

**Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Харківська національна академія міського господарства**

**Методичні вказівки**  
для самостійної роботи  
з виконання графічних завдань  
з дисципліни

# **НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ІНЖЕНЕРНА ТА МАШИННА ГРАФІКА**

**Частина перша. Нарисна геометрія**

*(для студентів 1 курсу заочної форми навчання за напрямом  
підготовки 6.060103 –«Гідротехніка (водні ресурси)»)*

**Харків  
ХНАМГ  
2012**

Методичні вказівки для самостійної роботи з виконання графічних завдань з дисципліни «Нарисна геометрія, інженерна та машинна графіка». Частина перша. Нарисна геометрія (для студентів 1 курсу заочної форми навчання за напрямом підготовки 6.060103 –«Гідротехніка (водні ресурси)») / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: Г. Д. Галкіна. – Х.: ХНАМГ, 2012 – 40 с.

Укладач Г. Д. Галкіна

Рецензент к.т.н., проф. В. І. Лусь

Рекомендовано кафедрою інженерної та комп'ютерної графіки,  
протокол № 3 від 17. 11.2010 р.

## **Вступ**

Нарисна геометрія це розділ геометрії, у якому вивчаються різні методи зображень просторових форм на площині. Вона є одною з важливіших дисциплін у професійній підготовці інженерів.

Вивчення нарисної геометрії сприяє розвитку просторового уявлення й умінню зображення уявних форм на площині.

У курсі нарисної геометрії вивчаються:

- 1) методи зображення просторових форм на площині;
- 2) засоби графічного рішення різноманітних геометричних задач;
- 3) засоби перетворення та аналізу геометричних особливостей зображеного об'єкта;
- 3) засоби збільшення наочності та візуальної достовірності зображень

Прийняті позначення

Точки у просторі позначаються прописними літерами латинського алфавіту -- **A, B, C ...**

Проекції точок - **A<sub>1</sub> B<sub>1</sub> C<sub>1</sub>** – горизонтальні проекції;

- **A<sub>2</sub> B<sub>2</sub> C<sub>2</sub>** – фронтальні проекції;

- **A<sub>3</sub> B<sub>3</sub> C<sub>3</sub>** – профільні проекції.

Прямі лінії у просторі задаються відрізками **AB, CD** чи прямою **a, b, c...**

Проекції прямих відповідно ( **A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>**), (**A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>**), (**A<sub>3</sub>B<sub>3</sub>**) чи **a<sub>1</sub>, b<sub>1</sub>**.

Площини в просторі позначаються прописними літерами латинського алфавіту **P, Q, R ...** чи відсіками площин (**ABC**)

Поверхні позначаються прописними літерами грецького алфавіту **Г, П, Ф...**

Основні операції – тотожність  $\equiv$  ( **A**  $\equiv$  **B** )

Перетин прямих, площин, поверхонь  $-\cap$

Паралельність  $-//$

Мимобіжність  $- \div$

Знак належності  $- \in$

## Види проектування

Способи зображення просторових форм на площині, якими користуються при складанні зображень, будуються на методи проєкцій. Це **центральне** проєктування, де точка  $S$  є центром проєктування (рис. 1) і **паралельне** проєктування, коли центр проєктування знаходиться на безкінечній відстані (рис. 2).

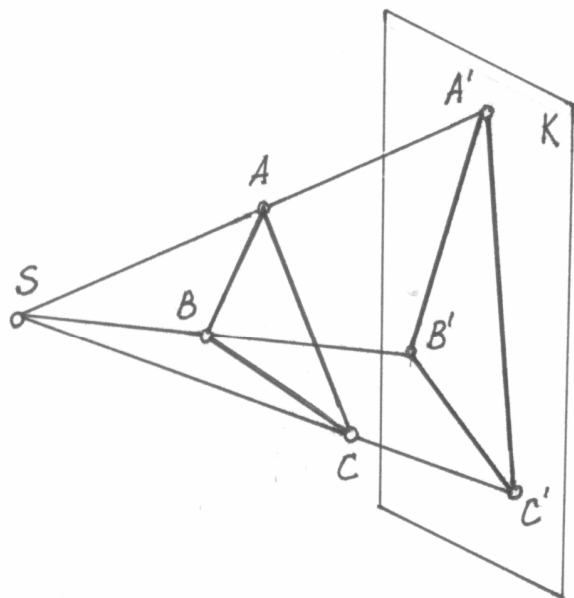


Рис. 1

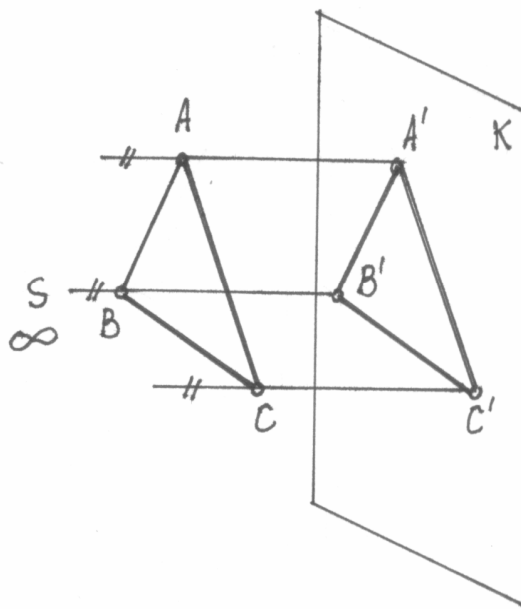


Рис. 2

**Ортогональне проєктування** є особливим випадком паралельного проєктування, коли об'єкт проєгується одночасно на дві чи три площини проєкції (рис. 3).

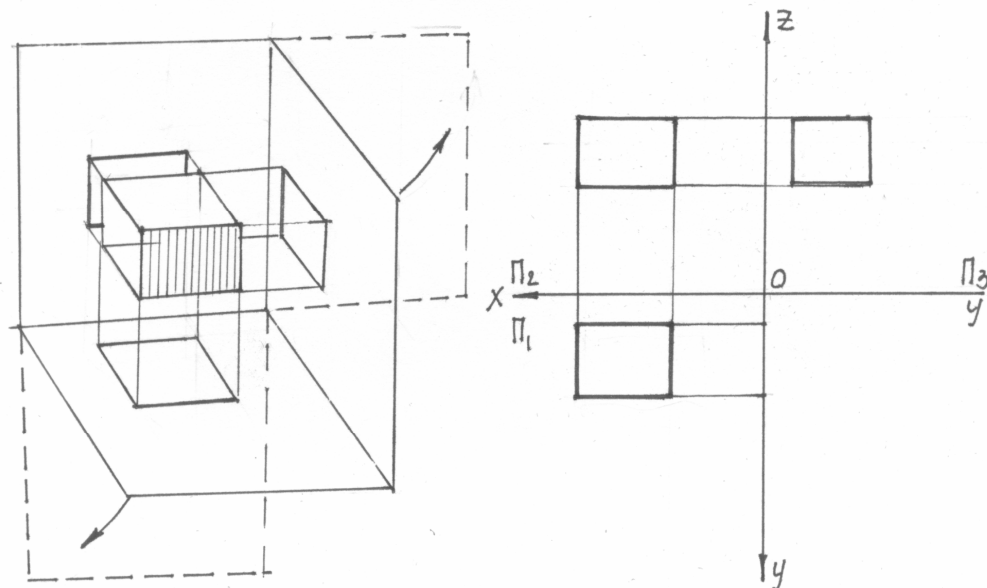


Рис. 3

До проєкційних зображень висуваються наступні вимоги:  
**-обратимість, наочність, точність, простоту побудови креслень.**

### Проекція точки

Проекцією точки на площині називають основу перпендикуляра, спущеного від цієї точки на цю площину. У трьохвимірному просторі місце точки визначають за допомогою прямокутних координат  $X, Y, Z$ . Прямі лінії, які з'єднують проекції точок, називають лініями проєкційного зв'язку. Таким чином, на комплексному кресленні трикартинному чи на двокартинному можна визначити положення точки у просторі. За заданими координатами точок можна побудувати проєкції точок  $A, B, C$ .

*Проекції точки у трикартинній системі координат:*

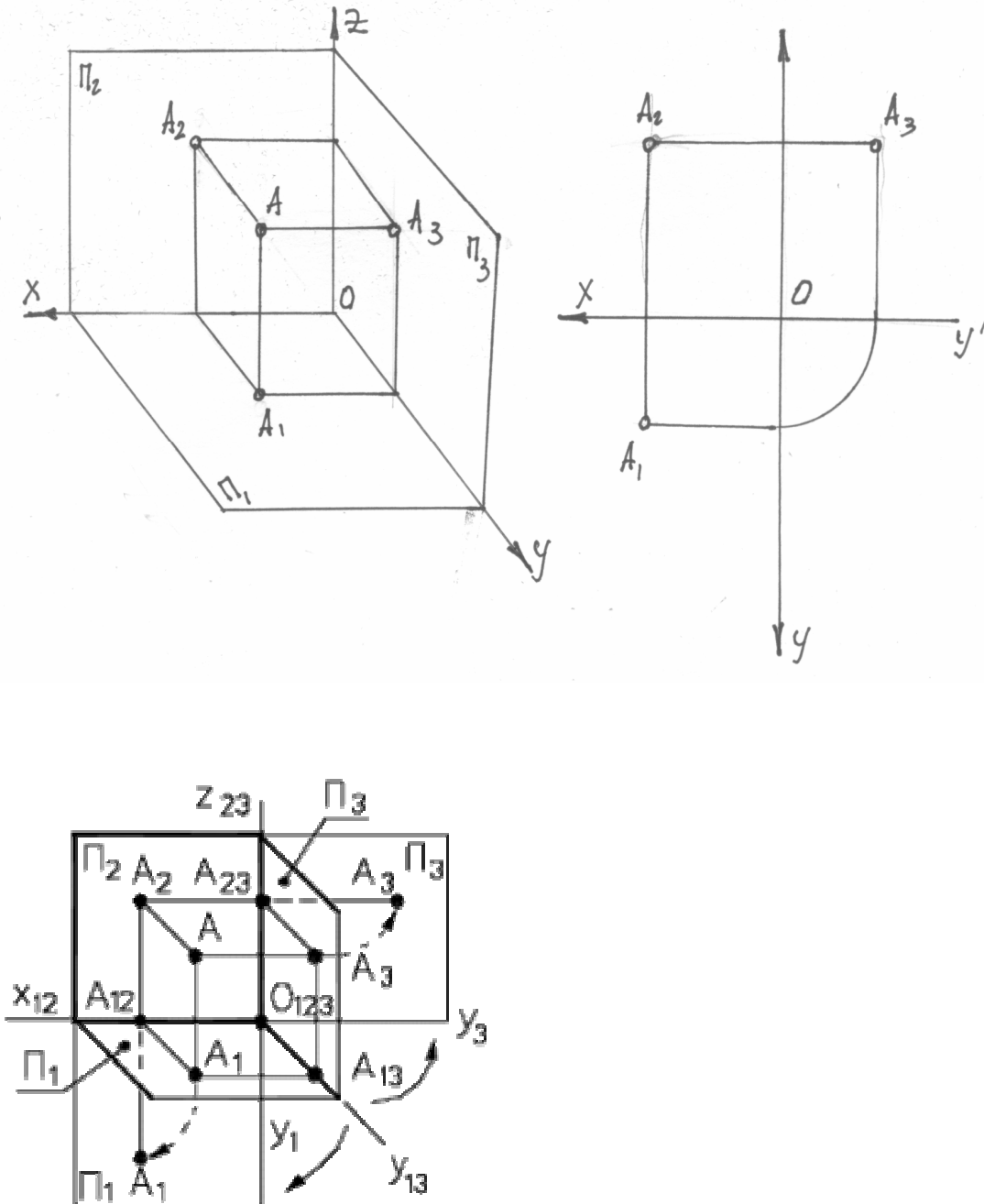


Рис. 4

### Проекції прямої

Пряму в просторі визначають дві точки, які належать прямій. Тому для побудови прямої на комплексному кресленні достатньо побудувати проекції двох точок.

#### Проекції прямої загального положення у трикартинному комплексному кресленні.

Пряма загального положення не паралельна ні жодній із площин проекції.

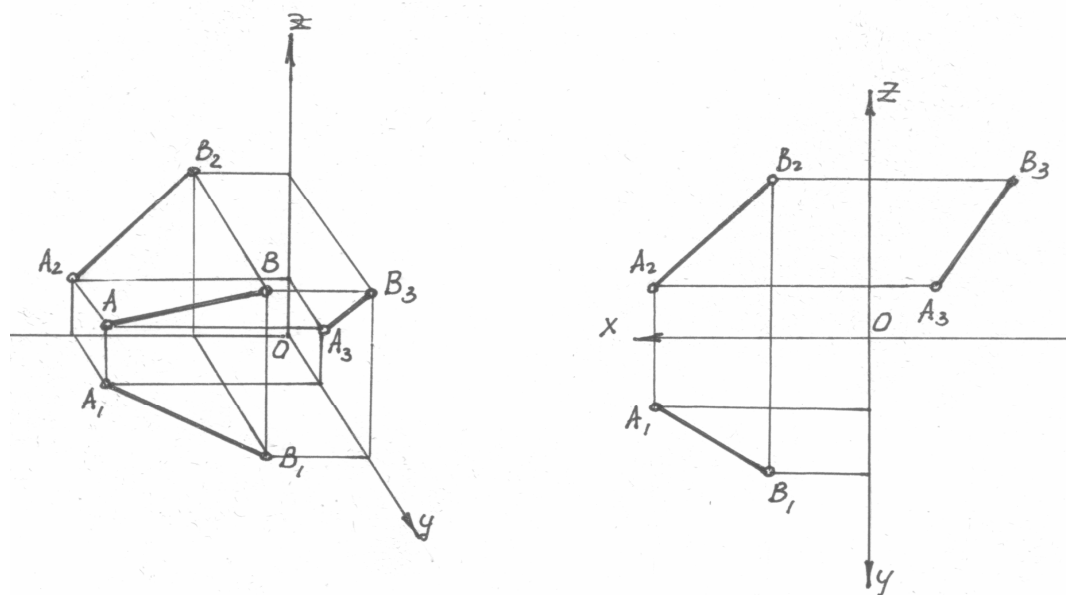


Рис. 5

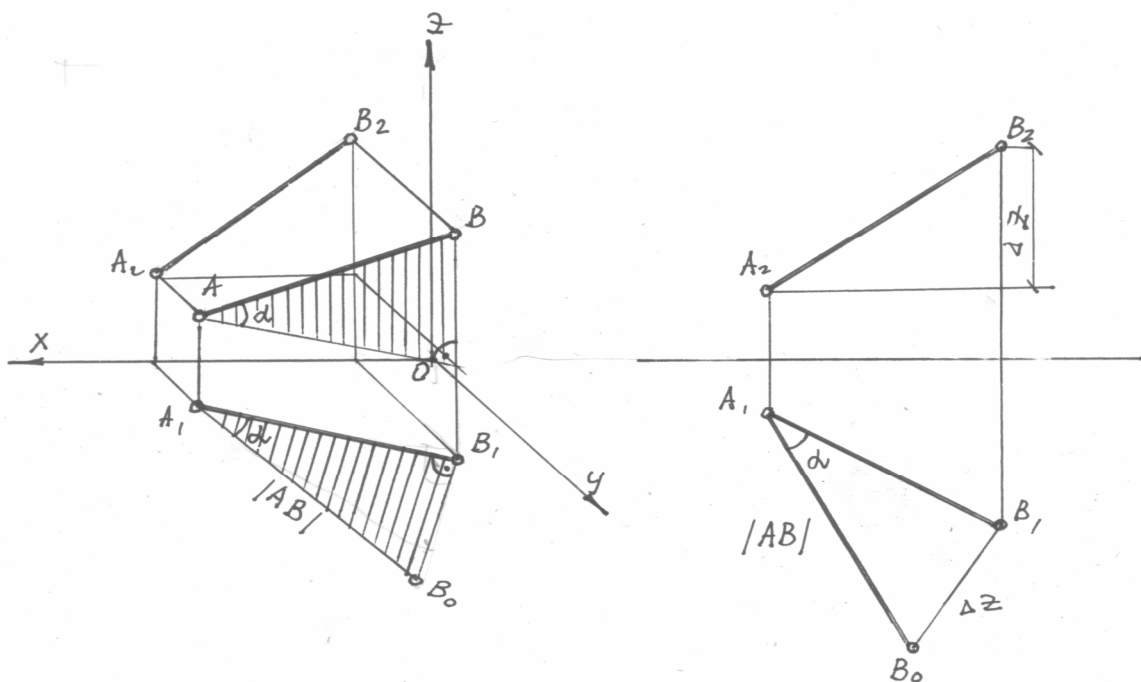


Рис. 6

**Визначення дійсної величини відрізка прямої загального положення методом прямокутного трикутника (рис. 6)**

Ортогональні проекції такої прямої завжди менш за довжину самого відрізка. Довжину відрізка можна визначити за двома її проекціями за допомогою прямокутного трикутника  $A_1B_1B_0$ , у якому один катет є будь яка проекція відрізка  $AB$ , а другий катет-

різниця координат його кінців ( $\Delta z$ ), взята з другої проекції. Гіпотенуза прямокутного трикутника  $A_1B_0$  і становить довжину відрізка. На прикладі (рис. 6) взята горизонтальна проекція прямої.

Кут між проекцією й натуральною величиною прямої в цьому трикутнику визначає кут нахилу прямої до площини  $\Pi_2$ . Довжину відрізка прямої можна визначити аналогічним способом, побудував прямокутний трикутник на фронтальній площині проекції відрізка. Кут між проекцією та натуральною величиною прямої у цьому трикутнику визначить нахил прямої до площини  $\Pi_1$ .

