слоя (С.С.Давыдов, К.Е.Егоров, О.Я.Шехтер, К.Маргерр), характеризуемого модулем деформации $E_{гр.}$, коэффициентом Пуассона $\mu_{гр.}$ и мощностью сжимаемой (деформируемой, активной) толщи $H_{c.}$ при различных условиях на границе слоя. Предполагается, что с нагруженным фундаментом взаимодействует ограниченная по высоте область грунтового массива, ниже которой находится недеформируемая область, жесткость которой может быть принята бесконечно большой. При уменьшении мощности слоя эта модель приближается к винклеровской, а при увеличении – к модели упругого полупространства.

Именно эта модель рекомендуется действующим СНиП 2.02.01-83 «Основания зданий и сооружений», несмотря на далеко не полную изученность вопроса о назначении расчетной глубины условно сжимаемого слоя (за исключением очевидного случая близкорасположенного скального подстилающего слоя).

К.Вигхардт (1922 г.) предложил учитывать влияние соседних нагрузок на упругую осадку грунта в данной точке под нагруженной поверхностью по убывающей показательной функции:

$$w(r) = PCe^{-Krt}. \tag{2}$$

Известны и другие комбинированные модели деформируемого основания, как правило, являющиеся двух- или многопараметрическими.

В первую очередь это модели, предложенные М.М.Филоненко-Бородичем [1], П.Л.Пастернаком [2] и В.З.Власовым [3, 4] (совместно с Н.Н.Леонтьевым). М.М.Филоненко-Бородич предложил так называемую *"мембранную"* и *"ламинарную"* модели, где "винклеровские" независимые пружины дополняются нерастяжимой нитью с постоянной горизонтальной проекцией натяжения T, помещенной поверх пружин (в пространственном случае нити заменяются мембранами). Необходимо отметить, что дифференциальное уравнение поверхности мембраны, подкрепленной пружинами, было приведено ранее Т.Карманом при тех же обозначениях

$$Kw - T\nabla^2 w = -q(x, y). \tag{3}$$

П.Л.Пастернак предложил «сплошное упругооседающее и упруговращающееся основание», описываемое двумя независимыми коэффициентами постели: C_1 (кг/см^3) – коэффициентом сжатия и C_2 (кг/см) – коэффициентом сдвига, учитывающим совместную работу соседних областей упругого основания:

$$-C_1 w + C_2\nabla^2 w = q(x, y). \tag{4}$$

В.З.Власовым разработана *"техническая теория расчета конструкций на упругом основании"*, в которой основание рассматривается как однослойная (или многослойная) модель, описываемая двумя (или несколькими) обобщенными упругими характеристиками. Основное дифференциальное уравнение, характеризующее работу однослойного основания по Власову:

$$-Kw + 2t\nabla^2 w = q(x, y). \tag{5}$$

Для одномерной однородной задачи, соответствующей (3)-(5), получим уравнение:

$$\alpha^2 w - w'' = 0\,, \tag{6}$$

в котором обозначено:

$$\alpha = \sqrt{\frac{K}{2t}} \tag{7}$$

и затухающее решение которого имеет вид

$$w(z) = A \times e^{-\alpha z}\,. \tag{8}$$

Таким образом, сопоставление (2)-(5) и (8) показывает, что речь идет об одной обобщенной модели основания – модели Вигхардта - Филоненко-Бородича - Пастернака - Власова-Леонтьева (подобную модель также рассматривали Э.Рейсснер, А.Керр и М.Хетеньи), уравнение равновесия деформированной поверхности которой имеет вид:

$$-\alpha w + \beta \nabla^2 w = q \tag{9}$$

и в котором параметрам α и β различными авторами дана различная механическая трактовка.

Уравнение (9) – это классическое неоднородное уравнение Гельмгольца

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial^2 u}{\partial x_k^2} + Cu = f(x_k), \tag{10}$$

при k=2 и C<0.

