МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

для практичних занять, виконання контрольних і розрахунково-графічних завдань, самостійної роботи

з курсу **«ОПІР МАТЕРІАЛІВ»**

розділ

„СТІЙКІСТЬ СТИСНУТИХ СТЕРЖНІВ"

(для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом 6.060101 «Будівництво»)

ХАРКІВ – ХНАМГ – 2012

Методичні вказівки для практичних занять, виконання контрольних і розрахунково-графічних завдань, самостійної роботи з курсу «Опір матеріалів» розділ «Стійкість стиснутих стержнів» (для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом 6.060101 «Будівництво»). / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: Л. С. Андрієвська. – Х. : ХНАМГ, 2012.- 14 с.

Укладач: Л.С. Андрієвська
Рецензент: д.т.н., проф. В.П. Шпачук

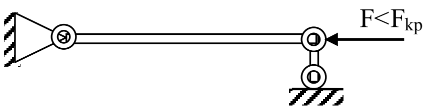
Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,
протокол № 8 від 14.03.2012

ПОЗДОВЖНІЙ ЗГИН

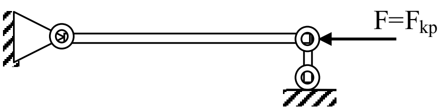
При розрахунках інженерних споруд треба забезпечити виконання умов міцності, жорсткості та стійкості. За умовою міцності фактичні напруження ні в якому місці споруди не повинні перевищувати певних допустимих значень. Умова жорсткості вимагає таких співвідношень між зовнішнім навантаженням та розмірами конструкції, при яких деформації останньої не перебільшують допустимих. Ці дві умови іноді доповнюють умовою стійкості, якою передбачається збереження початкової форми рівноваги конструкції або окремих її елементів під дією заданого навантаження. Проблеми стійкості (задача про поздовжнє згинання) виникає насамперед для довгих стиснутих стержнів.

СТІЙКА І НЕСТІЙКА ПРУЖНА РІВНОВАГА

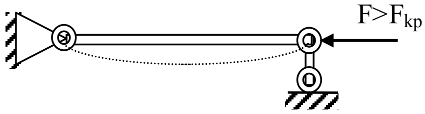
Під дією стискального навантаження, що поступово зростає, стержень проходить три форми рівноваги: стійку, байдужу та нестійку. Є аналогія між поведінкою стиснутого стержня та явищем стійкості, відомим з теоретичної механіки.



Стиснутий стержень перебуває у стані стійкості, якщо стискальна сила F не перевищує критичного значення F_{kp}. У разі викривлення прямолінійної форми стержня внаслідок прикладення бічної сили він повернеться до початкової форми під дією внутрішніх сил пружності після усунення причин відхилення.



Форма рівноваги стиснутого стержня є байдужою, коли стискальна сила досягає певного значення, що має назву критичного. При цьому стержень може зберегти вихідну форму, але може і втратити її внаслідок навіть незначного впливу.



Стиснутий стержень перебуває у стані нестійкої рівноваги, якщо стискальна сила перевищує критичне значення. При цьому прямолінійна форма рівноваги стає нестійкою. Втрата стійкості – це відхилення осі стержня від прямолінійної форми рівноваги, спричинене дією стискальної сили.

Стискальне навантаження, перевищення якого призводить до втрати стійкості вихідної форми стержня, називається критичним (F_{kp}).

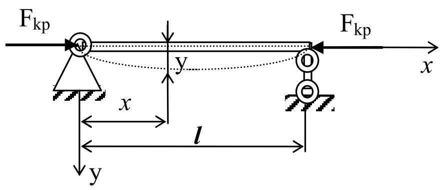
Зазначимо, що втрата стійкості може відбутися навіть тоді, коли напруження під дією критичної сили не досягнуть границі пропорційності. Тому стиснуті стержні обов’язково слід перевіряти не тільки на міцність, а й на стійкість.

Для безпечної роботи стиснутих стержнів необхідно, щоб стискальне навантаження було меншим за критичну силу:

$$F_{max} = \frac{F_{кр}}{k_{ст}}, \qquad (1)$$

де $k_{ст}$ - коефіцієнт запасу стійкості, який завжди більший за одиницю.