### Сліди прямої

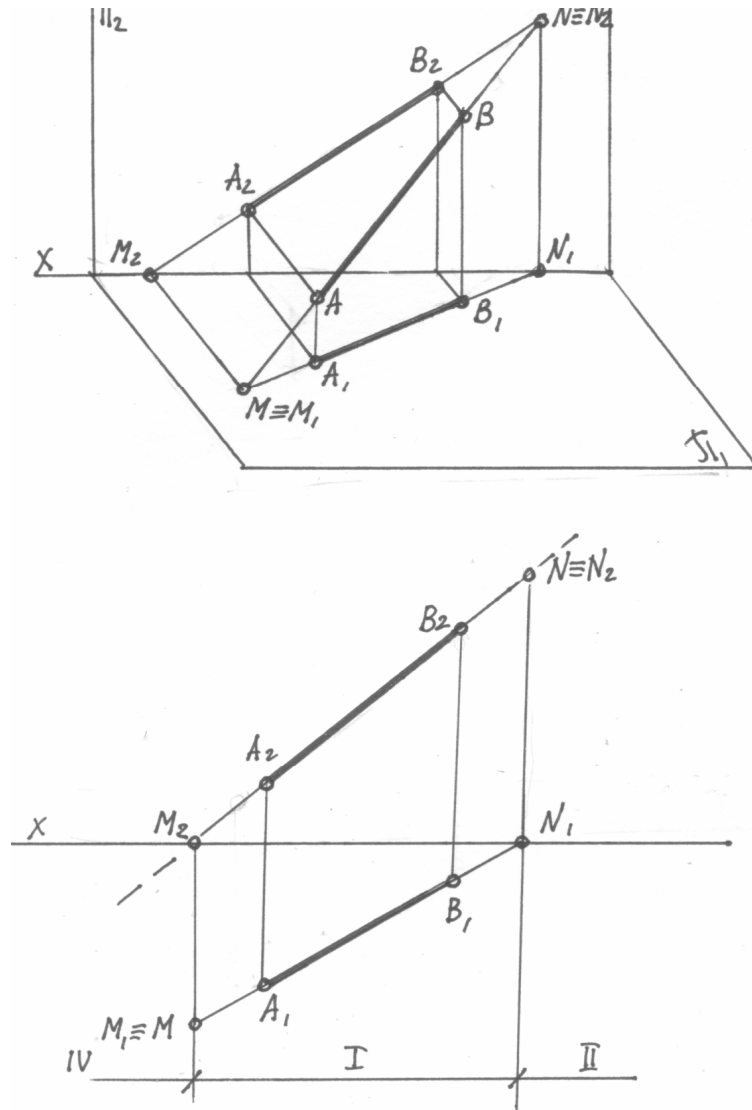


Рис. 7

**Слідами прямої** лінії називають точки перетину прямої з площинами проекції.  $M (M_1 M_2)$  — горизонтальний слід прямої;  $N (N_1 N_2)$  — фронтальний слід прямої.

Для визначення на епюрі горизонтального сліду прямої необхідно продовжити її фронтальну проекцію до перетину з віссю  $OX$  і в цій точці побудувати лінію проекційного зв'язку перпендикулярно вісі  $OX$  до перетину з горизонтальною проекцією прямої.

Для визначення фронтального сліду прямої необхідно її горизонтальну проекцію продовжити до перетину з віссю  $OX$ , у точці перетину провести лінію проєкційного зв'язку і визначити перетин її з фронтальною проєкцією прямої.

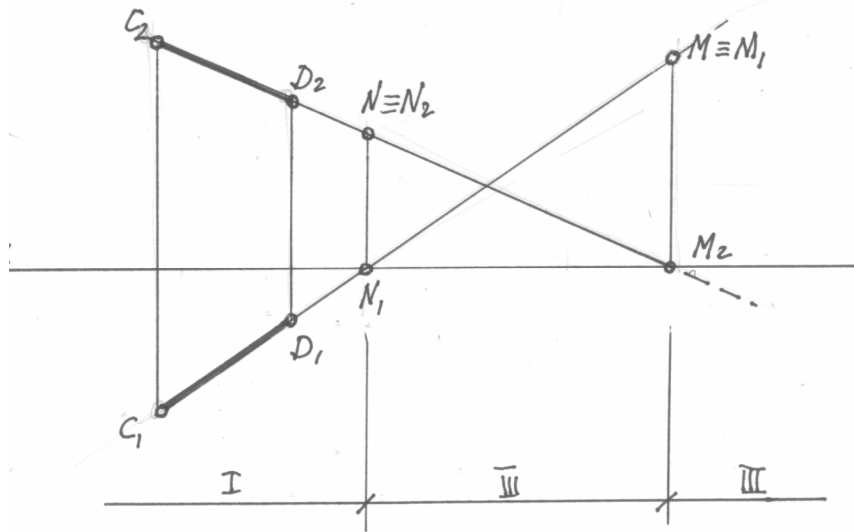


Рис. 7а

Сліди прямої будуються як точки перетину прямої зі своїми проєкціями, тому кожний слід співпадає зі своєю однойменною проєкцією. Сліди прямої є точками, у яких пряма переходить з однієї чверті у другу. Ознаки належності точок різним чвертям простору наведені на кресленні.

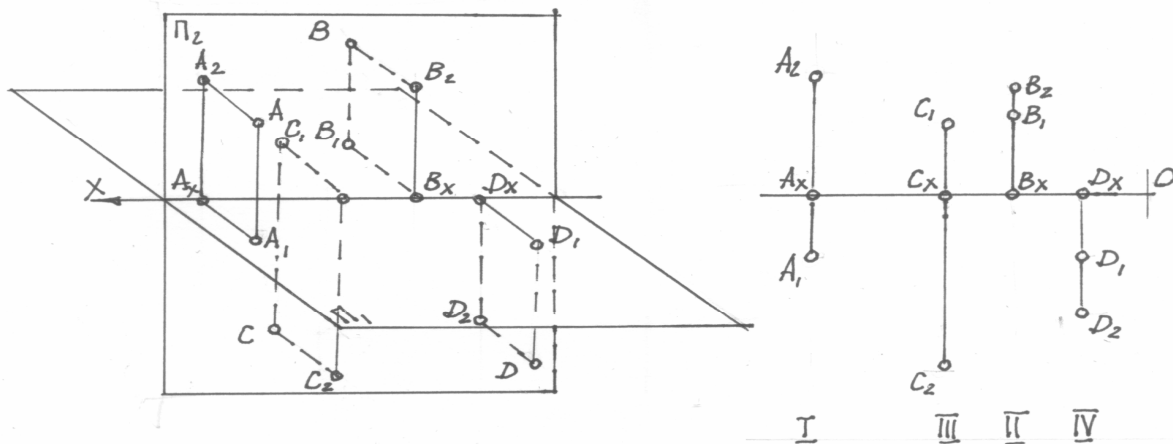


Рис. 8

### Прямі особливого положення

На відміну від прямих загального положення, прямі паралельні чи перпендикулярні площинам проєкції називають прямими особливого **положення**. Прямі, паралельні площинам проєкції називають **лініями рівня**.

Пряма **AB**, паралельна горизонтальній площині проєкції, називається **горизонталлю**. Вона проєкується на цю площину проєкції в натуральну величину. Аплікати всіх її точок (висоти) однакові, тому фронтальна її проєкція паралельна вісі  $X$ . Кут нахилу горизонтальної проєкції прямої до вісі  $X$  визначає кут нахилу прямої до фронтальної площини проєкції.

Пряма **CD**, паралельна фронтальній площині проєкції, називається **фронталлю** (всі її ординати однакові). На фронтальній проєкції вона проєкується в натуральну величину.



Кут нахилу її фронтальної проекції до вісі  $X$  визначає кут нахилу прямої до горизонтальної площини проекції

Пряма  $FE$  паралельна профільній площині проекції, абсиси кожної її точки однакові, тому її горизонтальна та фронтальна проекції перпендикулярні вісі  $X$ , а її профільна проекція є дійсна величина прямої. Кут нахилу профільної проекції цієї прямої до вісі  $Y$  показує кут нахилу до горизонтальної площини проекції, кут нахилу до вісі  $Z$  показує кут нахилу до фронтальної площини проекції.

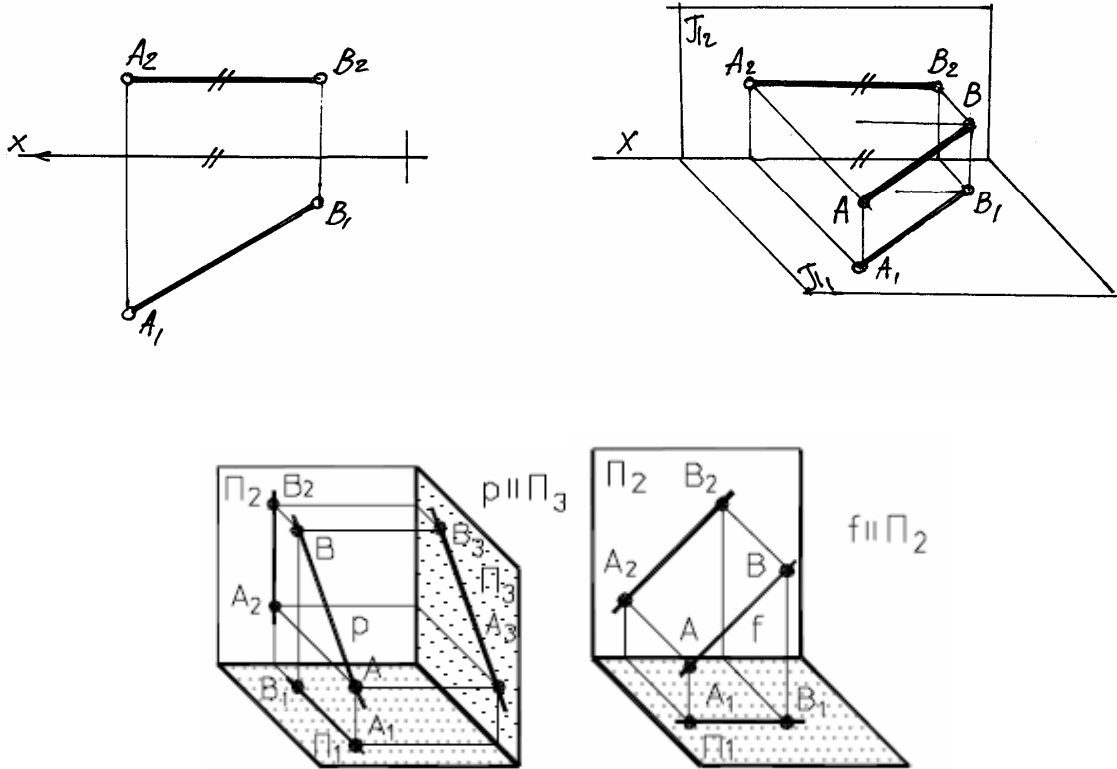


Рис. 9

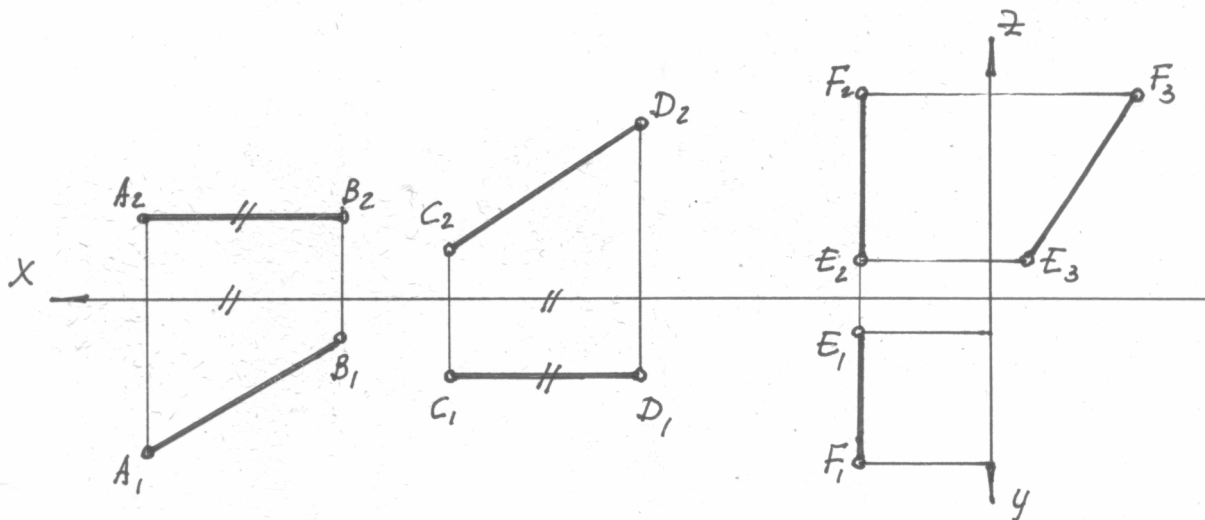


Рис. 10

Прямі, що перпендикулярні площинам проєкцій називаються **проектуючими прямими** і на площину до якої вона перпендикулярна, проєкується в точку.

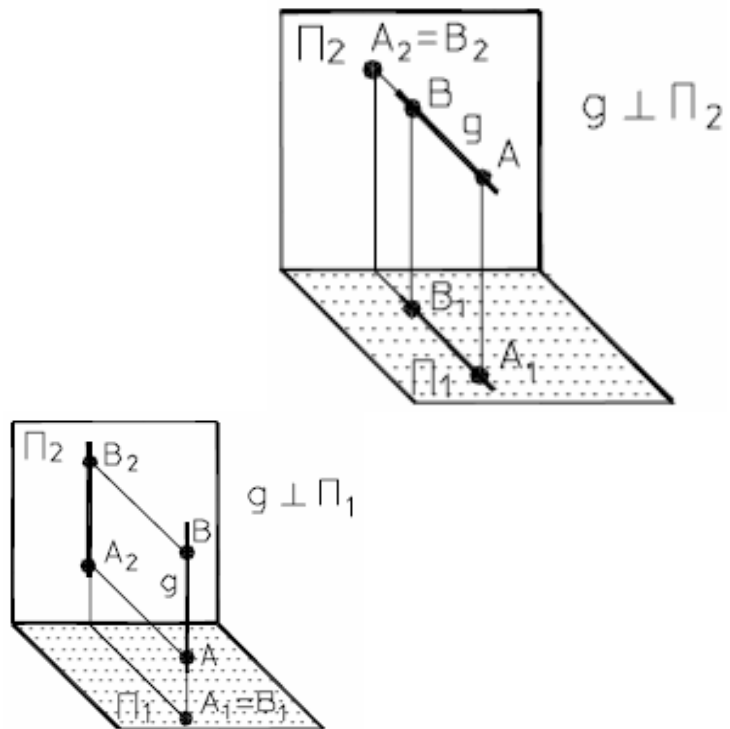


Рис. 11

**Взаємне розташування прямих у просторі**

**Прямі у просторі перетинаються**, якщо її однойменні проєкції перетинаються, і точки перетину знаходяться на одній лінії проєкційного зв'язку.

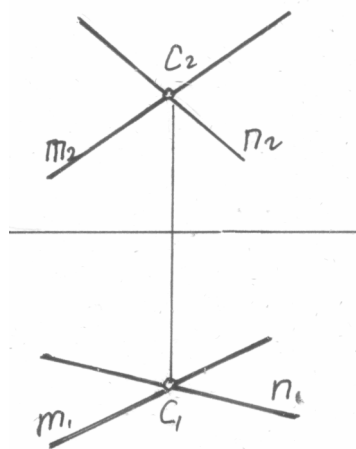


Рис. 12

### Паралельні прямі.

Однйменні проєкції таких прямих паралельні. Виключенням є випадок, коли однйменні горизонтальні та фронтальні проєкції профільних прямих паралельні. В такому випадку для визначення взаємного їхнього розташування необхідно звернутися до третьої профільної проєкції прямих.

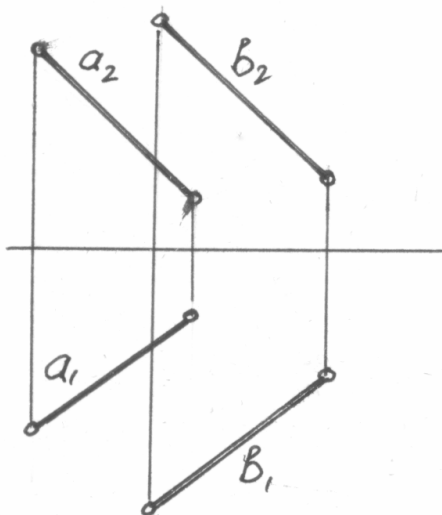


Рис. 13

### Мимобіжні прямі

Крім того, прямі у просторі відносно одне одної можуть розташовуватись як **мимобіжні**. У мимобіжних прямих є перетин проєкцій, але, оскільки співпадають деякі координати точок, ці точки належать різним прямим.