При C=0 уравнение Гельмгольца переходит в уравнение Лапласа. К уравнению (10) приводит изучение установившихся колебательных процессов. Для уравнения Гельмгольца, являющегося уравнением эллиптического типа, в ограниченной области ставятся обычные краевые задачи Дирихле и Неймана. В случае неограниченной области для уравнения (10) ставятся внешние краевые задачи, которые при C<0 имеют единственное решение, стремящееся к нулю на бесконечности. Это свойство уравнения (10) используется при построении законтурных «бесконечных конечных элементов» – «БКЭ» [5], моделирующих в *технической теории сжимаемого слоя* [6] «бесконечную» осадочную лунку.

Расчет по моделям (2)-(8) является промежуточным между расчетами по гипотезе Винклера и гипотезе упругого полупространства, и дает более быстрое затухание осадок поверхности грунта по мере удаления от края фундамента, чем теория упругости.

Решение В.З.Власова для «сжимаемого слоя небольшой мощности» в плоской задаче [3] строится в предположении пренебрежимой малости горизонтальных перемещений:

$$u(x,z)=0;\ \ v(x,z)=\psi(z)V(x) \tag{11}$$

и принятии функции поперечного распределения перемещений в виде:

$$\psi(z)=1-z/H\ , \tag{12}$$

где H – высота слоя сжимаемого основания. Таким образом, предполагается, что вертикальные перемещения по высоте слоя распределяются по линейному закону. Разрешающее дифференциальное уравнение принимает в этом случае вид :

$$-KV+2tV''=q\ . \tag{13}$$

Здесь параметры основания K и $2t$ определяются через $E_о$ и $\mu_о$ и величину H, которая однозначно определяет значение функции $\psi(z)$ (12). Для пространственной модели упругого основания ограниченной толщины H [4] предполагается, что горизонтальные перемещения в основании всюду равны нулю:

$$u(x,y,z)=0\ ;\quad v(x,y,z)=0\ , \tag{14}$$

а вертикальные перемещения определяются в виде :

$$w(x,y,z)=\psi(z)W(x,y)\ , \tag{15}$$

где $\psi(z)$ – функция поперечного распределения перемещений, выбираемая «в соответствии с физическими условиями задачи» [3, 4] и удовлетворяющая граничным условиям:

$$\psi(z)_{z=0}=1\ ;\qquad \psi(z)_{z=H}=0\ . \tag{16}$$

Разрешающее дифференциальное уравнение в этом случае имеет вид :

$$-KW+2t\nabla^2W=q(x,y)\ , \tag{17}$$

а коэффициенты этого уравнения K и $2t$ принимают вид:

$$K=\frac{E_0}{(1-\mu_0^2)}\int_0^H\left[\psi_z'(z)\right]^2dz;\ \ 2t=\frac{E_0}{2(1+\mu_0)}\int_0^H\left[\psi(z)\right]^2dz, \tag{18}$$

где

$$E_0=\frac{E_{GR}}{1-\mu_{GR}^2};\ \ \mu_0=\frac{\mu_{GR}}{1-\mu_{GR}}. \tag{19}$$

Выражения (18) показывают, что коэффициенты K и $2t$ – аналоги коэффициента постели и коэффициента, характеризующего распределительную способность основания – могут быть определены через обычные упругие величины $E_{гр}$ ($E_о$) и $\mu_{гр}(\mu_о)$ при «подходящем» выборе $\psi(z)$.

Для описания функции $\psi(z)$, кроме выражения (12), предлагались априорно различными авторами следующие выражения:

$$\psi_2(z) = e^{-\gamma z}, \tag{20}$$

$$\psi_3(z) = \frac{sh\gamma(H-z)}{sh\gamma H}. \tag{21}$$

Как видно из вышеизложенного, вопрос о назначении функции распределения перемещений по высоте слоя является узловым при использовании двухпараметрической модели основании, или же при решении задачи В.З.Власова о сжимаемом слое.

Решение этой проблемы дается ниже.

