

*При неспівосному введенні пучка в лінзову лінію метод геометричної оптики стає неправомірним. В даній роботі ця задача розглянута на основі хвильових уявлень і при цьому отримані прості кінцеві вирази для параметрів пучка на виході з лінзової лінії. Неспівосне введення пучка в лінію призводить до складного характеру поширення пучка в лінії, в результаті чого хвильовий пучок при значних відхиленнях на вході може не пройти лінзову лінію.*

УДК 534.4

**А. С. Сисоєв**, канд. фіз.-мат. наук  
Харківська національна академія  
міського господарства

## **ПРОХОДЖЕННЯ ГАУСОВОГО ХВИЛЬОВОГО ПУЧКА КРИЗЬ ЛІНЗОВУ ЛІНІЮ**

**Введення.** При введенні гаусового хвильового пучка (наприклад, пучка лазерного випромінювання) у лінзову лінію можливе розюстування вихідного випромінювання відносно лінзової лінії, в результаті чого вісь гаусового хвильового пучка не буде співпадати з віссю лінзової лінії. При цьому можливі розюстування (зміщення осі пучка відносно осі лінії), поворот осі пучка відносно осі лінії, а також обидва ці ефекти одночасно. Неспівосне введення пучка в лінію призводить до складного характеру поширення пучка в лінії, в результаті чого хвильовий пучок при значних відхиленнях на вході може не пройти лінзову лінію. Нас буде цікавити питання – при яких максимальних зміщеннях і поворотах хвильовий пучок проходить лінзову лінію з заданими параметрами. При співосному введенні пучка в лінію така задача розглянута в [1] методом геометричної оптики. При неспівосному введенні пучка в лінію метод геометричної оптики стає неправомірним. В даній роботі ця задача розглянута на основі хвильових уявлень і при цьому отримані прості кінцеві вирази для параметрів пучка на виході з лінзової лінії.

**Основна частина.** Будьмо розглядати двомірний випадок. Лінзова лінія складається з  $N$  збиральних лінз з сферичними поверхнями радіусів кривини  $R_{1,m}$  і  $R_{2,m}$  ( $m$  – номер лінзи), які виготовлено з прозорих речовин з показниками заломлення  $n$ , відстань між лінзами  $L_m$  (змінний період лінії), вісь падаючого пучка складає кут  $\varphi_1$  з віссю лінії,  $y_1$  – зміщення на першій лінзі осі падаючого пучка від центру лінзи,  $l_0 = z_{0,0}$  – відстань від горловини вхідного хвильового пучка до першої лінзи, яка вимірюється уздовж осі хвильового пучка (див. рис. 1.)

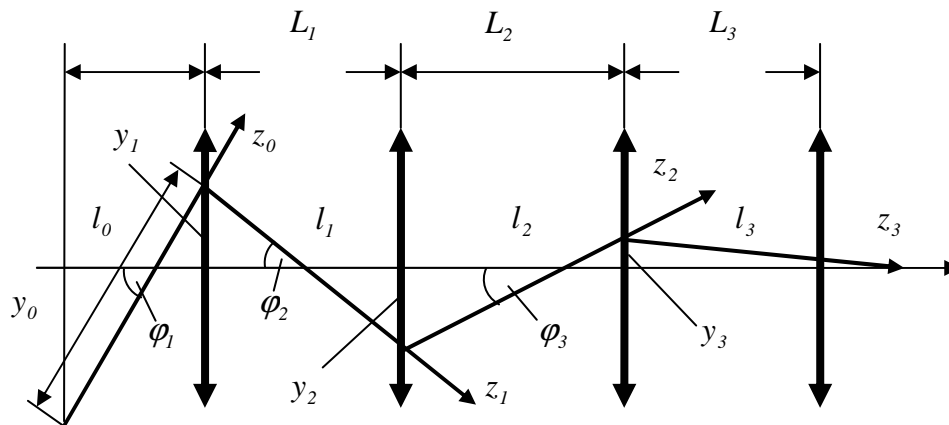


Рис. 1

Поле пучка, який пройшов крізь лінзу, якщо його пляма не виходить за межі лінзи, тобто при малих зміщеннях і поворотах, також є гаусовим хвильовим пучком. Тому поле пучка, який пройшов  $m$ -ту лінзу лінії визначається формулою

$$u_m = \sqrt[4]{\frac{A_{0m}}{A_m}} H_p \left( \sqrt{\frac{k}{A_m}} x_m \right) \exp \left( -\frac{kx_m^2}{2V_m(z_m)} + ikz_m - i \left( p + \frac{1}{2} \right) \phi_m(z_m) \right) \quad (1)$$