ЗАДАЧА ЕЙЛЕРА ПРО СТІЙКІСТЬ СТИСНУТИХ СТЕРЖНІВ У ПРУЖНІЙ СТАДІЇ



Прямий стержень з шарнірно обпертими кінцями стискається силою F_{kp}. Припускається, що напруження під дією критичної сили не перевищують границі пропорційності ($\sigma_{кр} < \sigma_{пц}$). У цьому разі стан рівноваги стержня буде байдужим, тобто викривлена форма стержня також буде врівноваженою. Розглянемо стан стержня із зігнутою віссю, але вважатимемо відхилення від прямої форми неістотним. Тоді диференціальне рівняння осі стержня має вигляд

$$E\boldsymbol{J}_{min}\frac{d^2\boldsymbol{y}}{d\boldsymbol{x}^2} = M(\boldsymbol{x}),$$

де

$M(\boldsymbol{x}) = -F_{кр}\,\boldsymbol{y}$ - згинальний момент у довільному перерізі зігнутого стержня;

$\boldsymbol{J}_{min}$ - мінімальний момент інерції поперечного перерізу стержня, відхилення якого при поздовжньому згинанні завжди відбувається в площині найменшої жорсткості при однакових умовах закріплення стержня в двох площинах;

$\boldsymbol{y}$ - відхилення центра довільного перерізу від початкового положення на прямій осі.

Далі рівняння запишемо у вигляді

$$\frac{d^2\boldsymbol{y}}{d\boldsymbol{x}^2} + \frac{F_{кр}}{E\boldsymbol{J}_{min}}\boldsymbol{y} = 0.$$

Введемо позначення

$$k^2 = \frac{F_{кр}}{E\boldsymbol{J}_{min}},$$

дістанемо лінійне однорідне диференціальне рівняння:

$$\frac{d^2\boldsymbol{y}}{d\boldsymbol{x}^2} + k^2\boldsymbol{y} = 0.$$

Загальний інтеграл цього рівняння є періодичною функцією виду:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{A}\cos k\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\sin k\boldsymbol{x},$$

де $\boldsymbol{A}$ і $\boldsymbol{B}$ - сталі інтегрування, які визначаються з умов закріплення кінців стержня. Граничні умови:

$$1)\ \boldsymbol{y}=0,\ \text{якщо}\ \boldsymbol{x}=0,$$
$$2)\ \boldsymbol{y}=0,\ \text{якщо}\ \boldsymbol{x}=\boldsymbol{l}.$$

З першого отримуємо, що $\boldsymbol{A}=0$, з другого - $\sin k\boldsymbol{l}=0$, де $k\boldsymbol{l}=n\pi$, ($n=1,2.3...$).

З урахуванням раніше введеного позначення визначимо множину критичних сил

$$F_{кр}=\frac{\pi^2 n^2 E\boldsymbol{J}_{min}}{\boldsymbol{l}^2}.$$

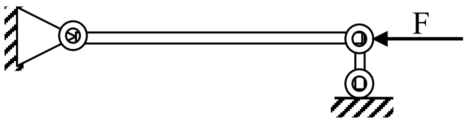
У розрахунках на стійкість практичне значення має найменша критична сила, що відповідає рівності **n**=1:

$$\boxed{F_{кр}=\frac{\pi^2 E\boldsymbol{J}_{min}}{\boldsymbol{l}^2}}$$ - формула Ейлера (перша критична сила).

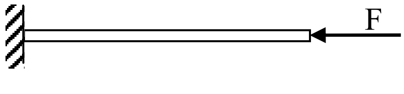
Вплив умов закріплення стержня на значення критичної сили. Формула Ейлера добута для стержня з шарнірно обпертими кінцями. У практиці розрахунків мають місце також інші способи закріплення стиснутих стержнів. Формула Ейлера для обчислення критичної сили при різних способах закріплення стержнів має вигляд

$$\boxed{F_{кр}=\frac{\pi^2 E\boldsymbol{J}_{min}}{(\mu\boldsymbol{l})^2}},\qquad (2)$$

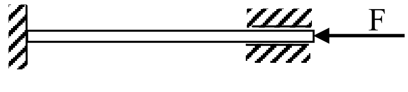
де μ - коефіцієнт зведення довжини стержня, залежить від умов закріплення стержня:



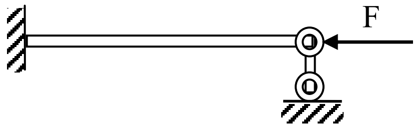
$\mu=1$



$\mu=2$



$\mu=0,5$



$\mu=0,7$

КРИТИЧНІ НАПРУЖЕННЯ

Стійкість у межах пропорційності. У стиснутому стержні критичні напруження виникають під дією критичної сили:

$$\boxed{\sigma_{кр}=\frac{F_{кр}}{A}=\frac{\pi^2 E\boldsymbol{J}_{min}}{A(\mu\boldsymbol{l})^2}},\qquad (3)$$

де А – площа поперечного перерізу стержня.

Урахувавши, що відношення

$$\frac{\boldsymbol{J}_{\min}}{\mathrm{A}} = \boldsymbol{i}_{\min}^2$$

- квадрат мінімального радіусу інерції, маємо

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2\, \mathrm{E}\, \boldsymbol{i}_{\min}^2}{(\mu \boldsymbol{l})^2}\,. \tag{4}$$

Введемо безрозмірну величину

$$\boxed{\lambda = \frac{\mu \boldsymbol{l}}{\boldsymbol{i}_{\min}}}, \tag{5}$$

що називається гнучкістю стержня.

Тоді критичне напруження визначатиметься за формулою

$$\boxed{\sigma_{кр} = \frac{\pi^2\, \mathrm{E}}{\lambda^2}}. \tag{6}$$

Оскільки формула Ейлера виведена в припущенні, що критичні напруження не перевищують границі пропорційності, існують певні межі її застосування, які визначаються на підставі нерівності

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2\, \mathrm{E}}{\lambda^2} \le \sigma_{пц}\,,$$

де $\sigma_{пц}$ - границя пропорційності матеріалу стержня.

Звідси визначимо умову, яку повинна задовольняти гнучкість стержня, щоб формула Ейлера була дійсною:

$$\lambda \ge \pi \sqrt{\frac{\mathrm{E}}{\sigma_{пц}}}\,. \tag{7}$$

Знак рівності в цій умові відповідає граничній гнучкості, при зменшенні якої формула Ейлера стає непридатною. Для стержнів, виготовлених з маловуглецевої сталі Ст.3, при модулі пружності Е=2 10^5 МПа і границі пропорційності $\sigma_{пц}$ = 200 МПа гранична гнучкість дорівнюватиме

$$\lambda_{гр} = 3{,}142\sqrt{\frac{2 \cdot 10^5}{200}} \approx 100\,,$$

тобто для Ст.3 формула Ейлера застосовувана при $\lambda > 100$. Відповідно до матеріалів з іншими механічними характеристиками граничні гнучкості матимуть інші значення.

Стійкість за границею пропорційності. Із зменшенням гнучкості стержня критичне напруження зростає, а якщо гнучкість нижча від граничної, критичне напруження перевищує границю пропорційності. В цьому разі користуються емпіричними формулами, добутими в результаті експериментальних досліджень. Наприклад, формула Ясинського має вигляд

$$\boxed{\sigma_{кр} = \boldsymbol{a} - \lambda \boldsymbol{b}}, \tag{8}$$

де ***a, b*** – коефіцієнти, що залежать від матеріалу стержня і визначаються експериментально.

Таблиця 1. Коефіцієнти ***a, b*** (МПа)

Матеріал	***a***	***b***
Ст.3	310	1,140
Ст.5	464	3,617
Дюралюмін	380	2,185
Деревина	29,3	0,194

За формулою Ясинського обчислюють критичні напруження для стержнів середньої гнучкості, що широко використовуються в багатьох сталевих та залізобетонних конструкціях

ПРАКТИЧНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ СТИСНУТИХ СТЕРЖНІВ НА СТІЙКІСТЬ

У розрахунках на стійкість критичне напруження вважається „руйнівним”, як границя текучості або границя міцності в розрахунках на міцність. Тому введено поняття допустимого напруження на стійкість $[\sigma_{ст}]$, що визначається як частина критичного напруження:

$$[\sigma_{ст}] = \frac{\sigma_{кр}}{к_{ст}}, \tag{9}$$

де $к_{ст}$ - коефіцієнт запасу стійкості.