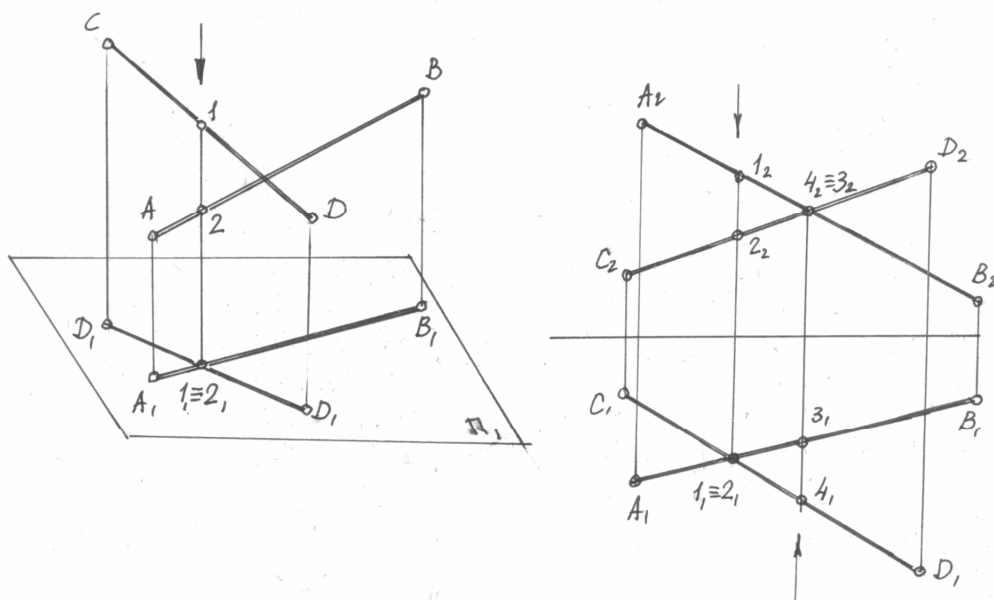


Рис. 14

### Комплексне креслення площини

Площини у просторі можуть задаватися різними способами:

- трьома точками;
- точкою та прямою;
- прямими, які перетинаються;
- паралельними прямими;
- слідами.

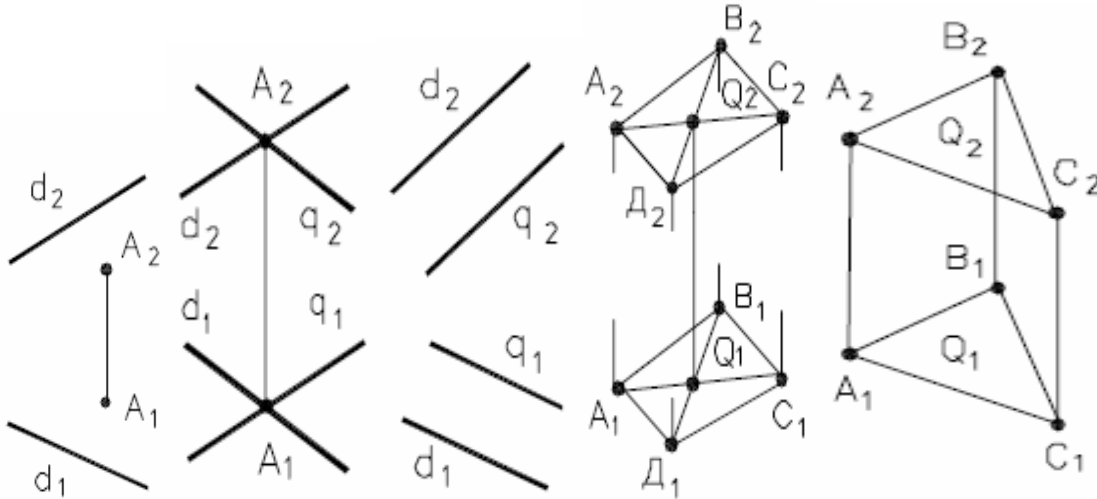


Рис. 15

У свою чергу, площини у просторі можуть бути розташовані відносно площин проекції як площини **загального** положення, коли площини не паралельні і не перпендикулярні ні жодній з площин проекції. Рис. 16

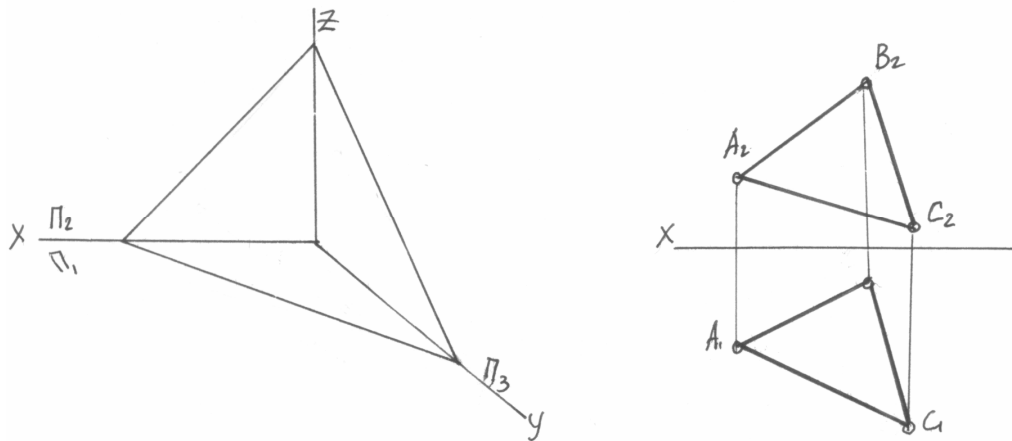


Рис. 16

Площини, які не паралельні ні одній з площин проекції, не проєктуються у дійсну величину на жодну з них.

### Площини особливого положення

Площини, паралельні будь-якій із площин проекції називаються **площинами рівня**.

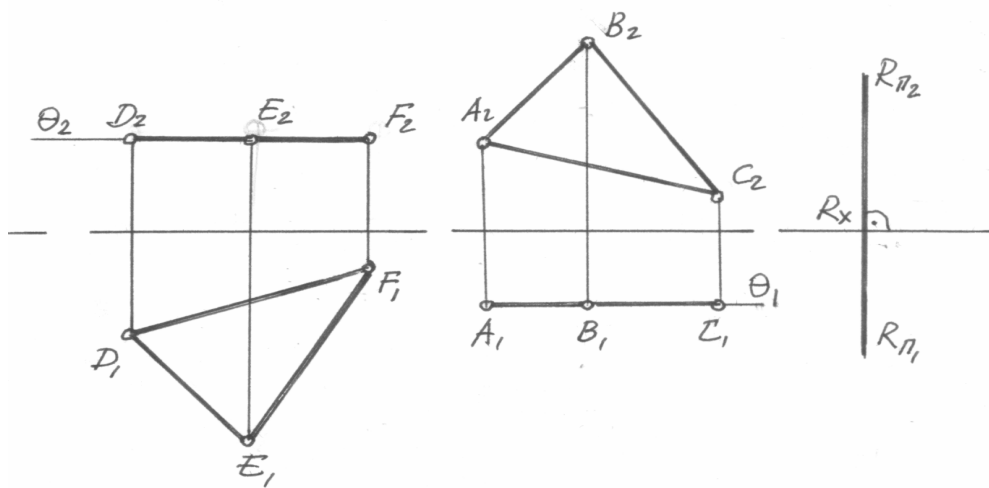


Рис. 17

Особливостями таких площин є те, що вони проєктуються у дійсну величину на тієї площині проєкції, котрій паралельні.

Площини, перпендикулярні будь-якій площині проєкції називаються **проєктуючими площинами**

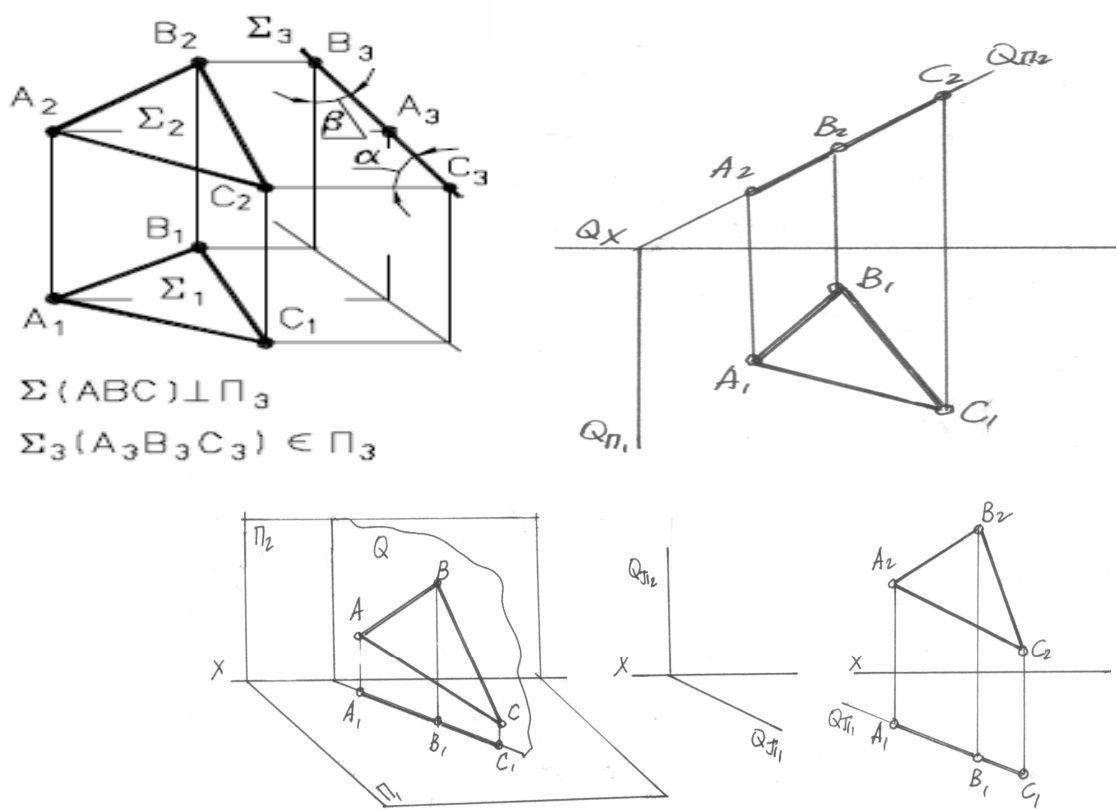


Рис.18

Особливостями проєктуючих площин є те, що можна визначити кут нахилу цих площин до площин проєкції:

- фронтально-проєктуючої кут нахилу до  $\Pi_1$ ;
- горизонтально-проєктуючої кут нахилу до  $\Pi_2$ ;
- профільно проєктуючої кути нахилу до  $\Pi_1$  та  $\Pi_2$ .

**Особливі лінії площин**

**Лінії рівня.** Горизонталі, фронталі та профільні прямі, які належать площині називаються **лініями рівня** площин (Рис. 19).

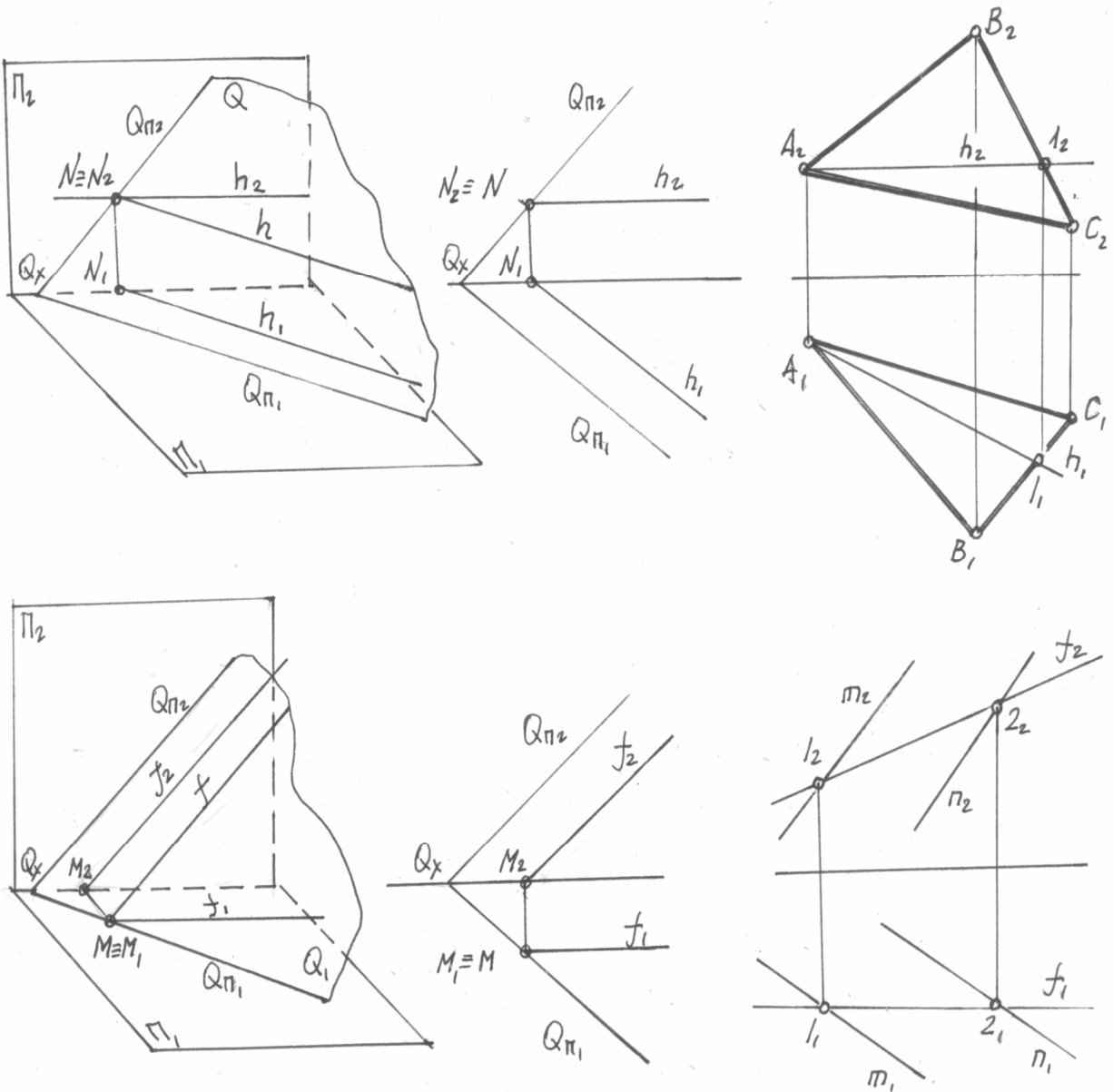


Рис. 19

Фронтальна проєкція **горизонталі** завжди паралельна вісі  $X$ . Горизонталь буде належати площині, якщо дві її точки цієї площині належатимуть. Горизонтальна проєкція горизонталі будується за належністю точок площині. Горизонтальна проєкція горизонталі проєкується у дійсну величину.

Горизонтальна проєкція **фронталі** завжди паралельна вісі  $X$ , а також має бути прив'язаною до площини двома точками. Фронтальна проєкція фронталі проєкується у дійсну величину

## Пряма, перпендикулярна площині

**Пряма буде перпендикулярною площині, якщо її проєкції перпендикулярні однойменним слідам площини або відповідним проєкціям горизонталі та фронталі цієї площини.**

Для того щоб побудувати пряму, перпендикулярну площині, заданій трикутником  $ABC$ , необхідно у площині побудувати лінії рівня – фронталь і горизонталь, а потім провести проєкції перпендикуляра під прямим кутом до однойменних проєкцій горизонталі та фронталі. **Прямий кут у нарисній геометрії проєкується без спотворень, якщо один його бік паралельний будь-якій площині проєкцій, а другий не перпендикулярний їй.** Таким чином, якщо пряма, перпендикулярна двом прямим, що перетинаються, і належать площині, то вона буде перпендикулярною і самій площині.

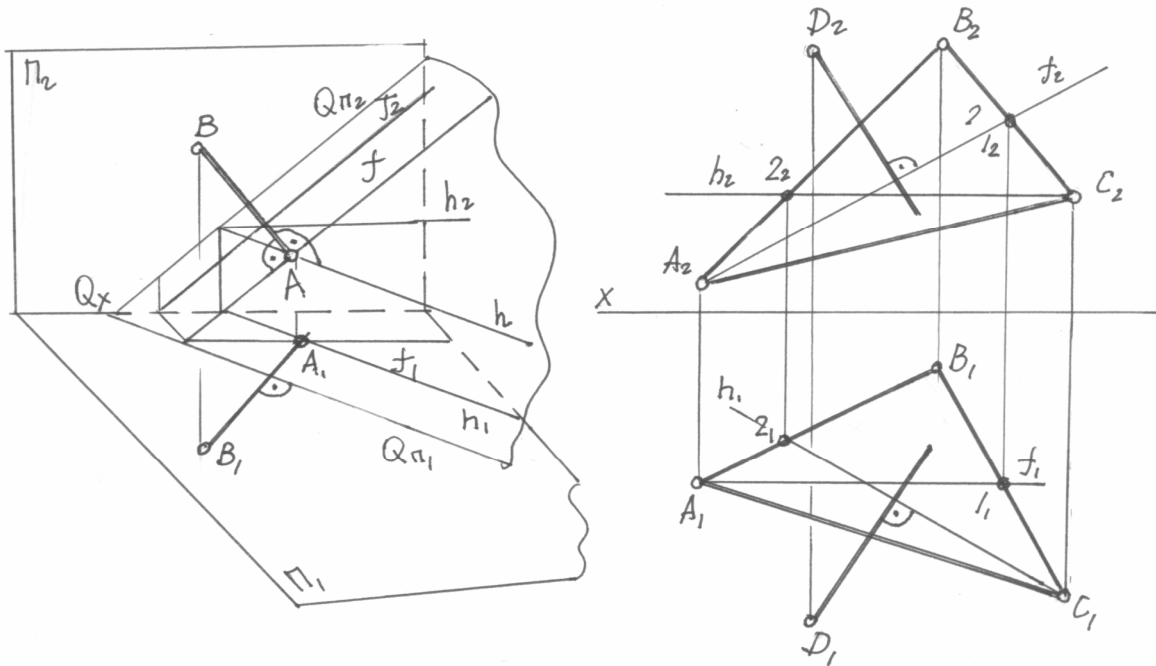


Рис. 20

## Перетин прямої з площиною

**Якщо пряма не належить площині і не паралельна їй, то вона перетинає цю площину.**

Задача на перетин прямої з площиною є однією з основних в нарисній геометрії. Вона входить до складу різноманітних задач з усіх розділів курсу:

- задач на перетин прямої з площиною чи поверхнею;
- задач на взаємний перетин поверхонь;
- при побудови тіней в ортогональних проєкціях.