Следуя процедуре метода Канторовича, именуемого в литературе [5] *методом частичного интегрирования* или *методом приведения к обыкновенным дифференциальным уравнениям (в случае двухмерных задач)*, вернемся, не нарушая общности, к рассмотрению двухмерной задачи Власова (11)-(13).

Функционал Лагранжа Π полной потенциальной энергии

$$\Pi = \iint\limits_{(S)} (\sigma_z \cdot \varepsilon_z + \tau_{xz} \cdot \gamma_{xz}) dS - \int\limits_{(L)} \sum_i q_i w dx = 0 \tag{22}$$

в данном случае принимает вид:

$$\Pi = \iint\limits_{(S)} \left\{ (\lambda + 2G)[\psi'(z)]^2 [w(x)]^2 + G[\psi(z)]^2 \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \right\} = \int\limits_{(L)} qwdx. \tag{23}$$

Уравнение Эйлера, являющееся условием экстремума функционала (23):

$$\frac{d}{dx} F'_{Z'} - F'_Z = 0, \tag{24}$$

где, например,

$$F'_Z = 2(\lambda + G) \cdot \psi'_Z(z) \cdot \psi''(z) \int_0^\infty [w(x)]^2 dx + 2G \cdot \psi(z) \cdot \psi'(z) \int_0^\infty [w'(x)]^2 dx;$$

$$\frac{d}{dx} F'_{Z'} = 2(\lambda + G) \cdot \psi'_Z(z) \int_0^\infty [w'(x)]^2 dx \tag{25}$$

для интеграла (23) принимает вид:

$$\psi''_Z(z)\frac{E_0}{(1-\mu_0^2)}\int_0^{\infty}[w(x)]^2dx-\psi(z)\frac{E_0}{2(1+\mu_0)}\int_0^{\infty}[w'(x)]^2dx=0, \qquad (26)$$

откуда после введения обозначений:

$$A^2=\iint_S W^2(x,y)dxdy\quad B^2=\iint_S\left[(W_x')^2+(W_y')^2\right]dxdy, \qquad (27)$$

$$g_0=\sqrt{\frac{1-\mu_0}{2}}=\sqrt{\frac{1-2\mu_{\text{‹р.}}}{2(1-\mu_{\text{‹р.}})}}\,, \qquad (28)$$

$$\gamma^2=\frac{1-\mu_0}{2}\cdot\frac{B^2}{A^2}=g_0\frac{B^2}{A^2}, \qquad (29)$$

получаем уравнение (26) в виде:

$$\Psi''_z(z)-\gamma^2\Psi(z)=0\,. \qquad (30)$$

Общее решение этого уравнения:

$$\Psi(z)=C_1e^{\gamma z}+C_2e^{-\gamma z}\,. \qquad (31)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются из граничных условий (16):

при $z=0$, $\Psi(z)=1$, $C_1+C_2=1$

при $z=H$, $\Psi(z)=0$, $C_1e^{\gamma H}+C_2e^{-\gamma H}=0$; (32)

в виде:

$$C_1=\frac{e^{-\gamma H}}{e^{-\gamma H}-e^{\gamma H}},\ \ C_2=\frac{e^{\gamma H}}{e^{-\gamma H}-e^{\gamma H}}, \qquad (33)$$

но по определению гиперболическая функция:

$$sh\,\gamma H=\frac{e^{\gamma H}-e^{-\gamma H}}{2}. \qquad (34)$$

С учетом (34) общее решение (31) уравнения (30) принимает вид (21), где параметру γ присвоен индекс $3-\gamma_3$. Из (29) следует, что переменный параметр γ_3 является также функцией μ_0 ($\mu_{гр.}$). Этот факт учитывается при разработке методики определения коэффициентов двухпараметрической модели – «методики численных штамповых испытаний»[6]. Из (32) следует, что при $H_c\to\infty$, т.е. для модели упругого полупространства, "затухающее" решение уравнения (30) может быть только одно – решение (31), принимающее вид (20), где параметру γ присвоен индекс $2-\gamma_2$, т.е. постоянные интегрирования принимаются в виде:

$$C_1 = 0; \quad C_2 = 1.$$

Однако, подстановка $H \to \infty$ в (32) дает несовместную систему уравнений:

$$\text{при} \quad z = 0 \quad C_1 + C_2 = 1;$$

$$\text{при} \quad z = H \quad C_1 \cdot \infty + C_2 \cdot 0 = 0$$

с детерминантом, равным $-\infty$. Это – одно из проявлений погрешности рассматриваемого приближенного решения Власова для упругого слоя. Основная же погрешность рассматриваемого решения заключается в нарушении закона Коши парности касательных напряжений на дневной поверхности $z = 0$.

При $\gamma \to 0$, осуществляя для (21) предельный переход по правилу Лопиталя, получаем решение в виде (12). Выражения (27)-(29) позволяют следующим образом объяснить это явление: $\gamma = 0$ при $B = 0$, т.е. при отсутствии "сдвиговой" части осадочной лунки. Отсюда следует, что жесткость «штампа» бесконечно велика по отношению к жесткости основания. Основание является при этом «пружинным» в данной точке, но не «винклеровским» в целом, поскольку оба коэффициента (18), постоянные для всей расчетной области, отличны от нуля и при этом определяются следующими формулами :

$$K = \frac{E_0}{1 - \mu_0{}^2} \cdot \frac{1}{H_c}, \quad 2t = \frac{E_0}{2(1 + \mu_0)} \cdot \frac{H_c}{3}. \tag{35}$$

Эти коэффициенты, обозначая их через $C_1(K)$ и $C_2(2t)$, получает П.Л.Пастернак «без общего вариационного метода» [2], непосредственно из рассмотрения равновесия «столбика грунта», фактически же принимая распределение перемещений по линейному закону. Поэтому упругое двухпараметрическое основание, описываемое уравнением (17) с величинами K и $2t$ вычисляемыми по (35), логично именовать «моделью основания П.Л.Пастернака». А при замене обозначений параметров на C_1 и C_2 получаем уравнение (4).

Свойство перерождения гиперболической функции распределения перемещений по высоте слоя $\Psi(z)$ в линейную при $\gamma_3 \to 0$ использовано при исследовании влияния на параметры рассматриваемой модели относительной жесткости плиты и основания – уточнении параметра этой жесткости (М.И.Горбунова-Посадова) $r_{кр}$. [7].

Таким образом, все три априорно предложенных ранее различными авторами выражения для $\Psi(z)$ – (12), (20), (21):

$$\Psi_1(z) = 1 - z / H, \tag{36}$$

$$\Psi_2(z) = e^{-\gamma_2 z}, \tag{37}$$

$$\Psi_3(z) = \frac{sh\gamma_3(H - z)}{sh\gamma_3 H} \tag{38}$$

являются решениями дифференциального уравнения (30) при граничных условиях (16).

Для плоской задачи при «бесконечной» сжимаемой толще в силу интегрируемости одномерных выражений (27) из уравнения (30) можно получить аналитически двухстороннюю оценку параметра γ_2 из (37) для частного случая – «бесконечно» жесткой балки. Уравнение (30) получено В.И.Сливкером [8] из условия стационарности функционала (22) при фиксированном значении функции $w(x,y)$ и варьировании по $\psi(z)$. Такой подход трактуется автором [8] как «получение наилучшего приближения по энергии».