Умова стійкості вимагає, щоб напруження, яке виникає при стисканні, не перевищувало допустимого напруження на стійкість:

$$\sigma = \frac{F_{max}}{A} \le [\sigma_{ст}]. \tag{10}$$

Проте обчислення допустимого напруження на стійкість ускладнюється внаслідок того, що критичне напруження залежить не тільки від властивостей матеріалу, а й від гнучкості стержня. У практичних розрахунках доцільно визначити залежність між допустимим напруженням на стійкість та допустимим напруженням на міцність при стисканні:

$$\frac{[\sigma_{ст}]}{[\sigma]} = \frac{\sigma_{кр} \cdot к_{т}}{\sigma_{т} \cdot к_{ст}} = \varphi,$$

де $[\sigma] = \frac{\sigma_0}{к_0}$ - допустиме напруження на міцність при стисканні; $к_0$ - коефіцієнт запасу міцності.

Звідси

$$[\sigma_{ст}] = \varphi[\sigma], \tag{11}$$

де φ - коефіцієнт зменшення основного допустимого напруження на міцність при розрахунку на стійкість. Отже, умова стійкості набуває вигляду

$$\sigma = \frac{F_{max}}{A} \le \varphi[\sigma]$$

або

$$\boxed{\sigma = \frac{F_{max}}{\varphi A} \le [\sigma]}, \tag{12}$$

де А – площа поперечного перерізу стержня; $[\sigma]$- основне допустиме напруження (при розтягу-стиску).

За допомогою умови стійкості розв'язують задачі трьох типів.

1. ***Перевірка стійкості*** полягає у перевірці виконання умови стійкості (12) в такій послідовності:

- визначають мінімальний момент інерції поперечного перерізу стержня та мінімальний радіус інерції (при однаковому закріпленні в головних площинах)

$$\boldsymbol{i}_{\min} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{J}_{\min}}{A}};$$

- обчислюють гнучкість стержня за формулою (5);
- за табл.2 вибирають коефіцієнт зменшення основного допустимого напруження φ;

Таблиця 2. Значення коефіцієнта φ для різних матеріалів

Гнучкість	Ст.2, Ст.3, Ст.4	Ст.5	Деревина
λ	φ	φ	φ
0	1.00	1.00	1.00
10	0.99	0.98	0.99
20	0.96	0.95	0.97
30	0.94	0.92	0.93
40	0.92	0.89	0.87
50	0.89	0.86	0.80
60	0.86	0.82	0.71
70	0.81	0.76	0.60
80	0.75	0.70	0.48
90	0.69	0.62	0.38
100	0.60	0.51	0.31
110	0.52	0.43	0.25
120	0.45	0.36	0.22
130	0.40	0.33	0.18
140	0.36	0.29	0.16
150	0.32	0.26	0.14
160	0.29	0.24	0.12
170	0.26	0.21	0.11
180	0.23	0.19	0.10
190	0.21	0.17	0.09
200	0.19	0.16	0.08

- добуті вихідні дані підставляють в умову стійкості (12) для перевірки її виконання.

2. ***Визначення допустимого навантаження*** з умови стійкості (12):

$$[F] \leq \varphi[\sigma]A$$

виконують аналогічно.

3. ***Добір поперечного перерізу стержня*** (проектувальний розрахунок), здійснюється на підставі обчислення площі перерізу з умови стійкості (12): $A \ge \frac{F}{\varphi[\sigma]}$.

Ця задача не має єдиного розв'язку, оскільки до нерівності входять дві невідомі величини: площа поперечного перерізу стержня А та коефіцієнт φ, який залежить від невизнаних ще розмірів перерізу, його форми та довжини стержня. Тому розв'язують методом послідовних наближень з перевіркою проміжних результатів за допомогою умови стійкості в такій послідовності:

- беруть довільне значення коефіцієнта зменшення основного допустимого напруження першого наближення φ_1 = 0,5 …0,6 та обчислюють площу A_1 перерізу стержня: $A_1 \ge \frac{F}{\varphi_1[\sigma]}$;

- відповідно до обчисленої площі визначають розміри перерізу або вибирають номер профілю із сортаменту;

- визначають радіус інерції $\boldsymbol{i}_{\min}$ та гнучкість стержня λ, за якою з табл.2 знаходять $\varphi(\lambda)$;

- порівнюють φ_1 та $\varphi(\lambda)$ і, якщо розбіжність невелика, перевіряють умови стійкості (12). У разі істотної розбіжності значень φ_1 та $\varphi(\lambda)$ виконують друге наближення, для якого оптимальним значенням коефіцієнта φ_2 буде середньоарифметичне $\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi(\lambda)}{2}$.