Особливий випадок – якщо площина займає проєктуюче положення, то одна проєкція точки перетину визначається в перетині проєкції прямої з проєктуючим слідом площини, а друга будується за допомогою лінії проєкційного зв'язку.

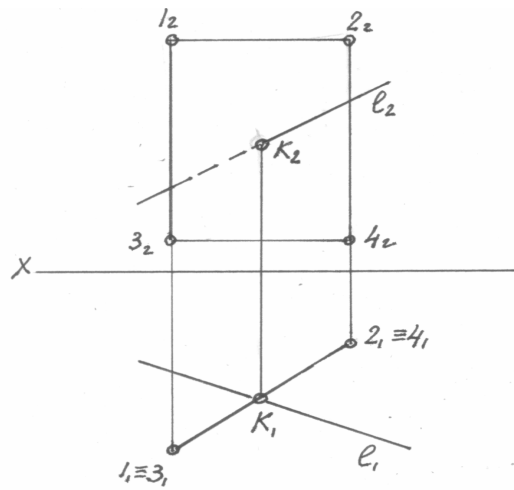


Рис. 21

Якщо задана площина загального положення, точка перетину прямої з площиною визначається за допомогою допоміжної січної площини.

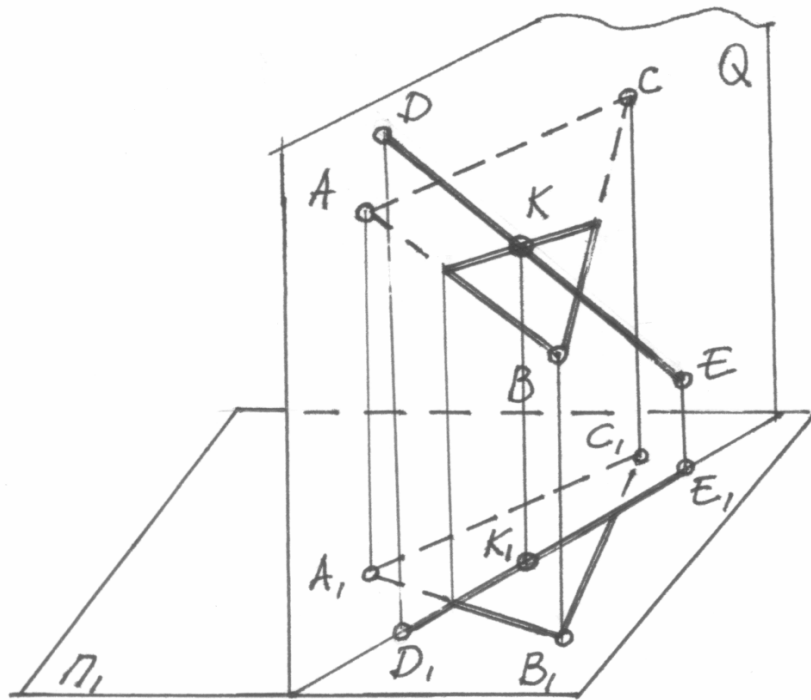


Рис. 22

Наочне зображення визначення лінії перетину прямої загального положення з площиною загального положення (Рис. 22)



*Алгоритм побудови лінії перетину прямої з площиною*

1. Проводять через пряму лінію **DE** допоміжну проєктуючу площину **Q**.  
( Рис.23)

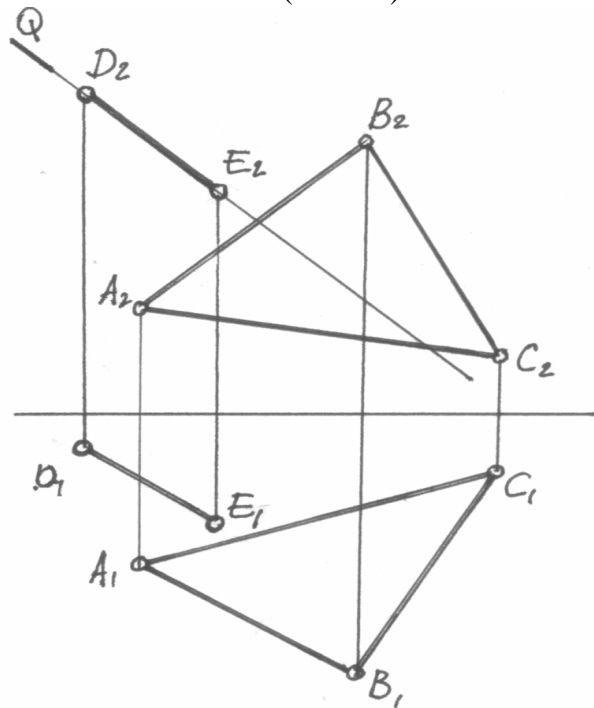


Рис. 23

2. Будують лінію перетину **I-2** наданої площини та допоміжної площини. (рис. 24)

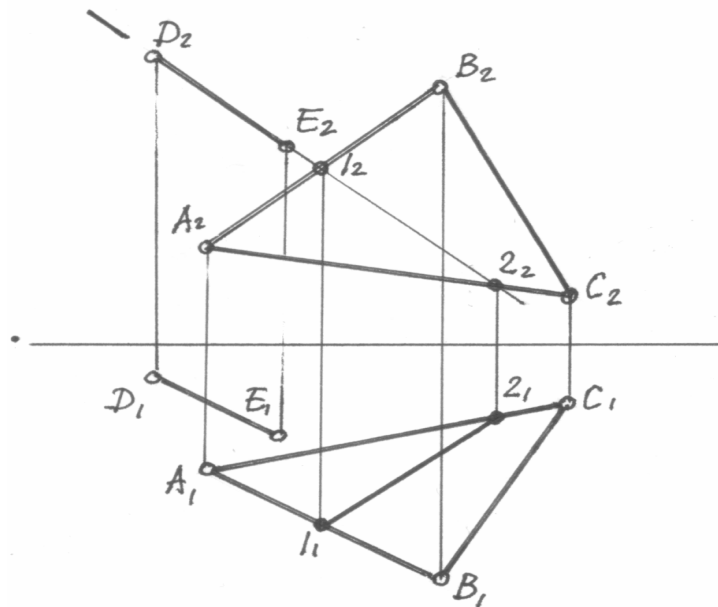


Рис. 24

3. Визначають точку **K**, яку шукали, як точку перетину даної прямої **DE** з лінією перетину площин **I-2** (Рис. 25).

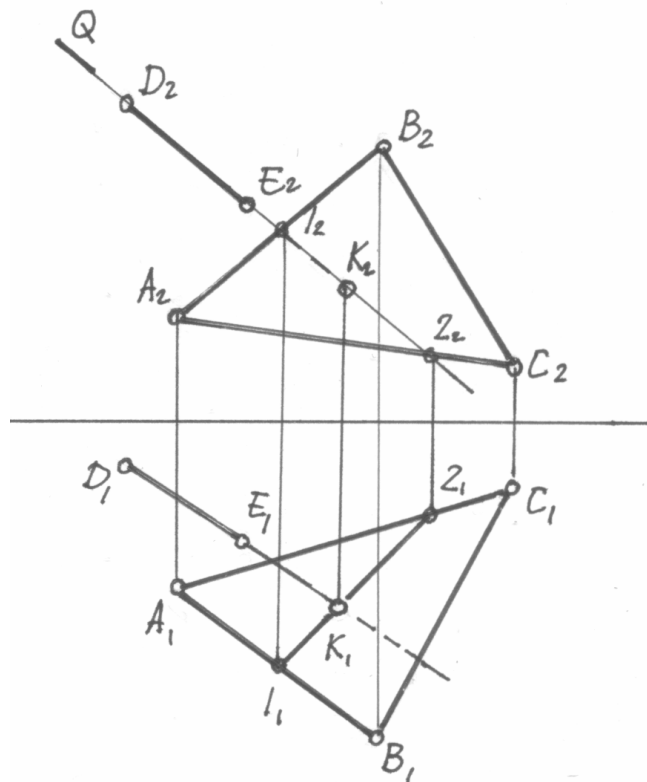


Рис. 25

**Взаємо паралельні площини**

Дві площини паралельні, якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим, що перетинаються, другої площини.

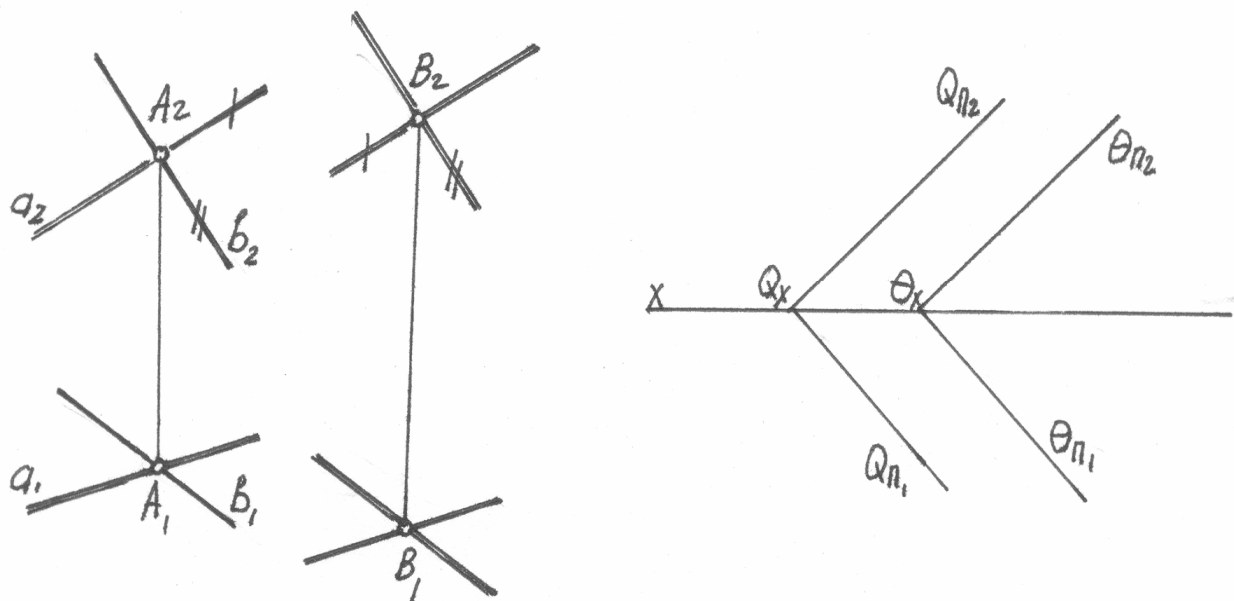


Рис. 26

Якщо за умовами завдання потрібно відносно заданої площини побудувати нову площину, але на заданому відстані від неї, необхідно на раніше побудованому перпендикулярі знайти точку, розташовану на заданій відстані. Через цю точку треба провести дві прямі, що перетинаються, і ці прямі мають бути паралельні двом будь-яким прямим, що перетинаються у заданій площині.

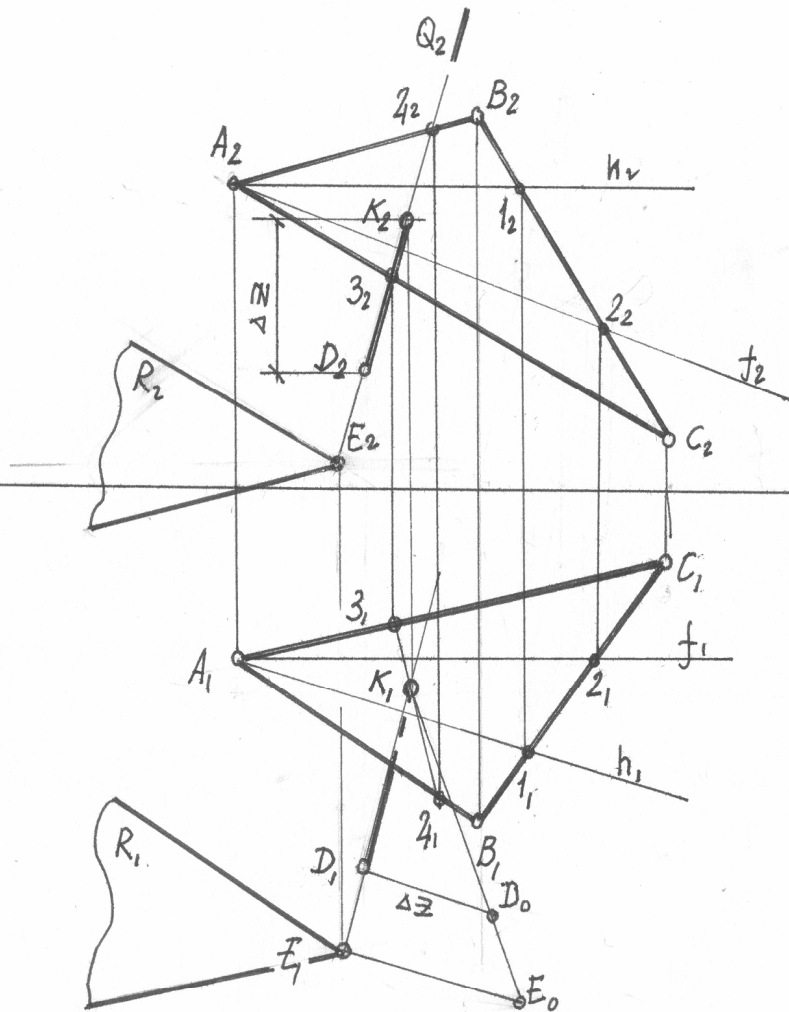


Рис. 27

### Перетворення комплексного креслення

Рішення багатьох метричних і позиційних задач спрощуються, якщо геометричні образи займають відносно площин проекцій особливе положення:

- а) довжина відрізка та кут нахилу його до площин проекції;
- б) відстань від точки до площини;
- в) натуральна величина площини;
- г) відстань між двома мимобіжними прямими;
- д) двограний кут між площинами, які перетинаються;
- е) кут між прямою та площиною.

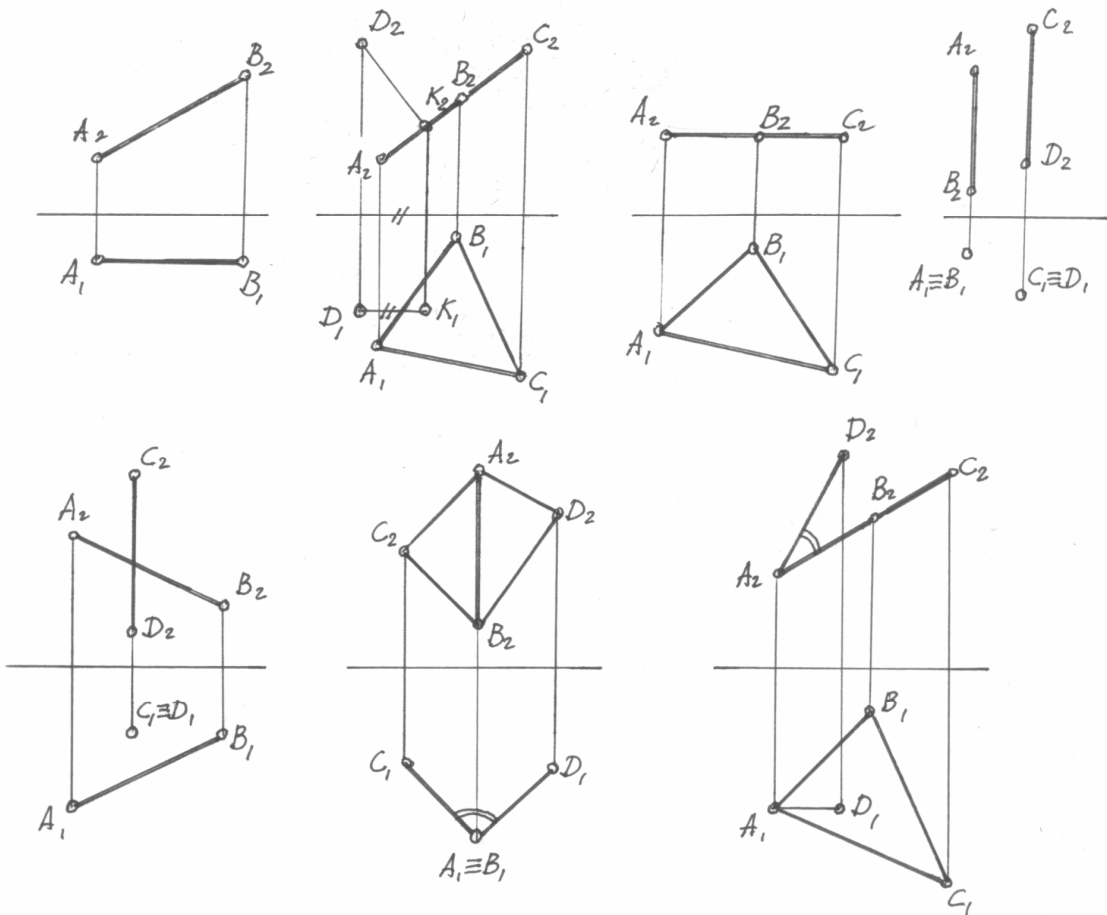


Рис. 28

Тому для спрощення розв'язання цих задач застосовують засоби перетворення проєкцій на комплексному кресленні.

Розглянемо один з цих способів.