Параметр γ_3 характеризует *затухание* (четной) функции $\psi_3(z)$ по высоте сжимаемого слоя. Чтобы подчеркнуть этот факт, числовые значения параметра γ_3 фигурируют как отрицательные числа:

$$\gamma_3 < 0.$$

Также для введения единообразия выражение (36) удобно представить в виде:

$$\Psi_1(z) = 1 - \frac{z}{H} = 1 + \gamma_1 z, \tag{39}$$

где

$$\gamma_1 = -1/H. \tag{40}$$

При $H \to \infty$, осуществляя для (38) предельный переход, получаем:

$$\lim\Psi_3(z) = e^{-\gamma_3 Z}.$$

Таким образом, при

$$H \to \infty, \quad \Psi_3(z) \to \Psi_2(z), \quad |\gamma_3| \to |\gamma_2|. \tag{41}$$

Этот факт подтверждается при проведении «численных штамповых испытаний» [9] идеальной упругой среды ограниченной толщины H_c; предельное значение оказывается равным $\gamma \approx 0{,}15$ независимо от значения коэффициента Пуассона.

Таким образом, приближенное решение задачи об упругом сжимаемом слое методом Канторовича в том виде, в котором он был предложен [10], дает *полное* решение задачи В.З.Власова [3, 4].

1.Филоненко-Бородич М.М. Простейшая модель упругого основания, способная распределять нагрузку // Сб. трудов МЭМИИТ. – 1945. – №53. – С. 92-108.

2.Пастернак П.Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. – М.: ГСИ, 1954. – 56 с.

3.Власов В.З. Строительная механика тонкостенных пространственных систем. – М.: Стройиздат. 1949. – 434 с.

4.Власов В.З., Леонтьев Н.Н. Техническая теория расчета фундаментов на упругом основании // Труды МИСИ. Вып.14 [154]. – М.: Стройиздат, 1956. – С. 12-31.

5.Лейбензон Л.С. Вариационные методы решения задач теории упругости. – М. - Л.: ОГИЗ - ГИТТЛ, 1943. – 286 с.

6.Васильков Г.В., Рапопорт Г.А., Шпитюк Е.Н. Квазидвухмерные расчетные схемы при конечноэлементной реализации модели упругого сжимаемого слоя.// Известия вузов. Строительство. – 1999. – №6. – С. 21-25.

7.Горбунов-Посадов М.И. Балки и плиты на упругом основании. – М.: Изд-во Министерства строительства предприятий машиностроения, 1949. – 238 с.

8.Сливкер В.И. К вопросу о назначении характеристик двухпараметрового упругого основания // Строительная механика и расчет сооружений. – 1981. – №1. – С..36-39.

9.Рапопорт Г.А., Шпитюк Е.Н. Методика определения численных значений параметров основания // Научно-технический отчет. – Ростов - на - Дону: РостовТЭП, 1997. – 56 с.

10.Канторович Л.В. Об одном прямом методе решения задачи о минимуме двойного интеграла // Изв. АН СССР. – 1933. – №5.

Получено 02.02.2004

УДК 624.073 : 691.88 : 621.886.6

В.В.ПОГРІБНИЙ, О.О.ДОВЖЕНКО, кандидати техн. наук, В.Н.РОЖКО
Полтавський національний технічний університет ім. Юрія Кондратюка

МІЦНІСТЬ ОБТИСНУТИХ БЕТОННИХ ШПОНОК ПРИ ЗРІЗІ

Запропонована методика розрахунку міцності обтиснутих бетонних шпонок при зрізі, що базується на варіаційному методі теорії ідеальної пластичності бетону і враховує вплив класу бетону, співвідношення розмірів шпонок, рівня обтиснення. Наводяться результати експериментальних досліджень.

Важливими конструктивними елементами несучих систем, які забезпечують спільну роботу конструкцій будівель і споруд, є стикові з′єднання, що сприймають зусилля зсуву. До таких відносять стики плит перекриттів і покриттів, з′єднання ригелів з колонами і колон з плитною частиною фундаментів, горизонтальні і вертикальні стики стінових панелей, контактні шви збірно-монолітних конструкцій, стики плит оболонок між собою і бортовими елементами та інші. На даний час граничне навантаження таких елементів визначається, як правило, за емпіричними залежностями, що не дозволяють враховувати специфіку напруженого стану стикових з′єднань.

Одним з факторів, що впливає на роботу шпонкового стику, слід вважати величину обтиснення шпонок. Задача міцності обтиснутих