Після цього здійснюють заново всі зазначені вище дії.

Щоб дістати задовільний розв'язок, здебільшого треба виконати кілька наближень.

КОНТРОЛЬНЕ ЗАВДАННЯ
„Розрахунок колони на стійкість"

Варіант завдання надається викладачем.

Зміст завдання

Для заданої колони:

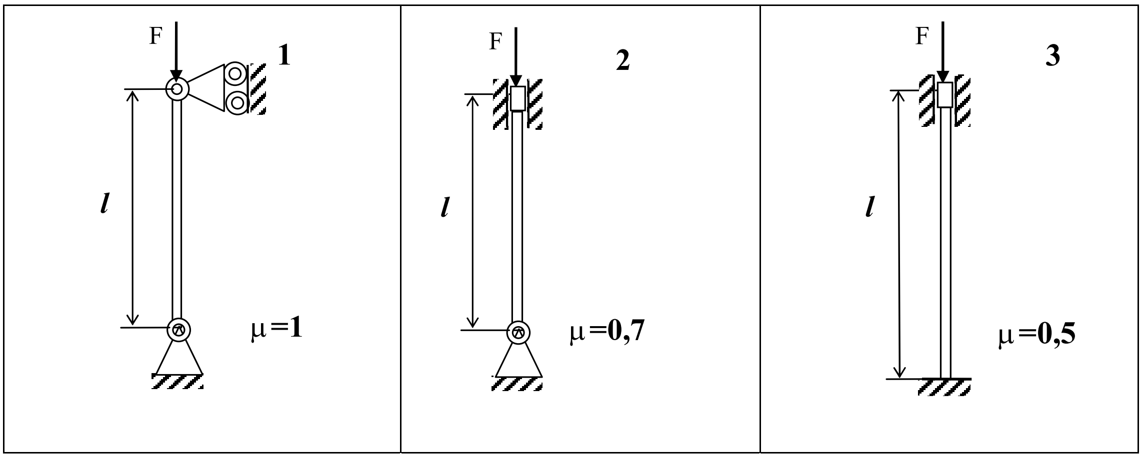
1. Підібрати поперечний переріз з умови рівності моментів інерції ($\boldsymbol{J}_z = \boldsymbol{J}_y$), користуючись таблицею 2 коефіцієнтів зменшення основного допустимого напруження (φ), $[\sigma]$ = 160 МПа.

2. Визначити відстань між з'єднувальними планками на підставі умови рівності ($\lambda_x = \lambda$) гнучкостей окремих віток між планками (λ_x) та колони в цілому (λ).

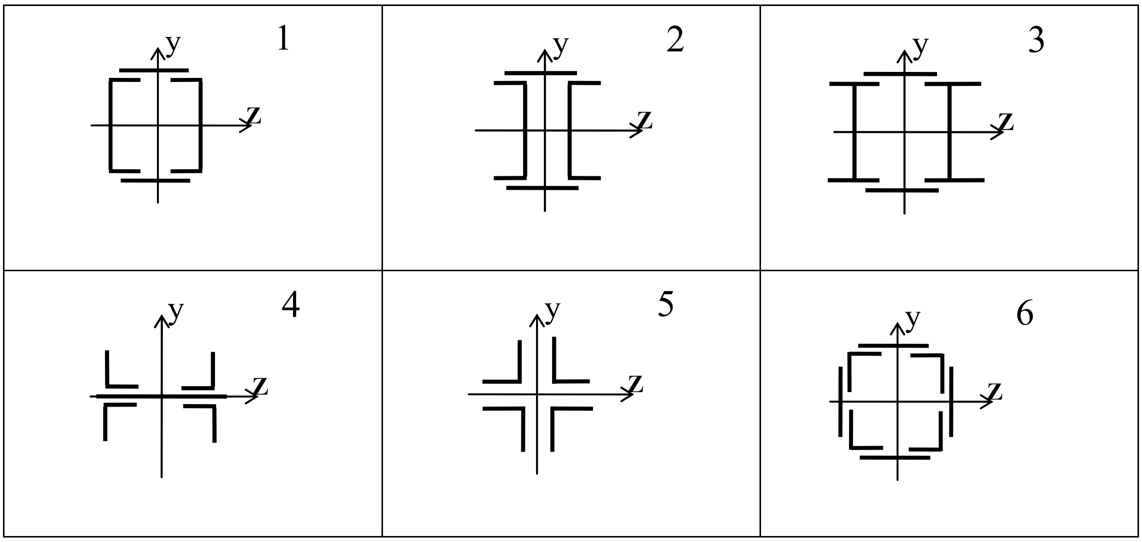
3. Перевірити переріз колони на міцність.