**Спосіб заміни площин проєкції.** Сутність цього способу налягає в тому, що при незмінному положенні об'єкта у просторі відбувається заміна заданої системи площин новою системою взаємно перпендикулярних площин проєкції. При переході до нової системи одну з площин проєкції змінюють на нову таким чином, щоб заданий геометричний елемент (пряма чи площина) зайняв особливе положення і проєктувався без перекручування.

**Перетворення прямої загального положення на пряму рівня та проектуючу пряму.**

Для розв'язування цієї задачі виконуються два перетворення:

**1-е перетворення.** Перетворення відносно прямої загального положення. Для того, щоб пряма  $AB$  проектувалася лінією рівня, слід увести нову площину проекції й розташувати її паралельно цій прямій. На прикладі (рис. 29) наведено як пряма загального положення  $AB$  перетворюється в пряму фронтального рівня. Відносно її горизонтальної проекції впроваджується нова площина проекції  $\Pi_4$ , паралельно прямій, і на нову площину проектується всі висоти точок, які взяті з площини  $\Pi_2$ , яка замінюється на  $\Pi_4$ . На новій площині проекції пряма  $AB$  буде проектуватись в натуральну величину.

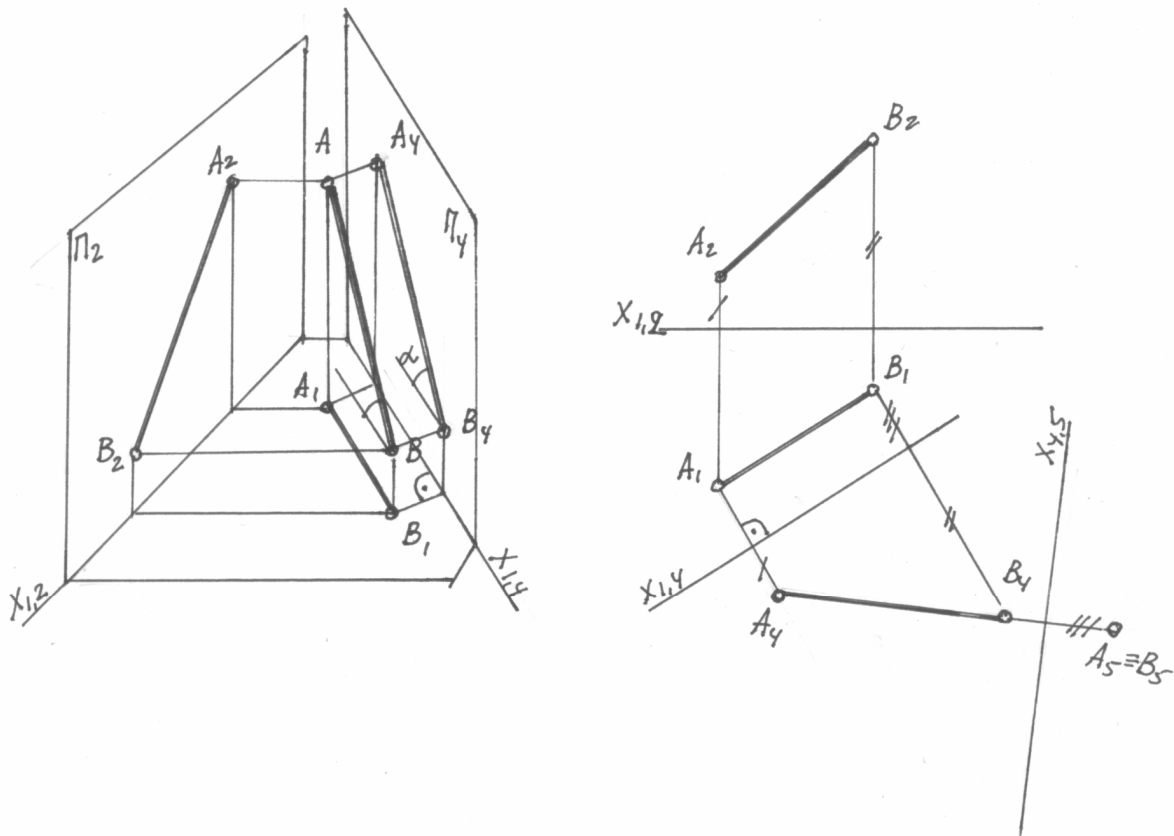


Рис. 29

**При заміні площин проекції відстань від нової проекції точки до нової осі дорівнює відстані від проекції точки, яку змінюють, до старої осі проекції.** Іншими словами висоти (аплікати) кінців відрізка в новій системі площин проекцій залишаться без змін.

**2-е перетворення.** Для того, щоб пряма  $AB$  виявилася проектуючою (відобразилася точкою), необхідно провести другу заміну площини проекції та розташувати нову площину проекції  $\Pi_5$  перпендикулярно до проекції прямої  $A_4B_4$  прямої  $AB$ . Оскільки  $A_4B_4$  фронталь і на  $\Pi_4$  проектується в натуральну величину, то вона буде перпендикулярною  $\Pi_5$ . На новій площині проекції пряма зобразиться точкою, бо координати кінців відрізка  $A_1B_1$  до осі  $X_{1,4}$  однакові.

## Перетворення площини загального положення

**Приклад 1.** Визначення дійсної величини площини загального положення.

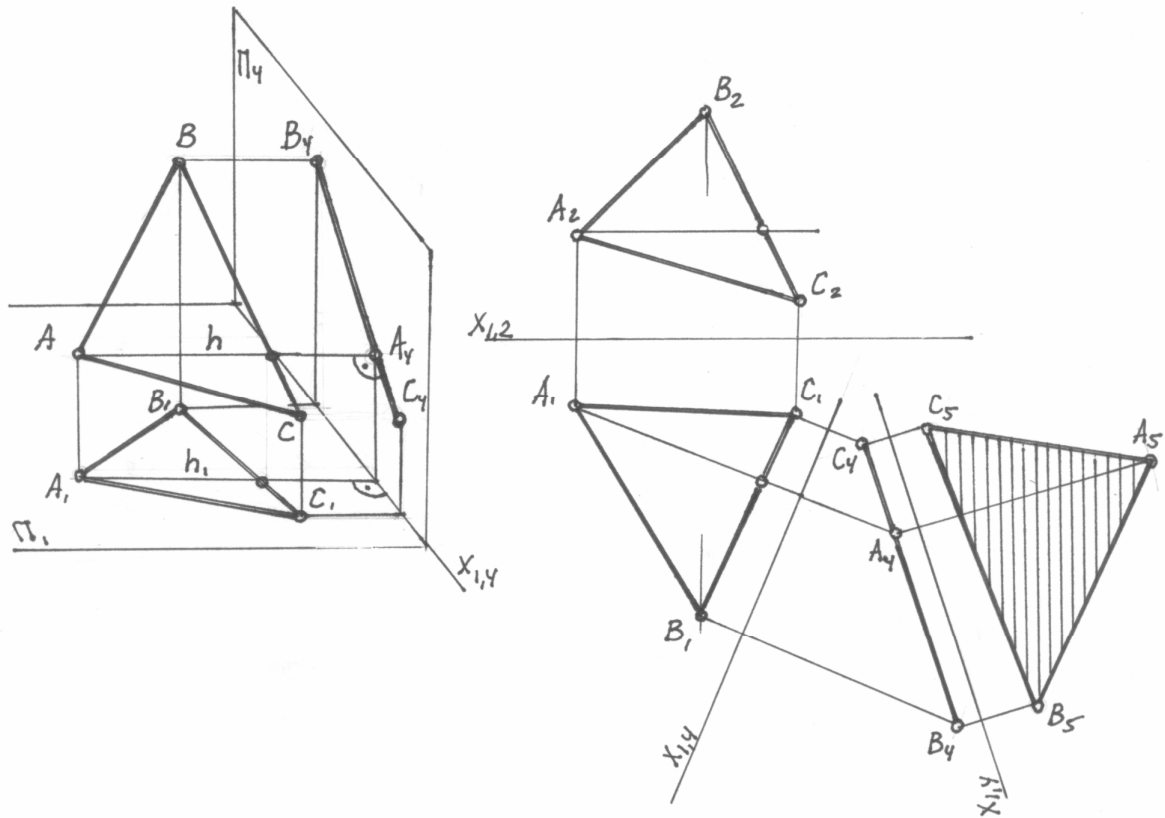


Рис. 30

Для визначення натуральної величини плоскої фігури  $ABC$  необхідно перетворити епюр таким чином, щоб площина загального положення стала **паралельною** одній з площин проекції. В ортогональній системі проекцій однією заміною побудувати задачу неможливо. Як і в попередньому випадку, необхідно виконати два перетворення:

**1-е перетворення.** Спочатку площину загального положення слід перетворити на проектуючу площину. Для чого у площині слід провести лінію рівня (горизонталь чи фронталь). Потім відносно цієї лінії рівня перпендикулярно їй, треба провести нову площину проекції, на якій задана площина проектується в лінію.

**2-е перетворення:** проектуючу площину перетворюють на площину рівня. Для цього відносно новій проекції, яка є проектуючою площиною, паралельно їй слід ввести нову площину проекції, на котрій площина проектується у натуральну величину (рис. 30).

**Приклад 2.** Знаходження відстані від точки до площини загального положення.

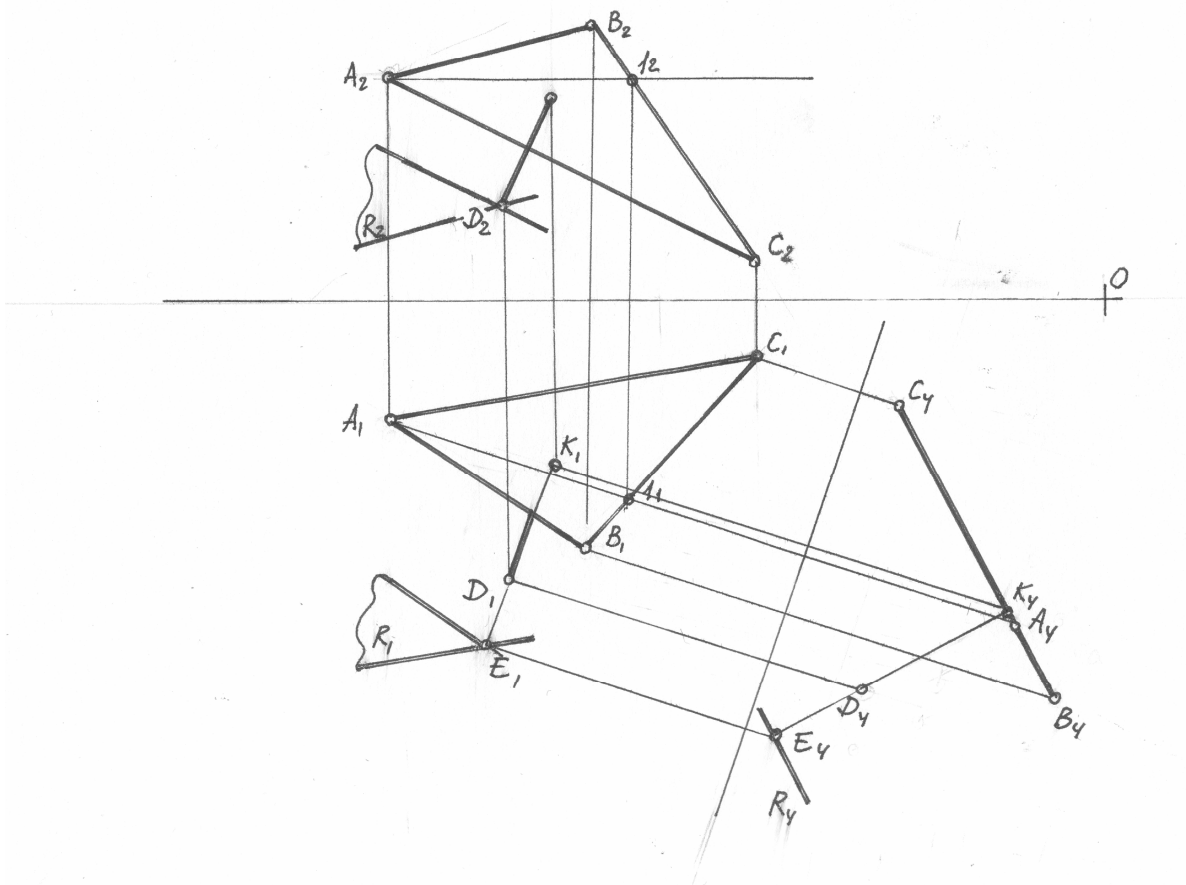


Рис. 31

Задана площина ABC та точка D, яка не належить цій площині. Треба знайти відстань від точки до площини і побудувати на заданій відстані нову площину, яка буде паралельною трикутнику ABC

**1 перетворення.** Площину загального положення ABC перетворюємо в проєктуючою площину. Для чого до лінії рівня в заданій площині (горизонталі в даному випадку) і будуємо нову площину проєкції, перпендикулярну побудованій горизонталі цій площини. На площині  $\Pi_4$  площина трикутника ABC буде проєктуючою, бо горизонталь площини ABC перпендикулярна  $\Pi_4$ . На площину  $\Pi_4$  проєктуємо також точку D. Відстань від точки D до площини трикутника є перпендикуляр спущений від цієї точки на задану площину. Точка K є основа перпендикуляру, тобто точка перетину цього перпендикуляра з площиною трикутника ABC. Крім того, якщо потрібно побудувати на будь якій заданій відстані від площини нову площину, паралельну їй, треба відкласти на перпендикулярі від його основи задану відстань і побудувати нову площину, за умовами паралельності площин.

### Грані поверхні

**Граною** поверхнею називають поверхню, утворену частинами (відсіками) площин. Відсіки площин називаються гранями, лінії перетину граней називають ребрами, точки

перетину ребер називають вершинами граней поверхонь. Багатогранні поверхні називаються опуклими, якщо всі його грані розташовані з однієї сторони від кожної грані, якщо до цих граней провести дотичну площину.

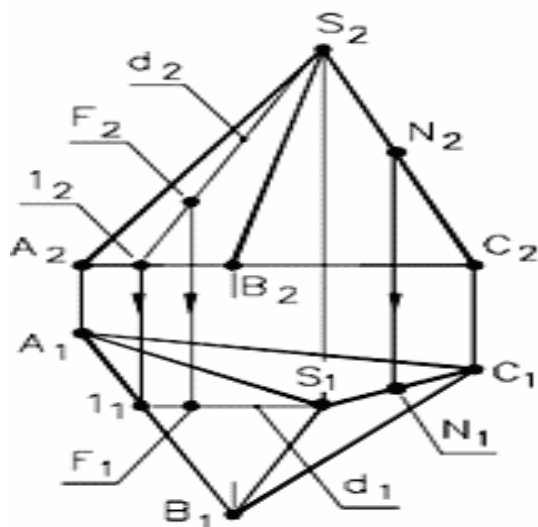


Рис. 32

**Належність точок граням поверхням.** Точки, які належать ребрам, визначаються, як такі, що належать прямим. (якщо точка належить прямій, то проекції цієї точки належать проекціям прямої) Точки, які належать граням поверхні, визначаються як точки, які належать площинам. (Точка належить площині, якщо вона належить до прямої цієї площини)

**Перетин багатогранника площиною.**

Лінією перетину поверхні багатогранників площиною є плоский багатокутник. Його вершинами є точки перетину ребер заданою площиною, а сторони - лініями перетину граней з площиною. Таким чином, побудова перетину многогранника площиною зводиться до визначення точок перетину прямих з площинами.

**Приклад 1** – Перетин багатогранника *проектуючою* площиною (рис. 33). Це особливий випадок перетину багатогранника, коли точки перетину ребер  $AS$ ,  $BS$ ,  $CS$  зі фронтально проектуючою площиною  $Q$  визначаються на фронтальній площині проекції точками  $1_2, 2_2, 3_2$  і співпадають з фронтальним слідом  $Q_2$  січної площини. Горизонтальна проекція точок перетину ребер зі січною площиною визначається лініями проекційного зв'язку.

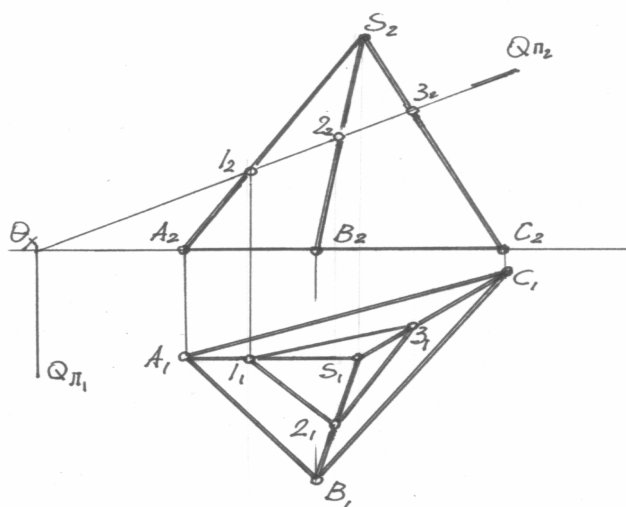


Рис. 33



**Приклад 2** – Перетин проектуючої поверхні призми площиною *загального положення*.

Горизонтальна проекція лінії перетину призми площиною  $(f, h)$  співпадає з горизонтальною проекцією граней. Фронтальна проекція перетину будується за допомогою фронталей площини, які проведені через горизонтальну проекцію ребер. З'єднав побудовані точки  $1_2, 2_2, 3_2, 4_2$ , отримаємо лінію перетину, та визначаємо видимість цієї лінії.