де  $H_p(x)$  - поліном Ерміта  $p$ -го порядку,  $k = \frac{\omega}{c}$  - хвильове число,  $(x_m, z_m)$  - система координат, яка пов'язана з  $m$ -м хвильовим пучком так, що вісь  $z_m$  направлена вздовж осі пучка, який падає на  $m$ -ту лінзу, а початок відліку лежить на  $m$ -ій лінзі (для пучка, який вводиться в лінію, початок відліку лежить в горловині пучка),  $V_m(z_m)$  - параметр хвильового пучка, який називається варіансом. Цей параметр визначає всі геометричні параметри хвильового пучка за формулою

$$V_m^{-1} = A_m^{-1} - iR_m^{-1} \quad (2)$$

де  $R_m$  - радіус кривини хвильової поверхні пучка, а величина  $A_m$  визначає радіус плями поля  $w_m$  за формулою

$$A_m = \frac{k w_m^2}{2}$$

Величини  $A_m$  і  $R_m$  визначаються формулами

$$A_m = A_{0,m} \left( 1 + \frac{(z_m + z_{0,m})^2}{A_{0,m}^2} \right),$$

$$R_m = (z_m + z_{0,m}) \left( 1 + \frac{A_{0,m}^2}{(z_m + z_{0,m})^2} \right)$$

При цьому  $A_{0,m} = \frac{kw_{0,m}^2}{2}$ , де  $w_{0,m}$  - радіус плями поля в горловині пучка.

Варіанс пучка визначається формулою

$$V_m(z_m) = V_m^+ + iz_m \quad (3)$$

де  $V_m^+$  - значення на виході  $m$ -ої лінзи. З формул (2) і (3) випливає, що

$$A_{0,m} = \operatorname{Re} V_m^+$$

а значення координати  $z_m = -z_{0,m}$ , що визначає координату горловини заломленого пучка, дорівнює уявній частині варіансу (3) заломленого  $m$ -ою лінзою пучка,

$$z_{0,m} = \operatorname{Im} V_m^+ \quad (4)$$

Тонка лінза перетворює варіанс  $V_m^-$  на вході в лінзу у варіанс  $V_m^+$  на виході за формулою

$$\frac{1}{V_m^+} = \frac{1}{t_{1,m}^2 t_{2,m}^2 V_m^-} + i \frac{1}{W_m} \quad (5)$$

$$\frac{1}{W_m} = \frac{1}{t_{2,m}} \left( \frac{nt_{1,m} - 1}{t_{1,m} t_{2,m} R_1 \cos \varphi'_{1,m}} - \frac{n - t_{2,m}}{R_2 \cos \varphi'_{2,m}} \right)$$

$$t_{j,m} = \frac{\cos \varphi'_{j,m}}{\cos \varphi_{j,m}}$$

$\varphi_{j,m}$  - кут падіння на сферичну поверхню лінзи,  $\varphi'_{j,m}$  - кут заломлення ( $j=1$  - вхідна поверхня лінзи,  $j=2$  - вихідна). Радіус сферичної поверхні лінзи  $R_j$  алгебраїчна величина. Для опуклих поверхонь  $R_j > 0$ , для вгнутих поверхонь  $R_j < 0$ .