4. Визначити критичну силу ($F_{кр}$), критичне напруження ($\sigma_{кр}$) та коефіцієнт запасу стійкості ($к_{ст}$).

СХЕМИ КОЛОН



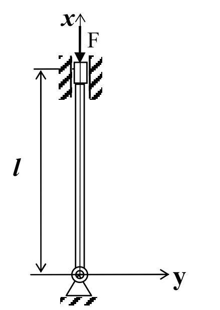
СХЕМИ ПЕРЕРІЗІВ



Таблиця вихідних даних

№	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
F [кн]	900	800	700	600	500	600	750	650	850	900
l [м]	8	9	7	8	9	7	8	7	9	10

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ
„Розрахунок колони на стійкість”



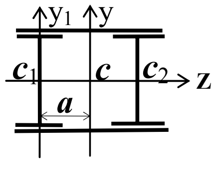
$\mathbf{F} = 500$ кН, $l = 9$ *м*, $[\sigma_{ст}] = 160$ МПа

Закріплення: шарнірне обпирання і жорстке затискання ($\mu = 0,7$)

1. Підберемо поперечний переріз колони $A_{пер.}$ з умови рівності моментів інерції ($\boldsymbol{J}_z = \boldsymbol{J}_y$).

Умова стійкості:

$$\sigma_{max} = \frac{F}{A} \le \varphi \cdot [\sigma_{ст}], \;\rightarrow\; A \ge \frac{F}{\varphi[\sigma_{ст}]}.$$



Оскільки до нерівності входять дві невідомі величини: площа поперечного перерізу А та коефіцієнт поздовжнього згину φ, розрахунок ведемо методом послідовних наближень.

I *наближення*. Беремо довільне значення коефіцієнта $\varphi = 0,5$, тоді $A_{\text{пер.}} = \dfrac{500}{0,5 \cdot 16} = 62,5$ *см*^{2}. Оскільки переріз колони складається з двох двотаврів, то $A_{\text{дв.}} = \dfrac{A_{\text{пер.}}}{2} = \dfrac{62,5}{2} = 31,25$ *см*^{2}. За таблицею сортаменту добираємо двотавр № 22, $A_{\text{дв.}}^{\text{табл.}} = 30,6$ *см*^{2}.

Визначаємо гнучкість колони

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_z} = \frac{0,7 \cdot 900}{9,13} = 69.$$

Знаходимо коефіцієнт поздовжнього згину (табл. 2):

$\lambda_1 = 60,\ \varphi_1 = 0,86;$
$\lambda_2 = 70,\ \varphi_2 = 0,81$

$$\varphi(\lambda) = \varphi_1 = (\varphi_2 - \varphi_1)\frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} =$$

$$= 0,86 + (0,81 - 0,86)\frac{69 - 60}{70 - 60} = 0,815.$$

Заповнюємо перший рядок таблиці результатів розрахунку.

II *наближення*. Беремо середнє значення коефіцієнта φ:

$$\varphi = \frac{0,5 + 0,815}{2} = 0,66.$$

Повторюємо розрахунок і заповнюємо другий рядок таблиці:

$\varphi = 0,66,\quad A_{\text{пер.}} = \dfrac{500}{0,66 \cdot 16} = 47,35$ *см*^{2}, $A_{\text{дв.}} = \dfrac{A_{\text{пер.}}}{2} = \dfrac{47,35}{2} = 23,68$ *см*^{2}.