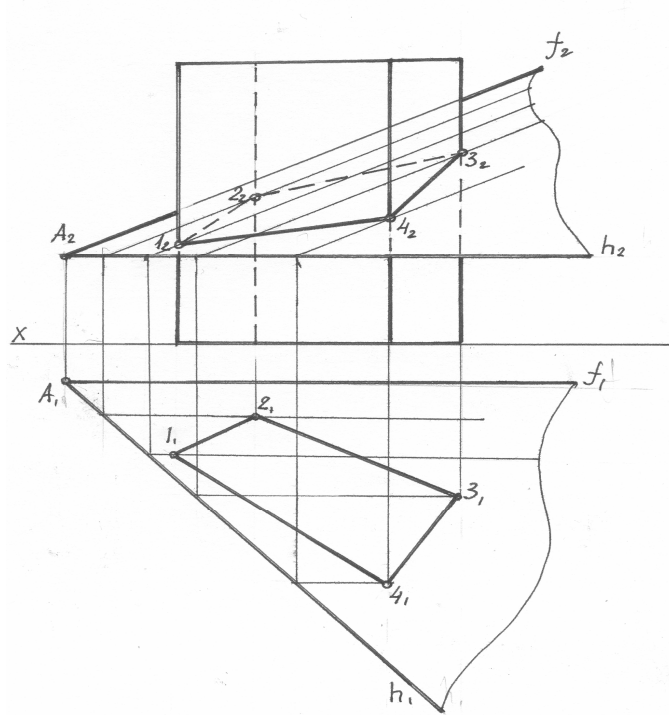


Рис. 34

**Перетин прямої лінії з багатогранником**

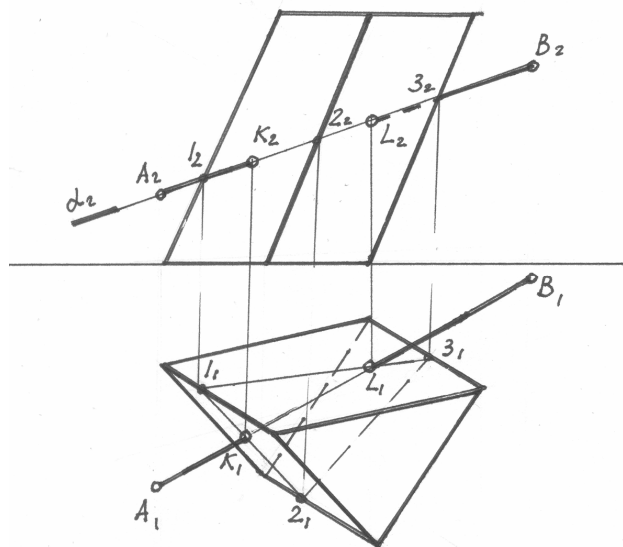


Рис. 35

Задача визначення точок перетину прямої лінії з поверхнею багатогранника вирішується аналогічно перетину прямої з площиною. Якщо багатогранник опуклий, то точок перетину дві. Задача вирішується в три етапи:

- 1) через задану пряму проводять допоміжну січну площину;
- 2) будують лінію перетину многогранника січною площиною;
- 3) визначають точки перетину заданої прямої з контуром перерізу.

Отримані точки є точками перетину, або точками зустрічі прямої з поверхнею.

### **Взаємоперетин багатогранників**

Лінією перетину двох багатогранників може бути одна, або дві замкнені ламані лінії. Відрізки ламаної лінії є лінії перетину граней, а точки ізлому – точки перетину ребер одного багатогранника з гранями іншого. Якщо один багатогранник частково перетинається другим, то лінія перетину буде одною замкненою ламаною лінією. Якщо один багатогранник повністю перетинається з другим, то перетин називається повним, при цьому лінія перетину складається з двох замкнених ламаних ліній. На прикладі перетину горизонтально проєктуючою поверхнею призми з пірамідою розглянемо побудову ліній перетину. В особливому випадку, коли одна з поверхонь є проєктуючою, то лінія перетину двох поверхонь визначена на одній із проєкцій. Друга проєкція будується за допомогою ліній проєкційного зв'язку. Якщо всі ребра піраміди перетинають одну грань призми, лінією перетину буде плоска замкнена ламана лінія. Якщо ребра піраміди перетинають різні грані призми, треба побудувати точки перетину вертикальних ребер із поверхнею піраміди та з'єднати послідовно отримані точки перетину ребер та визначити видимість лінії перетину.

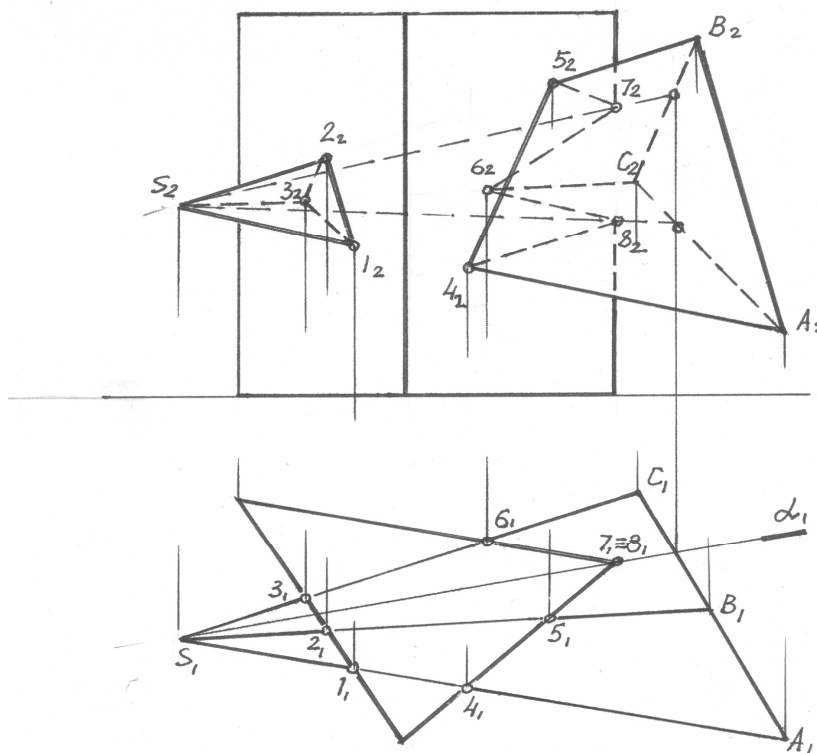


Рис. 36

## Криві поверхні

Криві поверхні у нарисній геометрії розглядаються як нерозривне й послідовне положення лінії, яка переміщується у просторі за певним законом.

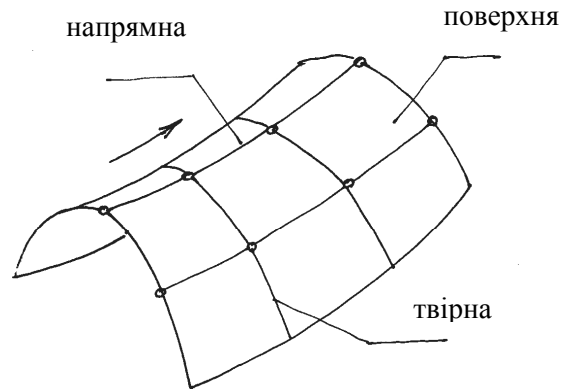


Рис. 37

Для утворювання кресленню наочності будують очерт поверхні, тобто проекцію контуру поверхні.

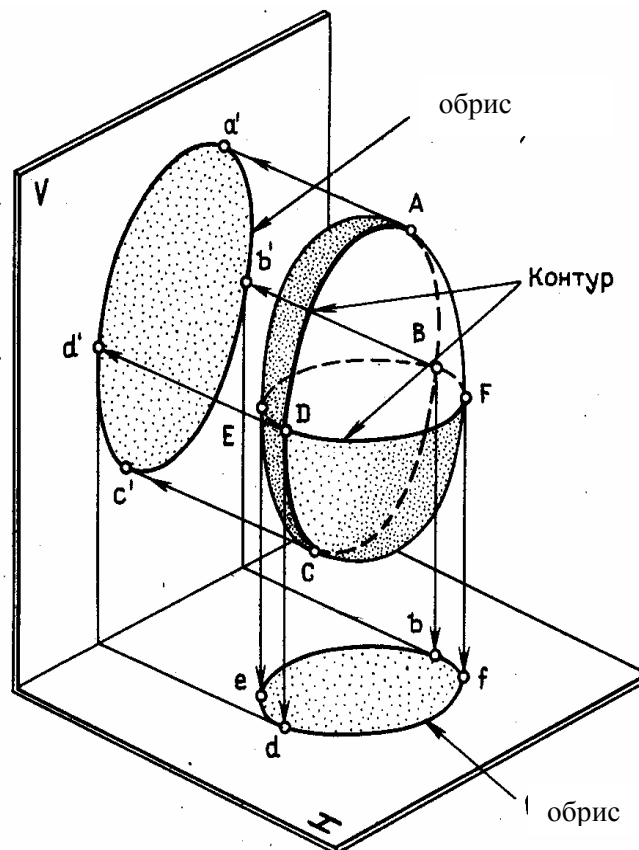


Рис. 38

Контуром поверхні називають лінію торкання проєктуючих променів. Проекція контурів називається обрисом поверхні.

### Поверхні обертання

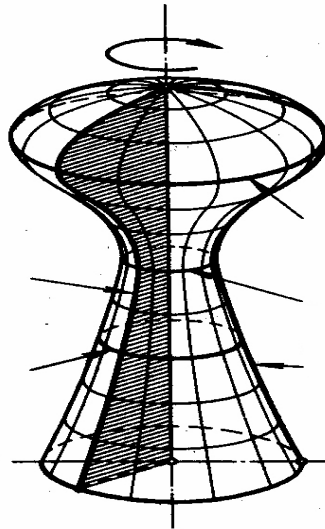


Рис. 39

Поверхні обертання – це *поверхні, які утворюються обертанням лінії твірної довкола нерухомої прямої – вісі обертання*. На проєкційному кресленні вісь обертання розташовують перпендикулярно площині проєкції. Окружності, якими переміщуються всі точки твірної, називаються *паралелями*, найбільша паралель називається *екватором*, найменша – *горловиною*.

Площини, які проходять через вісь обертання, перетинають поверхню лініями, які називають *меридіанами*. Меридіан, який розташовується у площині, паралельній площині проєкції, називають *головним* і проєктують на площину проєкції обрисом.

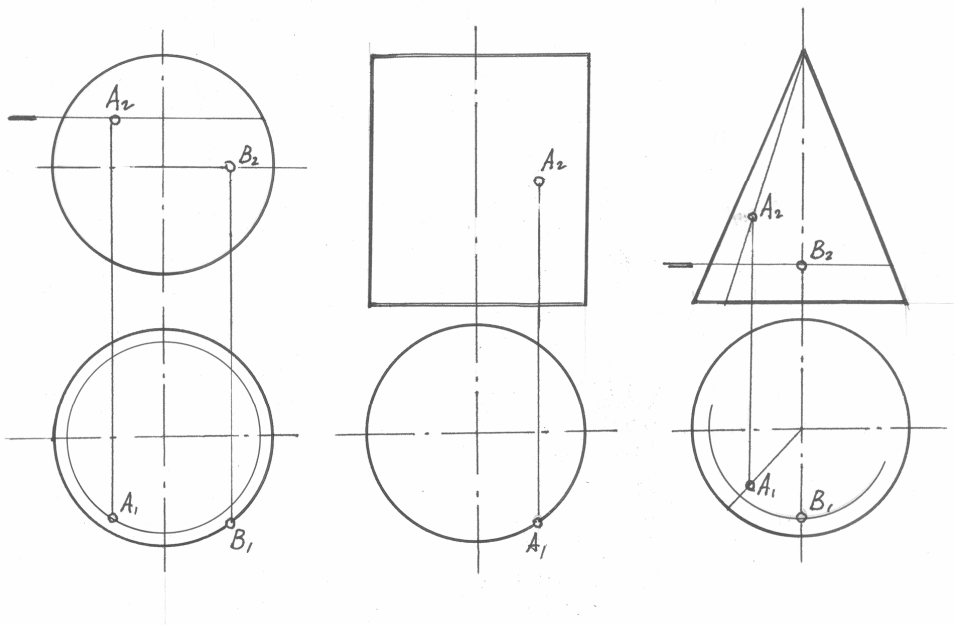


Рис. 40

Точки належать поверхні, якщо вони належать лінії на цієї поверхні.

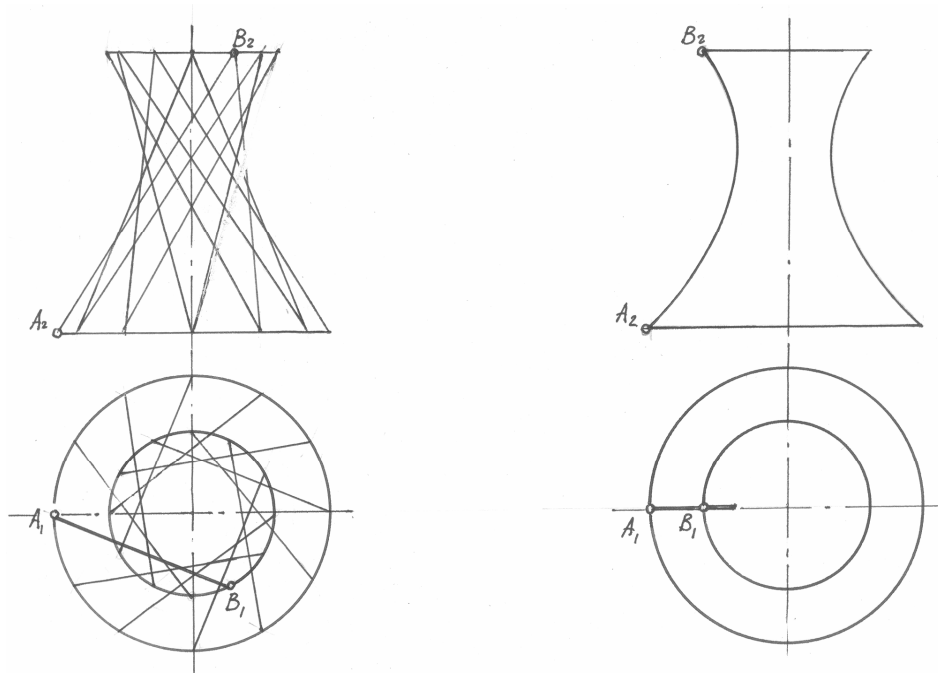


Рис. 41

Одна і та ж поверхня може створюватись різними способами: на прикладі (рис. 41) поверхня гіперboloїда обертання створена двома способами – обертанням навколо вісі прямої, яка є мимобіжною до вісі і обертанням навколо вісі плоскої кривої

**Лінії перетину поверхонь площинами**

Прямий круговий циліндр перерізається площинами в трьох випадках:

- 1– якщо січна площина перпендикулярна вісі обертання – лінія перетину є коло
- 2– якщо січна площина паралельна вісі обертання, лінія перетину проходить по твірним
- 3– якщо січна площина розташована під кутом до вісі – лінія перетину є еліпс

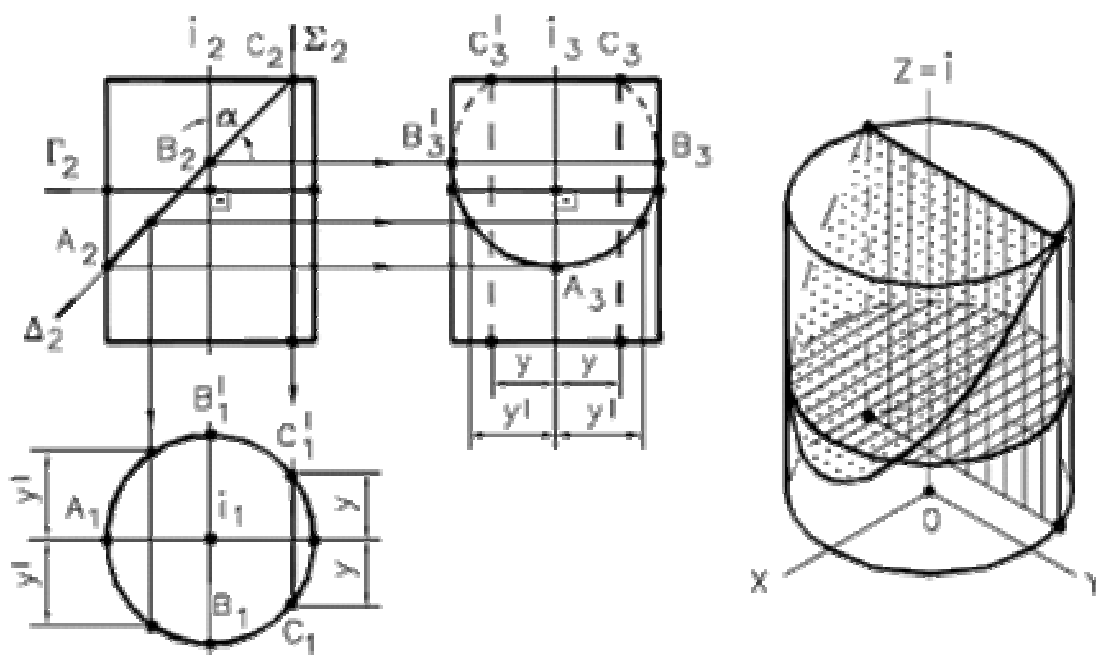


Рис. 42

Конічні перетини площинами:

- 1– коло, якщо січна площина перпендикулярна вісі обертання;
- 2– еліпс, якщо січна площина розташована під кутом до вісі обертання;
- 3– двійна пряма, якщо площина проходить через вершину конусу ;
- 4– гіпербола, якщо січна площина паралельна вісі обертання;
- 5– парабола, якщо січна площина паралельна конічній твірній.