Для тонкої лінзи кути  $\varphi_{j,m}$  і  $\varphi'_{j,m}$ , кут відхилення осі заломленого пучка  $\varphi_{m+1}$  легко визначити за відомим кутом нахилу  $\varphi_m$  осі падаючого пучка на  $m$ -ту лінзу хвильового пучка і його зміщення  $u_m$  на лінзі за формулами

$$\varphi_{1,m} = \varphi_m - \beta_{1,m}, \quad \varphi'_{1,m} = \arcsin \left( \frac{\sin \varphi_{1,m}}{n} \right)$$

$$\varphi_{2,m} = \varphi'_{1,m} + \beta_{1,m} - \beta_{2,m}, \quad \varphi'_{2,m} = \arcsin(n \sin \varphi_{2,m})$$

$$\varphi_{m+1} = \varphi'_{2,m} + \beta_{2,m}$$

$$\beta_{j,m} = \arcsin\left(\frac{y_m}{R_j}\right), \quad (j=1,2)$$

$$y_m = y_{m-1} - L \operatorname{tg} \varphi_m, \quad (m \geq 1),$$

$$y_1 = y_0 - L_0 \operatorname{tg} \varphi_0$$

де  $y_0$  - зміщення центра плями поля у горловині від осі лінії на першій лінзі,  $L_0$  - відстань центра горловини вхідного пучка від першої лінзи вздовж осі лінії. Кути  $\varphi$  вважаються позитивними, якщо вони відраховуються за годинниковою стрілкою.

Формула (3) дозволяє визначити варіанс хвильового пучка на вході  $m$ -ої лінзи за його значенням на виході  $m-1$  лінзи

$$V_m^- = V_{m-1}^+ + i l_{m-1}, \quad (6)$$

де  $l_{m-1}$  - довжина осі хвильового пучка між цими лінзами. Підставляючи (5) в (6), отримуємо формулу зв'язку варіансів хвильових пучків на виході двох сусідніх лінз

$$\frac{1}{V_m^+} = \frac{1}{t_{1,m}^2 t_{2,m}^2 (V_{m-1}^+ + i l_{m-1})} + i \frac{1}{W_m} \quad (m=1, \dots, n) \quad (7)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (7) з початковими умовами

$$\operatorname{Re} V_0^+ = A_0, \quad z_{0,0} = \operatorname{Im} V_0^+ = 0,$$

визначаємо параметри

$$A_{0,m} = \operatorname{Re} V_m^+, \quad z_{0,m} = \operatorname{Im} V_m^+$$

хвильового пучка на виході  $m$ -ої лінзи. Умовою збереження структури хвильового пучка при проходженні лінзової лінії є

$$\frac{w_m}{\cos \varphi_m} + y_m \leq r_m \quad (8)$$

тобто пляма поля пучка не виходить за апертуру лінзи. При порушенні умови (8) структура пучка викривляється і потрібно змінити параметри попередніх лінз, щоб умову (8) було виконано.

**Висновки.** Запропоновано хвильовий метод розв'язання задачі проходження хвильового пучка крізь лінзову лінію з простими кінцевими формулами, зручними для розрахунків.

#### Література.

1. Пахомов И.И., Цыбуля А.Б. Расчет оптических систем лазерных приборов. М., «Радио и связь», 1986, с.62 – 65.
2. Дешан П., Маст Ж. Сб. «Квазиоптика», из – во «Мир», М., 1966.
3. Пахомов И.И., Алехневич В.И., Костин Д.И. Труды МВТУ, - М., МВТУ, 1981, №368, с. 69 – 76.
4. Пахомов И.И. Изв. Вузов «Приборостроение», 1981, т.24, №3, с. 76-81.
5. Маркус Д. Оптические волноводы, из – во «Мир», М., 1974.

### ПРОХОЖДЕНИЕ ГАУССОВОГО ВОЛНОВОГО ПУЧКА ЧЕРЕЗ ЛИНЗОВУЮ ЛИНИЮ

А. С. Сысоев

*При несоосном введении волнового пучка в линзовую линию метод геометрической оптики становится неправомерным. В данной работе эта задача рассмотрена на основе волновых представлений и при этом получены простые конечные выражения для параметров пучка на выходе линзовой линии.*

### COMING OF GAUS'S WAVE BEAM THROUGH THE LENS LINE.

A. S. Sysojev

*Method of geometric optics becomes ineffective when we introduce a wave beam into a lens line. In the present paper this problem is solved on the base of wave ideas and the final expressions for beam parameters at the exit of lens lines have been obtained.*