I № 18 *а*, $A_{\text{дв.}}^{\text{табл.}} = 25,4$ *см*^{2}, $\boldsymbol{J}_z = 1430$ *см*^{4}, $\boldsymbol{i}_z = 7,51$ *см*.

Визначаємо гнучкість колони

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_z} = \frac{0,7 \cdot 900}{7,51} = 84.$$

Знаходимо коефіцієнт поздовжнього згину φ (табл. 2):

$\lambda_1 = 80,\ \varphi_1 = 0,75;$
$\lambda_2 = 90,\ \varphi_2 = 0,69$

$$\varphi(\lambda) = 0,75 + (0,69 - 0,75)\frac{84 - 80}{90 - 80} = 0,73.$$

III *наближення*. Беремо середнє значення коефіцієнта φ:

$$\varphi = \frac{0,66 + 0,73}{2} = 0,7.$$

Повторюємо розрахунок і заповнюємо третій рядок таблиці:

I № 18 $$\text{A}_{\text{пер.}} = \frac{500}{0,7\cdot 16} = 44,6\ см^2,\ \text{A}_{\text{дв.}} = \frac{\text{A}_{\text{пер.}}}{2} = \frac{44,6}{2} = 22,3\ см^2.$$

$$\text{A}_{\text{дв.}}^{\text{табл.}} = 23,4\ см^2,\quad \boldsymbol{J}_z = 1290\ см^4,\quad \boldsymbol{i}_z = 7,42\ см.$$

Визначаємо гнучкість колони

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_z} = \frac{0,7\cdot 900}{7,42} = 84,9.$$

Знаходимо коефіцієнт поздовжнього згину φ (табл. 2):

$\lambda_1 = 80,\ \varphi_1 = 0,75;$

$\lambda_2 = 90,\ \varphi_2 = 0,69$

$$\varphi(\lambda) = 0,75 + (0,69 - 0,75)\frac{84,9-80}{90-80} = 0,72.$$

IV *наближення*. Беремо середнє значення коефіцієнта φ:

$$\varphi = \frac{0,7+0,72}{2} = 0,71.$$

Повторюємо розрахунок і заповнюємо четвертий рядок таблиці:

I № 18 $$\text{A}_{\text{пер.}} = \frac{500}{0,71\cdot 16} = 44\ см^2,\ \text{A}_{\text{дв.}} = \frac{\text{A}_{\text{пер.}}}{2} = \frac{44}{2} = 22\ см^2.$$

$$\text{A}_{\text{дв.}}^{\text{табл.}} = 23,4\ см^2,\quad \boldsymbol{J}_z = 1290\ см^4,\quad \boldsymbol{i}_z = 7,42\ см.$$

Визначаємо гнучкість колони

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_z} = \frac{0,7\cdot 900}{7,42} = 84,9,\ \ \varphi(\lambda) = 0,72.$$

Остаточно приймаємо:

I № 18 $\boldsymbol{J}_z = 1290\ см^4,\ \boldsymbol{J}_y = 82,6\ см^4,\ \text{A}_{\text{дв.}} = 23,4\ см^2,\ \boldsymbol{i}_z = 7,42\ см,$
$\boldsymbol{i}_y = \boldsymbol{i}_{\min} = 1,88\ см.$

Таблиця результатів розрахунку

φ	$\text{A}_{\text{пер.}}$, $см^2$	$\text{A}_{\text{дв.}}$, $см^2$	За таблицею сортаменту				λ	φ
			№ двотавра	$\text{A}_{\text{дв.}}^{\text{табл.}}$, $см^2$	$\boldsymbol{J}_z$, $см^4$	$\boldsymbol{i}_z$, $см$		
0,50	62,50	31,25	№ 22	30,6	2550	9,13	69,0	0,815
0,66	47,35	23,68	№ 18 *а*	25,6	1430	7,51	84,0	0,730
0,70	44,60	22,30	№ 18	23,4	1290	7,42	84,9	0,720
0,71	44,00	22,00	№ 18	23,4	1290	7,42	84,9	0,720