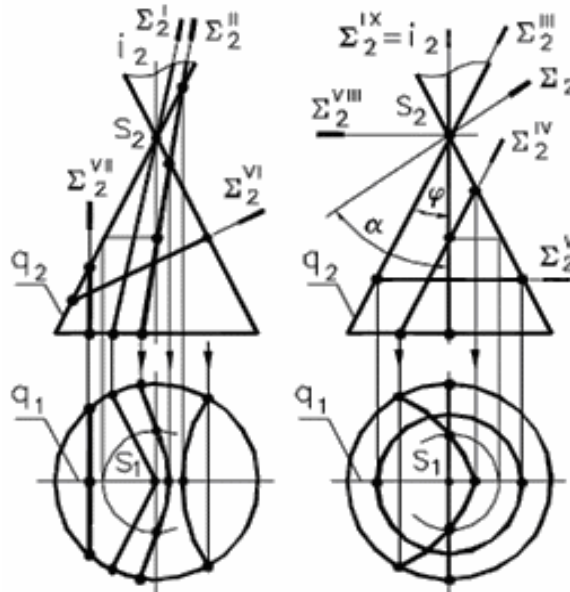


Рис. 43

**Побудова лінії перетинання прямої з поверхнею обертання**

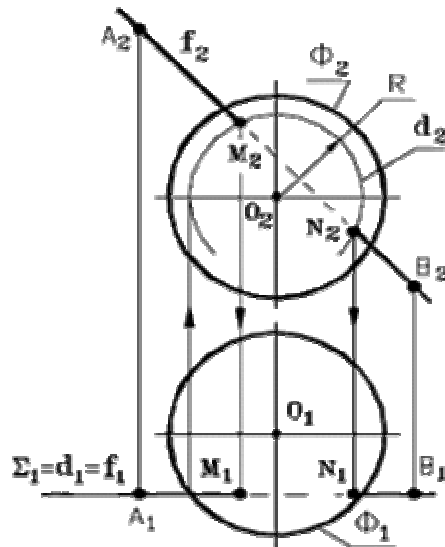


Рис. 44

Для знаходження точок перетину прямої з поверхнею слід провести через задану пряму допоміжну січну площину, яка буде горизонтально або фронтально проектуючою та побудувати лінію перетину допоміжної площини з заданою поверхнею. Точки перетину заданої прямої з побудованим перерізом і будуть точками перетину прямої з поверхнею. На

рис. 44 побудовані точки перетину прямої рівня з поверхнею сфери, коли січна площина, є площиною рівня і дає в перетині зі сферою коло. Точки зустрічі заданої прямої з колом і будуть точками перетину, які шукають.

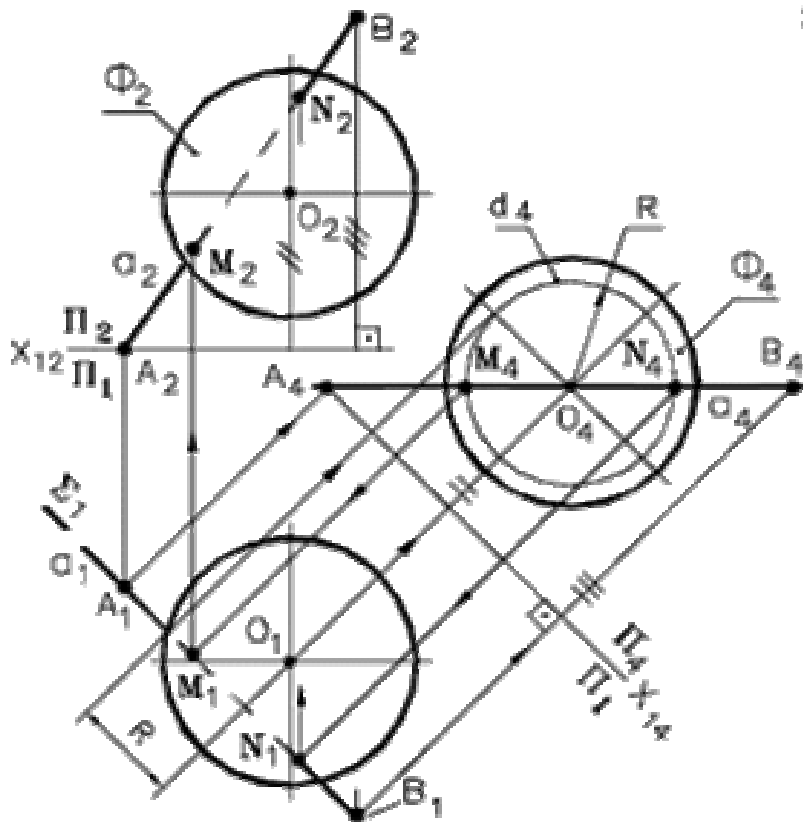


Рис. 45

На рис. 45 зображений перетин сфери з прямою загального положення. Допоміжна січна площина, проведена через пряму дає складні лінії перетину – еліпси. В цьому випадку слід застосувати перетворення комплексного креслення таким чином, щоб січна площина перетворилася в площину рівня і її лінія перетину зі сферою визначиться колом. Перетворення слід виконувати методом заміни площин проекцій.

У випадку, коли кінчна поверхня перетинається з прямою загального положення, (рис. 46) допоміжна проектуюча площина дає складні лінії перетину конусної поверхні – еліпс, якщо площина буде фронтально проектуючою, гіперболу, якщо допоміжна площина буде горизонтально проектуючою.

В цьому випадку доцільно вживати допоміжну січну площину загального положення, яка проходить через вершину конуса. Допоміжна площина на прикладі (рис. 46) створена двома прямими, що перетинаються, одна з яких задана, а друга перетинає вершину конуса. Ця допоміжна площина перетинає основу конуса, тобто перетинає кінчну поверхню по конічним твірним. Точки перетину заданої прямої її з конічним перерізом і є точками перетину прямої з поверхнею.

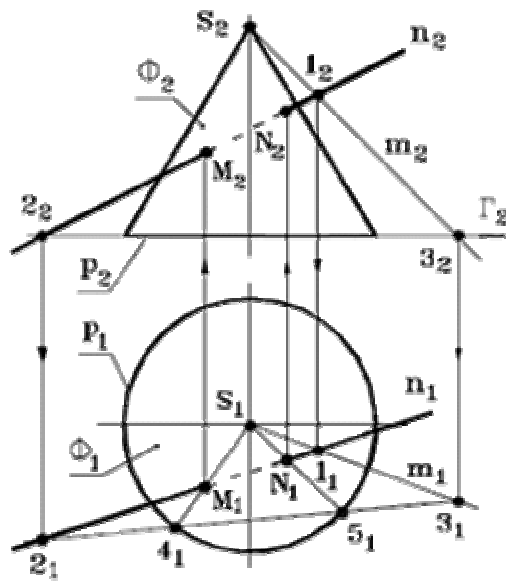


Рис. 46

### *Перетин поверхонь*

Основний спосіб побудови лінії перетину двох поверхонь – спосіб допоміжних січних площин або січних поверхонь.

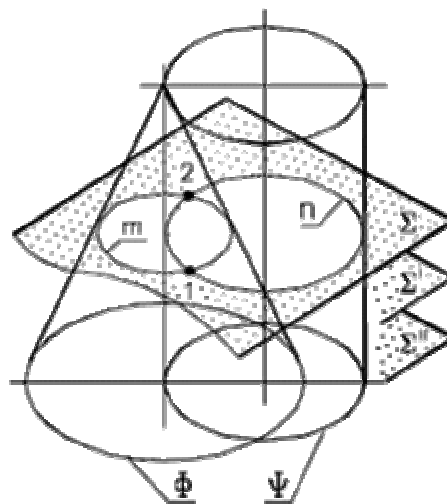


Рис. 47

Мета побудови лінії перетину поверхонь в побудові ряду точок, які належать одночасно двом поверхням, які перетинаються. Положення допоміжних площин обирають таким чином, щоб вони перерізуали обидві поверхні за простим лініями – окружностями чи прямими.



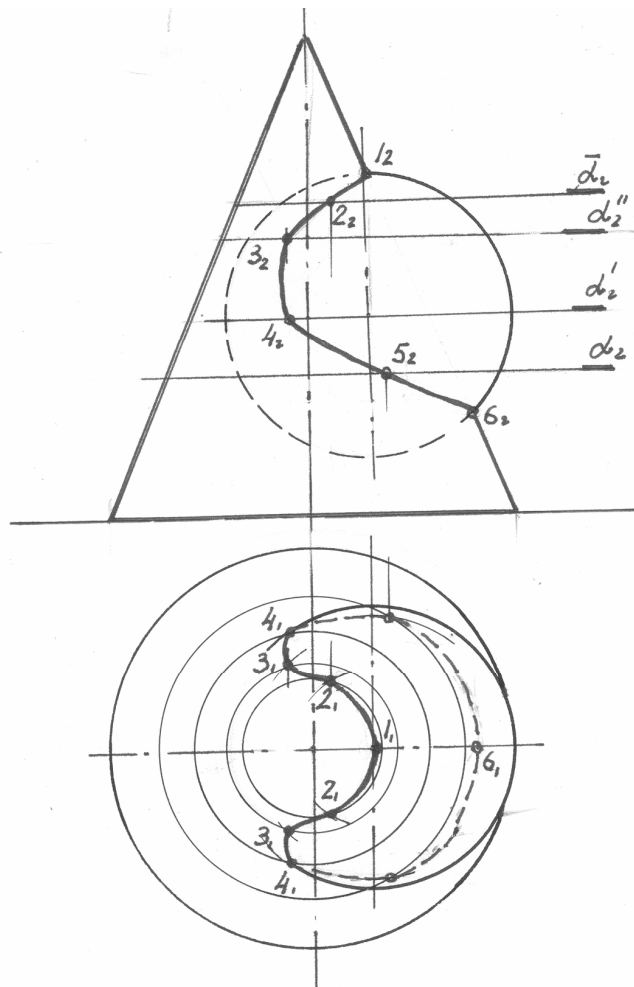


Рис. 48

Будують лінії перетину поверхонь у наступній послідовності:

- 1 – проводять допоміжну проектуючу площину, яка перетинає обидві поверхні;
- 2 – будують лінії перетину допоміжної площини з заданими поверхнями конуса та сфери. Отримуємо в січній площині два кола, які належать поверхні сфери й поверхні конуса;
- 3 – виявляємо точки перетину січних ліній, які належать допоміжній січній площині;
- 4 – якщо перетинаються дві поверхні другого порядку, лінією перетину буде просторова крива.

При виборі місць проведення допоміжних січних площин слід особливу увагу приділити характерним і опорним точкам:

- точки перетину горизонтального і фронтального обрисів;
- найвища та найнижча точки перетину;
- точки, де змінюється видимість лінії перетину.

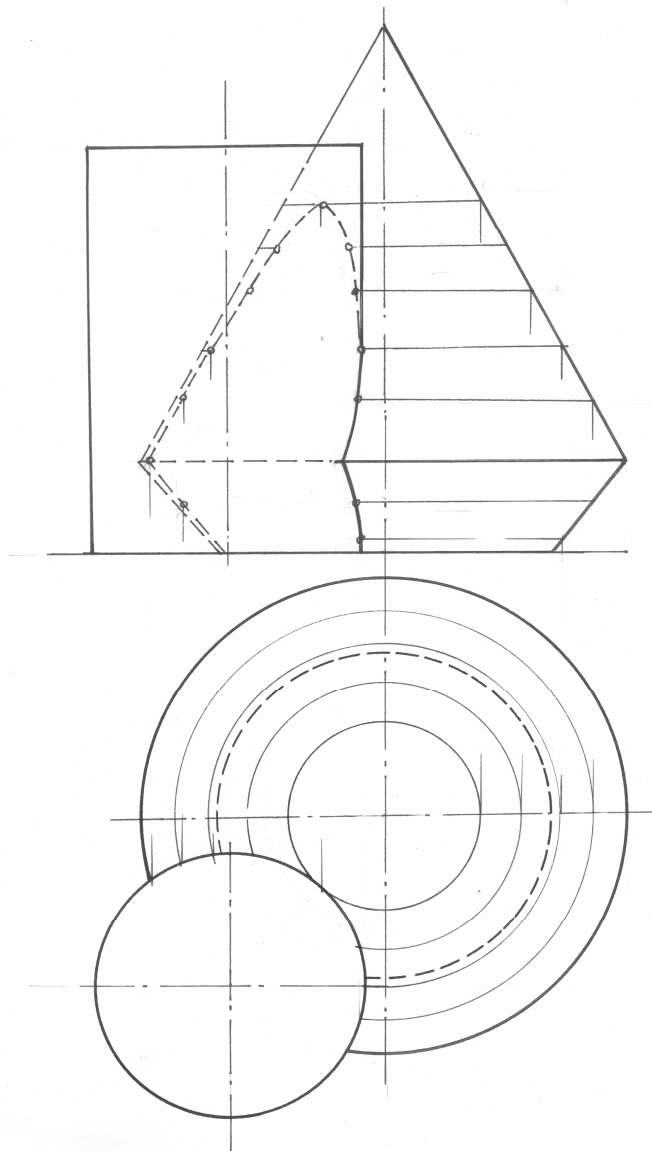


Рис. 49

Приклад побудови лінії перетину циліндру та поверхні обертання.

### *Аксонометрія*

Сутність методу й основні поняття.

АксонOMETричними проєкціями називають наочні зображення об'єкта, які одержують паралельним проєктуванням його на одну площину проєкцій разом з вісями координат, до яких цей об'єкт належить.

АксонOMETрія точки

Дана точка  $A$  у просторі, яка прив'язана до системи координат  $X, Y, Z$ . Виконуємо наступні дії:

- 1– виберемо напрямок проєктування  $S$ ;
- 2– виберемо картинну площину  $K$ ;
- 3– проведемо через точку  $A$  промінь, що проєктує, і проєктуємо точку разом з вісями.

Отримане зображення на площині  $K$  становитиме аксонOMETричну проєкцію точки  $A$ .

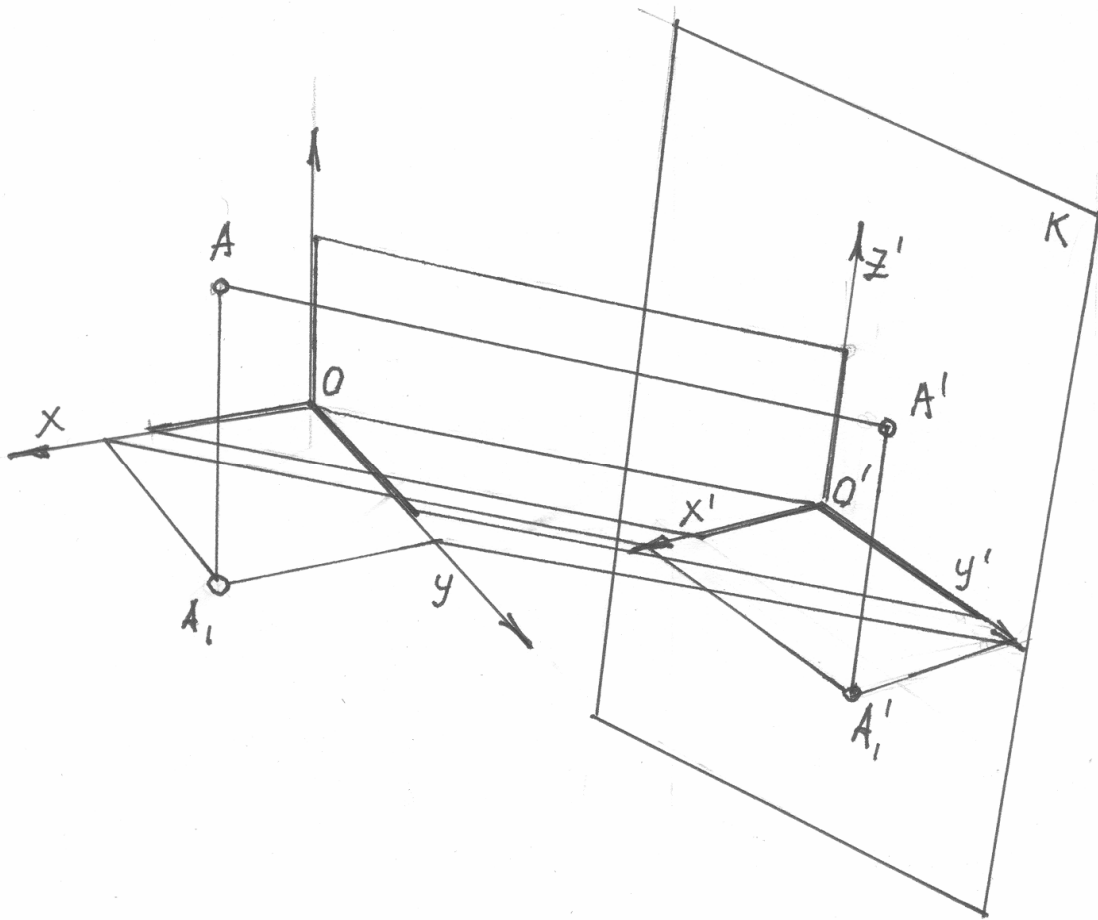


Рис. 50.

Аксонетричні проєкції називаються *ізометричними*, якщо показники перекручування за всіма аксонетричними вісями рівні; *диметричними*, якщо показники рівні за двома осями і *триметричними*, якщо всі показники перекручування різні.

**Основна теорема аксонетрії:** три довільно обрані відрізки на площині, що виходять із однієї точки, можуть бути прийняті за паралельну проєкцію трьох рівних і взаємоперпендикулярних відрізків, що виходять із певної точки простору.

### **Стандартні аксонетричні проєкції**

При побудові аксонетричних проєкцій доводиться обчислювати розміри проєкцій відповідно до показників перекручування. Процес спрощується при застосуванні наведених показників перекручування. При цьому найбільший показник перекручування приводять до одиниці, а інші відповідно збільшують.