Оскільки колона повинна бути однаково стійка в обох головних площинах перерізу, тобто $\boldsymbol{J}_z = \boldsymbol{J}_y$, визначимо відстань ***a*** між осями двотаврів:

$$2\boldsymbol{J}_z^{\boldsymbol{дв.}} = 2\cdot(\boldsymbol{J}_{y_1}^{\boldsymbol{дв.}} + \boldsymbol{a}^2\cdot \text{A}_{\boldsymbol{дв.}}),$$

$$2\cdot 1290 = 2\cdot(82,6 + \boldsymbol{a}^2\cdot 23,4),$$

$$\boldsymbol{a}^2=\frac{1290-82,6}{23,4}=51,6,\quad \boldsymbol{a}=\sqrt{51,6}=7,2\ \text{см}.$$

Відстань між осями двотаврів дорівнює: 2***a*** = 14,4 *см*.

2. Визначимо відстань між з'єднувальними планками на підставі умови рівності ($\lambda_{\boldsymbol{x}}=\lambda$) гнучкостей окремих віток між планками ($\lambda_{\boldsymbol{x}}$) та колони в цілому (λ). По усій довжині колони зв'яжемо двотаври планками за умови $\lambda=\lambda_{\boldsymbol{x}}$, де $\lambda=\dfrac{\mu l_x}{i_{\min}^{дв.}}$ - гнучкість окремої вітки двотавра між двома з'єднувальними планками:

$$\lambda=\frac{\mu l_x}{i_{\min}^{дв.}},\qquad \rightarrow\qquad l_x=\frac{\lambda\cdot i_{\min}^{дв.}}{\mu},\quad l_x=\frac{85\cdot 1,88}{0,72}=2254\ \text{см}.$$

Оскільки відстань між планками дорівнює 2 *м* 25 *см*, а довжина колони 9 *м*, приймаємо кількість з'єднувальних планок:

$$\text{n}=\frac{\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{l}_{\boldsymbol{x}}}=\frac{900}{225}=4\,.$$

3. Перевіримо колону на міцність, $[\sigma]=160$ МПа.

$$\sigma=\frac{\text{F}}{\text{A}_{\text{пер.}}}\le\varphi\cdot[\sigma],\ \rightarrow\ \sigma=\frac{\text{F}}{\varphi\,\text{A}_{\text{пер.}}}\le[\sigma],$$

$$\sigma=\frac{500}{0,72\cdot(23,4\cdot 2)}=148\ \text{МПа}<[\sigma].$$

4. Визначимо коефіцієнт запасу стійкості ($\text{к}_{\text{ст}}$). Оскільки гнучкість колони $\lambda=85<\lambda_{\boldsymbol{гр}}=100$, то критичну силу визначимо за формулою Ясинського: $\text{F}_{\text{кр.}}=\text{A}_{\text{пер.}}\cdot(\boldsymbol{a}-\lambda\cdot\boldsymbol{b})=23,4\cdot 2\cdot(31-0,14\cdot 85)=997$ кН.

Коефіцієнт запасу стійкості $\text{к}_{\text{ст}}=\dfrac{\text{F}_{\text{кр.}}}{\text{F}}=\dfrac{997}{500}\approx 2.$

Список літератури

1. Писаренко Г.С. Опір матеріалів : підруч. / Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Є.С. - К.: Вища школа, 1993.
2. Піскунов В.Г. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності : підруч. /Піскунов В.Г., Федоренко Ю.М., Шевченко В.Д. та ін. - К.: Вища школа, 1994.
3. Дарков А.В. Сопротивление материалов : учебн. /Дарков А.В., Шпиро Г.С. – М.: Высшая школа, 1989.

Навчальне видання

Методичні вказівки для практичних занять, виконання контрольних і розрахунково-графічних завдань, самостійної роботи з курсу

«Опір матеріалів»

розділ **«Стійкість стиснутих стержнів»**

(для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом 6.060101 «Будівництво»).

Укладач: АНДРІЄВСЬКА Людмила Станіславівна

Відповідальний за випуск *В.П. Шпачук*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *Л.С. Андрієвська*

План 2012, поз. 178М

Підп. до друку 21.03.2012	Формат 60х84 1/16
Друк на ризографі	Ум. друк. арк. 2,4
Зам. №	Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 4064 від 12.05.2011 р.