### **Прямокутні аксонометричні проєкції**

**Прямокутна ізометрія.** У прямокутній ізометрії координатні вісі розташовані під рівними кутами до площини проєкцій, тому аксонометричні вісі також розташовані під рівними кутами ( $120^{\circ}$ ) одна до іншої, вісь  $Z$  вертикальна. Показники перекручування по всіх осях рівні 0,82. У наведеної ізометрії вони умовно прийняті рівними одиниці. Однак, для того щоб побудувати аксонометричну проєкцію точки  $A$  на площину  $K$ , необхідно спроектувати не тільки точку  $A$ , але й одну з її ортогональних проєкцій (звичайно, горизонтальну проєкцію).

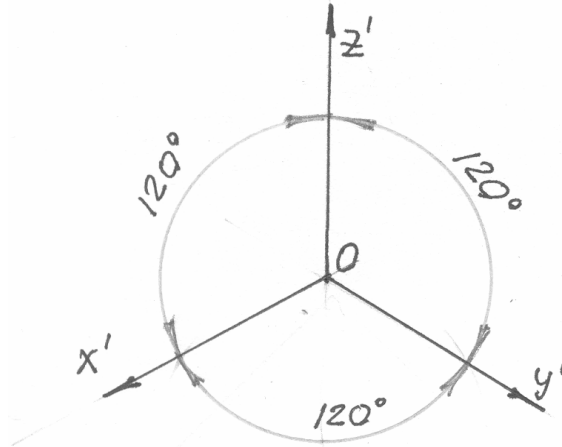


Рис. 51

### **Прямокутна диметрія**

При побудові вісей прямокутної диметрії використовують транспортир або ухили вісей, рівними 1:8 (вісь  $X$ ) і 7:8 (вісь  $Y$ ). Показники перекручування за вісях  $X$  і  $Z$  рівні 0,94, а по осі  $Y$  0,47. У наведеної диметрії показники рівні 1 та 0,5.

Аксонометричні зображення, побудовані в прямокутній диметрії мають найкращу наочність, однак побудова зображень складніше, ніж у прямокутній ізометрії.

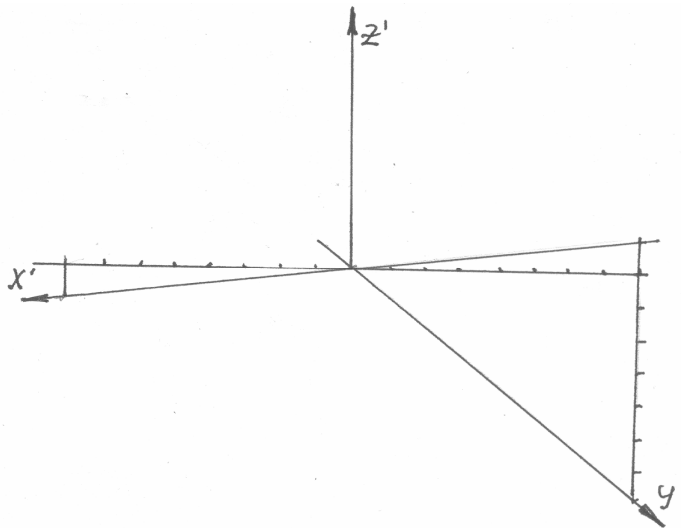


Рис. 52

### **Побудова аксонометричних зображень по ортогональних проєкціях об'єкта**

Прийоми побудови аксонометричних зображень не залежать від виду аксонометричних проєкцій. Для всіх видів аксонометрії вони однакові й, звичайно, вони будуються на основі ортогональних проєкцій об'єкта.

При побудові аксонометричних зображень застосовують спосіб координат. Аксонометричні проєкції окремих точок будують за координатами, які беруть з ортогональних проєкцій об'єкта.

**Побудову аксонометрії об'єкта виконують у такій послідовності:**

- 1 – на ортогонально-проєкційному кресленні об'єкта наносять додаткові осі координат  $X_1, Y_1, Z_1$ , сполучаючи їх з осями симетрії об'єкта або із основними його гранями. Така система координат називається внутрішньою;
- 2 – будують вісі обраної аксонометричної проєкції;
- 3 – за розмірами, взятими з ортогональних проєкцій об'єкта, будують вторинну проєкцію (план об'єкта), використовуючи симетрію й паралельність прямих;
- 4 – у характерних точках вторинної проєкції об'єкта будують висоти (відкладають аплікати точок) і закінчують побудову аксонометрії.

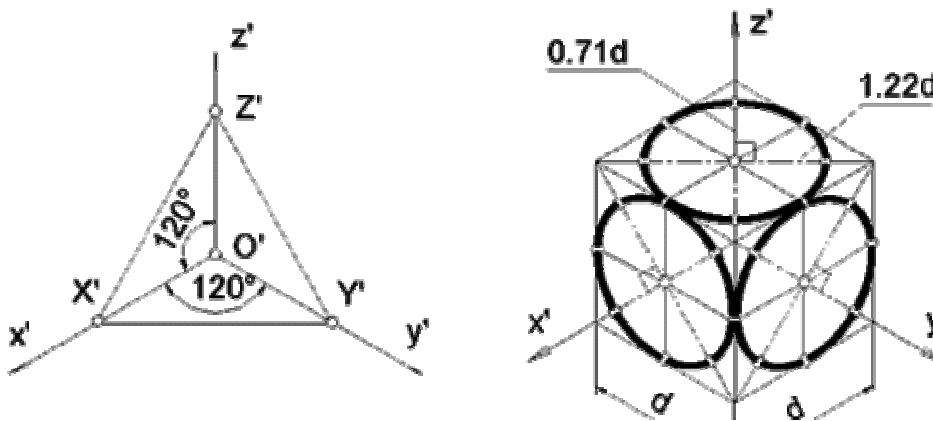


Рис. 53

На рисунку 53 наведено приклад побудови кола в прямокутній ізометрії, яке вписане в квадрат. Чотири точки кола належать серединам сторін квадрату, ще чотири – на перетині кола з діагоналями квадрату. Показник перекручування для всіх вісей дорівнює 1.

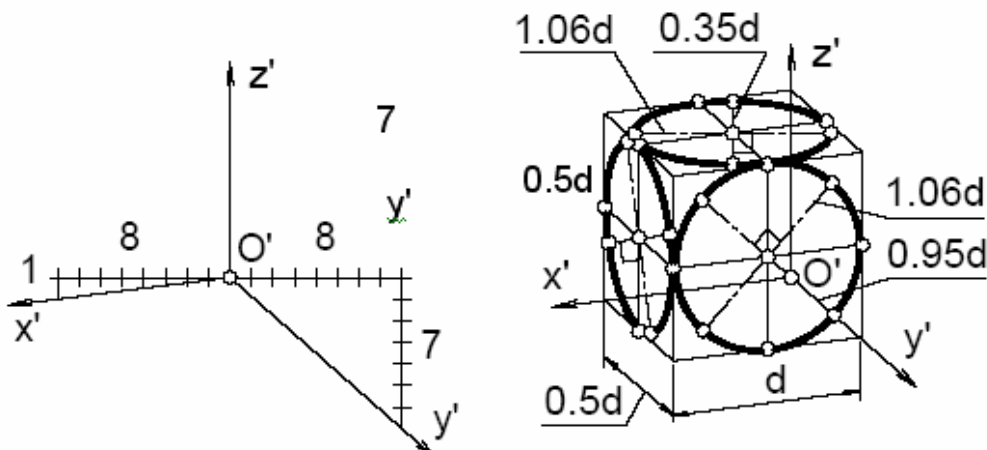


Рис. 54

На рисунку 54 наведена побудова кола в прямокутній диметрії. Показник перекручування при побудові зображення дорівнює 1 для вісей X,Z, а для вісі Y ,0,5. Однак, схема побудови диметрії аналогічна побудові ізометрії.  
Приклад 1. Побудова прямокутної ізометрії піраміди.

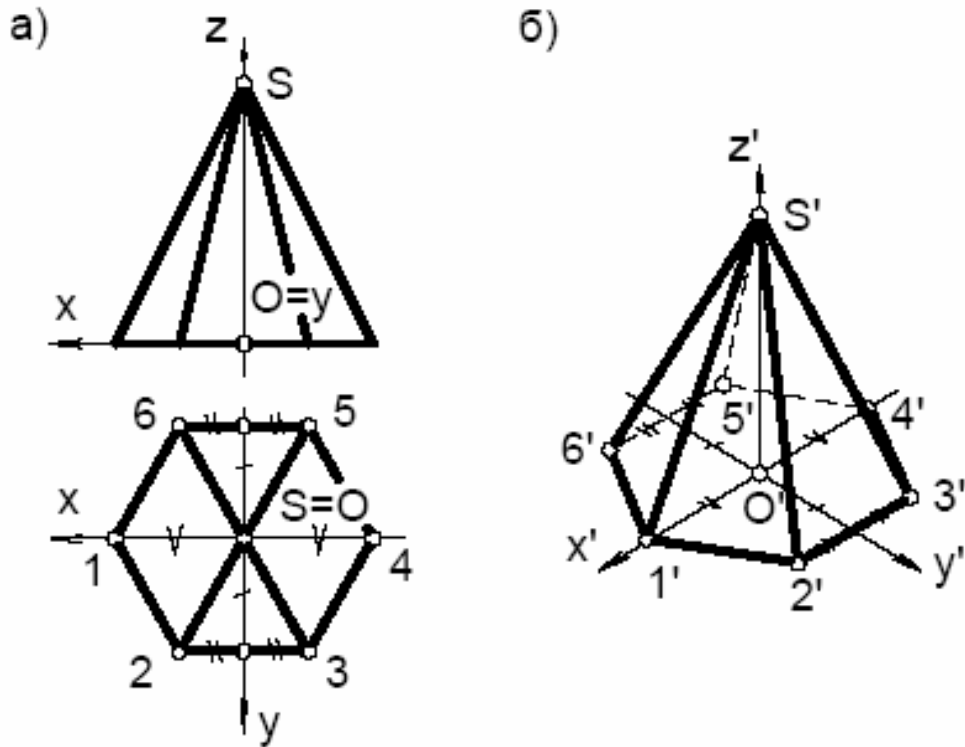


Рис. 55

Приклад 2. Побудова шестигранної призми з отвором в диметрії.

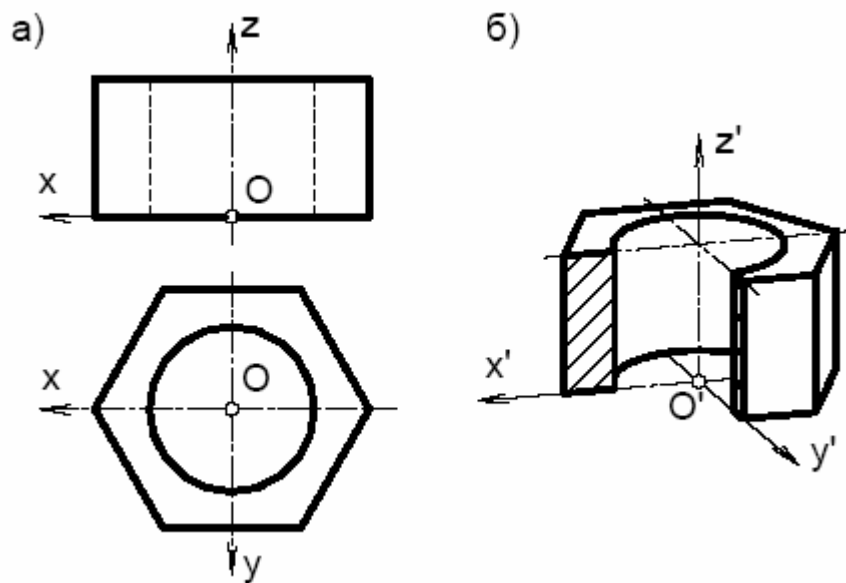


Рис. 56

Якщо геометричний об'єкт має різноманітні отвори, при побудові аксонометрії (ізометрії чи диметрії) слід будувати його перерізи, сумісні з площинами XZ та YZ.

На рисунку 57 наведений приклад побудови прямокутної ізометрії споруди. Схему побудови аксонометрії можна визначити на кресленні.

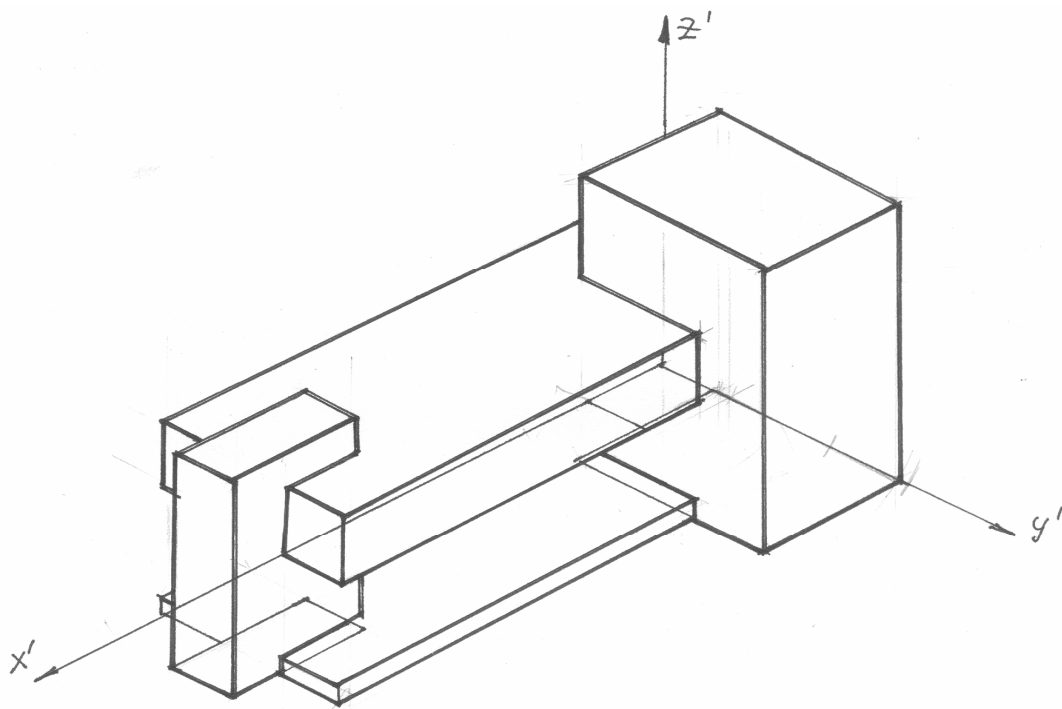
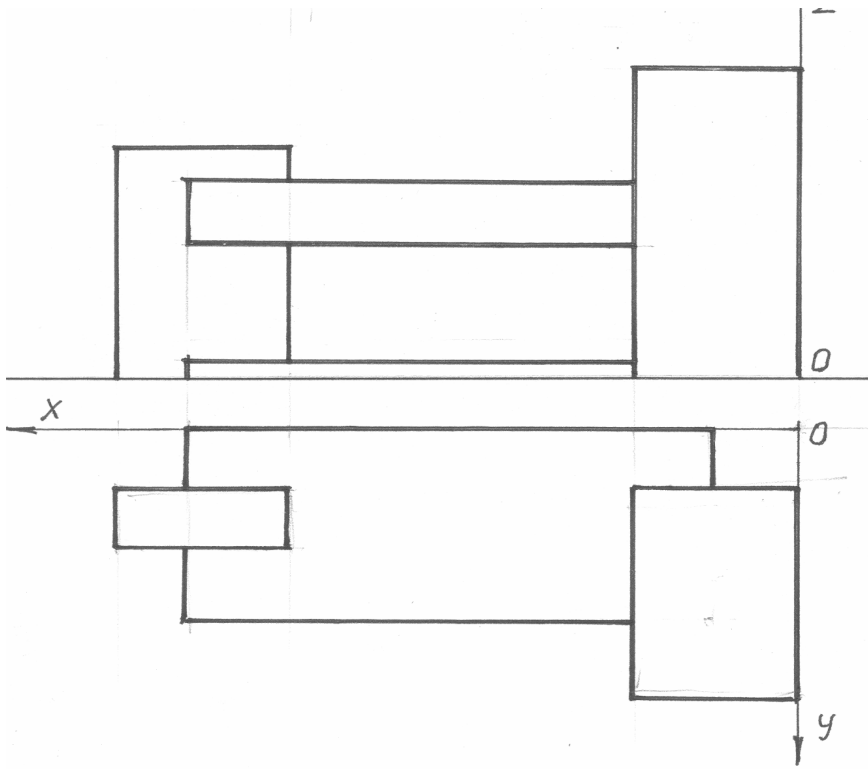


Рис. 57

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Методичні вказівки  
для самостійної роботи  
з виконання графічних завдань  
з дисципліни

# НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ІНЖЕНЕРНА ТА МАШИННА ГРАФІКА

## Частина перша. Нарисна геометрія

*(для студентів 1 курсу заочної форми навчання за напрямом  
підготовки 6.060103 –«Гідротехніка (водні ресурси)»)*

Укладач **ГАЛКІНА** Галина Дмитрівна

Відповідальний за випуск *В. І. Лусь*

Редактор *К. В. Дюкар*

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

План 2011, поз. 165М

---

Підп. до друку 16.11.2011р.  
Друк на ризографі.  
Зам. №

Формат 210x297/8  
Ум. друк. арк. 2,0  
Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:  
Харківська національна академія міського господарства,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002  
Електронна адреса: [rectorat@ksame.kharkov.ua](mailto:rectorat@ksame.kharkov.ua)  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
ДК № 4064 від 12.05.2011 р.